

15845 B 17280
12 S

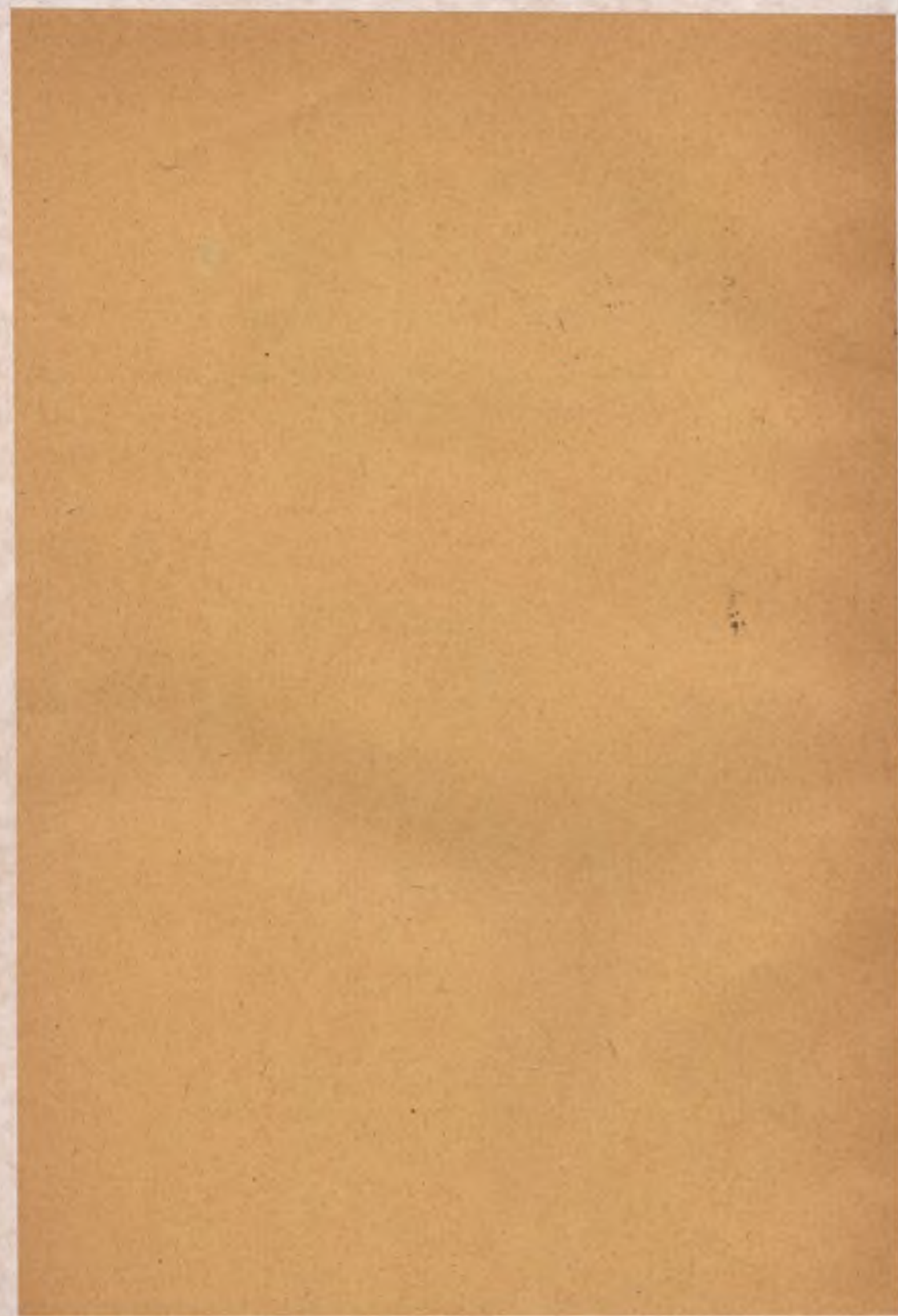
XII 8223.

Maryan Smoluchowski

O pewnem zagadnieniu z teoryi
sprężystości i o związku jego z wy-
tworzeniem się gór fałdowych



W KRAKOWIE
NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ
1909



Maryan Smoluchowski

O pewnem zagadnieniu z teoryi sprężystości i o związku jego z wy- tworzeniem się gór fałdowych



15845
XII S

W KRAKOWIE
NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ
1909

Osobne odbicie z T. XLIX. Ser. A. Rozpraw Wydziału matem.-przr.
Akademii Umiejętności w Krakowie.

