

Oryginalny artykuł naukowy
Original Article

Źródła finansowania publikacji: środki własne Autora

Authors' Contribution:

- (A) Study Design (projekt badania)
- (B) Data Collection (zbieranie danych)
- (C) Statistical Analysis (analiza statystyczna)
- (D) Data Interpretation (interpretacja danych)
- (E) Manuscript Preparation (redagowanie opracowania)
- (F) Literature Search (badania literaturowe)

dr Piotr Zasepa ^{ABCDE}

Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie

**ROZKŁAD EMPIRYCZNY STÓP ZWROTU KURSU POLSKIEGO
ZŁOTEGO WZGLĘDEM WYBRANYCH WALUT NA TLE
ROZKŁADU GAUSSA**

**EMPIRICAL DISTRIBUTION OF RATES OF RETURN RATE
OF THE POLISH ZLOTY RELATIVE TO THE SELECTED
CURRENCIES AGAINST THE GAUSSIAN DISTRIBUTION**

Streszczenie: Prezentowany artykuł charakteryzuje szeregi czasowe ze szczególnym uwzględnieniem walutowych szeregów czasowych. Część analityczna pracy to badanie porównania rozkładu normalnego z rozkładem empirycznym stóp zwrotu polskiego złotego względem dziesięciu najważniejszych walut światowych oraz walut krajów rozwijających się. Badania wskazują na dość silne odchylenia rozkładu stóp zwrotu w stosunku do rozkładu normalnego. Próba zawiera 17 710 notowań, co pozwoliło na szczegółową analizę zachowania się stóp zwrotu kursu polskiego złotego w latach 2007–2013.

Słowa kluczowe: kurs walutowy, zmienność

Summary: This paper characterizes time series with particular emphasis on foreign exchange time series. The analytical part of the work is the study comparing a normal distribution with the empirical distribution of returns Polish zloty against the ten major world currencies and currencies of developing countries. Research indicates fairly strong volatility of the rates of return in relation to a normal distribu-

tion. Sample contains 17,710 quotations, which allowed for a detailed analysis of the behavior of the rate of return of the Polish zloty in the years 2007–2013.

Key words: exchange rate, variability

Wstęp

W ostatnich latach zmienność stóp zwrotu ma bardzo duże znaczenie w procesie zarządzania ryzykiem. Jest to bardzo ważny problem, gdyż rynki finansowe w znacznym stopniu wpływają na realną gospodarkę. Analiza problemów praktycznych występujących w finansach, w których kluczową rolę odgrywa zastosowanie metod statystycznych, pozwala na wyodrębnienie wielu grup zagadnień. Jednym z ważniejszych jest analiza i modelowanie szeregów czasowych. Jednym z wielu rodzajów finansowych szeregów czasowych, które podlegają modelowaniu, są szeregi czasowe kursów walutowych i ich stóp zwrotu. Celem artykułu jest analiza odchylenia rozkładu stóp zwrotu polskiego złotego do wybranych walut w latach 2007–2013 w stosunku do rozkładu Gaussa.

1. Analiza i modelowanie finansowych szeregów czasowych

Do zjawisk finansowych, które podlegają modelowaniu, można zaliczyć:

- szeregi czasowe stóp procentowych,
- szeregi czasowe kursów walutowych,
- szeregi czasowe cen akcji,
- szeregi czasowe wartości indeksów giełdowych,
- szeregi czasowe cen towarów giełdowych.

Można wyróżnić następujące szeregi czasowe:

- szeregi czasowe cen natychmiastowych (spot),
- szeregi czasowe cen terminowych (forward),
- szeregi czasowe stóp zwrotu,
- szeregi czasowe zmienności.

