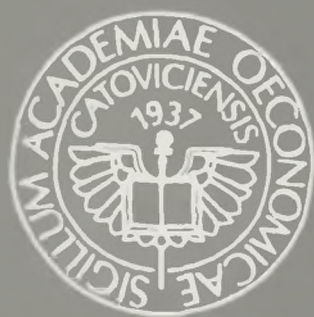


STUDI E K O N O M I C Z N E



AKADEMIA EKONOMICZNA
im. Karola Adamieckiego w Katowicach

RYZYZKO W PROCESACH GOSPODARCZYCH, SPOŁECZNYCH I INWESTYCJACH KAPITAŁOWYCH

Redaktor naukowy
Włodzimierz Szkutnik

57

ZESZYTY NAUKOWE

**RYZYSKO W PROCESACH
GOSPODARCZYCH, SPOŁECZNYCH
I INWESTYCJACH KAPITAŁOWYCH**

ZESZYTY NAUKOWE

AKADEMII EKONOMICZNEJ IM. KAROLA ADAMIECKIEGO

„Studia Ekonomiczne”

**RYZYO W PROCESACH
GOSPODARCZYCH, SPOŁECZNYCH
I INWESTYCJACH KAPITAŁOWYCH**



Katowice 2009

Sygn. W 119348

Komitet Redakcyjny

Krystyna Lisiecka (przewodnicząca), Anna Lebda-Wyborna (sekretarz),
Halina Henzel, Anna Kostur, Maria Michałowska, Grażyna Musiał, Irena Pyka,
Marian Sołtysik, Stanisław Stanek, Stanisław Swadźba,
Janusz Wywiał, Teresa Żabińska

Redaktor naukowy

Włodzimierz Szkutnik

Recenzent

Tadeusz Stanisław

Paweł Dittmann



Redaktor

Karolina Koluch

© Copyright by Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej
w Katowicach 2009

ISBN 978-83-7246-469-9

Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej
im. Karola Adameckiego w Katowicach

ul. 1 Maja 50, 40-287 Katowice, tel. 032 257-76-35, fax 032 257-76-43
www.ae.katowice.pl, e-mail: wydawnictwo@ae.katowice.pl

D107-3 / 10

SPIS TREŚCI

WSTĘP	7
Jan Acedański: CENY AKCJI W WYBRANYCH MODELACH DSGE Z SEKTOREM PRODUKCJI.....	9
Summary	36
Maria Balcerowicz-Szkutnik: ANALIZA RYZYKA DEMOGRAFICZNEGO W POLSCE I WYBRANYCH KRAJACH UNII EUROPEJSKIEJ	37
Summary	56
Magdalena Chmielewicz-Lewczuk: ANALIZA KOSZTÓW W POLSKICH ZAKŁADACH UBEZPIECZEŃ W LATACH 2003-2007	57
Summary	68
Monika Hadaś: EFEKTYWNOŚĆ SIECI NEURONOWEJ W ANALIZIE PORTFELOWEJ NA PRZYKŁADZIE SPÓŁEK GPW W WARSZAWIE	69
Summary	89
Bartosz Ławędziak: SEKURYTYZACJA RYZYKA EKONOMICZNEGO NA PODSTAWIE INDEKSU MRD UWZGLĘDNIAJĄCEGO UWARUNKOWANIA POGODOWE.....	91
Summary	107
Agnieszka Przybylska-Mazur: ZASTOSOWANIE TESTU PESARANA- -TIMMERMANNA DO PROGNOZOWANIA KIERUNKU ZMIAN WSKAŹNIKA INFLACJI.....	109
Summary	119
Maciej Pichura: PORÓWNANIE MOŻLIWOŚCI INWESTYCYJNYCH WYBRANYCH OPCJI EGZOTYCZNYCH I WANILIOWYCH	121
Summary	132

Anna Romowicz: PRÓBA OCENY WYCZUCIA RYNKU PRZEZ MENEDŻERÓW POLSKICH FUNDUSZY INWESTYCYJNYCH	133
Summary	141
Elżbieta Sojka: Z BADAŃ NAD ROZWOJEM DEMOGRAFICZNYM I GOSPODARCZYM POWIATÓW WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO – ANALIZA TAKSONOMICZNA	143
Summary	166
Włodzimierz Szkutnik: KONCEPCJA MODELOWANIA STRUKTURY ZABEZPIECZEŃ W ZARZĄDZANIU EKSTREMALNYM RYZYZKIEM	167
Summary	177
Włodzimierz Szkutnik: ZARZĄDZANE PRZEWIDYWANIE NIEWYPŁACALNOŚCI FIRM UBEZPIECZENIOWYCH ASPEKT STATYSTYCZNY	179
Summary	199
Alicja Wolny-Dominiak: SZACOWANIE POZIOMU ZMIENNYCH TARYFIKACYJNYCH W UBEZPIECZENIACH TYPU NON-LIFE	201
Summary	209

WSTĘP

Ryzyko i jego pomiar, jako temat podstawowy artykułów Zeszytu Naukowego zatytułowanego *Ryzyko w procesach gospodarczych, społecznych i inwestycjach kapitałowych*, jest sformalizowane w modelach statystycznych, ekonometrycznych i mających inną formę modelach podejmowania decyzji w warunkach ryzyka i niepewności. Niepewność decyzyjna będąca wyjściową przesłanką konstruowania procedur prowadzących do modeli ryzyka skłania badaczy do przyjmowania założeń w miarę adekwatnych do realnych zachowań decydentów i procesów zachodzących w otoczeniu gospodarczo-społecznym. Umożliwia to jednocześnie uwzględnienie ryzyka wobec przyszłości niepewnej lub nie w pełni określonej.

Zakres badań podjętych w tym zeszycie wyznacza kierunki i rozwija koncepcje podejmowane z różnych punktów widzenia w literaturze krajowej i światowej. Autorzy odnoszą się w nich do najnowszych trendów naukowych mających znaczenie praktyczne, które rozpatrywane w kontekście pragmatycznym nurtują decydentów mających różnorodne doświadczenia i poglądy na praktykę zarządzania państwem, regionem i przedsiębiorstwem. Uwzględnienie aktywności decydentów w obszarze inwestycji kapitałowych uogólnia w pewnym znaczeniu wszystkie inne formy ich empirycznej postawy, prezentowanej i kształtowanej w aspekcie behawioryzmu w inwestowaniu.

Niniejszy zeszyt wprowadza w różne formy analizy, od ściśle formalnych ujęć uwzględniających procesy stochastyczne i modele zjawisk „zaburzonych” procesami resztowymi o wyrafinowanej analitycznej formie probabilistycznej do analiz opartych na autentycznych danych charakteryzujących obiekty otoczenia gospodarczego i społecznego, w których zastosowano pragmatyczne konstrukcje statystyczno-opisowe. Wyniki i wnioski, jakie przy tym uzyskano, skłaniają do rozwijania prowadzonych aktualnie badań. Szczególnie ważne wydaje się uwzględnienie w tych badaniach zmiennych otoczenia i niekorzystnych w aspekcie finansowym nowych uwarunkowań inwestycyjnych.

Rozwój czy stagnacja, inwestycje czy nadmiernie zachowawcze postawy stanowią obecnie dylemat, przed którym stoi globalna i regionalna gospodarka. Oczywiście wymiar ryzyka nabiera tu specyficznego znaczenia i staje się jeszcze bardziej dowartościowany. Szukanie nowych form i metod analizy procesów

finansowych i kapitałowych, a zatem i gospodarczych stanowi nie lada wyzwanie dla naukowego podejścia w teorii ryzyka gospodarczego.

Autorzy artykułów, będący pracownikami i doktorantami Akademii Ekonomicznej w Katowicach i Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, w aktywnym ujęciu analizowanych problemów wskazują na możliwość rozwijania swych zainteresowań, które niewątpliwie implikują ich dalszy rozwój naukowy.

Włodzimierz Szkutnik

Jan Acedański

CENY AKCJI W WYBRANYCH MODELACH DSGE Z SEKTOREM PRODUKCJI

Wzrastająca rola rynków finansowych w świecie oraz potencjalne zagrożenia dla sfery gospodarczej spowodowane zaburzeniami na tych rynkach stanowią przyczynę intensywnych badań na styku makroekonomii i finansów. W ostatnich latach powstało wiele prac teoretycznych podejmujących próbę spójnego wyjaśniania obserwowanych wahań kategorii makroekonomicznych oraz zachowania się rynków finansowych, przede wszystkim rynków akcji i obligacji. Zdecydowana większość prac w analizach wykorzystuje modele DSGE. Opierają się one na założeniu, że kształtowanie się badanych zmiennych jest efektem wyborów indywidualnych podmiotów pomiędzy alokacją zasobów w czasie a różnymi stanami otoczenia gospodarczego skoordynowanymi przez mechanizm równowagi rynkowej. Narzędziem umożliwiającym zaplanowaną alokację są właśnie aktywa. Stąd decyzje dotyczące kategorii makroekonomicznych determinują jednocześnie zachowanie się cen aktywów.

Jak podkreśla Cochrane [13] (por. także [15]), badanie implikacji wpływających z modeli równowagi ogólnej dla cen aktywów jest ważne zarówno z punktu widzenia makroekonomii, jak i finansów. Te same czynniki, przede wszystkim krańcowa użyteczność majątku, determinują kształtowanie się wielkości makroekonomicznych oraz finansowych, więc jeżeli wnioski wpływające z modelu stoją w wyraźnej sprzeczności z obserwowanymi cenami aktywów, wówczas jest to dowód na istnienie poważnych wad w samej konstrukcji modelu makroekonomicznego. Dobrym przykładem jest tutaj zagadka premii akcyjnej [37]. Podstawowym celem stosowania omawianych modeli w finansach jest identyfikacja ryzyka makroekonomicznego, które jest wyceniane przez rynek. Takich możliwości nie oferują modele czynnikowe.

Celem artykułu jest zbadanie, w jakim stopniu współczesne modele są w stanie łącznie wyjaśniać wahania kategorii makroekonomicznych, kształtowa-

nie się cen akcji oraz ich wzajemne powiązania. W szczególności skoncentrowano się na zagadnieniu prognozowalności nadwyżkowych stóp zwrotu (ang. *excess return*) oraz wskaźnikach wyprzedzających. Poddano analizie podstawowy model RBC oraz klasyczny model Jermanna [31] uwzględniający realne sztywności w gospodarce i przyzwyczajenia w funkcji użyteczności konsumentów. Przedstawiono także najnowsze koncepcje: przyzwyczajęń z długą pamięcią [29], długookresowego ryzyka konsumpcji [32] oraz niejednorodności konsumentów [26].

Prognozowalność zwykle sprawdza się podczas badania istotności parametrów linii regresji przyszłych stóp zwrotu w zależności od bieżących wartości wskaźnika dywidenda/cena (DP). Dla rzeczywistych danych takie testy nie wskazują jednoznacznie na odrzucenie hipotezy o braku prognozowalności (por. [24]). Jednak znacznie mocniejszych dowodów na prognozowalność stóp zwrotu dostarcza brak możliwości prognozowania stóp wzrostu przyszłych dywidend, wyraźnie widoczny w wynikach badań [14]. Tymczasem nawet jeśli prezentowane w artykule modele zachowują się zgodnie z rzeczywistością w przypadku pierwszego rodzaju testu, to wszystkie zdecydowanie wskazują na prognozowalność stóp wzrostu przyszłych dywidend. Podobnie modele te mają trudności z odwzorowaniem wyprzedzeń zmian stóp procentowych oraz stóp zwrotu z akcji w stosunku do zmian poziomu aktywności gospodarczej, co wskazuje na wady ich struktury dynamicznej.

Artykuł ma również na celu przybliżenie problematyki łącznego modelowania zmiennych makroekonomicznych i cen akcji we współczesnych modelach DSGE. Modele te wymagają korzystania ze złożonych procedur obliczeniowych, dlatego na stronie internetowej autora¹ zamieszczono skrypty programu MATLAB oraz DYNARE wykorzystane do rozwiązania oraz symulacji przedstawionych w pracy modeli. Ich analiza pozwoli na lepsze zrozumienie narzędzi badawczych stosowanych obecnie na styku makroekonomii oraz finansów. Tam też znajduje się załącznik, w którym omówiono bardziej szczegółowo zastosowane metody rozwiązywania modeli.

Zgodność wniosków płynących z analizowanych modeli z danymi empirycznymi weryfikowano w powszechnie przyjęty w literaturze sposób. Po wyspecyfikowaniu modelu część parametrów była kalibrowana, część estymowana metodą dopasowywania momentów (ang. *matching moments*). Następnie symulacyjnie wyznaczano badane charakterystyki modeli, które były porównywane z odpowiadającymi im rzeczywistymi parametrami gospodarki USA.

¹ <http://web2.ac.katowice.pl/jaced>

Artykuł składa się z trzech części. W części pierwszej przedstawiono stylizowane fakty dotyczące wahań makroekonomicznych oraz rynku akcji. Fakty te stanowią punkt odniesienia do wniosków wypływających z rozważanych modeli. W kolejnej części omówiono klasyczny model RBC stanowiący podstawę analizowanych modeli oraz wyniki jego symulacji. W części trzeciej scharakteryzowano modyfikacje tego modelu mające na celu wyeliminowanie jego słabości.

1. Stylizowane fakty

Dane kwartalne odnoszą się do gospodarki USA w okresie od I 1947 do IV 2006. W tabeli 1 zestawiono momenty analizowanych w pracy zmiennych makroekonomicznych. Punktem odniesienia do modelowania sfery realnej jest poziom zmienności realnego PKB mierzony odchyleniem standardowym kwartalnych stóp wzrostu – $\sigma(\Delta Y)$, a także zmienność zagregowanej konsumpcji oraz inwestycji w stosunku do zmienności PKB: $\sigma(\Delta C)/\sigma(\Delta Y)$, $\sigma(\Delta I)/\sigma(\Delta Y)$. Tak mierzone wahania PKB wynosiły około 1%. Zmienność konsumpcji była nieco niższa, natomiast inwestycji – prawie 2,5-krotnie wyższa niż produkcji globalnej.

Tabela 1

Wahania kategorii realnych

$\sigma(\Delta Y)$	$\sigma(\Delta C) / \sigma(\Delta Y)$	$\sigma(\Delta I) / \sigma(\Delta Y)$
1,05	0,78	2,38

$\sigma(\Delta X)$ oznacza odchylenie standardowe stóp wzrostu zmiennej X wyrażone w procentach; C – realne spożycie dóbr nietrwałych, usług oraz konsumpcja sektora rządowego; I – realne wydatki na dobra trwałego użytku, inwestycje w majątek trwały oraz inwestycje sektora rządowego; $Y = C + I$; deflator: indeks cen konsumpcyjnych (CPI-U All items); dane kwartalne: I 1947-IV 2006.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: NIPA Tables, US Department of Commerce; CPI Tables, US Department of Labor.

W tabeli 2 zamieszczono momenty zmiennych opisujących rynek akcji. Cechą charakterystyczną jest znacznie wyższa stopa zwrotu z akcji $E(R_t)$ w porównaniu do stopy zwrotu z papierów wartościowych pozbawionych ryzyka $E(R_t^f)$. Różnica, czyli premia akcyjna $E(EP_t)$, dla badanego okresu wynosi prawie 8%². Poza tym ważną cechą jest niska zmienność wahań stóp procentowych

² Autorzy, korzystając z innych danych obejmujących także różne okresy, podają zwykle nieco mniejsze wyniki, około 6% (por. na przykład tabela 12 w [9]). Ponadto istnieje wiele prac wskazujących, że faktyczny poziom premii akcyjnej jest jeszcze niższy. Wśród czynników zawyżających obserwowane wartości wymienia się między innymi lewarowanie (por. [41]) oraz efekt przetrwania (ang. *survivorship bias*, por. [7]). Podkreśla się także, że w ostatnich latach poziom premii akcyjnej rzeczywiście się obniżył (por. [30]).

$\sigma(R_t^f)$. W przypadku analizowanego okresu wynosi ona około 2% w skali roku³. Średnia stopa wzrostu dywidend $E(\Delta D_t)$ przekraczająca nieco 2% jest zbliżona do rocznej stopy wzrostu gospodarki USA. Wskaźnik dywidenda/cena $E(DP_t)$ wynosi około 3,5%. Cechuje się on także wysokim współczynnikiem autokorelacji, przekraczającym 0,9. Niską korelacją charakteryzują się stopy zwrotu z akcji oraz papierów wartościowych pozbawionych ryzyka. Choć warunkowa oczekiwana premia za ryzyko $E_t(E P_{t+1})$ nie jest bezpośrednio obserwowalna, z wielu prac (por. np. [21]) wynika, że jest ona ujemnie skorelowana z cyklem koniunkturalnym. Wzrasta w okresie recesji, a spada w czasie boomu.

Tabela 2

Momenty zmiennych finansowych

X	R_t	R_t^f	$EP_t = R_t - R_t^f$	$\Delta D_t = D_t / D_{t-1}$	$DP_t = D_t / P_t$
$E(X)$	8,84	0,86	7,99	2,16	3,64
$\sigma(X)$	15,39	2,46	14,86	6,27	1,46
Korelacje					
$\rho(R_t, R_t^f)$		$\rho(DP_t, DP_{t-1})$		$\rho(E_t(E P_{t+1}), Y_t)$	
0,14		0,93		< 0	

Wszystkie wyniki podano w procentach dla okresów rocznych; R_t , D_t , P_t wyznaczono na podstawie indeksu S&P500; R_t^f – realna stopa zwrotu z 90-dniowych bonów skarbowych; $\rho(E_t(E P_{t+1}), Y_t)$ oznacza współczynnik korelacji pomiędzy oczekiwaną warunkową premią akcyjną a dynamiką PKB; dane roczne: 1947-2006.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony internetowej prof. Roberta Shillera: http://www.econ.yale.edu/~shiller/data/ie_data.xls

W tabeli 3 znajdują się oszacowania parametrów linii regresji przyszłych nadwyżkowych stóp zwrotu w zależności od obecnych wartości wskaźnika DP. Istotność współczynnika kierunkowego wskazuje na możliwość prognozowania stóp zwrotu, która jest tym silniejsza, im dłuższy jest horyzont prognozy. Dla jednorocznych stóp zwrotu R^2 jest równy około 9%, natomiast dla 5-letnich jest to już prawie 32%. Wzrastająca prognozowalność w przypadku długich horyzontów prognozy jest jednak przede wszystkim efektem statystycznym, na który składa się prognozowalność dla krótkich horyzontów, duża inercja zmiennej objaśniającej oraz większa ilość pokrywających się informacji w kolejnych okresach w przypadku odległych horyzontów prognozy (jest to skutek rolowania obserwacji). Podobne wyniki można uzyskać stosując inne zmienne finansowe oraz makroekonomiczne zamiast wskaźnika DP.

³ Gdyby uwzględnić dane sprzed II wojny światowej, zmienność ta byłaby znacznie wyższa, około 5% (por. [9]).

Tabela 3

Prognozowalność nadwyżkowych stóp zwrotu oraz stóp wzrostu dywidend

Szacowany model	Parametr	1 rok	2 lata	3 lata	5 lat
$\ln(R_{t,h} - R^f_{t,h} + 1) = a_r + b_r \ln(DP_t)$	b_r	0,10	0,19	0,28	0,49
	Istotność	0,03	0,01	0,00	0,00
	R^2 (%)	8,7	15,8	20,7	31,8
$\ln(\Delta D_{t,h}) = a_d + b_d \ln(DP_t)$	b_d	0,01	0,03	0,04	0,05
	Istotność	0,68	0,50	0,41	0,22
	R^2 (%)	0,5	1,3	1,7	2,7
Dekompozycja wariancji wskaźnika DP: udział $R_{t,h}$: 169%, udział $\Delta D_{t,h}$: -44%					

h – horyzont prognozy w latach ($h = 1, 2, 3, 5$); parametry szacowane klasyczną metodą najmniejszych kwadratów; ich błędy standardowe szacowane metodą Neweya-Westa uwzględniającą heteroskedastyczność oraz autokorelację składników losowych; istotność na podstawie kwantyli rozkładu t -Studenta; udziały poszczególnych składowych w zmienności wskaźnika DP oblicza się jako (por. [12]): $\text{cov}(\ln DP_t, \sum_{h=1}^{15} \omega^{t-1} \ln x_{t+h}) / D^2(\ln DP_t)$, gdzie $\omega = 1/(1 + \overline{DP})$, a zamiast x_{t+h} są podstawiane odpowiednio $R_{t,h}$ oraz $-\Delta D_{t,h}$; dane roczne: 1947-2006.

Zaprezentowane podejście do badania prognozowalności ma istotne wady. Wśród zastrzeżeń wymienia się między innymi: stosowanie rozkładu t -Studenta do badania istotności parametrów w przypadku istnienia pierwiastka jednostkowego zmiennej niezależnej [33], brak prognozowalności stóp zwrotu *ex post* ([24], por. także [11]), nieliniowy charakter powiązań pomiędzy badanymi zmiennymi [25; 35]. Znacznie konkretniejszych dowodów na prognozowalność stóp zwrotu dostarcza tymczasem brak prognozowalności stóp wzrostu przyszłych dywidend [14], co ilustruje druga część tabeli 3. Jeśli bowiem zarówno stopy zwrotu z akcji, jak i stopy wzrostu dywidend nie byłyby prognozowalne, wtedy wskaźnik DP_{*t*} musiałby być stały w czasie, tymczasem jego współczynnik zmienności przekracza 40% (patrz tabela 2). Dowodów na to dostarcza również dekompozycja wariancji wskaźnika DP_{*t*}. Ostatnia część tabeli 3 wskazuje, że praktycznie cała jego zmienność jest spowodowana wahaniami przyszłych stóp zwrotu (169%). Natomiast większa zmienność przyszłych stóp wzrostu dywidend redukuje wariancję wskaźnika DP.

Tabela 4

Wskaźniki wyprzedzające

Zmienne (X_k, Y_l)	$X_k \rightarrow Y_l$	$X_k \leftrightarrow Y_l$	$X_k \leftarrow Y_l$
$R_t, \Delta Y_t$	0,00	0,00	0,90
$\Delta R^f_t, \Delta Y_t$	0,00	0,00	0,00
$R_t, \Delta R^f_t$	0,58	0,45	0,50

W kolumnach zestawiono istotność statystyk testów przyczynowości Grangera w trójrównanowym modelu VAR(4) w postaci $\mathbf{X}_t = \mathbf{a}_0 + \sum_{i=1}^4 \mathbf{a}_i \mathbf{X}_{t-i} + \zeta_t$, gdzie $\mathbf{X}_t = [R_t, \Delta R^f_t, \Delta Y_t]'$ (por. [27], rozdział 11); dane kwartalne: I 1947-IV 2006.

W tabeli 4 zestawiono wyniki badania testów przyczynowości Grangera w modelu VAR(4) obejmującym trzy zmienne: stopę zwrotu z indeksu giełdowego, zmianę krótkookresowych stóp procentowych oraz zmianę PKB. Istnienie statystycznie istotnej przyczynowości w kierunku od obu zmiennych finansowych do zmiennej opisującej sferę realną ($X \rightarrow Y$) wskazuje, że zmiany na rynkach finansowych wyprzedzają zmiany poziomu aktywności gospodarczej. Ponadto występują także powiązania jednoczesne pomiędzy rynkami.

2. Podstawowy model RBC i ceny aktywów

Wszystkie analizowane w pracy modele są modyfikacjami stochastycznego modelu wzrostu Ramseya. W modelu tym reprezentatywny konsument charakteryzuje się funkcją oczekiwaną użyteczności o stałym współczynniku względnej awersji do ryzyka (CRRA):

$$U(\{C_t\}_{t=1}^{\infty}) = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{C_t^{1-\nu} - 1}{1-\nu} \right] \quad (1)$$

gdzie β jest współczynnikiem dyskontującym, C_t oznacza poziom konsumpcji w okresie t , natomiast $\nu > 0$ jest współczynnikiem względnej awersji do ryzyka. E_t jest operatorem wartości oczekiwanej ze względu na informacje w okresie t . Konsumpcja jest finansowana z wynagrodzenia za pracę W_t , dywidend D_t oraz przychodów ze sprzedaży akcji. Ograniczenie budżetowe konsumenta jest więc w postaci:

$$C_t + S_t - P_t = W_t N_t + S_t (P_t + D_t) \quad (2)$$

gdzie:

$0 \leq W_t \leq 1$ – odsetek czasu poświęcony na pracę,

P_t – cena akcji,

S_t – ilość posiadanych akcji w okresie t .