Bz 58526
640322 II

B 17280



51

O pewnem zagadnieniu z teoryi sprężystości i o związku jego z wytworzeniem się gór fałdowych

przez

Maryana Smoluchowskiego.

Rzecz przedstawiona na posiedzeniu Wydz. mat.-przyr. dnia 7. czerwca 1909.

Punkt wyjścia niniejszej pracy stanowi zapytanie, w jaki sposób powstają góry fałdowe i czemu wielkie obszary ziemi pozostały niesfałdowane, co podnoszą często jako poważny zarzut przeciwko kontrakcyjnej teoryi tworzenia się gór. Przyjmuje się powszechnie, że wzniesienie gór fałdowych zostało wywołane przez ściśnięcie skorupy ziemskiej w kierunku poziomym, ale mechanizm tego zjawiska nie został dotychczas wytłómaczony. Nasuwa się oczywiście analogia z wygięciem pręta wskutek działania podłużnych sił ściiskających; jak Euler wykazał, pręt taki wygnie się, przyjmując kształt zbliżony do sinusoidy o połowie długości fali, jeżeli siła owa przekroczy wartość $P = \pi^2 E \Theta / l^2$ (gdzie E moduł Younga, Θ moment bezwładności przekroju, l długość). Analiza matematyczna wskazuje też możliwość form o dwóch, trzech i t. d. wygięciach, odpowiadających sinusoidzie o dwóch, trzech i t. d. połowach fali; spotykamy często tego rodzaju rysunki w różnych podręcznikach (n. p. Saalschütz, Der belastete Stab, Leipzig 1880; Winkelmann, Handb. d. Physik, I, str. 576). Tymczasem wszystkie te formy znajdują się w równowadze nietrwałej, jak tego dowiodły nowsze badania Bryana, Kriemlera. Borna, więc w rzeczywistości pręt taki nie może przyjąć postaci o większej liczbie fałd. Jakiemu zatem czynnikowi należy przypisać trwałość owych form, tak często napotykanych w przyrodzie? Pewną wskazówkę daje nam znany

fakt, że skorupa ziemska znajduje się mniej więcej w równowadze izostatycznej, jak gdyby spoczywała na ciekłym podkładzie i przyjmowała formę równowagi pod wpływem ciężkości i parcia hydrostatycznego. Nasuwa się zatem pytanie, czy płyta, pływająca na ciekłym podkładzie, okazuje owe zjawiska fałdowania, gdy zostaje ściskana przez siły poziome. W celu rozwiązania tego zagadnienia opieramy się na równaniu Kirchhoffa, tworzącem fundament teorii „cienkich płyt“; przyjmujemy niezależność deformacji od spórzędnej z i obliczamy moment obrotowy działający w przekroju odległym o długość x od początku spórzędnych przy uwzględnieniu poziomej (t. j. w kierunku X działającej) siły P oraz pionowych (t. j. w kierunku Y działających) sił parcia hydrostatycznego $\varrho g y$. Różniczkując owo równanie dwa razy względem x , otrzymujemy:

$$D \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} + \varrho g y = 0,$$

gdzie D jest skróceniem dla wyrażenia $\frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)}$.

Przy rozwiązaniu trzeba rozróżnić dwa przypadki:

I) Jeżeli ciśnienie $P < 2\sqrt{D \varrho g}$, płyta nie dozna żadnego wygięcia ani sfałdowania, z wyjątkiem jeżeli w jednym z końców działał pewien zewnętrzny moment obrotowy, lub jeżeli koniec wskutek działania zewnętrznych sił pionowych będzie wysunięty ponad poziom normalny. W takim razie powstanie zaburzenie fałdowe, ale tylko w najbliższym otoczeniu owego końca.

II) Jeżeli ciśnienie $P > 2\sqrt{D \varrho g}$, może wystąpić fałdowanie w postaci sinusoidy. Ażeby wtedy rozstrzygnąć między różnymi pozornie możliwymi formami, trzeba zastosować kryteria trwałości równowagi. Te formy mianowicie odpowiadają równowadze trwałej, dla których potencjalna energia całego systemu mechanicznego jest minimum¹⁾. Z takich rozważań pokazuje się, że liczba k wygięć (pół fałd) zależna jest tylko od rozmiarów i jakości płyty, mianowicie jest to liczba całkowita określona przez związek:

$$-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + M^2} < k < \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + M^2}$$

gdzie M oznacza stosunek

$$\frac{l}{\pi} \sqrt[4]{\frac{\varrho g}{D}}.$$

¹⁾ Bryan, Cambr. Phil. Soc. Proc. 6, 199, 287, (1889).