Istnieją różnice pomiędzy opisywanymi charakterystykami. Analizując kurs walutowy możemy wskazać następujące typy szeregów czasowych:

1. Szereg czasowy natychmiastowego kursu walutowego, którego elementami są wartości kursu walutowego w transakcjach walutowych dokonywanych natychmiast po cenie rynkowej.
2. Szereg czasowy terminowego kursu walutowego, którego elementami są wartości kursu walutowego w transakcjach terminowych, tzn. takich, które są zamykane w przyszłości, a ich poziom jest ustalany w dniu zawarcia transakcji (najczęściej cena natychmiastowa różni się od ceny terminowej w przypadku kursów walutowych).
3. Szereg czasowy stóp zwrotu z rynku walutowego, którego elementami są stopy zwrotu, szacowane na podstawie natychmiastowych cen zamknięcia szacowanych dla wskazanego okresu. Określa on procentowy dochód z transakcji zakupu i sprzedaży danej waluty. Na podstawie szeregów cen, kursów obliczane są indeksy dynamiki oraz stopy zmian. Indeksy oraz stopy zmian (nazywane stopami zwrotu) mogą być obliczane w różny sposób i dla różnych okresów.

Biorąc pod uwagę metodę obliczania stóp zwrotu, dzielimy je na:

- zwykłe (dyskretne) stopy zwrotu,

Zwykła jednookresowa stopa zwrotu jest definiowana jako:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}; (t = 2, \dots, T)$$

gdzie P_t , P_{t-1} cena waloru (wartość inwestycji) na koniec okresu t oraz $(t-1)$. Stopa ta określa relatywny wzrost ceny w okresie t w porównaniu do okresu poprzedniego $(t-1)$. Stopa ta ma charakter łańcuchowy, tzn. obliczana jest dla kolejnych $(t = 2, \dots, T)$, przy założeniu że rozpatrywany jest szereg czasowy cen w okresach $(t = 1, 2, \dots, T)$

- logarytmiczne (ciągłe) stopy zwrotu.

Logarytmiczna, jednookresowa stopa zwrotu (r_t) definiowana jest w następujący sposób:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

gdzie P_t , P_{t-1} cena waloru (wartość inwestycji) na koniec okresu t oraz $(t-1)$.

- tj. jako różnica logarytmów cen lub równoważnie jako logarytm indeksu cen.

Biorąc pod uwagę okresy, dla których stopy są obliczane, dzielimy je na:

- jednookresowe stopy zwrotu,
- wielookresowe stopy zwrotu.

Wielookresowe stopy zwrotu mogą być obliczane jako:

- niezachodzące na siebie stopy zwrotu (non-overlapping),
- zachodzące na siebie stopy zwrotu (overlapping).

4. Szereg czasowy zmienności kursu walutowego, którego elementami są parametry zmienności – zazwyczaj odchylenie standardowe wyznaczone w odniesieniu do stóp zwrotu (prostych lub logarytmicznych) z rynku walutowego.

2. Analiza jednowymiarowego rozkładu stóp zwrotu

Rozkład stóp zwrotu z instrumentu finansowego jest podstawowym elementem do określenia ryzyka i dochodu z inwestycji. W klasycznym podejściu zaproponowanym przez H. Markowitza określa dochód jako oczekiwaną stopę zwrotu, inaczej wartość oczekiwaną rozkładu stóp zwrotu, a ryzyko jako odchylenie standardowe stopy zwrotu, czyli odchylenie standardowe rozkładu stóp zwrotu. Analiza inwestycji finansowych nie przestaje jednak na tak ograniczonym wymiarze. W analizie rozkładu statystycznego często analizowana jest skośność i spłaszczenie. Dodatkowo można wskazać na analizę obserwacji nietypowych (outliers). Analizując stopy zwrotu, można analizować następujące zadania:

¹ Stopy zwrotu można także obliczać, biorąc ceny z początku okresów lub ze środka okresów.

- estymacja parametrów położenia,
- estymacja parametrów skali,
- estymacja parametrów skośności,
- estymacja parametrów spłaszczenia,
- analiza obserwacji nietypowych.

W prezentowanym artykule skupić będziemy się na obserwacji i analizie zdarzeń nietypowych charakterystycznych dla stóp zwrotu kursu polskiego złotego w stosunku do głównych walut światowych.