Reprezentatywne przedsiębiorstwo, wykorzystując kapitał K_t oraz pracę N_t , wytwarza towar zgodnie z funkcją produkcji Cobba-Douglasa:

$$Y_t = Z_t K_t^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

Z_t jest losowym zaburzeniem produktywności opisywanym przez proces autoregresyjny AR(1):

$$\ln Z_t = \rho \ln Z_{t-1} + \varepsilon_t, 0 < \rho < 1, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (4)$$

A_t reprezentuje deterministyczny postęp techniczny o stałej stopie wzrostu γ :

$$A_t = \gamma A_{t-1} \quad (5)$$

Zasób kapitału jest zwiększany przez inwestycje I_t oraz zmniejszany w wyniku deprecjacji o stałą część δ . Jego ewolucja jest więc dana równaniem:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t \quad (6)$$

W każdym okresie przedsiębiorstwo decyduje, ile jednostek pracy zatrudnić oraz jaką część przychodów zainwestować w zwiększenie zasobu kapitału w następnym okresie, maksymalizując swoją wartość w oczach akcjonariuszy, czyli użyteczność z uzyskiwanych przez nich dywidend, przy czym finansuje ono nakłady inwestycyjne jedynie z uzyskanych przychodów, nie emitując nowych akcji ani nie zaciągając innych zobowiązań⁴:

$$V_t = \max_{N_t, I_t, K_{t+1}} E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} M_{t+i} (Y_{t+i} - W_{t+i} N_{t+i} - I_{t+i}) \right] = \max_{N_t, I_t, K_{t+1}} E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} M_{t+i} D_{t+i} \right] \quad (7)$$

gdzie M_t jest krańcową stopą międzyokresowej substytucji konsumpcji, w literaturze nazywaną również stochastycznym czynnikiem dyskontującym (ang. *stochastic discount factor*):

$$M_{t+i} = \frac{\partial U / \partial C_{t+i}}{\partial U / \partial C_t} = \frac{MU_{t+i}}{MU_t} \quad (8)$$

Zakłada się przy tym, że rynek pracy jest doskonale konkurencyjny⁵, a więc że płaca W_t jest równa krańcowemu produktowi pracy:

$$W_t = (1 - \alpha) Z_t K_t^\alpha (A_t N_t)^{-\alpha} \quad (9)$$

⁴ Uchylenie tego założenia pozwala na bardziej realne modelowanie polityki przedsiębiorstwa w zakresie pozyskiwania kapitału. Przykładowo Jermann [31] uwzględnia także emisję obligacji.

⁵ Nie jest to realistyczne założenie, jednak pozwala na ominięcie problemów związanych z analizą rynku pracy i sztywności, którymi się charakteryzują w omawianych modelach. Problemy związane z modelowaniem rynku pracy przy analizie cen aktywów omówiono w: [44; 29].

Ceny aktywów

Powyższy model nie tylko determinuje zachowanie się agregatów makroekonomicznych, ale także ceny papierów wartościowych. Stopa zwrotu z akcji jest równa:

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t} \quad (10)$$

Jak pokazali Restoy i Rockinger [39], cenę akcji P_t w takim modelu można wyznaczyć jako:

$$P_t = \frac{K_{t+1}}{\partial K_{t+1} / \partial I_t} \quad (11)$$

Wyrażenie $\partial K_{t+1} / \partial I_t$ oznacza pochodną równania ruchu kapitału (6) ze względu na inwestycje. Powyższy wzór łatwo wyjaśnić intuicyjnie. Cena akcji odzwierciedla cenę majątku przedsiębiorstwa, w tym przypadku cenę kapitału (licznik) oraz nakłady potrzebne na jego zwiększenie (mianownik). Gdyby nie występowały koszty instalacji nowego kapitału, tak jak to jest na przykład w przypadku prezentowanego wyżej modelu RBC, a więc wszystkie nakłady inwestycyjne bezpośrednio zwiększałyby zasób kapitał, cena akcji byłaby równa zainstalowanemu kapitałowi. Jeżeli zainstalowanie nowego majątku jest kosztowne – mianownik w (11) jest mniejszy od 1 – wówczas cena akcji przewyższa zasób kapitału, ponieważ uwzględnia nie tylko wartość kapitału, ale także koszty, które należy ponieść, aby zwiększyć jego zasób do pożądanego poziomu. W załączniku B przedstawiono formalne wyprowadzenie wzoru (11) i jego powiązanie ze współczynnikiem q Tobina.

Mimo że w modelu nie pojawiają się aktywa wolne od ryzyka, ich cenę P_t^f można wyznaczyć zgodnie z klasycznym wzorem Lucasa [36] (por. także [12]):

$$P_t^f = E_t(M_{t+1}) = \frac{E_t(\partial U / \partial C_{t+1})}{\partial U / \partial C_t} \quad (12)$$

Ceny aktywów w okresie t , które w okresie następnym generuje pewną wypłatę równą 1, są równe oczekiwanej krańcowej stopie międzyokresowej substytucji. Jeśli bowiem konsument ceni sobie bardziej konsumpcję dzisiejszą w stosunku do przyszłej, a więc im niższa jest krańcowa stopa substytucji międzyokresowej, tym niższa musi być cena aktywów, aby konsument był skłonny do rezygnacji

z dzisiejszej konsumpcji i zainwestowania majątku w zakup obligacji. Stopa zwrotu z papieru wartościowego pozbawionego ryzyka R_t^f jest równa:

$$R_t^f = \frac{1}{P_t^f} \quad (13)$$

Dobór parametrów modelu

We wszystkich modelach prezentowanych w artykule, oprócz ostatniego, parametry są dobierane dwiema metodami. Część z nich jest kalibrowana, tzn. są one ustalane odgórnie na podstawie osobnych badań. Wartości tych parametrów są identyczne we wszystkich prezentowanych modelach. Wśród parametrów kalibrowanych są: stopa postępu technicznego γ , udział kapitału w funkcji produkcji α , stopa deprecjacji kapitału δ oraz współczynnik awersji do ryzyka ν . Wartości tych parametrów zestawiono w tabeli 5. Kwartalna stopa postępu technicznego równa 0,5% odpowiada średniej rocznej stopie wzrostu gospodarczego gospodarki USA równej około 2%. $\alpha = 0,36$ jest wartością standardowo stosowaną w modelach cyklu koniunkturalnego i odpowiada udziałowi dochodów z kapitału w PKB. Kwartalna stopa deprecjacji jest równa 1,36%, co odpowiada stopie deprecjacji kapitału w USA w latach 1948-2001 [20]. W literaturze nie ma zgody co do wartości ν . Przyjęto standardowo stosowaną przy porównywaniu modeli wartość $\nu = 5$.

Tabela 5

Wartości parametrów kalibrowanych w pracy

Parametr	γ	α	δ	ν
Wartość	1.005	0.36	0.0136	5

Wartości te dotyczą wszystkich modeli z pracy poza ostatnim.

Pozostałe parametry szacuje się metodą dopasowywania momentów (ang. *matching moments*). Ich wartości ustala się na takim poziomie, aby wybrane momenty zmiennych w modelu były jak najbliższe odpowiadającym im wartościom obserwowanym w rzeczywistości. Funkcja straty opisująca jakość dopasowania ma postać $F(\mathbf{m}_m) = (\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_r)'(\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_r)$, gdzie \mathbf{m}_m jest wektorem momentów wynikających z modelu, a \mathbf{m}_r wektorem ich odpowiedników obserwowanych w rzeczywistości. W praktyce minimum funkcji $F(\mathbf{m}_m)$ jest szukane dla zbioru wybranych punktów z przestrzeni parametrów. Wynika to z faktu, że momenty \mathbf{m}_m wyznacza się symulacyjnie, a więc są zmiennymi losowymi o nieznanym rozkładzie i trudno tu stosować deterministyczne formuły optymalizacyjne.

W analizowanym modelu w ten sposób wyznaczono trzy brakujące parametry: β , ρ oraz σ_z . W przypadku pierwszych dwóch parametrów dopasowywano momenty opisujące cykl koniunkturalny: względną zmienność konsumpcji oraz inwestycji w stosunku do PKB. σ_z ustalono w taki sposób, aby wahania produkcji globalnej odpowiadały wartości obserwowanej w rzeczywistości. Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 6.

Tabela 6

Parametry klasycznego modelu RBC dobierane metodą dopasowywania momentów

Parametr	$\tilde{\beta}$	ρ	σ_z
Wartość	0,97	0,99	0,0105

Funkcja straty była minimalizowana dla parametrów z przedziału: $\tilde{\beta} = \beta\gamma^{1-\nu} \in [0,95; 0,995]$, $\rho \in [0,95; 0,995]$.

Współczynnik dyskontujący dla modelu stacjonarnego $\tilde{\beta} = \beta\gamma^{1-\nu}$ (patrz wzór (A5')) w załączniku) równy 0,97 implikuje współczynnik dyskontujący w modelu wyjściowym β na poziomie 0,99.

Wyniki dla modelu RBC

W tabeli 7 przedstawiono implikacje standardowego modelu RBC dla zmiennych makroekonomicznych oraz finansowych. Pogrubioną czcionką oznaczono momenty będące punktem odniesienia w dopasowaniu wolnych parametrów modelu. Stąd są one bardzo zbliżone do momentów empirycznych przedstawionych w poprzednim rozdziale (przedstawiono je w nawiasach).

Tabela 7

Symulowane momenty w klasycznym modelu RBC

A. Wahania kategorii makroekonomicznych					
$\sigma(\Delta Y)$	$\sigma(\Delta C) / \sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta I) / \sigma(\Delta Y)$		
1,05 (1,05)	0,79 (0,78)		2,36 (2,38)		
B. Momenty zmiennych finansowych					
X	R_t	R_t^f	$EP_t = R_t - R_t^f$	$\Delta D_t = D_t / D_{t-1}$	$DP_t = D_t / P_t$
$E(X)$	14.83 (8,84)	14,82 (0,86)	0,01 (7,99)	2,01 (2,16)	11,92 (3,64)
$\sigma(X)$	0,87 (15,39)	0,84 (2,46)	0,11 (14,86)	0,45 (6,27)	0,32 (1,46)
Korelacje					
$\rho(R_t, R_t^f)$		$\rho(DP_t, DP_{t-1})$		$\rho(E_t(EP_{t+1}), Y_t)$	
0,96 (0,14)		0,99 (0,93)		0,35 (< 0)	
Udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej: <0,01%					

C. Prognozowalność nadwyżkowych stóp zwrotu oraz stóp wzrostu dywidend					
Szacowany model	Parametr	1 rok	2 lata	3 lata	5 lat
$\ln(R_{t,h} - R_{t,h}^f + 1) = a_r + b_r \ln(DP_t)$	b_r	0,01 (0,10)	0,02 (0,19)	0,03 (0,28)	0,04 (0,49)
	Istotność	0,28 (0,03)	0,19 (0,01)	0,16 (0,00)	0,14 (0,00)
	R^2 (%)	4,4 (8,7)	8,3 (15,8)	11,8 (20,7)	17,7 (31,8)
$\ln(\Delta D_{t,h}) = a_d + b_d \ln(DP_t)$	b_d	0,05 (0,01)	0,11 (0,03)	0,18 (0,04)	0,34 (0,05)
	Istotność	0,17 (0,68)	0,14 (0,50)	0,11 (0,41)	0,09 (0,22)
	R^2 (%)	11,5 (0,5)	15,8 (1,3)	20,0 (1,7)	27,9 (2,7)
Dekompozycja wariancji wskaźnika DP: udział $R_{t,h}$: 167% (169%), udział $\Delta D_{t,h}$: -60% (-44%)					
D. Wskaźniki wyprzedzające					
Zmienne (X_k, Y_l)	$X_k \rightarrow Y_l$	$X_k \leftrightarrow Y_l$	$X_k \leftarrow Y_l$		
$R_t, \Delta Y_t$	0,29 (0,00)	0,00 (0,00)	0,12 (0,90)		
$\Delta R_t^f, \Delta Y_t$	0,28 (0,00)	0,00 (0,00)	0,12 (0,00)		
$R_t, \Delta R_t^f$	0,37 (0,58)	0,00 (0,45)	0,12 (0,50)		

W nawiasach podano wartości rzeczywiste (z tabel 1-4); dopasowywane momenty zostały pogrubione; momenty wyznaczono na podstawie 1000 symulacji liczących 200 okresów (kwartałów); udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej oblicza się jako: $D^2(E_k(EP_{t+1})) / D^2(EP_{t+1})$; wyniki w panelach B i C. poza $p(E_k(EP_{t+1}), Y_t)$ oraz $D^2(E_k(EP_{t+1})) / D^2(EP_{t+1})$, uzyskano agregując dane kwartalne do rocznych.

O ile klasyczny model RBC jest w stanie poprawnie odwzorowywać zachowanie się zmiennych makroekonomicznych, o tyle jego implikacje dla cen aktywów stoją w wyraźnej sprzeczności z obserwacjami. Stopy zwrotu z akcji oraz stopy zwrotu z aktywów pozbawionych ryzyka zachowują się bardzo podobnie - cechują się wysokimi wartościami przeciętnymi (około 15% rocznie) oraz niską zmiennością (mniej niż 1%). Stąd bardzo mała wielkość premii za ryzyko, która jest równa 0,01%. Wynik ten ilustruje wspomnianą już wcześniej zagadkę premii akcyjnej. Jej odkrycie zapoczątkowało intensywne badania teoretyczne mające na celu uzasadnienie tego faktu na gruncie modeli ekonomicznych i finansowych (przede wszystkim CCAPM). Słabością klasycznego modelu RBC jest również wysoka korelacja pomiędzy stopą zwrotu z akcji a stopą wolną od ryzyka (0,96) oraz zbyt wysoki poziom wskaźnika DP.

Również implikacje modelu w zakresie prognozowalności cen akcji oraz dywidend są sprzeczne z obserwacjami. Prognozowalność stóp zwrotu z akcji jest słaba. Choć współczynniki R^2 dla szacowanych linii regresji są jedynie mniej więcej dwukrotnie niższe niż w rzeczywistości, dla żadnego horyzontu parametry b_r nie są statystycznie istotne na poziomie 0,1. Stosunkowo wysokie wartości R^2 są efektem krótkich szeregów czasowych liczących co najwyżej 50 rocznych obserwacji. Wraz ze wzrostem liczebności prób, wartości R^2 spadają. Brak prognozowalności jest spowodowany przede wszystkim bardzo małą zmiennością oczekiwanej premii akcyjnej w stosunku do zrealizowanej (mniej

niż 0,01%). Ponadto w modelu oczekiwana premia akcyjna $E_t(EP_{t+1})$ jest dodatnio skorelowana z dynamiką produkcji globalnej ($\rho(E_t(EP_{t+1}), Y_t) = 0,35$), co nie jest zgodne z badaniami empirycznymi⁶.

Prognozowalność stóp wzrostu dywidend w modelu ma podobny charakter jak w przypadku akcji. Jest słaba, choć zdecydowanie bardziej widoczna niż w rzeczywistości. Zachowanie się strumienia dywidend ściśle wiąże się z dynamiką zmiennych makroekonomicznych w modelu (por. wzór (7) oraz (A21) z załącznika). Ponieważ w modelu nie występują żadne sztywności, dostosowania w odpowiedzi na jednorazowy szok mają charakter natychmiastowy. Powrót wartości zmiennych do stanu stacjonarnego po szoku jest jednak bardzo powolny ze względu na dużą inercję modelu. Dlatego też prognozowalność dywidend w krótkim okresie jest niewielka, jednak rośnie wraz ze wzrostem horyzontu. Wahanie wskaźnika DP w modelu są przede wszystkim efektem wahań przyszłych stóp zwrotu z akcji (167%). Udział stóp wzrostu dywidend jest ujemny (-60%). Wyniki te są zbliżone do rzeczywistych.

Zmienne finansowe w modelu nie wykazują cech wskaźników wyprzedzających. Zmiany koniunktury giełdowej zachodzą bowiem jednocześnie ze zmianami poziomu aktywności gospodarczej, ponieważ przyczynowość pomiędzy stopami zwrotu z akcji a dynamiką produkcji globalnej ma charakter jednoczesny.

3. Modyfikacje podstawowego modelu RBC

Model Jermanna

Po odkryciu zagadki premii akcyjnej głównie wysiłki badaczy skoncentrowały się na teoretycznym wyjaśnieniu nadwyżki stóp zwrotu z akcji ponad stopę wolną od ryzyka. Pierwszy model z sektorem produkcji, który uwzględniał zagadkę premii akcyjnej, został zaproponowany przez Jermanna [31]. Wprowadził on dwie modyfikacje: przyzwyczajenia w funkcji użyteczności oraz koszty inwestycji. Funkcja użyteczności z przyzwyczajeniami ma postać⁷:

$$U(\{C_t\}_{t=1}^{\infty}) = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{(C_t - \chi C_{t-1})^{1-\nu} - 1}{1-\nu} \right] \quad (14)$$

⁶ Jest to jednak również efekt krótkich szeregów czasowych. W modelu liczącym 1000 kwartałów korelacja staje się ujemna.

⁷ Jermann wykorzystał koncepcję przyzwyczajen wewnętrznych (ang. *internal habits*), według której konsument porównuje obecny poziom konsumpcji do swojej konsumpcji w okresie poprzednim. Przyzwyczajenia zewnętrzne (ang. *external habits*), które odnoszą się zwykle do średniej konsumpcji w całej zbiorowości, są obecnie popularne w modelach neokenesowskich. Ponadto formuła (14) ma charakter addytywny. Wnioski wypływające z modelu multiplikatywnego są bardzo podobne (por. [8]). Po raz pierwszy koncepcje przyzwyczajen wykorzystano do wyjaśnienia zagadki premii akcyjnej w modelach pozbawionych sektora produkcji przez Constantinidesa [17] (przyzwyczajenia wewnętrzne) i Abela [1] (przyzwyczajenia zewnętrzne).

W tym przypadku konsument ocenia poziom bieżącej konsumpcji w stosunku do konsumpcji w okresie poprzednim. Parametr $0 \leq \chi \leq 1$ opisuje siłę przyzwyczajęń. Im jego wartości są wyższe, tym większe ma znaczenie konsumpcja z przeszłości dla oceny użyteczności z konsumpcji bieżącej. ν , podobnie jak w klasycznym modelu, reguluje krzywiznę funkcji użyteczności⁸.

Koszty inwestycji odwzorowują realne sztywności w dostosowywaniu poziomu kapitału do wielkości pożądanej przez przedsiębiorstwo⁹. Równanie ruchu kapitału ma postać:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + \Phi(I_t / K_t)K_t \quad (15)$$

gdzie $\Phi(I_t / K_t)$ jest funkcją inwestycji:

$$\Phi(I_t / K_t) = \frac{\omega_1}{1 - 1/\xi} \left(\frac{I_t}{K_t} \right)^{1 - 1/\xi} + \omega_2 \quad (16)$$

Wartości parametrów $\omega_1 = (\gamma - 1 + \delta)^{1/\xi}$ oraz $\omega_2 = (\gamma - 1 + \delta) / (1 - \xi)$ gwarantują, że w punkcie stacjonarnym modelu koszty dostosowań nie będą występować, tzn. $\Phi(\bar{I} / \bar{K}) = \bar{I} / \bar{K}$ (por. [28]). Parametr ξ reguluje koszty inwestycji. Gdy $\xi \rightarrow \infty$, koszty nie występują i wtedy $\Phi(I_t / K_t) = I_t / K_t$. Im ξ jest mniejsze, tym wyższe są nakłady konieczne do zwiększenia zasobu kapitału o jednostkę¹⁰.

Tabela 8

Dopasowywane parametry w modelu Jermanna

Parametr	$\tilde{\beta}$	ρ	ξ	χ	σ_z
Wartość	0,99	0,995	0,15	0,73	0,0105

Funkcja straty była minimalizowana dla parametrów z przedziału: $\tilde{\beta} = \beta\gamma^{1-\nu} \in [0.95; 0.995]$, $\rho \in [0.95; 0.995]$, $\xi \in [0.1; 0.9]$, $\chi \in [0; 0.9]$.

Efekty wprowadzenia przedstawionych modyfikacji w standardowym modelu RBC ilustruje tabela 9. Dodatkowe dwa parametry pozwalają na właściwe odwzorowanie w modelu stopy wolnej od ryzyka oraz premii za ryzyko, które teraz są zbliżone do wielkości rzeczywistych. Negatywnym tego skutkiem jest

⁸ W tym przypadku ν jest tylko przybliżeniem współczynnika względnej awersji do ryzyka (por. [22]).

⁹ Inne możliwości wprowadzenia sztywności realnych to: koszty zmian wielkości inwestycji [5], *time-to-build* [34; 4], modele dwusektorowe z ograniczoną mobilnością czynników produkcji [6].

¹⁰ Jednocześnie w stanie równowagi rynkowej ξ jest elastycznością stosunku inwestycji do kapitału względem współczynnika q Tobina (por. wzór (A12) w załączniku i komentarz poniżej).

jednak nadmierna zmienności cen aktywów, w szczególności stóp procentowych (21% w modelu, a 2,5% w rzeczywistości). W porównaniu z poprzednim modelem wzrasta także zmienność stóp wzrostu dywidend. Ich odchylenie standardowe w modelu jest równe około 4%, a w rzeczywistości – nieco ponad 6%. Średnia wartość wskaźnika DP jest także bardzo bliska wielkości obserwowanej równej około 3,5%.

Tabela 9

Symulowane momenty w modelu Jermanna

A. Wahania kategorii makroekonomicznych					
$\sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta C) / \sigma(\Delta K)$		$\sigma(\Delta I) / \sigma(\Delta Y)$	
1,05 (1,05)		0,70 (0,78)		2,47 (2,38)	
B. Momenty zmiennych finansowych					
X	R_t	R_t^f	$EP_t = R_t - R_t^f$	$\Delta D_t = D_t / D_{t-1}$	$DP_t = D_t / P_t$
$E(X)$	8,93 (8,84)	0,88 (0,86)	8,05 (7,99)	2,09 (2,16)	3,72 (3,64)
$\sigma(X)$	26,10 (15,39)	21,17 (2,46)	32,47 (14,86)	3,89 (6,27)	0,73 (1,46)
Korelacje					
$\rho(R_t, R_t^f)$		$\rho(DP_t, DP_{t-1})$		$\rho(E_t(EP_{t-1}), Y_t)$	
0,45 (0,14)		0,09 (0,93)		0,06 (< 0)	
Udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej: 0,03%					
C. Prognozowalność nadwyżkowych stóp zwrotu oraz stóp wzrostu dywidend					
Szacowany model	Parametr	1 rok	2 lata	3 lata	5 lat
$\ln(R_{t+h} - R_{t+h}^f + 1) = a_r + b_r \ln(DP_t)$	b_r	0,09 (0,10)	0,17 (0,19)	0,26 (0,28)	0,42 (0,49)
	Istotność	0,45 (0,03)	0,44 (0,01)	0,41 (0,00)	0,37 (0,00)
	R^2 (%)	2,4 (8,7)	2,7 (15,8)	3,2 (20,7)	3,8 (31,8)
$\ln(\Delta D_{t+h}) = a_d + b_d \ln(DP_t)$	b_d	-0,16 (0,01)	-0,19 (0,03)	-0,18 (0,04)	-0,15 (0,05)
	Istotność	0,00 (0,68)	0,00 (0,50)	0,01 (0,41)	0,07 (0,22)
	R^2 (%)	69,7 (0,5)	43,1 (1,3)	25,0 (1,7)	11,6 (2,7)
Dekompozycja wariancji wskaźnika DP: udział $R_{t,h}$: 95% (169%), udział $\Delta D_{t,h}$: -8% (-44%)					
D. Wskaźniki wyprzedzające					
Zmienne (X_k, Y_l)	$X_k \rightarrow Y_l$		$X_k \leftrightarrow Y_l$		$X_k \leftarrow Y_l$
$R_t, \Delta Y_t$	0,51 (0,00)		0,00 (0,00)		0,00 (0,90)
$\Delta R_t^f, \Delta Y_t$	0,51 (0,00)		0,00 (0,00)		0,00 (0,00)
$R_t, \Delta R_t^f$	0,38 (0,58)		0,00 (0,45)		0,47 (0,50)

W nawiasach podano wartości rzeczywiste (z tabel 1-4); dopasowywane momenty zostały pogrubione; momenty wyznaczono na podstawie 1000 symulacji liczących 200 okresów (kwartałów); udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej oblicza się jako: $D^2(E_t(EP_{t-1})) / D^2(EP_{t-1})$; wyniki w panelach B i C, poza $\rho(E_t(EP_{t-1}), Y_t)$ oraz $D^2(E_t(EP_{t-1})) / D^2(EP_{t-1})$, uzyskano agregując dane kwartalne do rocznych.

Aby rozwiązać zagadkę premii akcyjnej w standardowym modelu RBC, konieczne jest obniżenie zarówno stopy procentowej pozbawionej ryzyka, jak i stopy zwrotu z akcji implikowanych przez model, przy czym spadek stopy

zwrotu z akcji musi być mniejszy niż stopy wolnej od ryzyka. Niska R_t^f jest efektem oddziaływania trzech czynników: podniesienia współczynnika dyskontującego $\tilde{\beta}$, a także wprowadzenia do modelu realnych sztywności oraz przyzwyczaję. Wyższe $\tilde{\beta}$ zwiększa krańcową stopę substytucji międzyokresowej M_t , ponieważ rośnie znaczenie konsumpcji w przyszłości. Zgodnie ze wzorami (12)-(13), wyższe wartości M_t oznaczają niższe stopy zwrotu R_t^f . Wprowadzenie do modelu przyzwyczaję zwiększa awersję jednostek do wahań konsumpcji, dodatkowo podnosząc M_t . Jednocześnie jednak wyższe wartości krańcowej stopy substytucji międzyokresowej skłaniają jednostki do wygładzania strumienia konsumpcji, co podnosi R_t^f ¹¹. Istnienie realnych sztywności sprawia jednak, że jednostki nie mają możliwości łatwego wygładzania strumienia konsumpcji, co w efekcie zapobiega wzrostowi stopy wolnej od ryzyka.