Dla stosunkowo długich płyt będzie zatem długość jednej fałdy przybliżenie:

$$\lambda = \frac{2l}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{\rho g}}.$$

Ciśnienie P potrzebne do wywołania owego sfaldowania wynosi:

$$P = D \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 + \rho g \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2,$$

co w razie długich płyt równa się przybliżeniu owej wartości $P = 2 \sqrt{D \rho g}$. W razie większego ciśnienia boczne wygięcia wzrastają tak, że kształt fałd nie daje się już wyrazić przez zwykłą sinusoidę.

Rozwiązawszy tym sposobem powyższe zagadnienie, musimy jeszcze zastanowić się nad tem, czy da się ono zastosować do teorii zjawiska, które tworzyło punkt wyjścia niniejszych rozważań, t. j. do sprawy powstania gór fałdowych. Dla usprawiedliwienia samego, założenia, że skorupę ziemską można porównać do płyty pływającej na podkładzie ciekłym, zauważymy najprzód, że Wiechert i inni geofizycy przypuszczają, na podstawie badań seismicznych, że ziemia składa się ze stałego jądra, oddzielonego cienką warstwą płynną od zewnętrznej skorupy. Ale nawet jeżeli zgodnie z zapatrywaniem obecnie najbardziej rozpowszechnionem, uznamy ziemię za ciało stałe, ale okazujące pewne ślady plastyczności, to skutek długotrwałych sił górotwórczych musiałby być taki sam, jak gdyby wewnątrz było ciekłe. Zewnętrzne warstwy są wprawdzie bardzo mało plastyczne, ale plastyczność musi nadzwyczajnie szybko wzrastać z głębokością wskutek wzrastania temperatury, a może też dzięki ciśnieniu. Wskutek tego skały zapewne już w głębokościach kilkunastu kilometrów zachowują się prawdziwie względem krótkotrwałych odkształceń jak ciało sprężyste, ale do działania sił dostatecznie długotrwałych będą się przystosowywały, jak lepka ciecz.

Zastosowanie wzorów poprzednio otrzymanych daje nam zrazu wyniki na pozór niezgodne z rzeczywistością, gdyż dowodzą one, że „pływająca płyta“ piaskowca wogóle nie może doznać sfaldowania wskutek sił poziomych jeżeli grubość jej przekracza 80 metrów, ponieważ P nie może przejść poza wytrzymałość materiału; ale trudność tę możemy wyjaśnić, jeżeli uwzględnimy dążność do pęknięć

i przesunięć wzdłuż powierzchni warstwie, występującą w skałach warstwowych. Jeżeli bowiem zastosujemy rachunek poprzedni do układu n warstw, którym dana jest możność przesuwania się wzdłuż warstwie, otrzymujemy wzory zupełnie analogiczne, tylko ze współczynnikiem g w stosunku n zmniejszonym. Tak n. p. może wystąpić fałdowanie w układzie jedynastu warstw piaskowcowych, o łącznej grubości 10 km., a długość fałd będzie 23 km.; są to wyniki odpowiadające już dość dobrze stosunkom w przyrodzie napotykanym.

Istnienie wielkich obszarów niesfałdowanych łatwo tedy wytłómaczyć, przyjmując, że tam siła P jest mniejsza, lub że warstwy skorupy ziemskiej tak są ze sobą zrośnięte, że przesunięcia styczne wzdłuż warstwie nie mogą tam wystąpić. Zauważyć należy wreszcie, że nawet jednolita płyta skały o strukturze warstwowej (jak łupki, gneisy i t. p.) może się rozdzielić na szereg cieńszych płyt, wskutek równoległych pęknięć poziomych, jeżeli dozna dostatecznie wielkiego przegięcia. Może się zatem zdarzyć, że taka płyta, początkowo tworząc masę zupełnie spojną, przez ciśnienia poziome nie da się żadnym sposobem sfalować, natomiast gdy wskutek jakichbądź sił pionowych zostanie przegięta w pewnym miejscu, wówczas od tego miejsca rozchodzić się będzie coraz dalej postępujące zjawisko poziomego pęknięcia i następnego fałdowania się. W przyrodzie zjawiska te będą odbywały się niewątpliwie w sposób bardziej zawiły, zwłaszcza wskutek pewnej plastyczności skał, która z czasem przeistacza owe deformacje sprężyste w odkształcenia trwałe; ale taki uproszczony, schematyczny obraz może już również ułatwić nam zrozumienie mechanizmu górotwórczego.



Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności.
Serya III. Tom 5. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 45 A.