3. Rozkład normalny a rozkład empiryczny stóp zwrotu

W trakcie modelowania stóp zwrotu z instrumentów finansowych występuje problem niezależności poszczególnych obserwacji w rozkładzie normalnym. W realnym świecie stopy zwrotów są ze sobą powiązane i występuje wśród nich autokorelacja. Drugi problem to prawdopodobieństwo wystąpienia wartości ekstremalnych. Grube (ciężkie) ogony rozkładu stóp zwrotu oznaczają wyższe niż w rozkładzie normalnym prawdopodobieństwo wystąpienia skrajnie wysokich (gruby prawy ogon) lub skrajnie niskich (gruby lewy ogon) stóp zwrotu. O ile występowanie grubych ogonów w empirycznych finansowych szeregach czasowych nie budzi kontrowersji, o tyle sposób opisu grubości ogona jest przedmiotem wielu analiz. Najczęściej przyjmowana definicja grubych ogonów rozkładu pochodzi od Resnick². Rozkład posiada grube ogony, jeśli dystrybuantę tego rozkładu można przedstawić następująco:

$$F(x) = 1 - x^{-\alpha}L(x), \alpha > 0$$

gdzie L jest wolno zmieniającą się funkcją, tzn.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{L(tx)}{L(x)} = 1$$

dla każdego skończonego t .

Wykładnik α jest nazywany indeksem ogona lub stopniem grubości ogona – im niższa jego wartość, tym grubszy ogon rozkładu. Dodatkowo alfa określa maksymalny skończony moment rozkładu. Oznacza to, że nie istnieją skończone momenty rozkładu rzędu równego lub wyższego od α .

Nie jest również możliwe wybranie takiego modelu rozkładu stóp zwrotu, który byłby najbardziej zgodny z opisem szeregów czasowych wszystkich instrumentów finansowych lub ich portfeli w dowolnym horyzoncie czasowym. Można jednak wskazać takie rozkłady teoretyczne, które w większości przypadków są zbliżone do rozkładów empirycznych. Nie bez znaczenia w praktycznych zastosowaniach jest prostota estymacji rozkładu. Problemy niezależności stóp zwrotu i możliwość wystąpienia wartości ekstremalnych mogą wskazywać na potrzebę wykorzystania w pewnych sytuacjach takiego rozkładu prawdopodobieństwa, którego funkcja gęstości jest bardziej leptokurtyczna w konsekwencji występowania autokorelacji i który posiada grubsze ogony, co jest spowodowane częstszym występowaniem danych odstających. Najlepszym rozwiązaniem może być użycie takiego rozkładu, który umożliwia dostosowanie kształtu do istniejących danych. Tę własność posiada rodzina rozkładów stabilnych, ponieważ ich kształt można modelować za pomocą czterech parametrów:

² S.I. Resnick, *Heavy tail modelling and teletraffic data*, "Annals of Statistics" 1997, vol. 25, No 5.

- α , który określa grubość ogonów,
- B , który określa skośność rozkładu,
- δ , który określa rozproszenie rozkładu,
- μ , który określa położenie rozkładu.

Dla rozkładów stabilnych parametr α przyjmuje wartości z przedziału $(0;2)$ i maksymalną wartość osiąga dla rozkładu normalnego. Im mniejsza wartość indeksu, tym grubsze ogony.

4. Opis danych

Analizie poddano szeregi dziennych logarytmicznych stóp zwrotu 10 walut (USD, AUD, CAD, EUR, HUF, CHF, GBP, JPY, CZK, DKK) w stosunku do PLN zaobserwowanych w okresie 01.01.2007 – 31.12.2013. Dla tego okresu dla każdej pary walutowej zaobserwowano 1772 stopy zwrotu, co razem daje 17 720 obserwacji. Okres badawczy został dobrany tak, aby można było przedstawić charakterystykę zachowania się PLN w okresach o zwiększonej zmienności, jakim charakteryzował się kryzys finansowy lat 2008-2009. W tabeli 1 przedstawione zostały odchylenia standardowe dla poszczególnych podokresów zawartych w badaniu.