Wyższe $\tilde{\beta}$ powoduje również spadek stopy zwrotu z akcji. Niższy jest bowiem poziom wypłacanych dywidend, ponieważ konieczne są wyższe nakłady inwestycyjne na utrzymanie zwiększonego zasobu kapitału. R_t wzrasta jednak na skutek mniejszych możliwości wygładzania konsumpcji przez strumień dywidend wypłacanych posiadaczom akcji. Akcje stają się mniej przydatne dla konsumentów, przez co żądają oni wyższych oczekiwanych stóp zwrotu w zamian za ich posiadanie.

Fakt, że wprowadzenie do modelu obu modyfikacji pozwala rozwiązać problem premii akcyjnej, a zarazem nie zmienia istotnie implikacji modelu dotyczących sfery makroekonomicznej, wynika z ich przeciwstawnego oddziaływania na konsumpcję oraz inwestycje, które w efekcie się równoważą. Przyzwyczajenia wygładzają konsumpcję kosztem inwestycji, natomiast sztywności realne zmniejszają wahania inwestycji, zwiększając jednocześnie zmienność konsumpcji.

Prognozowalność stóp zwrotu z akcji jest jeszcze słabsza niż w standardowym modelu RBC, mimo że udział wahań oczekiwanej premii akcyjnej w stosunku do wahań zrealizowanej premii jest nieco wyższy. W dalszym ciągu jest on jednak znikomym (0,03%). Natomiast bardzo wyraźna jest prognozowalność stóp wzrostu dywidend. Współczynniki b_t dla wszystkich horyzontów są statystycznie istotne. R^2 dla jednego roku wynosi aż 70%. Ponadto prognozowalność dywidend maleje wraz ze wzrostem horyzontu prognozy. Wprowadzenie do modelu sztywności sprawia, że dostosowanie poziomu kapitału po szoku

¹¹ Niższa zmienność konsumpcji zmniejsza oszczędności przezornościowe, zwiększając tym samym stopę wolną od ryzyka (por. [23; 40]).

jest stopniowe, choć przebiega relatywnie szybko. W okresach bezpośrednio po pozytywnym szoku produktywności dywidendy, po początkowym spadku, dość szybko wzrastają na skutek zmian wielkości inwestycji. W okresie powolnego powrotu do stanu stacjonarnego dywidendy ponownie stopniowo maleją. Duże zmiany w okresie bezpośrednio po szoku determinują znaczną krótkookresową prognozowalność. Natomiast powolne dostosowania o charakterze przeciwnym w okresach późniejszych sprawiają, że prognozowalność staje się mniejsza.

Wprowadzone do standardowego modelu RBC zmiany nie wpływają na strukturę dynamiczną modelu. W dalszym ciągu zmienne finansowe nie są wskaźnikami wyprzedzającymi cyklu koniunkturalnego. Co więcej, widoczny jest również opóźniony wpływ sfery realnej na zmienne finansowe.

Nadmierna zmienność stopy procentowej – przyzwyczajenia z długą pamięcią

Problem związany z nadmierną zmiennością stóp procentowych w modelu Jermanna dotyczy wielu modeli uwzględniających przyzwyczajenia. Duża awersja do wahań konsumpcji sprawia, że stosunkowo niewielkie zmiany konsumpcji powodują duże wahania krańcowej stopy międzyokresowej substytucji, a więc i stopy procentowej oraz stóp zwrotu z pozostałych aktywów. Jedną z możliwości redukcji wahań M_t jest wprowadzenie przyzwyczajen z długą pamięcią (ang. *long memory habits* [29; 43]¹², zob. także [17])¹³. Według tej koncepcji, jednostka ocenia bieżącą konsumpcję w stosunku do zasobu przyzwyczajen, który jest kształtowany przez poziom konsumpcji w poprzednich okresach. Funkcja użyteczności ma postać:

$$U(\{C_t\}_{t=1}^{\infty}) = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{(C_t - X_t)^{1-\nu} - 1}{1-\nu} \right] \quad (17)$$

natomiast ewolucja zasobu przyzwyczajen jest opisana równaniem:

$$X_t = \chi_x X_{t-1} + \chi_c C_{t-1}, \quad \chi_x + \chi_c < \gamma \quad (18)$$

¹² Praca ta przedstawia model Campbella i Cochrane'a [10] w wersji z sektorem produkcji. Jest to jedyny znany autorowi model, który generuje wyraźną prognozowalność premii akcyjnej. Jest to możliwe dzięki użyciu skomplikowanej i niezbyt intuicyjnej funkcji opisującej ewolucję zasobu przyzwyczajen konsumenta.

¹³ Niska zmienność stopy procentowej charakteryzuje także modele wykorzystujące koncepcję *time-to-build* [4] oraz kosztów zmian poziomu inwestycji [5].

Parametry $\chi_x \geq 0$ oraz $\chi_c \geq 0$ regulują znaczenie oraz szybkość zmiany zasobu przyzwyczajajeń. Gdy $\chi_x = 0$, wtedy funkcja użyteczności (17)-(18) redukuje się do zwykłej funkcji użyteczności z przyzwyczajeniami (14) wykorzystanej przez Jermanna. Im wyższa wartość wyrażenia $\chi_x + \chi_c$, tym większe znaczenie mają dla konsumenta przyzwyczajenia. Im wyższa wartość χ_c w stosunku do χ_x , tym większe jest znaczenie konsumpcji w ostatnich okresach dla kształtowania się zasobu przyzwyczajajeń i tym szybciej podlega on zmianie. Wartości parametrów uzyskane metodą dopasowywania momentów zestawiono w tabeli 10.

Tabela 10

Dopasowywane parametry w modelu przyzwyczajajeń z długą pamięcią

Parametr	$\tilde{\beta}$	ρ	ξ	χ_x	χ_c	σ_z
Wartość	0,983	0,995	0,21	0,98	0,02	0,0105

Funkcja straty była minimalizowana dla parametrów z przedziału: $\tilde{\beta} = \beta\gamma^{1-\nu} \in [0,95; 0,995]$, $\rho \in [0,95; 0,995]$, $\xi \in [0,1; 0,9]$, $\chi_x \in [0,9; 0,99]$, $\chi_c \in [0,01; 0,1]$.

Efekty wprowadzenia przyzwyczajajeń z długą pamięcią do modelu Jermanna ilustruje tabela 11. Dodatkowy parametr pozwala na redukcję wahań stopy wolnej od ryzyka, która teraz w modelu wynosi 3,8% i jest bliska obserwowanej w rzeczywistości. Podobnie zmniejszyła się zmienność cen akcji oraz premii akcyjnej, które są teraz zgodne z rzeczywistymi wartościami. Jednocześnie zmniejszyły się także wahania stóp wzrostu dywidend, które są teraz prawie 10-krotnie niższe w porównaniu do badanego okresu. Różnicę widać w przypadku inercji wskaźnika DP. W modelu Jermanna autokorelacja tego wskaźnika jest niewysoka i wynosi 0,09. W modelu z przyzwyczajeniami z długą pamięcią, na skutek mniejszej zmienności użyteczności krańcowej, współczynnik ten wzrasta do poziomu 0,84.

Tabela 11

Symulowane momenty w modelu z przyzwyczajeniami z długą pamięcią

A. Wahania kategorii makroekonomicznych					
$\sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta C) / \sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta I) / \sigma(\Delta Y)$	
1,06 (1,05)		0,78 (0,78)		1,70 (2,38)	
B. Momenty zmiennych finansowych					
X	R_t	R'_t	$EP_t = R_t - R'_t$	$\Delta D_t = D_t / D_{t-1}$	$DP_t = D_t / P_t$
$E(X)$	7,56 (8,84)	0,67 (0,86)	6,90 (7,99)	1,96 (2,16)	3,84 (3,64)
$\sigma(X)$	18,16 (15,39)	3,87 (2,46)	18,16 (14,86)	0,85 (6,27)	1,39 (1,46)

Korelacje					
$\rho(R_t, R_t^f)$	$\rho(DP_t, DP_{t-1})$	$\rho(E_t(EP_{t+1}), Y_t)$			
0,12 (0,14)	0,84 (0,93)	-0,76 (< 0)			
Udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej: 0,13%					
C. Prognozowalność nadwyżkowych stóp zwrotu oraz stóp wzrostu dywidend					
Szacowany model	Parametr	1 rok	2 lata	3 lata	5 lat
$\ln(R_{t,h} - R_{t,h}^f + 1) = a_r + b_r \ln(DP_t)$	b_r	0,08 (0,10)	0,15 (0,19)	0,21 (0,28)	0,34 (0,49)
	Istotność	0,39 (0,03)	0,29 (0,01)	0,24 (0,00)	0,17 (0,00)
	R^2 (%)	3,3 (8,7)	6,3 (15,8)	9,0 (20,7)	14,1 (31,8)
$\ln(\Delta D_{t,h}) = a_d + b_d \ln(DP_t)$	b_d	-0,00 (0,01)	-0,01 (0,03)	-0,02 (0,04)	-0,03 (0,05)
	Istotność	0,28 (0,68)	0,07 (0,50)	0,05 (0,41)	0,05 (0,22)
	R^2 (%)	4,7 (0,5)	12,1 (1,3)	18,8 (1,7)	28,7 (2,7)
Dekompozycja wariancji wskaźnika DP: udział $R_{t,h}$: 101% (169%), udział $\Delta D_{t,h}$: 4% (-44%)					
D. Wskaźniki wyprzedzające					
Zmienne (X_k, Y_l)	$X_k \rightarrow Y_l$	$X_k \leftrightarrow Y_l$	$X_k \leftarrow Y_l$		
$R_t, \Delta Y_t$	0,49 (0,00)	0,00 (0,00)	0,16 (0,90)		
$\Delta R_{t,h}^f, \Delta Y_t$	0,52 (0,00)	0,00 (0,00)	0,25 (0,00)		
$R_t, \Delta R_{t,h}^f$	0,27 (0,58)	0,00 (0,45)	0,51 (0,50)		

W nawiasach podano wartości rzeczywiste (z tabel 1-4); dopasowywane momenty zostały pogrubione; momenty wyznaczono na podstawie 1000 symulacji liczących 200 okresów (kwartałów); udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej oblicza się jako: $D^2(E_t(EP_{t+1})) / D^2(EP_{t+1})$; wyniki w panelach B i C, poza $\rho(E_t(EP_{t+1}), Y_t)$ oraz $D^2(E_t(EP_{t+1})) / D^2(EP_{t+1})$, uzyskano agregując dane kwartalne do rocznych.

Prognozowalność stóp zwrotu jest zdecydowanie silniejsza niż w modelu Jermanna, choć w dalszym ciągu nie tak wyraźna, jak w rzeczywistości. Niska jest także zmienność oczekiwanej premii akcyjnej. Należy jednak zwrócić uwagę, że $E_t(EP_{t+1})$ jest teraz silnie skorelowana z cyklem koniunkturalnym. Korelacja jest ujemna, co zgadza się z badaniami empirycznymi. Całkiem inny charakter ma prognozowalność stóp wzrostu dywidend. Przedstawia się ona podobnie do klasycznego modelu RBC. Ze względu na niższą zmienność użyteczności krańcowej dostosowania następujące bezpośrednio po szoku są znacznie łagodniejsze niż w modelu Jermanna. W efekcie występuje słaba prognozowalność w krótkim okresie, ale istotna w długim.

Długookresowe ryzyko konsumpcji

Koncepcję długookresowego ryzyka konsumpcji (ang. *long-run consumption risk*) po raz pierwszy wykorzystano do wyjaśnienia zagadki premii akcyjnej oraz innych problemów modelowania zmiennych finansowych przez Bansala i Yarona [3] w modelu pozbawionym sfery produkcji. Najnowsza praca Kaltenbrunnnera i Lochstoera [32] pokazuje, że ryzyko to może również powstawać w analizowanych modelach RBC¹⁴. Niestety konieczność uwzględnienia w mo-

¹⁴ Por. także [42; 9; 19].

delu zmiennych makroekonomicznych sprawia, że model ze sferą produkcji oraz ryzykiem długookresowym nie jest w stanie odwzorowywać tak dobrze zmiennych finansowych, jak w przypadku braku sektora produkcji. Istnienie składników stacjonarnego i niestacjonarnego w procesie opisującym zakłócenia produktywności, których udział zmienia się w zależności od fazy cyklu koniunkturalnego, prowadzi za to do prognozowalności stóp zwrotu dzięki wahaniom ceny ryzyka. Jednak efekt ten nie jest silny. Dla wartości parametrów przyjętych w pracy dowody na prognozowalność są ostatecznie słabe.

Istota koncepcji polega na wykorzystaniu rekurencyjnej funkcji użyteczności Epstein-Zina. Pozwala ona na osobną parametryzację stosunku konsumenta do ryzyka oraz czasu. W okresie t na użyteczność ze strumienia konsumpcji od okresu t do nieskończoności składają się dwa czynniki: konsumpcja w okresie t oraz oczekiwana użyteczność z konsumpcji przyszłej, od okresu $t + 1$ do nieskończoności:

$$U_t(\{C_i\}_{i=t}^{\infty}) = V_t = \left[C_t^{\frac{1-\psi}{\theta}} + \beta E_t[V_{t+1}^{\frac{1-\psi}{\theta}}] \right]^{\frac{\theta}{1-\psi}} \quad (19)$$

gdzie $\theta = (1 - \psi) / (1 - 1/\psi)$, a ψ oznacza elastyczność międzyokresowej substytucji konsumpcji. Gdy $\psi = 1/\psi$, wtedy funkcja użyteczności Epstein-Zina redukuje się do standardowej funkcji użyteczności CRRA. Przy tak zdefiniowanej funkcji użyteczności konsument wycenia aktywa, biorąc pod uwagę korelację uzyskiwanych stóp zwrotu z aktualną oraz oczekiwaną stopą wzrostu konsumpcji. Ten drugi czynnik, nieobecny w modelach ze standardową funkcją użyteczności CRRA, jest właśnie miarą długookresowego ryzyka konsumpcji.

Proces zakłóceń produktywności ma postać [32]¹⁵:

$$\ln Z_t = t \ln \gamma + Z_t' + Z_t^p \quad (20)$$

gdzie składnik stacjonarny (przejściowy) Z_t' jest procesem autoregresyjnym:

$$Z_t' = \rho Z_{t-1}' + \omega_t \varepsilon_t' \quad (21)$$

natomiast składowa niestacjonarna (trwała) Z_t^p jest procesem błędzenia losowego:

$$Z_t^p = Z_{t-1}^p + (1 - \omega_t) \varepsilon_t^p \quad (22)$$

¹⁵ Dla ułatwienia obliczeń przyjmuje się, że zakłócenia produktywności dotyczą wyłącznie nakładu pracy, czyli że funkcja produkcji przyjmuje postać: $Y_t = K_t^\alpha (Z_t N_t)^{1-\alpha}$.

ω_t oznacza udział zmienności szoków przejściowych w ogólnej zmienności procesu Z_t . Parametr ten zmienia się w zależności od fazy cyklu koniunkturalnego reprezentowanego przez składnik stacjonarny Z_t' : $\omega_t = \omega^b$, gdy $Z_t' > 0$ oraz $\omega_t = \omega^r$, gdy $Z_t' < 0$. Składniki losowe ε_t' oraz ε_t^p mają jednakową wariancję i są ze sobą skorelowane. Współczynnik korelacji jest równy φ :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t' & \varepsilon_t^p \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, \sigma_z^2 \begin{bmatrix} 1 & \varphi \\ \varphi & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (23)$$

W tabeli 12 zestawiono wartości parametrów modelu. Autokorelację procesu autoregresyjnego ustalono na poziomie 0.95. Zbyt duże wartości tego parametru sprawiłyby, że w stosunkowo krótkiej próbie proces stacjonarny zachowywałby się bardzo podobnie do procesu błędzenia losowego, a wprowadzony podział ma na celu wyraźne rozróżnienie obu składowych. Udział szoków przejściowych ustalono na poziomie 0 w fazie recesji oraz 0,4 w okresach boomu. Średnio daje to udział zakłóceń o charakterze przejściowym na poziomie 0,2, co odpowiada szacunkom Alvareza i Jermanna [2]. Korelacja składników losowych φ jest równa 0,9¹⁶. Ze względu na to, że zakłócenia produktywności oddziałują bezpośrednio na pracę, nieco inna jest również wariancja składników losowych. W celu uzyskania odchylenia standardowego stóp wzrostu produkcji globalnej na poziomie 1% kwartalnie, σ_z ustalono na poziomie 1,65%.

Tabela 12

Wartości parametrów w modelu ryzyka długookresowego

Parametr	ρ	ω^r	ω^b	φ	β	ξ	σ_z
Wartość	0,95	0	0,4	0,9	0,989	18	0,0165

Funkcja straty była minimalizowana dla parametrów z przedziału: $\beta \in [0,95; 0,995]$, $\rho \in [0,95; 0,995]$, $\xi \in [0,1; 0,9]$.

Pozostałe parametry dobierano metodą dopasowywania momentów. Momentami docelowymi były momenty opisujące cykl koniunkturalny oraz średnia wartość wskaźnika DP. Wybór tej ostatniej zmiennej jest spowodowany faktem, że w przypadku gdy jako momenty docelowe wybierane są poziomy stopy wolnej od ryzyka lub premii akcyjnej, dywidendy przybierają wartości ujemne (zob. [9]). Poza tym model, w którym dominującą rolę odgrywają szoki trwałe, i tak nie jest w stanie generować odpowiednio dużej premii akcyjnej i jednocześnie poprawnie odwzorowywać dynamiki zmiennych makroekonomicznych [32].

¹⁶ Wyniki uzyskiwane w pracy nie są wrażliwe na zmiany parametrów ω^b , ω^r oraz φ .

Tabela 13

Symulowane momenty w modelu ryzyka długookresowego

A. Wahania kategorii makroekonomicznych					
$\sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta C) / \sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta I) / \sigma(\Delta Y)$	
1,04 (1,05)		0,58 (0,78)		2,34 (2,38)	
B. Momenty zmiennych finansowych					
X	R_t	R_t^f	$EP_t = R_t - R_t^f$	$\Delta D_t = D_t / D_{t-1}$	$DP_t = D_t / P_t$
$E(X)$	5,94 (8,84)	5,85 (0,86)	0,09 (7,99)	2,35 (2,16)	3,59 (3,64)
$\sigma(X)$	0,49 (15,39)	0,26 (2,46)	0,34 (14,86)	3,20 (6,27)	0,24 (1,46)
Korelacje					
$\rho(R_t, R_t^f)$		$\rho(DP_t, DP_{t-1})$		$\rho(E_t(EP_{t+1}), Y_t)$	
0,71 (0,14)		0,86 (0,93)		-	
Udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej: -					
C. Prognozowalność nadwyżkowych stóp zwrotu oraz stóp wzrostu dywidend					
Szacowany model	Parametr	1 rok	2 lata	3 lata	5 lat
$\ln(R_{t+h} - R_{t+h}^f + 1) = a_r + b_r \ln(DP_t)$	b_r	0,00 (0,10)	0,00 (0,19)	0,00 (0,28)	0,01 (0,49)
	Istotność	0,49 (0,03)	0,42 (0,01)	0,36 (0,00)	0,25 (0,00)
	R^2 (%)	2,2 (8,7)	3,8 (15,8)	5,3 (20,7)	8,0 (31,8)
$\ln(\Delta D_{t+h}) = a_d + b_d \ln(DP_t)$	b_d	-0,21 (0,01)	-0,44 (0,03)	-0,62 (0,04)	-0,88 (0,05)
	Istotność	0,01 (0,68)	0,00 (0,50)	0,00 (0,41)	0,00 (0,22)
	R^2 (%)	18,1 (0,5)	35,1 (1,3)	47,7 (1,7)	62,5 (2,7)
Dekompozycja wariancji wskaźnika DP: udział R_{t+h} : -7% (169%), udział ΔD_{t+h} : 110% (-44%)					
D. Wskaźniki wyprzedzające					
Zmienne (X_k, Y_l)	$X_k \rightarrow Y_l$	$X_k \leftrightarrow Y_l$	$X_k \leftarrow Y_l$		
$R_t, \Delta Y_t$	0,51 (0,00)	0,00 (0,00)	0,41 (0,90)		
$\Delta R_t^f, \Delta Y_t$	0,52 (0,00)	0,00 (0,00)	0,51 (0,00)		
$R_t, \Delta R_t^f$	0,46 (0,58)	0,00 (0,45)	0,50 (0,50)		

W nawiasach podano wartości rzeczywiste (z tabel 1-4); dopasowywane momenty zostały pogrubione; momenty wyznaczono na podstawie 50 symulacji liczących 200 okresów (kwartałów); wyniki w panelach B i C uzyskano agregując dane kwartalne do rocznych.

W tabeli 13 zestawiono wyniki symulacji modelu ryzyka długookresowego. Model dobrze odwzorowuje zachowanie się zmiennych makroekonomicznych, jednak jego implikacje dla zmiennych finansowych są wyraźnie sprzeczne z rzeczywistością. Premia akcyjna jest bardzo mała (0,1%), przede wszystkim ze względu na zbyt wysoki poziom stopy zwrotu wolnej od ryzyka (prawie 6%). Także zmienność stóp zwrotu jest zdecydowanie za niska i nie przekracza 0,5%. Jedynie zachowanie się strumienia dywidend, które były zmienną docelową przy doborze wartości parametrów modelu, jest zbliżone do rzeczywistości, choć widoczna jest mała zmienność wskaźnika DP.

Prognozowalność stóp zwrotu jest słaba. R^2 dla 5-letniego horyzontu jest równie zaledwie 8%. Współczynniki kierunkowe linii regresji nie są statystycznie istotne. Wyrażna jest za to prognozowalność stóp wzrostu dywidend. Dekompozycja wariancji wskaźnika DP wskazuje, że cała jego zmienność wynika ze zmienności przyszłych stóp wzrostu dywidend, a nie stóp zwrotu z akcji, jak to jest w rzeczywistości. Podobnie jak w przypadku pozostałych modeli, zmienne finansowe nie wykazują cech wskaźników wyprzedzających.

Wprowadzenie zmiennego udziału szoków przejściowych w procesie Z_t zwiększa prognozowalność stóp zwrotu ze względu na wahania ceny ryzyka. Cena ryzyka określana przez zmienność krańcowej stopy międzyokresowej substytucji jest bowiem zależna od charakteru szoków technologicznych. W modelu, w którym $\nu > 1/\psi$, trwale szoki technologiczne generują wyższą cenę ryzyka niż szoki przejściowe. Wahania ceny ryzyka zależne od fazy cyklu koniunkturalnego przekładają się na wahania premii akcyjnej, zwiększając tym samym prognozowalność stóp zwrotu. Niestety w przypadku przyjętych w artykule wartości parametrów efekt ten jest zbyt słaby, by generować widoczną prognozowalność¹⁷.

Model z niejednorodnymi konsumentami

Alternatywny nurt badań koncentruje się na wpływie niejednorodności konsumentów na rynek finansowy oraz sferę realną (por. [18] w modelu pozbawionym sfery produkcji oraz [41] w modelu OLG z sektorem produkcyjnym). Guvenen [26] pokazał, że wprowadzenie do standardowego modelu RBC dwóch typów konsumentów różniących się jedynie współczynnikiem elastyczności substytucji międzyokresowej oraz możliwościami uczestnictwa w rynku finansowym wywołuje podobne skutki, jak przedstawione wcześniej modyfikacje funkcji użyteczności.

Obie grupy konsumentów: posiadacze akcji – A – oraz niemający dostępu do rynku akcji – B – charakteryzują się funkcją oczekiwaną użyteczności typu CRRA o współczynnikach elastyczności substytucji międzyokresowej $1/\nu_A$ oraz $1/\nu_B$, przy czym współczynnik ten w grupie posiadaczy akcji jest wyższy $1/\nu_A > 1/\nu_B$ ¹⁸. Odsetek osób należących do grupy A w populacji jest równy λ . Ponadto podmioty z grupy A mogą inwestować swój majątek zarówno w akcje, jak i po-

¹⁷ Dla wartości parametrów przyjętych w pracy Kaltenbrunnera i Lochstoera jest on niewiele silniejszy.

¹⁸ Jednocześnie oznacza to, że grupa A cechuje się niższą awersją do ryzyka. Wykorzystując rekurencyjną funkcję użyteczności Epsteina-Zina, Guvenen [26] pokazał jednak, że kluczowe znaczenie dla wyników prezentowanych w pracy ma zróżnicowanie współczynników elastyczności substytucji. Różnice w awersji do ryzyka nie odgrywają w modelu większej roli.

zbawione ryzyka obligacje. Jednostki z grupy B mają dostęp jedynie do obligacji. Ograniczenia budżetowe przyjmują więc postać:

$$C_t^{(A)} + S_{t+1}P_{St} + B_{t+1}^{(A)}P_{Bt} = W_tN_t + S_t(P_{St} + D_t) + B_t^{(A)} \quad (24)$$

$$C_t^{(B)} + B_{t+1}^{(B)}P_{Bt} = W_tN_t + B_t^{(B)} \quad (25)$$

gdzie $B_t^{(i)}$ oznacza ilość obligacji posiadanych przez konsumentów i -tej grupy, natomiast P_{Bt} to cena obligacji. Podaż netto obligacji jest równa 0:

$$B_t^{(A)} + B_t^{(B)} = 0 \quad {}^{19} \quad (26)$$

Sfera produkcji jest taka sama, jak w modelu Jermanna: reprezentatywne przedsiębiorstwo maksymalizuje wartość strumienia dywidend w oczach akcjonariuszy²⁰ oraz występują koszty instalacji nowego kapitału. W modelu jednak nie występuje postęp techniczny, co jest istotnym ograniczeniem.