S. Kępiński: Całkowanie równania $\frac{\partial^2 j}{\partial s^2} - \frac{1}{s} \frac{\partial j}{\partial s} = 0$ (str. 1–10). — S.

Niementowski i M. Seifert: Nowe dwuchinole (str. 11–18). — S. Zaremby: Ogólne rozwiązanie zagadnienia Fouriera (str. 19–118). — T. Godlewski: Aktyń i jego produkt (4 ryc.) (str. 119–132). — S. Niementowski: Kondensacya kwasu antranilowego z benzoyloctanem etylowym (str. 133–144). — St. Opolski: Wpływ światła i ciepła na chlorowanie i bromowanie homologów tiofenu. Część II. (str. 145–155). — A. Witkowski: O rozszerzalności wodoru (5 ryc. i 2 tabl.) (str. 156–193). — K. Olszewski: Dalsze próby skroplenia helu (str. 194–198). — K. Olszewski: Przyczynek do oznaczenia punktu krytycznego wodoru (str. 199–205). — K. Zakrzewski i K. Kraft: O kierunkach głównych w cieczach. Łamiących światło podwójnie wskutek ruchu (11 ryc.) (str. 206–220). — Tadeusz Godlewski: O niektórych promieniotwórczych własnościach uranu (str. 221–237). — W. Baczyński i St. Niementowski: Dwuoksyakrydon i jego pochodne (str. 238–255). — L. Marchlewski i Wł. Matejko: Studya nad biksyną. Część I. (1 tabl.) (str. 256–264). — W. Dziewulski: Wiekowe perturbacye Marsa w ruchu Erosa (str. 265–310). — Sprostowanie do pracy S. Zaremby: Ogólne rozwiązanie zagadnienia Fouriera (str. 311).

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności.
Serya III. Tom 6. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 46 A.

M. Sabat: Wpływ promieni radu na przewodnictwo elektryczne elektrolitów (str. 1–6). — G. Gittelmacher-Wilenko: O hippokoprosterynach (str. 7–10). — E. Romer: Epoka lodowa na Świdowcu (3 tabl., i 8 ryc., str. 11–82). — S. Niementowski: Oksychinakrydyna i florochinyl (str. 83–98). — S. Niementowski: O azoacetanilidzie (str. 99–102). — W. Friedberg: Zagłębie miocenińskie Rzeszowa. Część II (1 mapa orientacyjna, str. 103–128). — M. Smoluchowski: O drodze średniej cząsteczek gazu i o związku jej z teorią dyfuzji (str. 129–140). — K. Cieśliński: O kilku pochodnych cyanku p-ksylilu (str. 141–146). — E. Blumenfeld: O orto-tolyloetylaminie (str. 147–152). — J. Łatkowski: O wpływie białka surowicy krwi na jej punkt marznięcia (str. 153–164). — W. Arnold: O nowej reakcyi nitroprusydkowej moczu (str. 165–170). — A. Ehrenpreis: O działaniu żelazocyanku potasowego na sole dwuazoniowe (str. 171–180). — W. Żłobicki: Pomiary napięcia powierzchniowego metodą małych baniek (21 ryc., str. 181–192). — J. Kozak: O niektórych pochodnych orto- i parabutylołoli trzeczorzędnych (str. 193–242). — T. Nowosielski: O kondensacyi piperylu z aldehydem benzoesowym i amoniakiem (str. 243–250). — Z. Weyberg: Kryształowy klasa bisfenoidu tetragonalnego (1 tabl., str. 251–256). — M. Smoluchowski: Zarys teoryi kinetycznej ruchów Browna i roztworów mętnych (str. 257–282). — L. Bruner: Przyczynek do teoryi działania siarkowodoru na sole metali ciężkich (str. 283–290). — J. Merunowicz i J. Zaleski: Redukcyja pochodnych barwika krwi zapomocą Zn i HCl (str. 291–294). — J. Morozewicz: O metodzie oddzielania potasu i sodu w postaci chloroplatynianów (str. 295–302). — Errata (str. 303).

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności.
Serya III. Tom 7. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 47 A.