Tabela 1. Odchylenia standardowe wybranych walut względem PLN w latach 2007-2013

Okres	USD	AUD	CAD	EUR	HUF	CHF	GBP	JPY	CZK	DKK
2007	0,005719	0,006213	0,005914	0,003276	0,00328	0,004648	0,004429	0,008671	0,003888	0,003273
2008	0,0141	0,011585	0,010469	0,008445	0,0074	0,011907	0,010413	0,018643	0,00725	0,008438
2009	0,015385	0,010529	0,011602	0,010064	0,007098	0,011637	0,011809	0,017337	0,007534	0,010061
2010	0,011458	0,008029	0,00882	0,006354	0,005185	0,00925	0,008893	0,01367	0,005518	0,006339
2011	0,010792	0,007453	0,007988	0,005596	0,00546	0,01198	0,008093	0,011895	0,005329	0,00562
2012	0,008812	0,006099	0,006887	0,004737	0,004905	0,00494	0,006731	0,010298	0,004444	0,004747
2013	0,006634	0,006763	0,006309	0,003889	0,004588	0,005197	0,006084	0,009456	0,005122	0,003918
07/13	0,010963	0,008365	0,008536	0,006483	0,005585	0,009117	0,008424	0,013391	0,005735	0,006486

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych NBP.

Większość szeregów czasowych charakteryzuje się dodatnią skośnością oraz dość wysoką kurtozą, co świadczy, iż stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego. Wskazuje to na większą koncentrację obserwacji wokół średniej i większą masę prawdopodobieństwa obserwacji skrajnych. Największą leptokurtyczność zaobserwować można w przypadku CHF, JPY oraz AUD, choć poziom zmienności tych walut w stosunku do PLN wcale nie jest najwyższy. Jedynymi stopami zwrotu charakteryzującymi się rozkładem platokurtycznym była waluta GBP. Warto podkreślić, iż mimo wzrostu obrotów na rynku walutowym oraz na rynku przedstawionego polskiego złotego wzrasta wartość odchylenia standardowego, a tym samym jego zmienność spadała systematycznie w badanym okresie. Świadczy to o tym, iż na wzrost zmienności nie do końca wpływa wzrost obrotów na rynku.

5. Badania empiryczne nad rozkładem stóp zwrotu

Wyniki empiryczne wskazują, iż większość rozkładów sto zwrotu par walutowych związanych z PLN charakteryzują się grubymi ogonami. Widoczna jest też duża asymetria pomiędzy lewymi

i prawymi ogonami. Prawe ogony są cięższe niż lewe ogony, co wskazuje na większe prawdopodobieństwo do osłabiania się PLN w długim okresie czasu. Implikuje to również fakt występowania skrajnych zwrotów w okresach szoków. Wszystkie stopy zwrotu i analiza kwantyli po prawej i lewej stronie rozkładu wskazują na silną prawostronną skośność. W teorii finansów można znaleźć teorie, które pozwalają na analizę samych ogonów rozkładu zamiast modelowania całego zakresu danych. Korzyści wynikające z takiego ujęcia problemu wynikają z możliwości uchwycenia asymetrii pomiędzy skrajnymi obserwacjami leżącymi w lewych i prawych ogonach. W przypadku rynku walutowego inaczej niż w przypadku rynków kapitałowych nie można stwierdzić, iż lewe ogony występują częściej niż prawe reprezentujące dominację wzrostów. Stopy zwrotu walut krajów wschodzących charakteryzują się odwrotną dynamiką, gdyż w czasach wzrostu zmienności osłabiają się i prowadzi to do prawoskośnych rozkładów stóp zwrotu. W literaturze można spotkać wiele badań dotyczących porównań rozkładów empirycznych z rozkładami teoretycznymi. Jednym z przykładów dotyczących rynku walutowego jest analiza rozkładu stóp zwrotu dla 12 walut w okresie 10 lat sprzed 1998 r. dokonana przez J. Hulla. Dane te zawarte są w tabeli 2.

Tabela 2. Rozkładu stóp zwrotu dla 12 walut w okresie 10 lat sprzed 1998 r. SD – odchylenie standardowe

Odchylenie standardowe	Empiryczny (%)	Teoretyczny (%)
>1 SD	25.04	31.73
>2SD	5.27	4.55
>3SD	1.34	0.27
>4SD	0.29	0.01
>5SD	0.08	0.00
>6SD	0.03	0.00

Źródło: J. Hull, *Risk management and Financial Institutions 2e*, Chapter 9, 2009.