Wszystkie parametry modelu są kalibrowane. Ze względu na bardzo długi czas potrzebny na jego rozwiązanie oraz potencjalną niestabilność procedury obliczeniowej w praktyce, nie jest możliwe korzystanie z metody dopasowywania momentów w odniesieniu do niektórych parametrów. Z tego samego powodu w niniejszym artykule przedstawiono wyniki przy oryginalnych wartościach parametrów z pracy Guvenena, które nieco odbiegają od standardowych wartości przyjętych przy wcześniejszych modelach.

Tabela 14

Parametryzacja modelu z niejednorodnymi konsumentami

Parametr	γ	α	δ	v_A	v_B	σ_z	β	ρ	ξ	λ
Wartość	0	0,30	0,02	2	10	0,02	0,99	0,95	0,23	0,2

Źródło: [26].

Tabela 15 prezentuje wyniki symulacji modelu. Zarówno momenty opisujące cykl koniunkturalny, jak i podstawowe statystyki rynku finansowego są zbliżone do rzeczywistych. Różnice są częściowo wynikiem pełnej kalibracji modelu. Zastosowanie metody dopasowywania momentów pozwoliłoby na uzyskanie większej

¹⁹ Aby wykluczyć możliwość zaciągania długów w nieskończoność – tzw. schemat Ponziego – w modelu występują również ograniczenia wielkości emisji obligacji. Nie mają one jednak większego wpływu na wnioski wypływające z modelu.

²⁰ Jako współczynnik dyskontujący bierze ono krainową stopę międzyokresowej substytucji podmiotów z grupy A.

zgodności. Premia akcyjna wynosi 3,4%, a stopa wolna od ryzyka 2%. Obie wielkości odbiegają mniej więcej dwukrotnie od wartości obserwowanych, choć gdyby zwiększyć awersję do ryzyka posiadaczy akcji do $\nu_A = 4$, a więc bliskiej wartości stosowanych w poprzednich modelach, to premia akcyjna oraz stopa wolna od ryzyka byłby równe odpowiednio: 6,1% oraz 0,6%. Zmienność stopy wolnej od ryzyka jest dość duża i wynosi 5,6%. Jest ona jednak znacznie niższa niż w modelu Jermanna oraz wielu innych modelach. Ponadto jest zbliżona do wartości obserwowanej w próbie obejmującej lata 1891-1991. Prognozowalność stóp zwrotu jest słaba. Wartości R^2 kształtują się na poziomie podobnym do modelu Jermanna. Badanie prognozowalności stóp wzrostu dywidend oraz wskaźników wyprzedzających nie zostało przeprowadzone w omawianej pracy.

Tabela 15

Symulowane momenty w modelu z niejednorodnymi konsumentami

A. Wahania kategorii makroekonomicznych					
$\sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta C) / \sigma(\Delta Y)$		$\sigma(\Delta I) / \sigma(\Delta Y)$	
1,92 (1,47)		0,80 (0,67)		1,96 (2,62)	
B. Momenty zmiennych finansowych					
X	R_t	R_t^f	$EP_t = R_t - R_t^f$	$\Delta D_t = D_t / D_{t-1}$	$DP_t = D_t / P_t$
$E(X)$	5,41 (8,84)	1,98 (0,86)	3,43 (7,99)	-	3,89 (3,64)
$\sigma(X)$	-	5,62 (2,46)	17,20 (14,86)	-	0,61 (1,46)
Korelacje					
$\rho(R_t, R_t^f)$		$\rho(DP_t, DP_{t-1})$		$\rho(E_t(EP_{t-1}), Y_t)$	
0,03 (0,14)		0,79 (0,93)		-0,57 (< 0)	
Udział zmienności oczekiwanej premii akcyjnej w zmienności premii zrealizowanej: -					
C. Prognozowalność nadwyżkowych stóp zwrotu oraz stóp wzrostu dywidend					
Szacowany model	Parametr	1 rok	2 lata	3 lata	5 lat
$\ln(R_{t-h} - R_{t-h}^f + 1) = a_r + b_r \ln(DP_t)$	b_r	-	-	-	-
	Istotność	-	-	-	-
	R^2 (%)	3,0 (8,7)	-	6,0 (20,7)	10,0 (31,8)
Dekompozycja wariancji wskaźnika DP: udział $R_{t,h}$: 134% (169%), udział $\Delta D_{t,h}$: -28% (-44%)					

W nawiasach podano wartości rzeczywiste (z tabel 2-3); wahania zmiennych makroekonomicznych w panelu A mierzy się odchyleniami standardowymi reszt powstałych po wygładzeniu kwartalnych logarytmicznych szeregów filtrem Hodricka-Prescotta z parametrem wygładzania równym 1600; wyniki w panelach B i C uzyskano agregując dane kwartalne do rocznych.

Źródło: [26].

Stosunkowo niski poziom oraz zmienność stopy procentowej, a także wysoka wartość premii akcyjnej są głównym skutkiem istnienia dwóch typów konsumentów. Ponieważ zdecydowana większość jednostek w modelu nie ma do-

stępu do rynku akcji, wszystkie swoje oszczędności lokuje w obligacjach. Jednocześnie konsumenci ci cechują się niskim współczynnikiem elastyczności substytucji międzyokresowej, co dodatkowo zwiększa ich skłonność do oszczędzania. Wynikający stąd duży popyt na obligacje implikuje niską stopę procentową.

Niska zmienność stopy procentowej wynika z wysokiej elastyczności podaży obligacji. W modelu tym to posiadacze akcji emitują papiery pozbawione ryzyka, a ich nabywcami są jednostki niemogące inwestować w akcje. Ponieważ posiadacze akcji cechuje znacznie wyższa elastyczność międzyokresowej substytucji i dodatkowo mają możliwość lokowania majątku w akcjach, więc ilość oferowanych przez nich obligacji jest wrażliwa na zmianę ich cen. Stąd wahania stopy procentowej są niskie w porównaniu do modeli z nieelastyczną podażą obligacji.

Jako emitenci obligacji, których podaż jest wrażliwa na zmiany cen, posiadacze akcji przejmują jednocześnie na siebie wahania konsumpcji nabywców obligacji. Stąd ich konsumpcja cechuje się wyższą zmiennością niż jednostek niemających dostępu do rynku akcji. Tym samym posiadanie akcji, których stopy zwrotu są dodatnio skorelowane ze zmianami konsumpcji, staje się jeszcze bardziej ryzykowne, przez co zwiększa się oczekiwana stopa zwrotu z akcji oraz premia akcyjna.

Podsumowanie

Analizując przedstawione w pracy wyniki badań, można wysnuć następujące wnioski:

1. Współczesne modele są w stanie jednocześnie dobrze odwzorowywać podstawowe charakterystyki cyklu koniunkturalnego agregatów makroekonomicznych oraz momenty zmiennych finansowych. Wykorzystywane są przy tym różne koncepcje, ale wśród najważniejszych składowych modeli należy wymienić uwzględnienie realnych sztywności w dostosowywaniu poziomu kapitału oraz właściwe modelowanie krańcowej stopy substytucji międzyokresowej, zwykle poprzez zastosowanie odpowiedniej funkcji użyteczności²¹.
2. W prezentowanych modelach prognozowalność stóp zwrotu jest niewielka. Dodatkowo występuje, sprzeczna z obserwacjami, silna prognozowalność stóp wzrostu dywidend. Kluczowe znaczenie dla właściwego modelowania prognozowalności ma zmienność premii za ryzyko.

²¹ O znaczeniu krańcowej stopy międzyokresowej substytucji świadczy chociażby model z niejednorodnymi konsumentami. Pomimo różnych funkcji użyteczności, postać krańcowej stopy substytucji posiadaczy akcji jest bardzo zbliżona do stopy substytucji w modelu z przyzwyczajeniami (por. [26]). Podobne są również implikacje obu modeli dla zmiennych finansowych.

3. Struktura dynamiczna modeli nie jest właściwa, ponieważ ani ceny akcji, ani stopy wolne od ryzyka nie są wskaźnikami wyprzedzającymi w cyklu koniunkturalnym. Problem ten może rozwiązać wprowadzenie do modeli opóźnień w sferze produkcji.

Literatura

1. Abel A.: *Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses*. „American Economic Review” 1990, Vol. 80(2).
2. Alvarez F., Jermann U.: *Using Asset Prices to Measure the Persistence of the Marginal Utility of Wealth*. „Econometrica” 2005, Vol. 73(6).
3. Bansal R., Yaron A.: *Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles*. „Journal of Finance” 2004, Vol. 59(4).
4. Beaubrun-Diant K.E.: *Can a Time-to-Plan Model Explain the Equity Premium Puzzle?* „Economics Bulletin” 2005, Vol. 7(2).
5. Beaubrun-Diant K.E., Tripier F.: *Asset Returns and Business Cycles in Models with Investment Adjustment Costs*. „Economics Letters” 2005, Vol. 86(1).
6. Boldrin M., Christiano L., Fisher J.: *Habit Persistence, Asset Returns, and the Business Cycle*. „American Economic Review” 2001, Vol. 91(1).
7. Brown S., Goetzmann W., Ross S.: *Survival*. „Journal of Finance” 1995, Vol. 50(2).
8. Budria S.: *An Exploration of Asset Returns in a Production Economy with Relative Habits*. Manuskrypt 2004.
9. Campanale C., Castro R., Clementi G.: *Asset Pricing in a Production Economy with Chew-Dekel Preferences*. Manuskrypt 2007.
10. Campbell J., Cochrane J.: *By Force of Habit: A Consumption-based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior*. „Journal of Political Economy” 1999, Vol. 107(2).
11. Campbell J., Thompson S.: *Predicting Excess Stock Returns out of Sample: Can Anything Beat the Historical Average?* „Review of Financial Studies” 2008, Vol. 21(4).
12. Cochrane J.: *Asset Pricing. Revised Edition*. Princeton University Press, Princeton, Oxford 2005.
13. Cochrane J.: *Financial Markets and the Real Economy*. W: *Handbook of the Equity Risk Premium*. Red. R. Mehra. Elsevier, Amsterdam, Oxford 2008.
14. Cochrane J.: *The Dog that Did Not Bark: A Defense of Return Predictability*. „Review of Financial Studies” 2008, Vol. 21(4).

15. Cochrane J., Hansen L.P.: *Asset Pricing Explorations for Macroeconomics*. „NBER Macroeconomics Annual” 1992, Vol. 7.
16. Collard F., Juillard M.: *Accuracy of Stochastic Perturbation Methods: The Case of Asset Pricing Models*. „Journal of Economic Dynamics and Control” 2001, Vol. 25(6-7).
17. Constantinides G.: *Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle*. „Journal of Political Economy” 1990, Vol. 98(3).
18. Constantinides G., Duffie D.: *Asset Pricing with Heterogeneous Consumers*. „Journal of Political Economy” 1996, Vol. 104(2).
19. Croce M.: *Long-run Productivity Risk: A New Hope for Production-based Asset Pricing*. Manuskrypt 2008.
20. Davis M., Heathcote J.: *Housing and the Business Cycle*. „International Economic Review” 2005, Vol. 46(3).
21. Fama E., French K.: *Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds*. „Journal of Financial Economics” 1989, Vol. 25.
22. Ferson W., Constantinides G.: *Habit Persistence and Durability in Aggregate Consumption*. „Journal of Financial Economics” 1991, Vol. 29.
23. Gollicr C.: *The Economics of Risk and Time*. MIT Press, Cambridge, London 2004.
24. Goyal A., Welch I.: *A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction*. „Review of Financial Studies” 2008, Vol. 21(4).
25. Guidolin M., Hyde S., McMillan D., Ono S.: *Non-linear Predictability in Stock and Bond Returns: When and Where Is It Exploitable?* Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper Series 2008-010A.
26. Guvenen F.: *A Parsimonious Macroeconomic Model for Asset Pricing: Habit Formation or Cross-sectional Heterogeneity?* Manuskrypt 2005.
27. Hamilton J.: *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton 1994.
28. Heer B., Maussner A.: *Dynamic General Equilibrium Modelling. Computational Methods and Applications*. Springer, Berlin, Heidelberg 2005.
29. Jaccard I.: *Asset Pricing, Habit Memory and the Labor Market*. Manuskrypt 2007.
30. Jagannathan R., McGrattan E., Schrebin A.: *The Declining U.S. Equity Premium*. „Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review” 2000, Vol. 24(4).
31. Jermann U.: *Asset Pricing in Production Economies*. „Journal of Monetary Economics” 1998, Vol. 41(2).

32. Kaltenbrunner G., Lochstoer L.: *Long-run Risk through Consumption Smoothing*. Manuskrypt 2007.
33. Kandel S., Stambaugh R.: *On the Predictability of Stock Returns: An Asset-allocation Perspective*. *Journal of Finance* 1996, Vol. 51(2).
34. Kühn L.: *Time-to-Build and Asset Prices*. Manuskrypt 2007.
35. Lettau M., Van Nieuwerburgh S.: *Reconciling the Return Predictability Evidence*. „*Review of Financial Studies*” 2008, Vol. 21(4).
36. Lucas R.: *Asset Prices in an Exchange Economy*. „*Econometrica*” 1978, Vol. 46(6).
37. Mehra R., Prescott E.: *The Equity Premium: A Puzzle*. „*Journal of Monetary Economics*” 1985, Vol. 15(1).
38. Miranda M., Fackler P.: *Applied Computational Economics and Finance*. MIT Press, Cambridge, London 2002.
39. Restoy F., Rockinger G.M.: *On Stock Market Returns and Returns on Investment*. „*Journal of Finance*” 1994, Vol. 49(2).
40. Romer D.: *Makroekonomia dla zaawansowanych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.
41. Storesletten K., Telmer C., Yaron A.: *Asset Pricing with Idiosyncratic Risk and Overlapping Generations*. „*Review of Economic Dynamics*” 2007, Vol. 10.
42. Tallarini T.: *Risk-sensitive Real Business Cycles*. „*Journal of Monetary Economics*” 2000, Vol. 45(3).
43. Tripolski-Kimel M.: *Asset Returns, Slow Moving Habit and Production Economies*. Manuskrypt 2007.
44. Uhlig H.: *Explaining Asset Prices with External Habits and Wage Rigidities in a DSGE Model*. SFB 649 Discussion Paper 2007-003.

STOCK PRICES IN DSGE MODELS WITH PRODUCTION

Summary

The paper investigates to what extent contemporary macroeconomic models are able to explain jointly macroeconomic aggregate fluctuations, stock prices and their links. Especially, it focuses on the excess return predictability and leading indicator properties. Standard RBC and classic Jermann's model as well as the new ideas: long-memory habits, long-run consumption risk and consumers' heterogeneity have been analysed. It is shown that usually the level and volatility moments of the main variables generated by the models are close to their empirical counterparts whereas moments referring to the predictability and leading indicators differ significantly from observations.

Maria Balcerowicz-Szcutnik

ANALIZA RYZYKA DEMOGRAFICZNEGO W POLSCE I WYBRANYCH KRAJACH UNII EUROPEJSKIEJ

Uwagi wstępne

W przedstawionym artykule dotyczącym ryzyka ekonomicznego zawężonego do ryzyka demograficznego szczególną uwagę skierowano na analizy porównawcze dotyczące ryzyka demograficznego w Polsce i wybranych krajach UE. W ramach wcześniej prowadzonych analiz poddano szczegółowej ocenie wiele współczynników demograficznych i na podstawie dynamiki ich zmian dokonano oceny zakresu i kierunku zmian ryzyka demograficznego w Polsce i łącznie w 25 państwach Unii Europejskiej. Przeprowadzone analizy pozwoliły na sformułowanie stosownych wniosków i konstrukcję prognoz wartości wybranych mierników demograficznych. Jednak biorąc pod uwagę fakt, że Unia Europejska jest zbiorowością niejednorodną w sensie geograficznym, historycznym, gospodarczym i politycznym, warto rozszerzyć przeprowadzone analizy na przypadek nie łącznego, lecz indywidualnego traktowania państw unijnych. Uzasadnieniem potrzeby odrębnych analiz ryzyka demograficznego prowadzonych dla każdego z państw mogą być zdecydowanie różne systemy ubezpieczeń społecznych, tzn. systemy ubezpieczeń funkcjonujące na zupełnie innych zasadach.

W ramach unijnych tendencji do unifikacji konieczne wydaje się porównanie systemów ubezpieczeń społecznych funkcjonujących w poszczególnych krajach, ustalenie podobieństw i różnic oraz ocena skali ryzyka demograficznego rozumianego jako zachwianie równowagi pomiędzy liczebnościami subpopulacji płatników składek ubezpieczeniowych i liczebnościami subpopulacji świadczeniobiorców.

Prowadzone analizy są przydatne, a nawet konieczne, szczególnie w przypadku systemów ubezpieczeń działających na zasadzie repartycji. Wprawdzie we wszystkich państwach unijnych przeprowadzono już reformy systemów emerytalnych (będących zdecydowanie głównym obszarem działania systemu ubezpieczeń społecznych), lecz stopień ich zaawansowania i zakres wprowadzania do praktyki jest tak nieznaczący, że nadal należy uznawać system repartycyjny za powszechnie obowiązujący.

Jak wspomniano wcześniej, szczegółowe analizy porównawcze przeprowadzono dla Polski i wybranych państw UE. Z grupy państw unijnych wybrano trzy rozłączne, ale w pewnym sensie spójne podgrupy państw:

1. Grupa I – państwa o najniższym stażu unijnym, czyli Bułgaria, Estonia, Litwa, Łotwa i Rumunia.
2. Grupa II – państwa „najsilniejsze” w systemie UE, czyli Niemcy, Francja, Anglia, Włochy i Hiszpania.
3. Grupa III – państwa o zdecydowanie podobnym systemie ubezpieczeń emerytalnych lub o podobnej dynamice zmian parametrów demograficznych decydujących o ryzyku demograficznym, czyli Irlandia, Portugalia, Szwecja, Dania i Grecja.

Taki podział państw UE lub raczej wybór takich grup państw może budzić zastrzeżenia, lecz trudno o jednoznaczną klasyfikację, dlatego tak szeroki zakres rozważań wydaje się być korzystny.

W prezentowanym artykule zwrócono szczególną uwagę na państwa grupy I, czyli grupę, która wraz z Polską ma najniższy staż unijny. Przedmiotem szczegółowych analiz jest dynamika zmian wybranych parametrów statystycznych i na jej podstawie porównanie skali ryzyka demograficznego w wybranych państwach UE. Wybrane parametry demograficzne i ich analiza są przedmiotem kolejnych części artykułu. Jego końcowym elementem jest konstrukcja prognoz wartości parametrów pozwalająca na ocenę i porównanie skali ryzyka demograficznego w przyszłości w każdym z tych państw.

1. Definicja ryzyka demograficznego i jego podstawowe mierniki

Ryzyko demograficzne stanowi odrębną kategorię ryzyka rozumianego zwykle jako narażenie na stratę lub brak korzyści z prowadzonych działań. Specyfika analizy ryzyka demograficznego polega na określeniu wpływu czynników demograficznych na zmiany w funkcjonowaniu określonych systemów, w tym przypadku systemu ubezpieczeń społecznych. Z szerokiej grupy parametrów

demograficznych opisujących zmiany struktury wieku ludności wydaje się, że najsilniejszy wpływ na rozmiary ryzyka demograficznego mają mierniki starzenia się i mierniki odtwarzania populacji. W prezentowanym artykule w pierwszej kolejności zwrócono uwagę na dynamikę zmian mierników starzenia się zarówno całej populacji, jak i jej części, czyli zasobów pracy. Współczynniki wybrane jako podstawa prowadzonych dalej ocen i oszacowań przedstawiono poniżej. Są to:

1. Współczynnik starości demograficznej:

$$W_{SD2} = \frac{L_{65+}}{L_{og}}$$

2. Współczynnik starzenia się zasobów pracy:

$$W_{SZP} = \frac{L_{45-59}}{L_{og}}$$

3. Współczynnik obciążeń demograficznych:

$$W_{OD} = \frac{L_{0-14} + L_{65+}}{L_{15-64}}$$

4. Współczynnik obciążeń zasobów pracy:

$$W_{OZP} = \frac{L_{45-59}}{L_{20-59}}$$

5. Współczynnik wczesnych emerytur:

$$W_{WE} = \frac{L_{50+}}{L_{20-49}}$$

6. Syntetyczny współczynnik zastępowalności pokoleń:

$$W_{DW} = \frac{L_{65+}}{L_{0-14}}$$

gdzie:

L_{m-k} – liczebność subpopulacji w wieku pomiędzy m a k lat,

L_m – liczebność subpopulacji w wieku powyżej m lat,

L_{og} – łączna liczebność całej analizowanej populacji.

2. Wyniki szczegółowych analiz

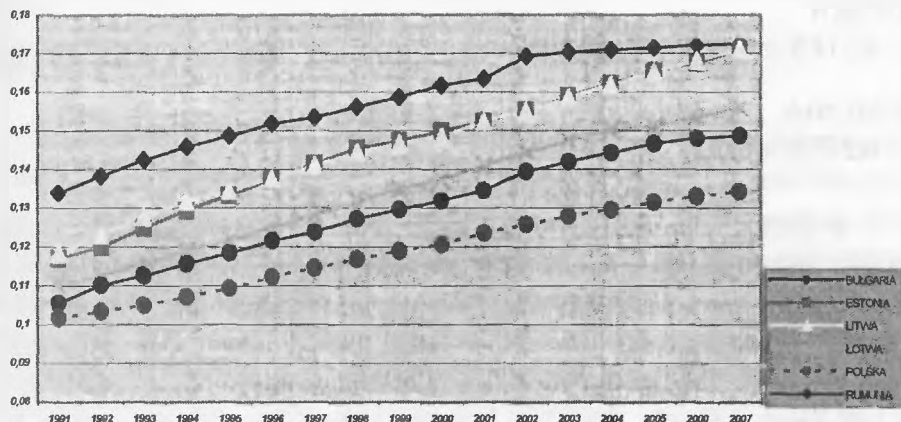
Poniżej przedstawiono wyniki szczegółowych analiz empirycznych przeprowadzonych na podstawie szeregów czasowych określających strukturę wieku społeczeństw wybranych państw (Bułgaria, Estonia, Litwa, Łotwa, Polska i Rumunia) w latach 1991-2007. Szczegółowe dane dotyczące struktury wieku społeczeństw uzyskano z bazy EUROSTAT prezentowanej na stronie internetowej www.stat.gov.pl/eurostat. Badania przeprowadzono równolegle dla Polski i państw Unii Europejskiej ze względu na to, że ryzyko demograficzne i tym samym ryzyko ekonomiczne przejawiające się w zmiennej strukturze wieku społeczeństwa jest problemem nie tylko Polski, ale także wielu państw UE. Wyniki analiz podzielono na kilka części ze względu na rodzaj analizowanego współczynnika. Dla każdego z wybranych i zaprezentowanych w poprzednim podrozdziale współczynników przedstawiono graficzną postać empirycznej linii trendu i wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów teoretyczną postać funkcji trendu z zachowaniem wyboru najlepiej dopasowanej postaci funkcji trendu na podstawie maksymalnej wartości współczynnika R^2 . Następnie na podstawie empirycznych szeregów czasowych z lat 1991-2007 dla wybranych współczynników wyznaczono ich prognozy na lata 2008-2010. Procedurę prognozowania przeprowadzono trzykrotnie, a mianowicie skonstruowano prognozy współczynników na podstawie wyznaczonych teoretycznych linii trendu, opierając się na średnim tempie zmian współczynników w analizowanym okresie oraz wykorzystując metody adaptacyjne, czyli metodę wag harmonicznnych, poprzedzając właściwą procedurę konstrukcji prognoz wygładzaniem szeregu empirycznego metodą trendu pełzającego. Prognozy uzyskane metodami adaptacyjnymi okazały się być bardziej wiarygodne i w prezentowanym artykule zamieszczono ich wartości oraz wartości prognoz współczynników uzyskane z wykorzystaniem średniego tempa zmian. Pominęto prognozy wyznaczone na podstawie linii trendu, uznając je za „słabsze” i przez to mniej wiarygodne. Poniżej przedstawiono wyniki analiz w zaproponowanej kolejności. W każdym z przypadków łącznie zestawiono uzyskane wyniki analiz równocześnie dla wszystkich wybranych państw, co niewątpliwie ułatwiło ich interpretację.