M. Smoluchowski: Przyczynek do teoryi ruchów cieczy lepkich, zwłaszcza zagadnień dwuwymiarowych (5 ryc., str. 1–16). — W. Humnicki: O kondensacyi acetoguanony z aldehydami aromatycznymi (str. 17–20). — A. Bolland: O gwałtownej reakcyi oksyhemoglobiny (str. 21–42). — H. Merczyng: Bieg cieczy w ru-

rociągach przy znacznem przecięciu żyły ciekłej i znacznej chyżości (str. 43—62). — L. Grabowski: O błędach fizyologicznych przy pomiarach astronomicznych zapomocą mikrometrów okultacyjnych (str. 63—84). — A. Bolland: O aloinowej reakcy oksyhemoglobiny (str. 87—90). — K. Kling: O aldehydzie para-tolyl-octowym i jego pochodnych (str. 91—98). — Z. Thullie: Zjawiska diamagnetyzmu a teoria elektronów (str. 99—116). — St. Niementowski: Kondensacya kwasu antranilo:wego z benzoyloctanem etylowym (str. 117—134). — L. Bruner i St. Tołłoczko: O szybkości rozpuszczania ciał stałych (część druga z 2 tablicami w tekście) (str. 135—152). — Władysław Złobicki: Wpływ radu na przewodnictwo elektryczne rozтворów koloidowych (z ryciną w tekście) (str. 153—166). — K. Zakrzewski: O analizatorze eliptycznym półcieniowym (z 2 rycinami w tekście) (str. 167—178). — M. Smoluchowski: Teorya kinetyczna opalescencyi gazów w stanie krytycznym oraz innych zjawisk pokrewnych (str. 179—198). — Henryk Merczyng: Podręcznik matematyczny szkół polskich za Zygmunta III-go (z 3 rysunkami) (str. 199—218). — Jan Lewiński: Utwory jurajskie t. zw. „pasma Sulejowskiego“ (z jedną ryciną) (str. 219—244).

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III. Tom 8. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 48 A.

J. Lewiński: Pasma przedborskie (z tablicą I) (str. 1—28). — Z. Motylewski: Dwuhydrooksychinoksalin i jego pochodne (str. 29—42). — J. Bielecki: O trójaldehynie mezytylenowym (1, 3, 5-trójmetylalbenzenie) (str. 43—46). — J. Bielecki i A. Koleniew: O wpływie grup metylowych na własności farbiarskie barwników zasadowych trójfenylmetanowych (str. 47—60). — J. Browiński: O obecności kwasów proteinowych we krwi (str. 61—74). — K. Jabłczyński: Kataliza w układzie niejednołitym; rozkład chlorku chromawego przy blaszce platynowej (str. 75—106). — M. Dziurzyński: O międzycząsteczkowej przemianie dwufenylhydrazofenyli pod wpływem chlorowodoru w roztworze benzolowym (str. 107—118). — K. Olaszewski: Skraplanie gazów. Szkice historyczne (z tablicami II, III i IV) (str. 119—142). — Z. Klemensiewicz: Chlorek antymonawy jako roztwórnik ionizujący (z 5 rys.) (str. 143—164). — K. Jabłczyński: Kinetyka reakcyj następczych; redukcya kwasu chromowego przez kwas szczawowy (str. 165—168). — F. Kamiński: Nowe ułatwienie w badaniach mikroskopowych i mikrofotografii stereoskopowej (stolik wahający się) (z 2 rys.) (str. 169—180). — A. Korczyński: O solach anormalnych (z 1 rys.) (str. 181—194). — J. Buraczewski i T. Koźniewski: Jodowe pochodne strychniny i brucyny (str. 195—200). — K. Kling: O alkoholach tolyloetylowych (str. 201—206). — K. Jabłczyński: Zależność pomiędzy szybkością mieszania a szybkością reakcyi w układach niejednołitych (str. 207—210). — St. Bądzynski i W. Humnicki: Badania ilościowe nad zachowaniem się w ustroju salolu oraz glicerydu dwustearylu-salicylowego (str. 211—224). — G. G. Wilenko i Z. Motylewski: O działaniu sodu na cholesterynę w wysoku amyłowym (str. 225—229).

Rozprawy Wydziału mat.-przyrod. wychodzą od r. 1901 w dwóch działach A. (nauki matematyczno-fizyczne), B. (nauki biologiczne).

Każdy dział będzie wychodził w zeszytach, obejmujących o ile możności cały materiał posiedzenia miesięcznego Wydziału (których jest 10 do roku), w całych arkuszach druku z ciągłą paginacją. Z końcem roku dołączona zostanie do ostatniego zeszytu każdego działu karta tytułowa i spis prac w tomie zawartych. Bez względu na możliwą ilość materiału, zawartego w tomie, ilość rycin lub tablic, cena tomu z działu A. wynosić będzie 8 kor., a z działu B. 10 kor. rocznie — w Królestwie Polskiem dział A. 3 rs., a dział B. 4 rs. rocznie.

Skład główny; na Galicyę: — Księgarnia Spółki wydawniczej w Krakowie,
na Królestwo Polskie: Księgarnia Gebethnera i Wolffa w Warszawie.