W przypadku analizowanych walut w stosunku do PLN można stwierdzić, iż najwyższa wartość odchylenia standardowego była na poziomie -9,63 dla CHF oraz 8,85 dla AUD. Świadczy to o dużych ujemnych stopach zwrotu. Z drugiej strony maksymalne zanotowane stopy zwrotu notowały 6,3 odchylenia standardowego dla JPY oraz 6,0 dla CZK. Porównanie kwantyli stóp zwrotu dla PLN w stosunku do opisywanego koszyka walut prezentuje tabela 3.

Tabela 3. Rozkład stóp zwrotu dla PLN w stosunku do wybranych walut – porównanie rozkładów empirycznego i standardowego rozkładu normalnego

Odchylenie standardowe	Empiryczny (%)	Teoretyczny (%)
>1 SD	22.95	31.73
>2SD	5.37	4.55
>3SD	1.63	0.27
>4SD	0.15	0.01
>5SD	0.06	0.00
>6SD	0.03	0.00

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku rozkładu normalnego liczba czterech i więcej odchyłeń standardowych od średniej jest bardzo mało prawdopodobna i wynosi 0,000031%, w przypadku analizowanych danych dla 5 odchyłeń wynosi 0,06%, a dla czterech odchyłeń standardowych jest to już 0,15% obserwacji. Jest to nieporównywalnie dużo obserwacji w porównaniu z rozkładem normalnym. Bardzo interesujące jest to, iż zdarzają się bardzo wysokie ujemne standaryzowanie obserwacji dla każdej z walut powyżej 5 odchyłeń standardowych, podczas gdy rozkłady są silnie prawoskośne. Oznacza to, iż występują bardzo rzadko duże reakcje pozytywne w stosunku do słabszych, ale dużo bardziej prawdopodobnych reakcji inwestorów. Zjawisko to w teorii finansów nazywane jest dźwignią, czyli asymetryczną reakcją inwestorów na pojawiające się na rynku dane. Negatywne i pozytywne dane wpływają na przyszły poziom wariancji stóp zwrotu. Efekt dźwigni zdefiniowany jest jako asymetryczna reakcja w poziomie wariancji stóp zwrotu na pojawiające się informacje pozytywne i negatywne.

Przedstawione dane wskazują na fakt, iż zarządzanie ryzykiem kursów walut przez podmioty narażone na ryzyko jest niezbędne, szczególnie w okresach o zwiększonej zmienności. Wiedza zarządzających ryzykiem walutowym nt. rozkładu stóp zwrotu powinna zostać wykorzystana do odpowiedniego zajmowania pozycji i zabezpieczaniu ryzyka zmian kursu w momencie sporządzania przez podmioty różnego rodzaju planów finansowych, określenia przyszłej marży czy ustalenia cen produktów objętych importem oraz eksportem. Strategia zabezpieczająca przed ryzykiem walutowym nie może być narzucona w jakiś ściśle określony sposób. Powinna być opracowana tak, aby zaspokajała indywidualne potrzeby przedsiębiorstwa. Obok nastawienia do ryzyka walutowego – jego akceptacji czy też odrzucenia, właściwie opracowana strategia powinna uwzględniać szereg istotnych czynników, które odnoszą się do:

- formy ryzyka walutowego – każde przedsiębiorstwo odmiennie postrzega potrzebę zabezpieczenia się przed ryzykiem przeliczeniowym, transakcyjnym, ekonomicznym. Ponadto w przypadku ryzyka transakcyjnego w inny sposób będą traktowane pozycje walutowe wynikające z kontraktowanych transakcji, a w inny z przewidywanych w przyszłości;
- rozmiaru otwartej pozycji walutowej – stopień zabezpieczenia dużej pozycji w obrębie jednej lub kilku walut powinien być większy niż w przypadku, kiedy ta pozycja jest niewielka. Wysiłki zmierzające do zabezpieczenia przed ryzykiem koncentrują się na ogół na najbardziej znaczących pozycjach;
- stabilności waluty – przedsiębiorstwo, które ma do czynienia z walutą o bardzo stabilnym kursie, może zabezpieczać pozycje walutowe w mniejszym stopniu;
- okresu do wygaśnięcia ryzyka – ze względu na wysokie koszty, dla pozycji walutowych o odległym terminie wygaśnięcia przyjmuje się niższy stopień zabezpieczenia niż dla pozycji o bliższym terminie wygaśnięcia;
- zdolności przewidywania otwartych pozycji – w przedsiębiorstwach, które nie są w stanie przewidzieć otwartych pozycji walutowych, zabezpieczenie przed ryzykiem nie jest możliwe do czasu zawarcia wiążących umów;
- wiedzy personelu na temat technik zabezpieczających – zastosowanie skomplikowanych narzędzi i instrumentów zabezpieczających wymaga rozległej i fachowej wiedzy na temat zarządzania pieniędzem;
- stosunku udziałowców do ryzyka walutowego – jeżeli głównych udziałowców przedsiębiorstwa cechuje awersja do ryzyka, wówczas przedsiębiorstwo stara się zabezpieczyć przed nim w jak największym stopniu.