2.1. Współczynnik starości demograficznej

Prezentację wyników szczegółowych analiz dla każdego współczynnika demograficznego warto rozpocząć od przedstawienia wykresu empirycznych linii trendu dla wszystkich wybranych państw unijnych. Poniżej przedstawiono wykres dynamiki zmian współczynnika starości demograficznej.

Wykres I

Dynamika zmian współczynnika starości demograficznej dla Polski i wybranych państw UE w latach 1991-2007



Porównując postacie empirycznych linii trendu dla wszystkich objętych analizą państw, zauważamy, że wprawdzie tendencja zmian współczynników jest niemal identyczna, czyli wyraźnie widoczny jest systematyczny wzrost proporcji subpopulacji osób w wieku powyżej 65 lat w odniesieniu do liczebności ogólnej, ale dla Polski wartości mierników są zdecydowanie niższe. Można zatem uważać, że w porównaniu z krajami nowo wstępującymi do UE jesteśmy społeczeństwem stosunkowo „młodym” i konsekwencje procesów starzenia nie powinny być w Polsce tak wyraźnie widoczne. Jednak niepokojące jest tempo wzrostu wspomnianych współczynników sięgające w przypadku współczynnika starości 65+ aż 2,39% przyrostu z roku na rok dla Estonii, 2,32% dla Litwy, około 2,16 dla Łotwy i Rumunii, 1,75% dla Polski i 1,60% dla Bułgarii. W porównaniu z przeciętnym tempem wzrostu tego współczynnika dla całej Unii Europejskiej równym 1,23% proces starzenia się społeczeństw państw o najkrótszym stażu unijnym jest najbardziej zaawansowany.

Postacie teoretycznych funkcji trendu wspomnianego współczynnika dla Polski i wybranych państw UE są następujące:

BULGARIA

$$y = 0,2478t + 13,538 \quad R^2 = 0,9659$$

ESTONIA

$$y = 0,3315t + 11,591 \quad R^2 = 0,9917$$

LITWA

$$y = 0,3153t + 11,782 \quad R^2 = 0,996$$

ŁOTWA

$$y = 0,2958t + 10,747 \quad R^2 = 0,9956$$

POLSKA

$$y = 0,2147t + 9,9219 \quad R^2 = 0,9966$$

RUMUNIA

$$y = 0,2772t + 10,443 \quad R^2 = 0,9937$$

Widoczna w postaci wartości współczynnika dopasowania jakość oszacowanych funkcji trendu pozwala na konstrukcje prognoz ich wartości dla przyszłych momentów czasu. Jednak zachowując pewną nieufność w stosunku do wartości projekcji uzyskanych na podstawie funkcji trendu, poniżej przedstawiono prognozy współczynników starości dla subpopulacji 65+ uzyskane metodą wag harmonicznnych, która jest uważana za bardziej właściwą metodę konstrukcji prognoz demograficznych, ponieważ uwzględnia świeżo napływające informacje, jest bardziej elastyczna interpretacyjnie oraz wykorzystuje średnie tempo zmian. Tabele 1 i 2 zawierają wartości prognoz mierników na najbliższe lata, czyli na rok 2008, 2009 i 2010. Prognozę na rok 2008 będzie można w niedługim czasie zweryfikować, aby ocenić jej trafność.

Tabela 1

Prognozy współczynników starości demograficznej (metoda wag harmonicznnych)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	17,41	17,37	17,40	15,83	13,61	15,08
2009	17,56	17,68	17,70	16,09	13,79	15,30
2010	17,71	17,98	18,01	16,35	13,98	15,51

Tabela 2

Prognozy współczynników starości demograficznej (metoda średniej geometrycznej)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	17,53	17,49	17,49	15,92	13,65	15,18
2009	17,81	17,91	17,90	16,26	13,89	15,50
2010	18,09	18,34	18,31	16,62	14,14	15,84

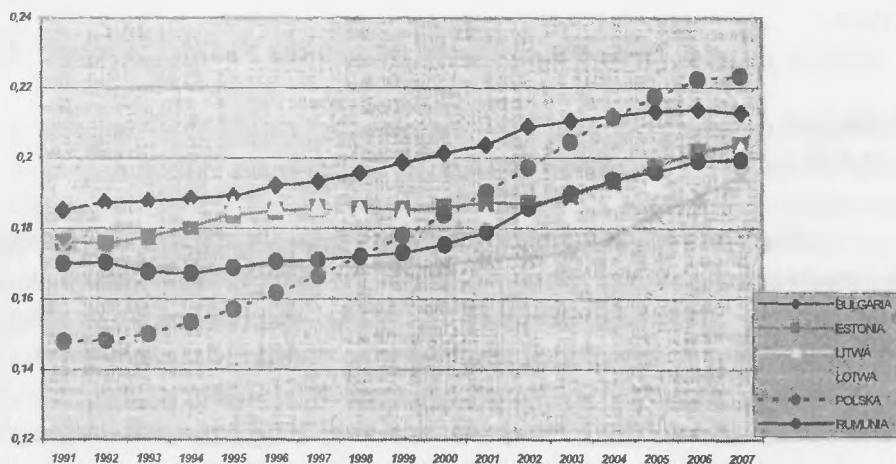
Analizując powyższe wartości prognoz, możemy stwierdzić, że różnią się one w niewielkim stopniu (co potwierdza ich wiarygodność) i niestety w obydwu przypadkach wskazują na wzrostową tendencję wartości miernika.

2.2. Współczynniki starzenia się zasobów pracy

Kolejnymi miernikami poddanymi analizom ze względu na potrzebę oceny skali ryzyka demograficznego są współczynniki starzenia się zasobów pracy, gdyż postępujący proces starzenia się społeczeństwa jest problemem w sferze ubezpieczeń społecznych, a starzenie się zasobów pracy jest procesem wpływającym na wzrost poziomu ryzyka demograficznego, a tym samym ryzyka ekonomicznego. Współczynniki starzenia się zasobów pracy to proporcje liczebności subpopulacji osób w wieku produkcyjnym, ale w końcowym jego okresie, do liczebności populacji ogółem. Wybrano dwa przedziały wiekowe: 45-59 lat i 50-59 lat ze względu na obniżający się wiek przechodzenia pracowników w stan spoczynku zawodowego. Poniższe wykresy przedstawiają dynamikę zmian tych mierników.

Wykres 2

Dynamika zmian współczynnika starzenia się zasobów pracy w grupie wieku 45-59 dla Polski i wybranych państw UE w latach 1991-2007



Empiryczne linie trendu w przypadku obydwu współczynników nie zachowują się tak regularnie w całym analizowanym przedziale czasowym, jak to było widoczne w przypadku współczynnika starzenia. Szczególnie niepokojące jest tempo wzrostu miernika dla Polski, sięgające 2,3%, podczas gdy w przy-

padku innych państw nowo wstępujących do UE miernik ten nie osiąga nawet 1%. Przyczyn można doszukiwać się w zjawisku niemal masowej emigracji zarobkowej, której „fala” w przypadku Polski przypadała już na koniec ubiegłego wieku. Spowodowało to zachwianie proporcji pomiędzy rozważanymi grupami wiekowymi i właściwie powiększenie dysproporcji w tych przedziałach wieku.

Teoretyczne linie trendu dla wspomnianych mierników mają następujące postacie:

Współczynnik obciążeń 45-59 do ogółu

BULGARIA

$$y = 0,2057t + 18,10 \quad R^2 = 0,9674$$

ESTONIA

$$y = 0,1509t + 17,354 \quad R^2 = 0,8873$$

LITWA

$$y = 0,0178t^2 - 0,264t + 19,277 \quad R^2 = 0,7826$$

ŁOTWA

$$y = 0,0241t^2 - 0,3227t + 17,792 \quad R^2 = 0,9572$$

POLSKA

$$y = 0,5321t + 13,357 \quad R^2 = 0,9807$$

RUMUNIA

$$y = 0,217t + 15,982 \quad R^2 = 0,8614$$

Uzyskane teoretyczne funkcje trendu przyjmują z reguły postać liniową lub kwadratową, a stopień ich dopasowania do danych empirycznych można uznać za dobry. Nie jest on wprawdzie tak wysoki, jak w przypadku współczynnika starości, lecz na tyle dobry, aby można na podstawie oszacowanych linii trendu konstruować prognozy wartości mierników w najbliższych latach. Podobnie jak dla współczynnika starzenia, procedurę prognozowania wykorzystano trzykrotnie, każdorazowo stosując inne podstawy teoretyczne. Porównanie uzyskanych wyników pozwala na stwierdzenie, że najbardziej wiarygodne wyniki daje metoda wag harmoniczných i metoda średniej geometrycznej (tabela 3 i 4).

Tabela 3

Prognozy współczynników starzenia się zasobów pracy w grupie wieku 45-59
(metoda wag harmonicznych)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	21,45	20,66	20,48	19,81	22,89	20,23
2009	21,58	20,90	20,73	20,15	23,39	20,49
2010	21,71	21,15	20,99	20,49	23,89	20,74

Tabela 4

Prognozy współczynników starzenia się zasobów pracy w grupie wieku 45-59
(metoda średniej geometrycznej)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	21,47	20,56	20,28	19,64	22,91	20,13
2009	21,66	20,75	20,34	19,78	23,50	20,33
2010	21,85	20,94	20,40	19,92	24,12	20,53

Na podstawie tabel 3 i 4 można sformułować podobny wniosek dotyczący wartości prognoz, jak w przypadku współczynnika starzenia, a mianowicie, że proces starzenia się zasobów pracy jest widoczny w każdym z rozpatrywanych państw, ale ma różne natężenie.

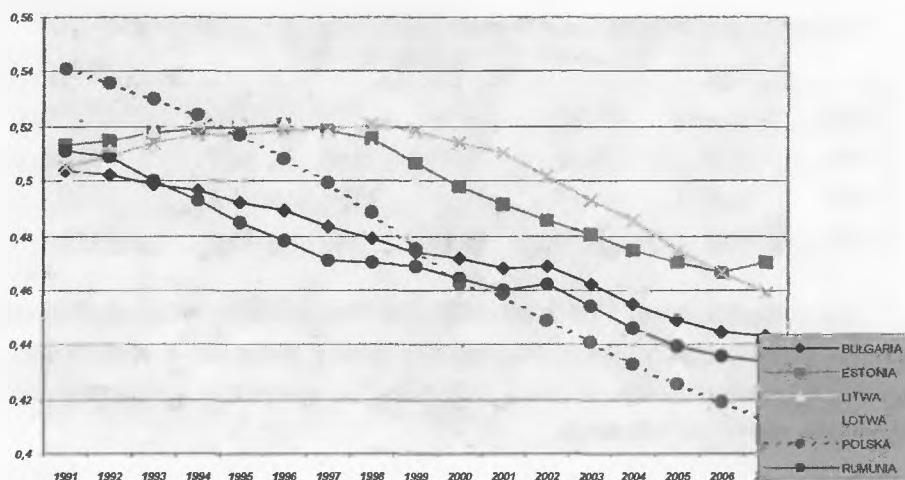
2.3. Współczynnik obciążeń demograficznych

Kolejny miernik demograficzny, którego wpływ na ryzyko demograficzne, a tym samym ryzyko ekonomiczne jest niezaprzeczalny, to współczynnik obciążeń demograficznych definiowanych jako proporcja liczebności subpopulacji osób w wieku nieprodukcyjnym i produkcyjnym. Graficzny obraz zmian współczynników przedstawia wykres 3. Analiza dynamiki wspomnianego współczynnika napawa optymizmem, ponieważ w całym analizowanym okresie dla wszystkich wybranych państw widoczna jest wyraźna tendencja spadkowa jego wartości. Jest to równoważne temu, że zmniejsza się stosunek liczby osób w wieku nieprodukcyjnym do liczby osób w wieku produkcyjnym. Zatem w sensie ryzyka demograficznego również to ryzyko ulega osłabieniu. Taka sytuacja jest wynikiem wchodzenia w wiek produkcyjny kolejnych roczników drugiego powojennego szczytu urodzeń przypadającego na koniec lat siedemdziesiątych i początek osiemdziesiątych poprzedniego wieku. Taka tendencja zmian struktury wieku jest charakterystyczna dla każdego z analizowanych

państw, lecz nie można zakładać, że utrzyma się ona w kolejnych latach, gdyż w latach 2010-2012 z rynku pracy będą odchodzić na emeryturę osoby z pierwszego powojennego szczytu urodzeń, co przy obecnie bardzo niskim poziomie urodzeń może i na pewno spowoduje zmianę kierunku dynamiki analizowanego współczynnika.

Wykres 3

Dynamika zmian współczynnika obciążeń demograficznych dla Polski i wybranych państw UE w latach 1991-2007



Niemniej warto zauważyć, że tempo spadku wartości miernika jest najsilniejsze w przypadku Polski i wynosi przeciętnie 1,68% z roku na rok.

Teoretyczne funkcje trendu przyjmują postacie:

BULGARIA

$$y = -0,0289t^2 + 0,7107t + 29,737 \quad R^2 = 0,9636$$

ESTONIA

$$y = -0,0266t^2 + 0,1056t + 51,742 \quad R^2 = 0,93$$

LITWA

$$y = -0,0401t^2 + 0,2486t + 51,12 \quad R^2 = 0,9089$$

ŁOTWA

$$y = -0,0567t^2 + 0,7188t + 49,734 \quad R^2 = 0,991$$

POLSKA

$$y = -0,8628t + 55,526 \quad R^2 = 0,9932$$

RUMUNIA

$$y = -0,4728t + 51,198 \quad R^2 = 0,9738$$

Stopień dopasowania uzyskanych funkcji trendu do danych empirycznych wskazuje, podobnie jak poprzednio, na możliwość prognoz. Zatem wykorzystując procedurę prognozowania trzykrotnie (na podstawie teoretycznej funkcji trendu, metodą średniej geometrycznej i metodą wag harmoniczných), wyznaczono wartości prognozowane na lata 2008-2010. W tabelach 5 i 6 zaprezentowano te wartości, które uznano za najlepsze na podstawie znajomości stosowanych błędów predykcji.

Tabela 5

Prognozy współczynników obciążeń demograficznych (metoda wag harmoniczných)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	LOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	43,83	46,54	44,50	45,27	40,49	42,89
2009	43,43	46,21	44,00	44,64	39,72	42,46
2010	43,02	45,88	43,51	44,00	38,95	42,02

Tabela 6

Prognozy współczynników obciążeń demograficznych (metoda średniej geometrycznej)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	LOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	43,92	46,73	44,75	45,66	40,58	42,91
2009	43,57	46,47	44,47	45,39	39,90	42,47
2010	43,22	46,21	44,19	45,12	39,23	42,04

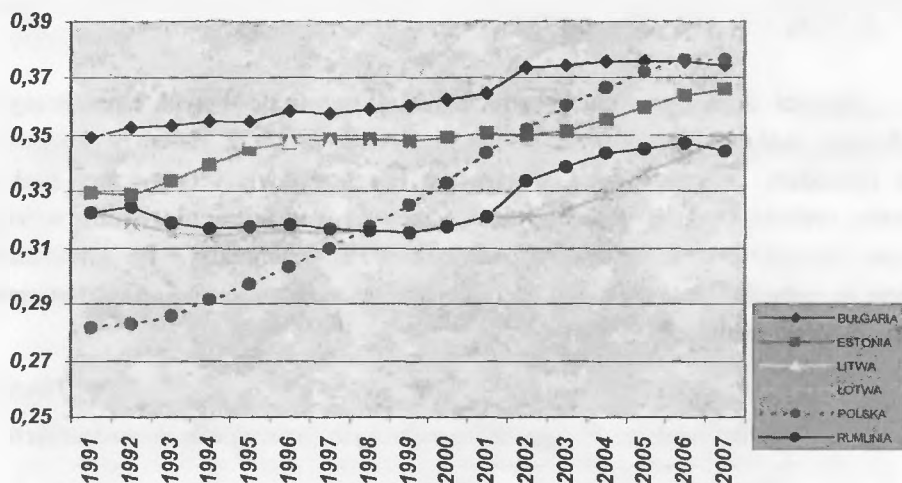
Wyznaczone wartości prognoz współczynników wskazują na spadek poziomu obciążeń demograficznych, lecz należy uznać je za niezbyt wiarygodne z powodów, które przedstawiono już wcześniej.

2.4. Współczynniki obciążeń zasobów pracy

Współczynniki obciążeń zasobów pracy są najprościej rozumiane jako udział w subpopulacji osób w wieku produkcyjnym jej części w wieku przedemerytalnym. Interpretacje graficzne empirycznych linii trendu przedstawiono na wykresie 4.

Wykres 4

Dynamika zmian współczynnika obciążeń zasobów pracy w grupie 45-59 lat dla Polski i wybranych państw UE w latach 1991-2007



Teoretyczne linie trendu oszacowane dla współczynników obciążeń zasobów pracy przedstawiono poniżej:

Współczynnik obciążeń 45-59 do 20-59

BULGARIA

$$y = 0,1827t + 34,704 \quad R^2 = 0,9263$$

ESTONIA

$$y = -0,0035t^2 + 0,2636t + 32,793 \quad R^2 = 0,912$$

LITWA

$$y = 0,0017t^3 - 0,0304t^2 + 0,0917t + 34,734 \quad R^2 = 0,6309$$

ŁOTWA

$$y = 0,0305t^2 - 0,3933t + 32,633 \quad R^2 = 0,9772$$

POLSKA

$$y = 0,6834t + 26,651 \quad R^2 = 0,9863$$

RUMUNIA

$$y = 0,0277t^2 - 0,3141t + 32,604 \quad R^2 = 0,8736$$

Natomiast prognozy wartości współczynników wyznaczone (podobnie jak w poprzednich przypadkach) trzema metodami z wyróżnieniem metody wag harmonicznych i metody średniej geometrycznej przedstawiono w tabelach 7 i 8.

Tabela 7

Prognozy współczynników obciążeń zasobów pracy (metoda wag harmonicznych)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	37,57	36,87	36,18	35,34	38,25	34,71
2009	37,67	37,12	36,41	35,75	38,79	34,92
2010	37,77	37,37	36,64	36,17	39,33	35,12

Tabela 8

Prognozy współczynników obciążeń zasobów pracy (metoda średniej geometrycznej)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	37,61	36,82	35,96	35,11	38,33	34,58
2009	37,77	37,06	35,99	35,28	39,03	34,72
2010	37,93	37,31	36,01	35,45	39,74	34,86

Analiza wartości prognoz mierników zamieszczonych w tabelach 7 i 8 wskazuje na nieznaczne różnice w ich wartościach, co pozwala na uznanie ich za wiarygodne. Niestety porównania prognoz dla poszczególnych państw nie są dla Polski satysfakcjonujące, gdyż analizowane mierniki właśnie dla naszego kraju przyjmują najwyższe wartości.

2.5. Współczynnik wczesnych emerytur

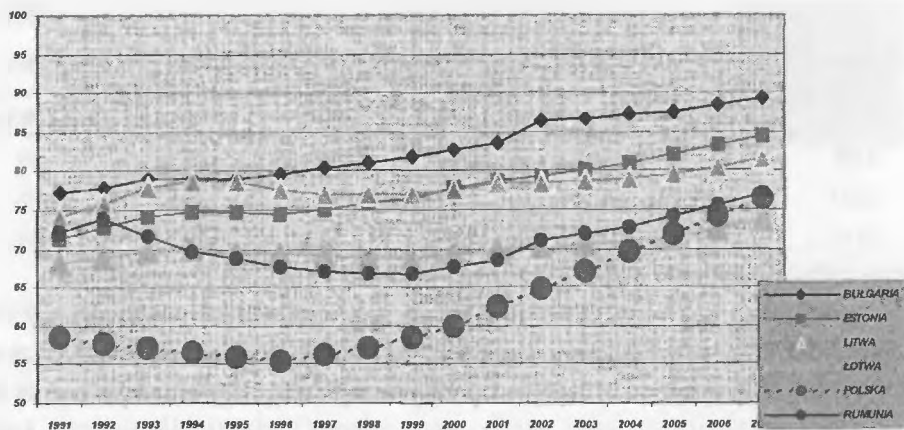
Kolejnym miernikiem pozwalającym na ocenę poziomu ryzyka demograficznego jest współczynnik dotychczas niedefiniowany formalnie w grupie podstawowych współczynników demograficznych, a z pewnością mający zdecydowany wpływ na ryzyko demograficzne, postrzegane w ubezpieczeniach społecznych jako zachwianie proporcji liczebnościowych pomiędzy subpopulacjami płatników składek i świadczeniobiorcami. Miernik określa proporcje pomiędzy „wczesnymi emerytami” a zasobami pracy lub ogółem ludności. Grupę wczesnych emerytów stanowią osoby w wieku ponad 50 lat. Jest to szczególna grupa wieku pracowników, ponieważ ze względu na stan zdrowia lub z przyczyn od siebie niezależnych (gospodarczych, politycznych lub organizacyjnych) może zmienić status z płatnika składek ubezpieczeniowych na status świadczeniobior-

cy, co z punktu widzenia ubezpieczeń społecznych jest niekorzystne. Tworzy się wówczas sfera „starości ekonomicznej” [1], która w odróżnieniu od starości demograficznej – dającej się wcześniej określić na podstawie znajomości struktury wieku – jest dodatkowym czynnikiem wpływającym na poziom ryzyka demograficznego.

Wykres 5 to geometryczny obraz szeregów czasowych współczynników wczesnych emerytur w odniesieniu do zasobów pracy.

Wykres 5

Dynamika zmian współczynnika „wczesnych emerytów” w stosunku do zasobów pracy dla Polski i wybranych państw UE w latach 1991-2007



Na powyższym wykresie widoczne jest, że współczynnik „wczesnych emerytów” rozważany w stosunku do poziomu zasobów pracy ma dla Polski najniższą wartość, ale niestety najsilniejszą dynamikę wzrostu sięgającą 1,67 % przeciętnego przyrostu miernika z roku na rok, podczas gdy w innych krajach średnioroczny wzrost nie przekracza 0,7%.

Odpowiednie teoretyczne linie trendu dla analizowanych mierników przedstawiono poniżej:

Współczynnik 50+ do 20-59

BULGARIA

$$y = -0,0013t^2 + 0,1075t + 34,088 \quad R^2 = 0,7844$$

ESTONIA

$$y = 0,7448t + 70,696 \quad R^2 = 0,9675$$

LITWA

$$y = 0,008t^3 - 0,2072t^2 + 1,7062t + 73,467 \quad R^2 = 0,8394$$

ŁOTWA

$$y = 0,0266t^2 - 0,2467t + 69,413 \quad R^2 = 0,8758$$

POLSKA

$$y = 0,1416t^2 - 1,3273t + 59,37 \quad R^2 = 0,9888$$

RUMUNIA

$$y = 0,1278t^2 - 2,036t + 75,646 \quad R^2 = 0,9169$$

Oszacowane linie trendu przyjmują różną postać funkcyjną, od liniowej, poprzez kwadratową, do wielomianu trzeciego stopnia, ale wszystkie spełniają warunek dobrego dopasowania do danych empirycznych. Podobnie jak dla wcześniej analizowanych współczynników, wyznaczono wartości prognoz na najbliższe trzy lata z zachowaniem warunku minimalnego błędu szacunku. Prognozy mierników zaprezentowano w tabelach 9 i 10.

Tabela 9

Prognozy współczynników „wczesnych emerytów” w stosunku do zasobów pracy
(metoda wag harmoniczných)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	89,87	85,43	81,93	74,09	78,29	77,95
2009	90,65	86,38	82,45	74,67	80,25	78,93
2010	91,42	87,34	82,97	75,25	82,21	79,92

Tabela 10

Prognozy współczynników „wczesnych emerytów” w stosunku do zasobów pracy
(metoda średniej geometrycznej)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	ŁOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	89,89	85,30	81,88	73,86	77,60	77,25
2009	90,70	86,20	82,36	74,21	78,90	77,56
2010	91,51	87,11	82,84	74,56	80,23	77,87

Przedstawione w tabelach 9 i 10 wartości prognoz pozwalają na sformułowanie wniosku o poziomie zmian analizowanych współczynników – można jednoznacznie stwierdzić, że współczynniki „wczesnych emerytów” wykazują

ogólnie tendencję wzrostową oraz że dla Polski ich wartości są niższe niż w innych państwach. Jest to konkluzja zdecydowanie niekorzystna z punktu widzenia ryzyka ekonomicznego.

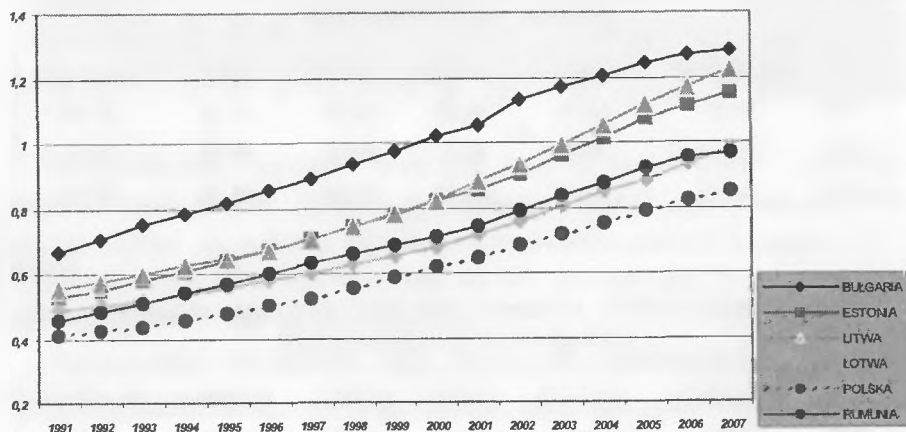
2.6. Syntetyczne współczynniki zastępowalności pokoleń (proporcja wnuków i dziadków)

Kolejnymi i w zasadzie ostatnimi miernikami wybranymi jako podstawowe do oceny poziomu ryzyka demograficznego są mierniki analizowane pod kątem zastępowalności pokoleń, czyli proporcje pomiędzy pokoleniem przedprodukcyjnym i poprodukcyjnym. Mierniki te są nazywane proporcjami dziadków i wnuków i teoretycznie powinny wskazać, na ilu dziadków będzie w przyszłości pracował jeden wnuk.

Geometryczny obraz szeregu czasowego wspomnianych mierników dla wszystkich państw z wybranej grupy w latach 1991-2007 przedstawia wykres 6.

Wykres 6

Dynamika zmian współczynnika zastępowalności pokoleń dla Polski i wybranych państw UE w latach 1991-2007



Analiza proporcji liczebności subpopulacji osób w wieku powyżej 65 lat w stosunku do osób w wieku poniżej 14 lat przedstawionych na wykresie 6 pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

1. Obciążenie młodzieży osobami w wieku poprodukcyjnym jest w przypadku Polski najniższe, co może być zjawiskiem w pewnym stopniu uspokajającym i pocieszającym, gdyby nie dość znaczna dynamika wzrostu miernika

sięgająca od 4,5% do 5,1%, podczas gdy ogółem we wszystkich państwach UE wynosi ona około 2,5%.

2. Najwyższą wartość współczynnika obserwuje się dla Bułgarii, gdzie w 2007 roku na jednego młodego człowieka przypadało około 1,3 osoby w wieku poprodukcyjnym, a tempo wzrostu miernika było na poziomie 4,4%.
3. Równie wysoką wartość współczynnika obserwuje się dla Litwy i Estonii, a dodatkowo średnioroczne tempo wzrostu jest w tych państwach najsilniejsze i sięga odpowiednio 5% i 5,5%, co powinno być powodem do niepokoju dla ekip rządzących.
4. W przypadku wszystkich analizowanych państw mierniki zmieniają się niemal liniowo i jeśli przyjmie się taki sam kierunek zmian, to jest to uzasadniony powód do niepokoju, gdyż ryzyko demograficzne przejawiające się w zmianach tego miernika jest znaczne.

Poniżej przedstawiono teoretyczne linie trendu oszacowane dla tego miernika:

BUŁGARIA

$$y = 0,0406t + 0,6196 \quad R^2 = 0,9955$$

ESTONIA

$$y = 0,0399t + 0,4457 \quad R^2 = 0,9881$$

LITWA

$$y = 0,0428t + 0,444 \quad R^2 = 0,97$$

ŁOTWA

$$y = 0,0307t + 0,4098 \quad R^2 = 0,9679$$

POLSKA

$$y = 0,0289t + 0,3415 \quad R^2 = 0,9871$$

RUMUNIA

$$y = 0,033t + 0,4052 \quad R^2 = 0,993$$

Wykorzystując trzy metody prognozowania, oszacowano wartości mierników zastępowalności pokoleń na kolejne trzy lata. Wyniki prognoz zawierają tabele 11 i 12.

Tabela 11

Prognozy mierników zastępowalności pokoleń (metoda wag harmoniczych)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	LOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	1,32	1,19	1,28	1,02	0,88	1,00
2009	1,36	1,24	1,33	1,06	0,91	1,03
2010	1,39	1,28	1,38	1,10	0,95	1,06

Tabela 12

Prognozy mierników zastępowalności pokoleń (metoda średniej geometrycznej)

ROK	BULGARIA	ESTONIA	LITWA	LOTWA	POLSKA	RUMUNIA
2008	1,34	1,21	1,29	1,02	0,89	1,01
2009	1,39	1,27	1,35	1,07	0,93	1,06
2010	1,45	1,33	1,42	1,12	0,97	1,11

Warto zwrócić uwagę na prognozy mierników wyznaczone dla poszczególnych państw. Potwierdza się wcześniej zasygnalizowane spostrzeżenie, że dla Polski proporcja liczebnościowa pomiędzy analizowanymi subpopulacjami jest najbardziej korzystna, czyli na jednego „wnuka” przypada do umownego utrzymania najmniej „dziadków”. Ale biorąc pod uwagę tempo zmian, a właściwie wzrostu współczynnika w kolejnych latach, zdecydowanie się zwiększy i przekroczy 1.

Do sporządzonych prognoz należy podchodzić z pewną dozą nieufności. Zapewne za bardziej wiarygodne można byłoby uznać prognozy sporządzone na podstawie prognoz struktury wieku populacji mieszkańców poszczególnych państw, lecz obecny etap prac obejmował przede wszystkim analizy porównawcze rozmiarów ryzyka demograficznego dla Polski i państw unijnych o najkrótszym stażu we wspólnocie państw. Szczegółowe analizy przyszłych rozmiarów ryzyka zostaną przeprowadzone w kolejnych etapach badań.

Podsumowanie

Celem prezentowanego artykułu było przeprowadzenie możliwie wszechstronnej analizy porównawczej ryzyka ekonomicznego zawężonego do ryzyka demograficznego z wykorzystaniem wyselekcjonowanej grupy parametrów statystycznych. Cel został osiągnięty i na podstawie analizy szeregów czasowych dotyczących proporcji liczebności w latach 1991-2007 dla wybranych sześciu państw ustalono wiele zależności i prawidłowości, niekoniecznie korzystnych z punktu

widzenia ryzyka demograficznego rozpatrywanego w ubezpieczeniach społecznych. Cechą wspólną jest niekorzystny kierunek zmian rozpatrywanych mierników świadczący o wzroście poziomu ryzyka demograficznego, a tym samym ryzyka ekonomicznego. Sporządzone prognozy wartości mierników wskazują na dalszy wzrost skali tego ryzyka. Jak wspomniano wcześniej, prognozowanie można przeprowadzić wyznaczając dodatkowo wartości mierników demograficznych na podstawie prognoz struktury wieku sporządzonych przez jednostki EUROSTAT. Wówczas wartości mierników mogłyby być nieco inne, ale tendencja wzrostowa, którą wykryto dotychczas, na pewno pozostanie na niezmiennym poziomie. Przeprowadzone analizy niestety potwierdzają wcześniej dyskutowane i wykazywane pogłębianie się procesu starzenia się społeczeństwa, starzenie się zasobów pracy, postępujący brak zastępowalności pokoleń i narastanie problemów nierównowagi finansowej w sferze repartycyjnego systemu ubezpieczeniowego. Po raz kolejny wskazuje to na potrzebę radykalnych zmian w systemach ubezpieczeniowych, jednak w chwili obecnej ze względu na stan zaawansowania prac nad reformą ubezpieczeniową tych zmian nie należy oczekiwać zbyt szybko.

Literatura

1. Balcerowicz-Szkutnik M.: *Demograficzne aspekty ryzyka w ubezpieczeniach społecznych. Uwarunkowania i analiza demoekonometryczna*. AE, Katowice 2005.
2. Balcerowicz-Szkutnik M.: *Ocena ryzyka demograficznego w ubezpieczeniach społecznych w Polsce i w wybranych krajach UE*. W: *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski*. Prace Naukowe nr 1176, AE, Wrocław 2007.
3. Golinowska S.: *Polityka społeczna. Koncepcje – instytucje – koszty*. Poltext, Warszawa 2000.
4. Klein B.: *Alternative Überlegungen zur Reform der Altersvorsorge*. „Arbeit und Sozialpolitik“ 2000, nr 3-4.
5. Kotowska I.: *Starzenie się zasobów pracy w Polsce*. „Studia Demograficzne” 1990.
6. Skarina L.: *Analiza statystyczna systemu ubezpieczeń społecznych w Republice Litewskiej. Wybrane wskaźniki*. Katowice 2008 (praca niepublikowana).
7. Urbaniak B.: *Społeczno-ekonomiczne skutki starzenia się społeczeństw*. W: *Przeobrażenia demograficzne kraju i ich konsekwencje dla polityki społecznej*. Red. L. Frąckiewicz. AE, Katowice 1998.
8. www.stat.gov.pl/eurostat

THE ANALYSIS OF DEMOGRAPHIC RISK IN POLAND AND IN THE SELECTED EUROPEAN UNION COUNTRIES

Summary

The article includes a detailed analysis of the selected group of the statistical and demographic parameters which influence the formation and the direction of the changes of demographic risk considered with reference to social insurance. The analyses were carried out simultaneously for Poland and several selected European Union countries in order to establish the possible similarities or differences in the dynamics of change in the considered parameters.

Magdalena Chmielowiec-Lewczuk

ANALIZA KOSZTÓW W POLSKICH ZAKŁADACH UBEZPIECZEŃ W LATACH 2003-2007

Wprowadzenie

Zakłady ubezpieczeń należą do grupy instytucji finansowych, które wyróżnia spośród pozostałych podmiotów gospodarczych to, że zajmują się sprzedażą specyficznych produktów finansowych. Takie produkty z kolei narzucają ubezpieczycielom określony zakres działalności, z których najważniejszą i podstawową jest oczywiście działalność techniczno-ubezpieczeniowa. Zakres działalności zakładów ubezpieczeń ma olbrzymi wpływ na charakter i strukturę ich kosztów. Bardzo istotny jest również charakter samego produktu ubezpieczeniowego. Ubezpieczenie jest bowiem produktem niematerialnym, nie ma zatem konieczności jego wyceny na potrzeby sprawozdawczości finansowej, gdyż nie jest składnikiem aktywów.

Koszty w sprawozdawczości finansowej zakładów ubezpieczeń są skutkiem stosowania określonych zasad dotyczących ich grupowania i rozliczania na potrzeby rachunkowości finansowej. Głównym celem sprawozdawczości finansowej jest przedstawienie zestawień obrazujących sytuację majątkowo-finansową zakładów ubezpieczeń, których częścią są koszty bądź wielkości związane bezpośrednio lub pośrednio z kosztami.

Podstawową grupą kosztów w zakładach ubezpieczeń są koszty techniczne, na które składają się:

- odszkodowania i świadczenia,
- koszty działalności ubezpieczeniowej,
- pozostałe koszty techniczne.

Pierwszą z powyższych pozycji są odszkodowania i świadczenia, które mają olbrzymi udział i znaczenie w strukturze kosztów ubezpieczyciela. Są to wszelkie kwoty wypłacone przez zakłady ubezpieczeń swoim klientom z tytułu zawartych umów ubezpieczeniowych jako rekompensata za szkody. Wysokość odszkodowań i świadczeń, mimo że stanowią podstawowe koszty w zakładach ubezpieczeń, nie zależy całkowicie od zakładu ubezpieczeń, ale od oszacowanego wcześniej ryzyka ubezpieczeniowego.

Kolejną pozycją kosztów technicznych są tzw. koszty działalności ubezpieczeniowej, na które składają się:

- koszty akwizycji,
- koszty administracyjne.

Koszty działalności ubezpieczeniowej również pełnią, obok kosztów technicznych, ważną rolę w zakładach ubezpieczeń. Są to te koszty, które ponosi zakład ubezpieczeń w związku z zawieraniem umów ubezpieczeniowych i prowadzeniem podstawowej działalności technicznej. Do kosztów działalności ubezpieczeniowej, oprócz kosztów akwizycji oraz kosztów administracyjnych, zalicza się także premie reasekuracyjne oraz udziały w zyskach reasekuratorów.

Koszty akwizycji określa się jako te, które są związane z zawieraniem umów ubezpieczeniowych i mogą mieć charakter zarówno bezpośredni, jak i pośredni, takie jak: prowizje pośredników ubezpieczeniowych, koszty związane z oceną ryzyka ubezpieczeniowego, koszty badań, ekspertyz, analiz i wszelkich innych działań potrzebnych do skonstruowania umowy ubezpieczeniowej, koszty druków, materiałów zużytych przy akwizycji oraz koszty promocji i reklamy.

Z kosztami akwizycji wiąże się również problem rozliczania kosztów w czasie. Koszty te są bowiem ponoszone w różnym czasie, a dotyczą umów ubezpieczeniowych, które mimo że są sprzedawane w jednym, danym momencie, to obejmują ochroną ubezpieczeniową dłuższy okres. Koszty akwizycji powinny być zatem przypisane całemu okresowi trwania umowy ubezpieczeniowej bez względu na to, kiedy zostały, czy zostaną poniesione.

Koszty administracyjne, które są również kosztami działalności ubezpieczeniowej, wiążą się z działalnością techniczną, ale nie są związane z zawieraniem umów ubezpieczeniowych. Koszty te mają podobny charakter do kosztów zarządu w innych podmiotach gospodarczych. Zalicza się do nich wszelkie koszty ogólnoadministracyjne (na przykład koszty amortyzacji, usług obcych, zużycie energii i inne).

1. Analiza wybranych pozycji kosztowych w polskich zakładach ubezpieczeń życiowych w latach 2003-2007

W niniejszym artykule badaniu poddano wybrane pozycje kosztów w polskich zakładach ubezpieczeń z okresu pięcioletniego, tj. od bieżącego okresu, dla którego istnieją opublikowane dane zagregowane (2007 rok) do tyłu, do 2003 roku. Zakłady ubezpieczeń podzielono według działów, osobno dział I i osobno dział II. Do prezentowanych pozycji kosztowych wybrano wielkości najistotniejsze z racji charakteru i udziału w ogólnej strukturze, czyli odszkodowania i świadczenia w ujęciu brutto oraz netto (po odjęciu udziału reasekuratorów), koszty akwizycji, a także koszty administracyjne.

W tabeli 1 zaprezentowano wartości kosztów dla badanego okresu wraz z ich udziałem w całościowej kwocie kosztów dla zakładów ubezpieczeń działu I.

Tabela 1

Wartość i udział wybranych pozycji kosztów w zakładach ubezpieczeń działu I w latach 2003-2007

Wybrane pozycje kosztów	Odszkodowania i świadczenia brutto		Odszkodowania i świadczenia na udziale własnym		Koszty akwizycji		Koszty administracyjne		Koszty ogółem
	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł
Rok									
2003	5 151 804	0,38	5 088 288	0,38	1 211 735	0,09	1 169 605	0,08	13 352 400
2004	6 151 508	0,40	6 075 715	0,39	1 452 987	0,09	1 093 683	0,07	15 288 611
2005	7 549 263	0,42	7 473 936	0,41	1 389 436	0,08	1 374 363	0,07	18 030 064
2006	8 462 510	0,33	8 376 574	0,33	2 085 268	0,08	1 397 225	0,05	24 930 701
2007	10 431 838	0,37	9 420 552	0,33	2 940 783	0,10	1 533 958	0,05	28 215 240

* Udział w kosztach ogółem.

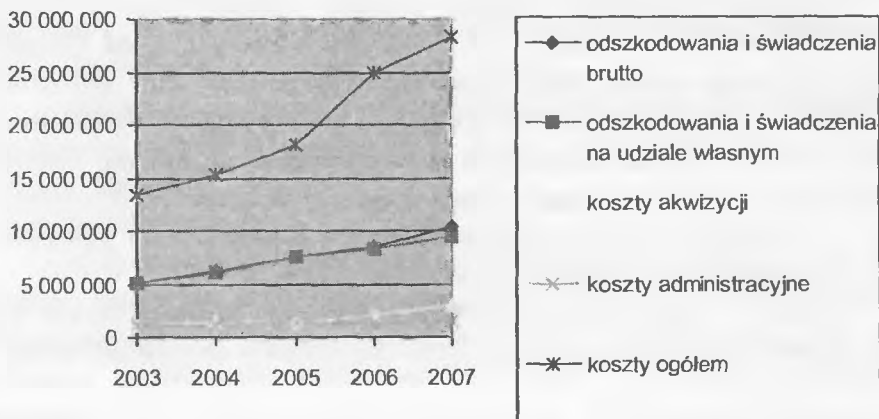
Źródło: Opracowanie własne na podstawie Biuletynu Rocznego dla rynku ubezpieczeń dla lat 2003-2006 i Biuletynu Kwartalnego dla rynku ubezpieczeń – 4/2007.

Najważniejsza pozycja kosztów ubezpieczycieli działu I, czyli odszkodowania i świadczenia, stanowi około 30-40% ogólnych kosztów. Poza 2007 rokiem różnica w ujęciu brutto i netto nie jest znacząca. Koszty akwizycji oraz koszty administracyjne mają podobny udział w kosztach ogółem, z przewagą kosztów akwizycji, które kształtują się na poziomie prawie 10%, a udział kosztów administracyjnych znacznie spadł przez okres pięciu lat z 8% do 5% w 2007 roku.

Na wykresie 1 przedstawiono w sposób graficzny koszty z tabeli 1.

Wykres 1

Koszty w zakładach ubezpieczeń działu I w latach 2003-2007



Źródło: Opracowanie własne na podstawie Biuletynu Rocznego dla rynku ubezpieczeń dla lat 2003-2006 i Biuletynu Kwartalnego dla rynku ubezpieczeń – 4/2007.

Na wykresie 1 można zauważyć znaczny wzrost ogółu kosztów zakładów ubezpieczeń działu I w ostatnich latach, co wynika w dużej mierze z rozwoju rynku ubezpieczeniowego, który powoduje konieczność ponoszenia dodatkowych kosztów związanych przede wszystkim z wypłacanymi odszkodowaniami i świadczeniami. Koszty akwizycji w badanym okresie wykazują tendencję rosnącą, ale przyrost ten jest mniejszy niż dla odszkodowań i świadczeń. Na uwagę zasługuje także fakt, że koszty administracyjne nie wzrosły, co przy wzroście ogółu kosztów powoduje spadek ich udziału w kosztach całłościowych (potwierdza to tabela 1).

W tabeli 2 przedstawiono wartości trzech najważniejszych pozycji kosztów ubezpieczycieli działu I w porównaniu z wydatkami ich dotyczącymi. Różnice te mają znaczenie dla płynności finansowej zakładów ubezpieczeń, gdyż koszt i wydatek to nie to samo, a brak zrozumienia tego faktu może doprowadzić do złej interpretacji kondycji finansowej podmiotu. Dlatego też informacje o kosztach powinno się uzupełniać danymi o przepływach pieniężnych.

Tabela 2

Koszty a wydatki – różnice dla zakładów ubezpieczeń działu I w latach 2003-2007

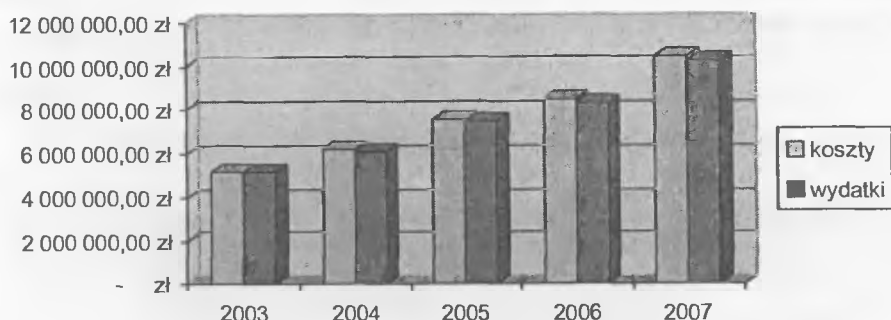
Wybrane pozycje kosztów	Odszkodowania i świadczenia brutto (w tys. zł)		Akwizycja (w tys. zł)		Działania administracyjne (w tys. zł)	
	koszty	wydatki	koszty	wydatki	koszty	wydatki
Rok						
2003	5 151 804	5 153 558	1 211 735	1 287 767	1 169 605	1 072 958
2004	6 151 508	6 132 249	1 452 987	1 502 372	1 093 683	998 587
2005	7 549 263	7 456 107	1 389 436	1 489 217	1 374 363	1 238 610
2006	8 462 510	8 295 094	2 085 268	2 270 033	1 397 225	1 313 570
2007	10 431 838	10 218 516	2 940 783	3 243 904	1 533 958	1 591 345

Źródło: Jak pod tabelą 1.

Wartości ujęte w tabeli 2 przedstawiono graficznie na wykresach 2-4, ilustrując różnice między kosztami a wydatkami osobno dla każdej z prezentowanych pozycji kosztowych.

Wykres 2

Odszkodowania i świadczenia – koszty i wydatki w latach 2003-2007 (dział I)

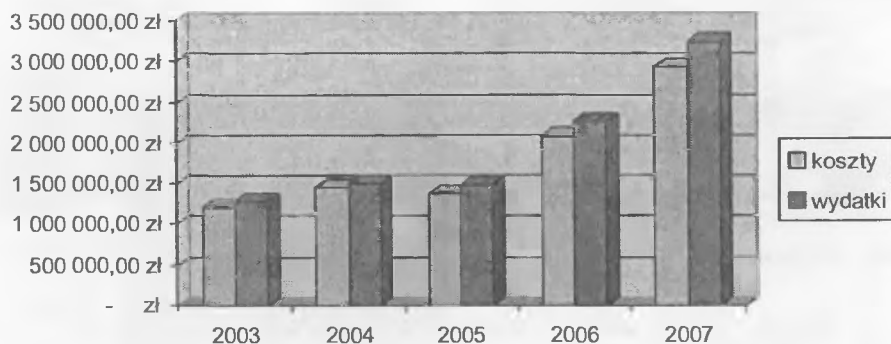


Źródło: Jak pod wykresem 1.

Jak widać na wykresie 2, nie istnieją specjalne różnice między wydatkami i kosztami dotyczącymi odszkodowań i świadczeń. Wynika to najprawdopodobniej z charakteru tej pozycji, do której zalicza się przede wszystkim wypłacone odszkodowania i świadczenia, a więc różnice między tym, co zostało wypłacone a przypisane, mogą wynikać z niewielkich przesunięć w czasie, kiedy pewne kwoty zostały już przeznaczone do wypłaty, ale fizycznie jeszcze nie zostały wypłacone w danym okresie rozrachunkowym.

Wykres 3

Akwizycja – koszty i wydatki w latach 2003-2007 (dział I)

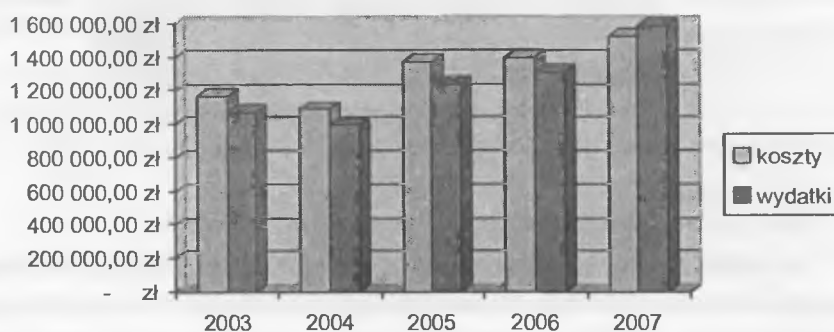


Źródło: Jak pod wykresem 1

Z wykresu 3 wynika, iż wydatki z tytułu akwizycji są zazwyczaj większe niż koszty. Ta sytuacja może być również spowodowana przesunięciem w czasie pewnych pozycji kosztowych, ponieważ koszty akwizycji podlegają rozliczaniu w czasie. Widoczna jest tu tendencja do wzrostu ogółu kosztów akwizycji.

Wykres 4

Administracja – koszty i wydatki w latach 2003-2007 (dział I)



Źródło: Jak pod wykresem 1.

W przypadku kosztów i wydatków związanych z administracją, co jest widoczne na wykresie 4, sytuacja jest odwrotna do poprzedniej, gdyż tutaj wyższe są koszty niż wydatki. Jest to skutek dużego udziału w tych kosztach odpisów amortyzacyjnych, które stanowią koszt, a nie wydatki, dlatego też jest to widoczne w ciągu badanych lat. Tylko w ostatnim roku (2007) sytuacja wygląda nieco inaczej, co wymaga na pewno obserwacji w kolejnych latach.

2. Analiza wybranych pozycji kosztowych w polskich zakładach ubezpieczeń majątkowych i pozostałych osobowych w latach 2003-2007

Tę samą analizę przeprowadzono dla działu II. W kolejnych tabelach oraz wykresach przedstawiono wartości tych samych pozycji kosztowych, ich udział w całościowej strukturze kosztów oraz porównano wydatki z kosztami.

Tabela 3

Wartość i udział wybranych pozycji kosztów w zakładach ubezpieczeń działu II w latach 2003-2007

Wybrane pozycje kosztów	Odszkodowania i świadczenia brutto		Odszkodowania i świadczenia na udziale własnym		Koszty akwizycji		Koszty administracyjne		Koszty ogółem
	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł	udział*	wartość w tys. zł
Rok									
2003	7 613 410	0,60	6 607 504	0,52	2 004 720	0,16	1 883 166	0,15	12 693 801
2004	8 168 611	0,64	6 990 038	0,54	2 201 037	0,17	1 976 400	0,15	12 760 386
2005	8 289 825	0,62	7 110 925	0,53	2 385 221	0,18	1 950 552	0,14	13 327 146
2006	8 369 381	0,60	7 301 653	0,53	2 669 315	0,19	2 005 360	0,14	13 761 564
2007	9 207 562	0,58	8 259 999	0,52	3 143 752	0,20	1 975 977	0,12	15 804 564

* Udział w kosztach ogółem.