Strategia zabezpieczająca odzwierciedla indywidualne preferencje przedsiębiorstw w sytuacji ryzykowej. Opracowanie strategii wymaga aktywności skierowanej przeciwko czynni-

kom ryzyka. Rezygnacja z zabezpieczenia otwartej pozycji walutowej jest uzasadniona tylko wówczas, gdy jest wynikiem świadomej decyzji podjętej na podstawie dogłębnej analizy, która wskazuje, że oszacowane koszty zabezpieczenia przewyższają oszacowane ryzyko walutowe. Zrozumienie zmienności i rozkładu stóp zwrotu zawarte w artykule pomoże w odpowiednim doborze instrumentów i działań zmierzających do ograniczenia ryzyka walutowego.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono analizę stóp zwrotu kursów kasowych wybranych walut względem PLN. Punkt ciężkości przeprowadzonego badania stanowiła analiza empirycznego rozkładu stóp zwrotu. Zgodnie z dotychczas prezentowanymi w literaturze badaniami rynku walutowego rozkład stóp zwrotu znacznie odbiega od rozkładu normalnego i jest różny dla specyficznych par walutowych. Badanie i analiza zaprezentowana w artykule dotyczyła rozkładu stóp zwrotu najważniejszych walut względem PLN. Wskazuje ono na to, iż względem walut krajów rozwiniętych ogony rozkładów są znacznie grubsze w stosunku do ogonów rozkładu dla walut krajów rozwijających się. Kolejnym etapem analizy może być badanie samych ogonów rozkładu oraz porównanie stóp zwrotu z innymi rozkładami teoretycznymi.

Bibliografia

- Castagena A., *FX Options and volatility smile*, Wiley, December 2009.
Echaust K., Piasecki K., *Badanie możliwości zastosowania teorii wartości ekstremalnych i rozkładów bezwarunkowych w pomiarze Value at risk.*, UE, Poznań.
Hull J., *Risk management and Financial Institutions 2e*, Chapter 9, 2009.
Jajuga K., *Metody statystyczne w finansach*, Statsoft 2003.
Malczyk K., *Analiza wpływu zmian kursu walutowego na inflację w Polsce za pomocą modelu VECM*, Folia Oeconomica Cracoviensia, Vol. LII (2011), Kraków 2011.
Mielus P., *Rynek opcji walutowych w Polsce*, K.E. Liber, Warszawa 2002.
Resnick S.I., *Heavy tail modelling and teletraffic data*, "Annals of Statistics" 1997, vol. 25, No 5.
Dane Narodowego Banku Polskiego.

Nota o Autorze:

Dr Piotr Zasepa - adiunkt w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie, Wydział Nauk Społecznych, Instytut Zarządzania i Marketingu.

Information about the author:

Piotr Zasepa, Ph.D., Assistant Professor at the Institute of Marketing and Management at the Faculty of Social Sciences, Academy of them. Jan Dlugosz in Czestochowa.

Kontakt/Contact:

Dr Piotr Zasepa
Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie
Wydział Nauk Społecznych
Instytut Zarządzania i Marketingu
Ul. Zbierskiego 2/4
42-200 Częstochowa
e-mail: pzasepa@ajd.czest.pl