Źródło. Jak pod tabelą 1.

W dziale II na szczególną uwagę zasługuje większy udział odszkodowań i świadczeń niż w dziale I. Wynika to oczywiście z polskiego rynku ubezpieczeniowego, na którym zakłady ubezpieczeń życiowych funkcjonują krócej, dlatego też nie rozpoczęły jeszcze w pełni swojej działalności związanej z wypłatą świadczeń. Dlatego też w dziale II udział tej pozycji kosztowej to aż 60% w całości kosztów. Widać również, że znaczący wpływ ma tu reasekuracja, która mocniej wpływa na wysokość udziału tych kosztów niż w dziale I.

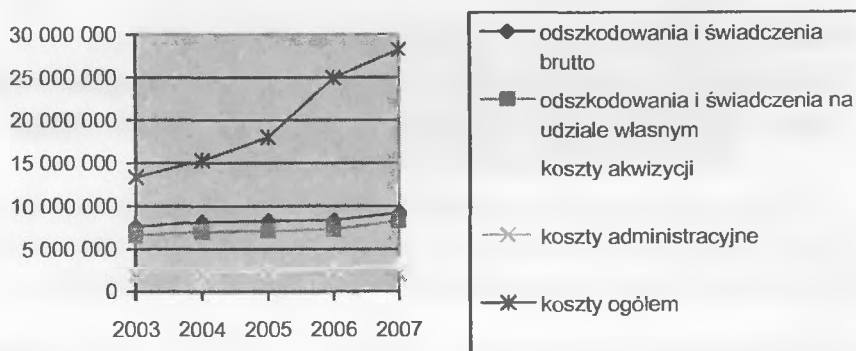
Koszty akwizycji oraz koszty administracyjne również mają większy udział w ogólnych kosztach u ubezpieczycieli działu II, choć różnica między

nimi jest porównywalna. Koszty administracyjne mają nieco mniejsze znaczenie niż koszty akwizycji.

Na wykresie 5 graficznie ujęto wartości kosztów zaprezentowanych w tabeli 3.

Wykres 5

Koszty w zakładach ubezpieczeń działu II w latach 2003-2007



Źródło: Jak pod wykresem 1.

Na wykresie 5 widać wyraźnie znaczny wzrost kosztów w zakładach ubezpieczeń działu II. Nie przekłada się to jednak na omawiane pozycje kosztów, gdyż w ich przypadku takiego znaczącego wzrostu nie widać. Oznacza to, że wzrost ten wynika z innych pozycji (na przykład wzrostu rezerw techniczno-ubezpieczeniowych). Na uwagę również zasługuje fakt, iż w ostatnim roku spadły koszty administracyjne w dziale II, co widać również w tabeli 3.

Podobnie jak to zostało przedstawione dla działu I, również i dla ubezpieczycieli majątkowych i pozostałych osobowych zaprezentowano różnice między kosztami a wydatkami na wykresach 6-8. Wartości te ujęto natomiast w tabeli 4.

Tabela 4

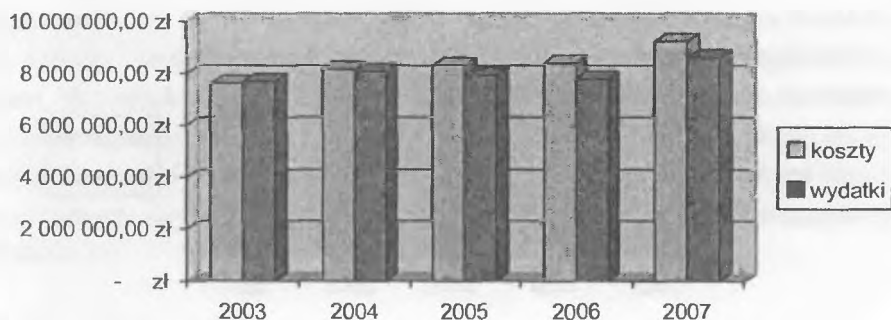
Koszty a wydatki – różnice dla zakładów ubezpieczeń działu II w latach 2003-2007

Wybrane pozycje kosztów	Odszkodowania i świadczenia brutto (w tys. zł)		Akwizycja (w tys. zł)		Działania administracyjne (w tys. zł)	
	koszty	wydatki	koszty	wydatki	koszty	wydatki
Rok						
2003	7 613 410	7 687 576	2 004 720	1 652 331	2 004 720	2 136 020
2004	8 168 611	8 068 602	2 201 037	1 887 943	1 976 400	2 238 855
2005	8 289 825	7 909 969	2 385 221	2 009 248	1 950 552	2 315 572
2006	8 369 381	7 771 343	2 669 315	2 340 396	2 005 360	2 369 716
2007	9 207 562	8 569 845	3 143 752	2 934 577	1 975 977	2 545 507

Źródło: Jak pod tabelą 1.

Wykres 6

Odszkodowania i świadczenia – koszty i wydatki w latach 2003-2007 (dział II)

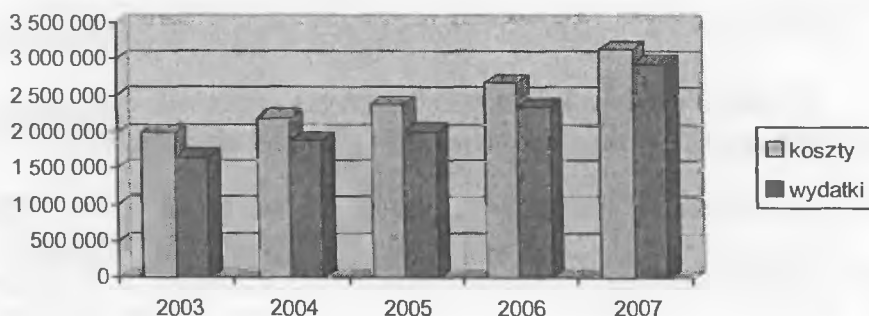


Źródło: Jak pod wykresem I.

W przypadku odszkodowań i świadczeń widać, że na uwagę zasługuje zwiększająca się różnica pomiędzy kosztami a wydatkami, co może być sygnałem ostrzegawczym i wymaga dalszej obserwacji w kolejnych latach.

Wykres 7

Akwizycja - koszty i wydatki w latach 2003-2007 (dział II)

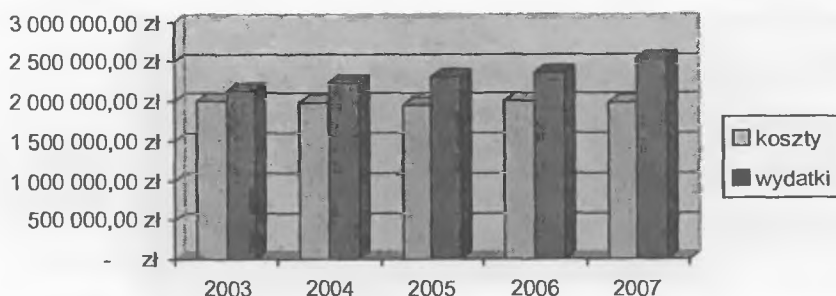


Źródło. Jak pod wykresem I.

Dla akwizycji w dziale II sytuacja jest odwrotna niż w dziale I, tzn. wydatki są mniejsze od kosztów. Może to być skutkiem nieco innej struktury kosztów lub większego udziału *bankassurance* i braku przepływu z tego tytułu strumieni pieniężnych, gdyż sprzedaż taka jest rozliczana w inny sposób.

Wykres 8

Administracja – koszty i wydatki w latach 2003-2007 (dział II)



Źródło: Jak pod wykresem I.

Dla administracji sytuacja w dziale II również jest odwrotna do tej w dziale I. Tutaj z kolei może być to skutkiem obniżenia kosztów, co jest widoczne, ale jeszcze nie zostało odzwierciedlone w wydatkach, które dotyczą poprzednich okresów.

Można również rozszerzyć analizę kosztów zakładów ubezpieczeń w badanych latach o analizę wskaźnikową, opierając się na dwóch wskaźnikach dotyczących kosztów działalności ubezpieczeniowej. Sposób ich wyznaczenia jest następujący:

Wskaźnik kosztów akwizycji = koszty akwizycji/składka przypisana brutto

Wskaźnik kosztów administracyjnych = koszty administracyjne/składka przypisana brutto

W tabeli 5 przedstawiono wyniki dla badanego przedziału czasowego. Dane o kosztach znajdują się odpowiednio w tabeli 1 (dział I) i tabeli 3 (dział II).

Tabela 5

Wskaźniki poziomu kosztów dla zakładów ubezpieczeń w latach 2003-2007

Lata	Dział I			Dział II		
	składka przypisana brutto	wskaźnik kosztów akwizycji	wskaźnik kosztów administracyjnych	składka przypisana brutto	wskaźnik kosztów akwizycji	wskaźnik kosztów administracyjnych
2003	10 855 267	0,111	0,107	13 602 665	0,147	0,138
2004	12 735 454	0,114	0,085	14 895 000	0,147	0,132
2005	15 323 524	0,090	0,089	15 657 882	0,152	0,124
2006	21 108 625	0,098	0,066	16 424 729	0,162	0,122
2007	25 512 684	0,115	0,060	18 234 243	0,172	0,108

Źródło: Jak pod tabelą 1.

W dziale I wskaźnik kosztów akwizycji kształtował się na podobnym poziomie w ciągu badanych 5 lat (choć odnotowano też jego spadek w roku 2005 i 2006), natomiast wskaźnik kosztów administracyjnych wykazywał tendencje spadkowe. Potwierdza to również wcześniejsze spostrzeżenia, że poziom tych kosztów spada, choć składka rośnie. W dziale II sytuacja wygląda nieco inaczej. Wskaźnik kosztów akwizycji rośnie, co jest niepokojącym zjawiskiem, choć jego wysokość mieści się jeszcze w dopuszczalnym przedziale (15-25%), natomiast wyraźnie spada wskaźnik kosztów administracyjnych, co jest na pewno pozytywne, szczególnie z punktu widzenia zarządzania kosztami zakładów ubezpieczeń.

Podsumowanie

Przedstawiona w niniejszym artykule analiza kosztów zakładów ubezpieczeń obu działów ilustruje wiele cech charakterystycznych dla polskiego rynku, do których można zaliczyć:

- większe znaczenie odszkodowań i świadczeń, kosztów akwizycji oraz kosztów administracyjnych w dziale II niż w dziale I,
- wzrost w ostatnich latach wypłacanych odszkodowań i świadczeń u ubezpieczycieli życiowych,
- redukcję kosztów administracyjnych, w szczególności w zakładach ubezpieczeń majątkowych i pozostałych osobowych.

Ostatni rok badania, tj. 2007, daje również pewne sygnały ostrzegawcze, które wymagają potwierdzenia i obserwacji w przyszłości.

Literatura

1. Horngren Ch.T., Bhimani A., Foster A., Datar S.M.: *Management and Cost Accounting*. Prentice-Hall, London 1999.
2. Kaplan R.S., Cooper R.: *Zarządzanie kosztami i efektywnością*. Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000.
3. Karmańska A.: *Rachunkowość zarządcza ubezpieczyciela. Modelowanie na podstawie rachunku kosztów działań*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
4. Nowak E., Piechota R., Wierziński M.: *Rachunek kosztów w zarządzaniu przedsiębiorstwem*. PWE, Warszawa 2004.
5. *Podstawy ubezpieczeń. T. III – Przedsiębiorstwo*. Red. J. Monkiewicz. Poltext, Warszawa 2003.

6. *Strategiczne zarządzanie kosztami*. Red. E. Nowak. Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2006.
7. www.knf.gov.pl

COST ANALYSIS IN POLISH INSURANCE COMPANIES IN 2003-2007

Summary

The analysis of the most important cost positions in life insurance companies and non-life insurance companies for 5 year time period, i.e. from 2003 to 2007 has been presented in this paper. This study lets us notice that paid claims, acquisition costs, and administrative costs have bigger share in the total costs in non-life insurance companies than in life insurance companies. In life insurance companies the paid claims are rising but administrative costs are falling, especially for non-life insurance companies.

Monika Hadaś

EFEKTYWNOŚĆ SIECI NEURONOWEJ W ANALIZIE PORTFELOWEJ NA PRZYKŁADZIE SPÓŁEK GPW W WARSZAWIE

Wprowadzenie

Na współczesnych rynkach jest notowanych bardzo wiele walorów. Konieczne staje się poszukiwanie metod analitycznych, które pomogłyby zawęzić liczbę obserwowanych walorów do tych, które potencjalnie są najatrakcyjniejsze dla inwestora. Istnieje wiele takich metod, które są stosowane od lat. Należą do nich analiza portfelowa, statystyczne metody klasyfikacji, takie jak metoda dyskryminacyjna, analizy wielowymiarowe czy metody taksonomiczne. Jednym z proponowanych rozwiązań są sztuczne sieci neuronowe.

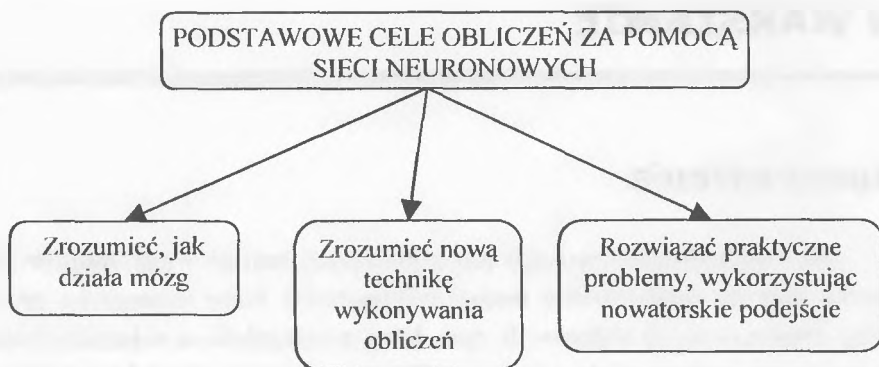
Sztuczne sieci neuronowe budziły i nadal budzą zainteresowanie wielu badaczy, między innymi z powodu swojego inteligentnego zachowania, które można określić jako:

- autoasocjację – struktury są przedstawiane wielokrotnie, a system ma je zapamiętać i przypomnieć sobie, gdy przedstawi się im podobne, tj. skojarzyć,
- asocjację struktur – struktury są przedstawiane wielokrotnie parami (x,y) , pojawienie się x ma wywołać y ,
- pamięć adresowalną kontekstowo – wydobywanie informacji nie przez znajomość miejsc, ale atrybutów informacji,
- klasyfikację (diagnoza, rozpoznanie) – przypisanie do jednej z ustalonych kategorii,
- detektor regularności – struktury pojawiają się z pewnym prawdopodobieństwem i należy wykryć statystyczne regularności, tworząc nowe kategorie,

- optymalne spełnianie ograniczeń – wiele hipotez, które na razie nie mogą być prawdziwe, szukanie kompromisu.

Sieci neuronowe bywają na ogół lepsze od innych metod, jeśli spełniają następujące warunki:

- dane, z których trzeba wyciągać wnioski, są „rozmyte”; jeżeli danymi wyjściowymi są ludzkie opinie, źle określone kategorie lub dane są obciążone dużym błędem, to odporne zachowanie sieci neuronowych jest dużą zaletą,
- dane wykazują znaczną nieoczekiwaną liniowość,
- dane są chaotyczne,
- dane zawierają wzorce, które są tak niejasne, że nie są wykrywalne przez intuicję naukowców i tradycyjne metody statystyczne.



Ze względu na specyficzne cechy i niepodważalne zalety, obszar zastosowań sieci neuronowych jest rozległy:

- rozpoznawanie wzorców (znaków, liter, kształtów, sygnałów mowy, sygnałów sonarowych),
- klasyfikowanie obiektów,
- prognozowanie i ocena ryzyka ekonomicznego,
- prognozowanie zmian cen rynkowych (giełdy, waluty),
- ocena zdolności kredytowej podmiotów,
- prognozowanie zapotrzebowania na energię elektryczną,
- diagnostyka medyczna,
- dobór pracowników,
- prognozowanie sprzedaży,
- aproksymowanie wartości funkcji itd.

Wadą sztucznych sieci neuronowych jest to, że w porównaniu z ludzkim mózgiem, który składa się z miliardów neuronów, sztuczna sieć ma ich zaledwie kilkaset. Sieć mechanicznie rozwiązuje tylko zadane problemy i tylko jedno zadanie w danym czasie.

Badanie przedstawione w pracy jest próbą zastosowania sieci neuronowych w klasyfikacji i wyborze najatrakcyjniejszych spółek na GPW w Warszawie z wykorzystaniem danych fundamentalnych.

1. Wprowadzenie do analizy portfelowej

Metoda portfelowa jako narzędzie podejmowania decyzji na rynkach papierów wartościowych została przedstawiona przez H. Markowitza w 1959 roku (praca pt. *Portfolio Selection – Efficient Diversification of Investments*, za którą otrzymał Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii w 1990 roku). Zwrócił on uwagę na konieczność uwzględniania przy podejmowaniu decyzji dwóch istotnych determinant: poziomu oczekiwanego przychodu i stopnia ryzyka podejmowanych decyzji, co w konsekwencji oznaczało dywersyfikację inwestycji finansowych.

Jednakże jednym z pierwszych kryteriów inwestowania, wprowadzonym jeszcze przed teorią Markowitza, było kryterium w modelu Telsera. Kryterium to idzie najdalej w kierunku bezpieczeństwa i jednoczesnego podnoszenia zysku portfela. Telser założył, że inwestorowi powinno zależeć na maksymalizowaniu oczekiwanej stopy zwrotu portfela. Wymagał, aby prawdopodobieństwo niekorzystnego rezultatu inwestycji było ustalone. To, jaki rezultat jest niekorzystny, powinno być również znane przed rozpoczęciem optymalizacji. Po wprowadzeniu takich wstępnych ograniczeń należy znaleźć skład portfela o najwyższej oczekiwanej stopie zwrotu.

Postać stochastycznego modelu Telsera jest więc następująca:

$$\max E\{f(w_1, \dots, w_n)\} = \max E\left\{\sum_{i=1}^n w_i R_i\right\}$$

przy ograniczeniach:

$$P\{R_p < R_L\} \leq \alpha$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

gdzie:

$f(.) = R_p$ – funkcja udziałów w_1, \dots, w_n poszczególnych akcji $i = 1, \dots, n$ w tworzo-
nym portfelu o stopie zwrotu R_p ,

$E(.)$ – wartość oczekiwana wielkości losowej $(.)$,

R_i – stopy zwrotu poszczególnych akcji $i = 1, \dots, n$,

R_L – krytyczna stopa zwrotu.

W zadaniu tym zmiennymi losowymi są stopy zwrotu poszczególnych akcji $i = 1, \dots, n$, z których jest tworzony portfel. Ryzyko jest wyrażone przez dostatecznie duże prawdopodobieństwo przekroczenia przez stopę zwrotu portfela krytycznej wartości R_L .

W założeniach analizy portfelowej przyjmuje się, iż ceny akcji na giełdzie, jak również zachowania inwestorów dadzą się opisać za pomocą wzorów. Rola czynnika losowego, nieodłącznego w modelach statystycznych, jest w analizie portfelowej ograniczona, gdyż przyjmuje się założenie, że redukuje się do zera przypadkowe zachowanie się czynników losowych dla różnych akcji.

Wybór portfela papierów wartościowych obejmuje dwa podstawowe etapy podejmowania decyzji:

- selekcję aktywów (wybór akcji oraz ewentualnie instrumentów wolnych od ryzyka),
- ustalenie proporcji poszczególnych składników w wartości portfela (czyli alokację aktywów do portfela).

Etap selekcji akcji do portfela może być podzielony na dwa podetapy, przy czym każdy z nich może stanowić samodzielny algorytm selekcji bądź mogą być one stosowane łącznie w dowolnej kolejności:

- podetap A – klasyfikacja (ograniczenie zbioru),
- podetap B – porządkowanie (ranking).

Podczas podetapu B decydent musi wprowadzić do systemu następujące dane:

- zgodny z jego doświadczeniem zbiór kryteriów oceny (może to być zbiór wszystkich dostępnych inwestorowi kryteriów lub jego zawężony podzbiór),
- stopień ważności poszczególnych kryteriów (wagi),
- rodzaj metody generującej ranking.

Inwestor wybierający pojedynczy papier wartościowy lub portfel, w sposób naturalny spotyka się z problemem wielokryterialnego podejmowania decyzji. Wybór akcji do portfela stawia przed inwestorem zadanie porównania akcji wielu firm. Każda akcja jest opisana przez pewien zbiór ocen (charakterystyk). Charakterystyki te, odzwierciedlające atrakcyjność inwestycyjną danego papieru

wartościowego, mogą być zarówno w postaci danych ilościowych, jak i jakościowych. Na ich podstawie należy wybrać odpowiednie spółki ze zbioru możliwości, posługując się na przykład metodami wielokryterialnego wspomaganie decyzji.

Do metod wielokryterialnego wspomaganie wyboru portfela można zaliczyć:

1. Metody redukcji zbioru spółek:

- metoda hierarchii grupowej kryteriów,
- metoda wielokryterialnego dyskretnego interaktywnego programowania celowego,
- analiza dyskryminacyjna,
- ELECTRE,

2. Metody tworzące ranking spółek:

- wskaźnik pozycji finansowej (WPFIN),
- taksonomiczna miara atrakcyjności inwestycji (TMAI),
- PROMETHEE,
- BIPOLAR.

W zaproponowanych metodach wielokryterialnego wspomaganie wyboru portfela najwięcej problemów sprawia dobranie odpowiednich wag odpowiadających ważności poszczególnych kryteriów. Możliwe są między innymi następujące sposoby ustalania wag:

- na podstawie wartości charakterystyk opisujących wartości rozpatrywane i referencyjne zbiory odniesienia,
- tak, aby siła oddziaływań odpowiednich grup kryteriów była jednakowa,
- korzystanie z wiedzy i doświadczenia ekspertów,
- korzystanie z danych historycznych.

Ostatnią metodę można wykorzystać, jeśli decydent, opierając się na danych historycznych, ma możliwość porównania wyników otrzymanych metodą wielokryterialnego wspomaganie decyzji z wynikami rzeczywistymi. Metoda wielokryterialnego wspomaganie decyzji generuje ranking, który dla ustalonego punktu czasowego, zbioru potencjalnych obiektów i kryteriów jest jedynie funkcją ocen ważności kryteriów. Drugi ranking otrzymujemy analizując stopy zwrotu dla danych akcji po upływie założonego horyzontu czasowego inwestycji. Inwestor powinien wybrać taki zestaw wag, który zapewnia największą zgodność obu rankingów. Jest to metoda najtrudniejsza i najbardziej pracochłonna, lecz pozwala ustalić prawdopodobne średnie ważności ocen kryteriów, którymi kierują się inwestorzy. Zakłada się, że wyznaczone na podstawie danych historycznych wagi będą odzwierciedlały preferencje inwestorów także w przyszłości.

W artykule zaprezentowano próbę zastosowania wielokryterialnego wspomagania decyzji jako metody tworzącej ranking spółek, na podstawie którego dokonujemy selekcji spółek do portfela oraz ich grupowania na podgrupy będące z osobna celem wyboru dla inwestora.

2. Generowanie wieloskładnikowego portfela papierów wartościowych

Konstrukcję portfela, jak wspomniano na wstępie, przeprowadzimy z użyciem sieci neuronowych. Jako zbiór danych uczących przyjmujemy wskaźniki finansowe i rynkowe (tabela 1) opisujące kondycję 33 spółek oraz ich stopy zwrotu i ryzyko.

Uwzględniając w zbiorze uczącym wskaźniki finansowe i rynkowe spółek, powodujemy, że na wynik końcowy, czyli na wagi spółek w portfelu, będzie miała wpływ również sytuacja finansowa analizowanych spółek.

Tabela 1

Wartości zmiennych diagnostycznych w wybranych do analizy spółkach za pierwszy kwartał 2007 roku

Spółka	Płynność bieżąca	Płynność szybka	Zadłużenie ogółem	Zadłużenie kapitału własnego	Rotacja zapasów	Rotacja należności	Rotacja zobowiązań	Zyskowność netto	ROA	ROE	P/BV	P/E
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
LOTOS	2,40	1,36	0,30	0,43	-56,06	36,32	-77,94	0,03	0,01	0,02	0,95	7,48
PGNiG	2,58	2,12	0,31	0,45	0,00	53,69	0,00	0,09	0,01	0,02	0,43	7,37
PKNORLEN	1,20	0,70	0,52	1,09	-57,77	43,30	-185,97	0,01	0,00	0,00	1,04	8,45
BUDIMEX	1,20	0,93	0,76	3,22	-42,25	54,65	-170,62	0,00	0,00	0,00	4,98	668,74
ELEKTREX	0,18	0,15	1,51	-2,33	-24,66	101,18	-747,67	-0,58	-0,10	0,15	-0,46	-0,87
ENERGOPLD	1,17	0,75	0,70	2,29	-74,99	96,81	-219,01	-0,05	-0,02	-0,05	2,34	-8,13
ENERGOPN	2,01	1,93	0,42	0,72	-8,22	86,49	-113,82	0,02	0,01	0,01	4,70	71,97
ELKOP	1,01	1,00	1,07	-7,13	-1,22	83,99	-582,77	0,41	0,09	-0,61	-17,32	0,00
INSTAL KRAKÓW	1,76	1,18	0,38	0,68	-37,74	57,46	-65,44	0,02	0,01	0,02	4,09	0,00
POLIMEXMS	1,38	1,19	0,72	2,55	-19,06	91,23	-130,88	0,01	0,01	0,02	10,33	0,00
ECHO	1,51	0,94	0,49	1,10	-562,59	59,64	-3435,32	0,46	0,01	0,03	3,93	0,00
ASSECOPOL	1,67	1,60	0,50	0,99	-13,80	97,22	-279,53	0,21	0,04	0,09	9,48	0,00
CSS	1,36	1,26	0,48	0,96	-8,40	64,35	-86,00	0,04	0,02	0,05	4,94	0,00
COMARCH	1,77	1,63	0,44	0,79	-12,99	73,77	-130,11	0,13	0,05	0,09	7,25	0,00
COMPUTERLAND	1,24	1,12	0,56	1,56	-15,06	83,50	-139,51	0,04	0,02	0,05	2,35	0,00
COMP	2,22	1,88	0,46	0,85	-54,57	111,45	-264,21	0,20	0,05	0,10	3,96	0,00
OPTIMUS	0,97	0,60	0,68	2,12	-40,97	50,38	-113,84	-0,16	-0,10	-0,30	5,54	0,00

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
SIMPLE	2,62	2,59	0,42	0,73	-1,56	55,38	-179,72	0,10	0,04	0,07	3,38	0,00
MACROLOGIC	2,01	1,94	0,25	0,33	-5,38	46,85	-90,63	0,16	0,08	0,10	4,92	0,00
AGORA	2,82	2,73	0,24	0,32	-9,77	58,73	-193,43	0,05	0,01	0,01	2,27	0,00
ATM GRUPA	4,43	4,01	0,15	0,18	-27,38	101,95	-70,68	0,24	0,07	0,09	10,99	0,00
INTERIA	2,81	2,81	0,24	0,34	-0,24	57,32	-110,63	0,07	0,04	0,06	9,84	0,00
MNI	0,86	0,85	0,51	1,06	-1,69	73,62	-243,48	0,01	0,00	0,01	4,93	0,00
MUZA	2,58	1,09	0,29	0,67	-268,01	135,95	-180,21	-0,39	-0,08	-0,18	1,46	0,00
PPWK	2,13	1,73	0,17	0,21	-4225,50	99,69	-11022,75	0,24	0,03	0,03	0,93	0,00
TVN	1,91	1,34	0,49	1,08	-81,26	41,16	-584,75	0,32	0,05	0,10	7,29	0,00
WSiP	4,28	3,35	0,35	0,63	-159,57	29,81	-406,61	-0,36	-0,04	-0,07	3,44	0,00
ATMSA	1,84	1,74	0,37	0,67	-11,21	127,17	-135,28	0,37	0,13	0,24	5,53	0,00
ELEKTRIM	0,94	0,93	0,75	3,04	4,38	559,24	1868,92	-6,64	-0,28	-1,13	-1,94	0,00
HYPERION	9,31	9,31	0,13	0,15	-0,04	82,44	-130,40	0,21	0,02	0,02	2,93	0,00
NETIA	1,70	1,69	0,10	0,11	0,00	67,34	0,00	-1,78	-0,14	-0,16	0,82	0,00
TP	0,41	0,39	0,45	0,81	0,00	36,05	0,00	0,08	0,01	0,02	1,79	0,00
TEI L	1,49	1,20	0,55	1,27	-20,66	52,22	-69,33	0,03	0,03	0,06	5,51	0,00

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych z GPW w Warszawie.

Wartości stóp zwrotu i ryzyka dla spółek tworzących zbiór uczący za pierwszy kwartał 2007 roku zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2

Wartości stopy zwrotu i ryzyka dla wybranych spółek za pierwszy kwartał 2007 roku

Spółki	R	S	Spółki	R	S	Spółki	R	S
LOFOS	0,0183	0,0021	SIMPLE	0,0335	-0,0034	ASSECOPOL	0,4492	0,0541
PGNiG	0,0187	-0,0015	MACROLOGIC	0,0222	-0,0002	CSS	0,0279	-0,0084
PKNORLEN	0,0199	0,0014	AGORA	0,0244	-0,0039	COMARCH	0,0206	-0,0029
BUDIMEX	0,0241	-0,0043	ATM GRUPA	0,0305	-0,0082	COMPUTERLAND	0,0209	0,0008
ELEKTREX	0,0363	-0,0013	INTERIA	0,0222	0,0007	COMP	0,0214	-0,0071
ENERGOPLD	0,2020	0,0228	MNI	0,0308	0,0019	OPTIMUS	0,0307	-0,0018
ENERGOPN	0,0313	0,0000	MUZA	0,0396	-0,0040	ELEKTRIM	0,0416	0,0014
ELKOP	1,3645	0,1562	PPWK	0,3043	0,0360	HYPERION	0,0331	-0,0047
INSTAL								
KRAKÓW	0,0258	-0,0037	TVN	0,0259	0,0001	NETIA	0,0184	0,0028
POLIMEXMS	0,0258	-0,0064	WSiP	0,0147	-0,0020	TP	0,0224	0,0012
ECHO	0,0259	-0,0026	ATMSA	0,0162	0,0005	TEI L	0,0241	-0,0077

Sieć neuronowa będzie „uczyć się analizy portfelowej” na podstawie modelu WS. Model WS wieloskładnikowego portfela jest uogólnieniem zaproponowanym w pracy [7]. Powstał przez zastąpienie ograniczeń probabilistycznych występujących w modelu Telsera ograniczeniami statystycznymi. W porównaniu z hipotetycznym portfelem optymalnym modelu Telsera otrzymany portfel na podstawie modelu WS zawsze będzie miał mniejszą stopę zwrotu od portfela Telsera. Jest to jednak konstrukcja efektywna w porównaniu z teoretycznym

aspektem konstrukcji portfela na podstawie modelu Telsera, która wymaga spełnienia wielu bardzo restrykcyjnych założeń, by można było skonstruować statystyczny dokładny odpowiednik modelu Telsera [7].

Model WS wieloskładnikowego portfela ma następującą postać:

$$E\{f(w_{11}, \dots, w_{1n_1}, w_{21}, \dots, w_{2n_2}, \dots, w_{T1}, \dots, w_{Tn_T})\} = E(R_p) = E \sum_{i=1}^T t_i \left(\sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} R_{ij} \right) \rightarrow \max$$

$$P\{R_p = w_{11} R_{11}^\beta + \dots + w_{m_i} R_{m_i}^\beta \geq R_{L_i}\} \leq \alpha,$$

$$\sum_{i=1}^T t_i = 1 \quad i = 1, \dots, T; \quad j = 1, \dots, n_i,$$

$$0 \leq w_{ij} \leq 1, \quad \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} = 1$$

$$\beta = \sqrt[n]{\alpha}$$

gdzie:

$f(\cdot) = R_p$ – funkcja udziałów w_1, \dots, w_n poszczególnych akcji $i = 1, \dots, n$ w tworzonego portfela o stopie zwrotu R_p ,

$E(\cdot)$ – wartość oczekiwana wielkości losowej (\cdot) ,

w_{ij} – udział w portfelu j -tej akcji z i -tej podgrupy,

t_i – waga i -tej podgrupy akcji,

R_{L_i} – krytyczna stopa zwrotu dla i -tej podgrupy,

R_{ij} – stopa zwrotu j -tej akcji z i -tej podgrupy,

R_{ij}^β – kwantyl rzędu β stopy zwrotu j -tej akcji z i -tej podgrupy,

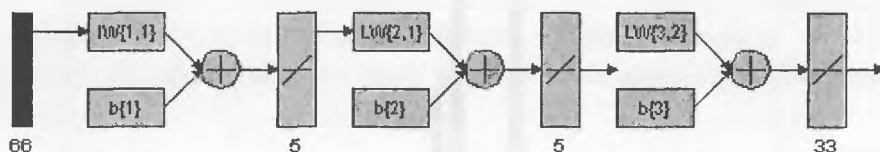
α – prawdopodobieństwo osiągnięcia krytycznej stopy zwrotu.

2.1. Generowanie portfela akcji z użyciem sieci neuronowych

Sieci neuronowe mają zdolność do uczenia się, czyli zdolność do samodzielnego dostosowywania współczynników wagowych. Inaczej można powiedzieć, że uczenie sieci to wymuszenie na niej określonego reagowania na zadane sygnały wejściowe. Dzięki temu mają one charakter sztucznej inteligencji, potrafią samodzielnie przystosowywać się do zmieniających się warunków. Celem uczenia jest taki dobór wag w poszczególnych neuronach, aby sieć mogła roz-

wiązywać stawiane przed nią problemy. Uczenie jest konieczne tam, gdzie nie ma informacji o powiązaniu wejścia z wyjściem lub jest ona niekompletna, co uniemożliwia szczegółowe zaprojektowanie sieci „z góry”. Uczenie może być realizowane etapowo, „krok po kroku”, lub poprzez jednorazowy zapis. Jednorazowy zapis ma miejsce wtedy, gdy wagi są dostrajane w wyniku jednej sesji treningowej, podczas której korzysta się z całego zbioru wzorców par wejście/wyjście. Sygnały sprzężenia zwrotnego wytwarzane w sieci nie biorą udziału w jej dostrajaniu. Ta technika uczenia jest typowa dla pamięci. Dla innych sieci neuronowych typowe jest raczej uczenie z wykorzystaniem sprzężenia zwrotnego z otoczeniem, umownie zwanym nauczycielem, które jest realizowane etapowo [4].

Jednak aby realizować proces uczenia sieci neuronowej, należy określić jej strukturę oraz wektor wejściowy i wyjściowy sieci. Przyjmujemy, że w naszych rozważaniach sieć będzie trójwarstwowa, jednokierunkowa, o strukturze przedstawionej na rysunku 1. Zaprojektowana sieć (rysunek 1) będzie miała 1 warstwę wejściową złożoną z 5 neuronów, 1 warstwę ukrytą złożoną również z 5 neuronów oraz 1 warstwę wyjściową złożoną z 33 neuronów.



Rys. 1. Obraz zaprojektowanej sieci

Kluczowe znaczenie w działaniu sieci ma funkcja aktywacji, czyli funkcja, według której potencjał membranowy neuronu (suma wejść neuronu) jest przekształcany w jego sygnał wyjściowy. Algorytmy uczenia dla sieci wielowarstwowych wymagają, aby funkcje aktywacji były ciągłe i różniczkowalne, a ich pochodne możliwie proste do wyliczenia, dlatego będziemy stosować liniową funkcję aktywacji (rysunek 1).

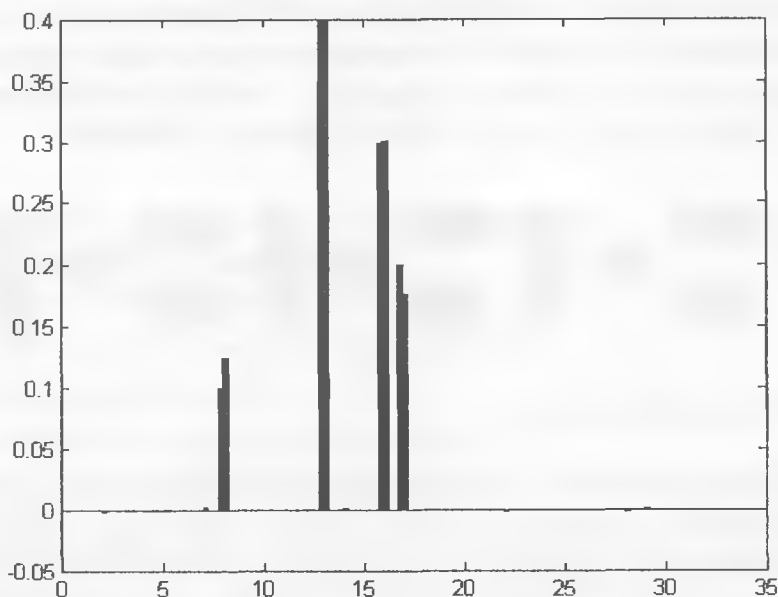
Mając przygotowany zbiór danych uczących (poprzedni rozdział) i zaprojektowaną sieć oraz korzystając z oprogramowania MATLAB (skrót od MATrix LABoratory) wykonanego na bazie języka C, możemy uruchomić proces uczenia sztucznej sieci neuronowej, w którym są zmieniane wagi sieci zgodnie z zadanym algorytmem tak, aby zminimalizować błąd pomiędzy odpowiedzią sieci a zbiorem uczącym.

W prezentowanym badaniu sieć będzie się uczyć na zbiorze danych dotyczących spółek zawartych w tabeli 1 i 2. Wektorem wyjściowym sieci jest wektor wag spółek w portfelu. Trening sieci będzie się odbywać metodą propagacji wstecznej, szybkim algorytmem Levenberga-Marquardta z krokiem uczenia wynoszącym 0,05 i dopuszczalnym błędem sieci – e^{-4} .

W czasie procesu uczenia jest wyświetlany wykres zmian wartości błędu w kolejnych krokach iteracji (wykres 1). Uzyskanie na tym etapie dużej zgodności (małego błędu) pomiędzy wartościami zbioru uczącego a wartościami uzyskanymi z sieci daje podstawę do stwierdzenia, że sieć spełnia nasze wymagania.

Wykres 1

Porównanie wyników zbioru uczącego ze zbiorem testowym



W tym momencie dla nauczanej sieci podajemy nowe dane wejściowe, dane nieużywane w procesie uczenia i wyliczamy odpowiedź sieci (wektor wyjściowy). Wektorem wejściowym sieci będą stopa zwrotu spółek zawartych w tabeli 3 oraz wartości wskaźników opisujących ich kondycję finansową [14].

Tabela 3

Dane do analizy

Spółka	Stopa zwrotu	Spółka	Stopa zwrotu
MFWA	0,50000	ORZEL	0,09090
FON	0,33330	RUCH	0,09080
PC GUARD	0,25000	INWESTCO	0,08280
NTT	0,15760	ULMA	0,07830
KOELNER	0,14150	KPPD	0,07370
WILBO	0,12500	MAGNA	0,07320
KERNEL	0,11470	EUROTEL	0,07270
FORTIS	0,11400	ASTARTA	0,07270
RAINBOW	0,11390	NEPENTES	0,07110
BBI CAP	0,11020	SWIFCIE	0,07060
ZASTAL	0,10070	TRITON	0,06800
ORCO	0,09880	HYDROTOR	0,06790
MAKRUM	0,09830	MOJ	0,06600
SYNTHIOS	0,09470	PRIMAMOD	0,06560
ATM	0,09290	WIELTON	0,06560
KOGENER	0,11950	ONEZONE	0,13670
HYDROWLO	0,11130		

Na tym etapie procesu sieć wykorzystuje jedną ze swoich podstawowych własności, tzw. zdolność do uogólniania wiedzy, która oznacza, że sieć nauczona na jednym zbiorze danych generuje właściwe wyniki przy podaniu na wejściu zbioru danych należących do tej samej grupy, ale nieuczestniczących w procesie uczenia.

Tabela 4

Wagi spółek wygenerowane przez sieć

Spółka	Waga	Spółka	Waga	Spółka	Waga
MFWA	0,00	ORCO	0,00	MAGNA	0,00
FON	0,00	MAKRUM	0,41	EUROTEL	0,00
PC GUARD	0,00	SYNTHIOS	0,00	ASTARTA	0,00
NTT	0,00	ATM	0,00	NEPENTES	0,00
KOELNER	0,00	KOGENER	0,29	SWIECIE	0,00
WILBO	0,00	HYDROWLO	0,18	TRITON	0,00
KERNEL	0,00	ORZEL	0,00	HYDROTOR	0,00
FORTIS	0,12	RUCH	0,00	MOJ	0,00
RAINBOW	0,00	INWESTCO	0,00	PRIMAMOD	0,00
BBI CAP	0,00	ULMA	0,00	WIELTON	0,00
ZASTAL	0,00	KPPD	0,00	ONEZONE	0,00

Zaprojektowana sieć generuje na wyjściu wektor wag (tabela 4), z którego wynika, że inwestor powinien rozłożyć kapitał przeznaczony na zakup akcji na giełdzie pomiędzy 4 spółki akcyjne w następujących proporcjach: 12% akcji spółki FORTIS, 41% – MAKRUM, 29% – KOGENER i 18% – HYDROWLO.



Rys. 2. Stopa zwrotu spółek

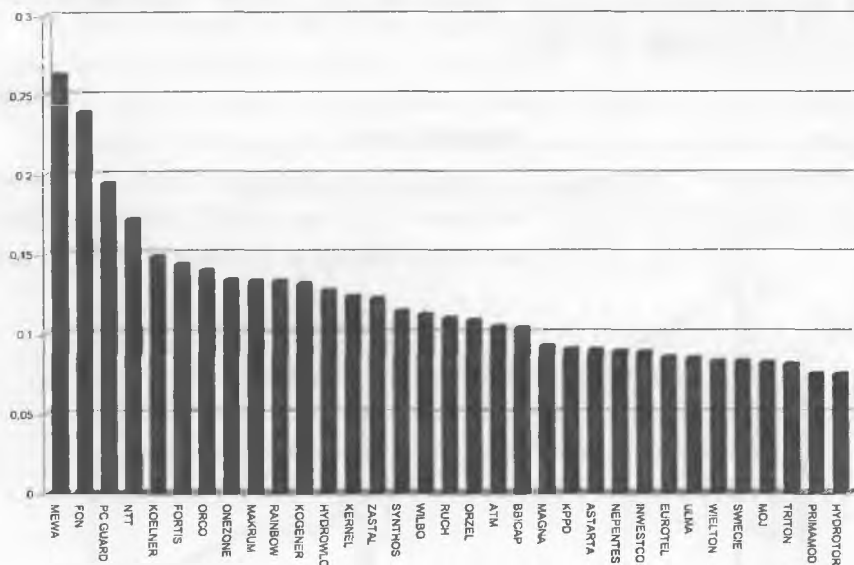
Spółki wygenerowane przez sieć do portfela akcji nie należą do grupy spółek o najwyższej stopie zwrotu (rysunek 2), jednak są to spółki należące do dobrych ze względu na siłę fundamentalną (tabela 5), ocenianą na podstawie Taksonomicznej Miary Atrakcyjności Inwestycji (rysunek 3).

Tabela 5

Wartości syntetycznego miernika TMAI dla spółek objętych analizą

Spółka	TMAI	Spółka	TMAI	Spółka	TMAI
MEWA	0,262625	ZASTAL	0,121321	ASTARTA	0,089027
FON	0,238841	KOGENER	0,130407	NEPENTES	0,088260
PC GUARD	0,194150	SYNTHOS	0,113226	INWESTCO	0,087710
NTT	0,170933	HYDROWLO	0,126539	EUROTEL	0,084468
KOELNER	0,147813	WILBO	0,111306	ULMA	0,083869
ORCO	0,139056	RUCH	0,109069	WIELTON	0,082136
FORTIS	0,142922	ORZEL	0,107739	SWIECIE	0,081951
ONEZONE	0,132832	ATM	0,103544	MOJ	0,080931
RAINBOW	0,132557	BBICAP	0,102872	TRITON	0,080055
MAKRUM	0,132735	MAGNA	0,091692	PRIMAMOD	0,074108
KERNEL	0,122606	KPPD	0,089522	HYDROTOR	0,073906

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GPW w Warszawie



Rys. 3. Porównanie wartości TMAI

Stopień siły fundamentalnej oceniono opierając się na kryterium malejącej wartości miernika syntetycznego, na podstawie którego podział badanych spółek ze względu na poziom badanego zjawiska na cztery grupy typologiczne jest następujący:

- 1 grupa: $z_i \geq \bar{z} + s_z$
- 2 grupa: $\bar{z} + s_z > z_i \geq \bar{z}$
- 3 grupa: $\bar{z} > z_i \geq \bar{z} - s_z$
- 4 grupa: $z_i < \bar{z} - s_z$

gdzie:

z_i - wartość syntetycznej miary dla i -tej spółki,

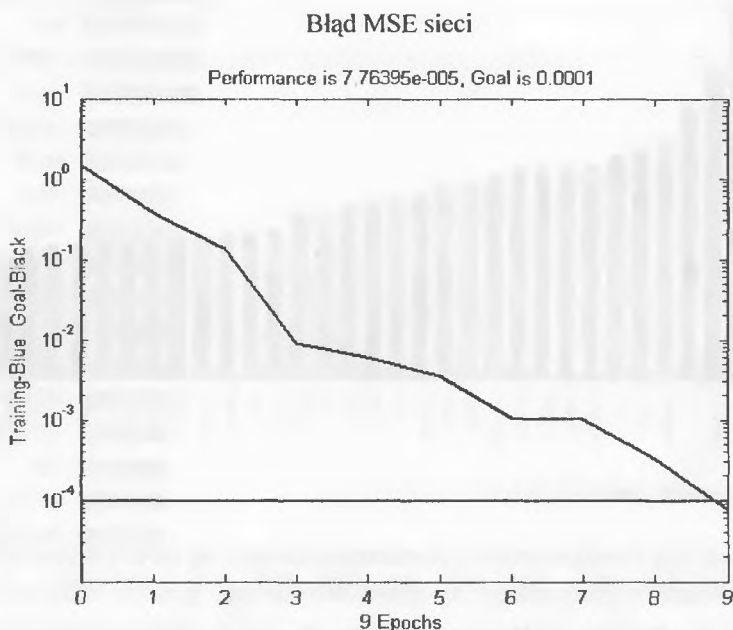
\bar{z} - wartość średnia obliczona dla syntetycznej miary dla wszystkich spółek,

s_z - odchylenia standardowe dla wartości zmiennej syntetycznej.

Według powyższego podziału, w pierwszej podgrupie znajdują się spółki najlepsze, w drugiej dobre, w trzeciej słabe, a w czwartej bardzo słabe.

Parametrem pozwalającym ocenić jakość dopasowania (dopuszczalny błąd sieci) sieci do danych empirycznych jest średni błąd kwadratowy (MSE). W niektórych typach sieci stosuje się również inne miary, na przykład: SSE (*Sum squared error performance function*), MAE (*Mean absolute error*). Po osiągnięciu tej wartości algorytm uczenia sieci zostaje przerwany. Gdy ustalimy go na zbyt niskim poziomie, sieć nauczy się tylko „trochę”. Gdy na zbyt wysokim, może nie osiągnąć go nigdy.

Wykres 2



Na wykresie 2 można zauważyć, że założony maksymalny błąd (MSE) został osiągnięty po 9 epokach, czyli dzięki dobrze dobranym parametrom sieć szybko nauczyła się zadanego problemu.

Z powyższych rozważań można wnioskować, że sztuczna sieć neuronowa jest skutecznym narzędziem w analizie portfelowej, jednak, jak pokazują poniż-

sze rozważania, „wynik”, czyli wektor wyjściowy sieci, zależy od wielu parametrów, na przykład od zastosowanej funkcji aktywacji, liczby neuronów w poszczególnych warstwach czy funkcji treningu sieci.

2.2. Wpływ liczby neuronów na „dokładność” generowanych portfeli

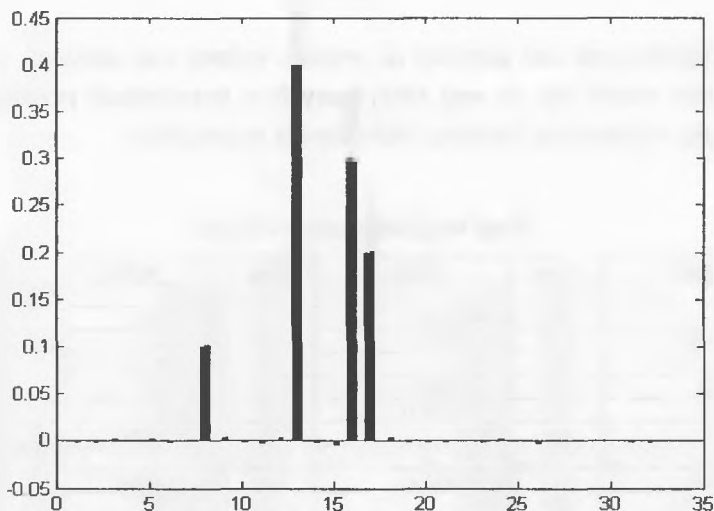
Aby sztuczna sieć neuronowa generowała odpowiednie wyniki, musi mieć właściwą strukturę, w której istotnym elementem jest liczba neuronów w poszczególnych warstwach. Z teorii wynika, że zbyt mała liczba neuronów powoduje brak zbieżności. W zasadzie dla większości problemów nie ma jednoznacznych metod wyznaczenia minimalnej liczby neuronów. Ustala się ją eksperymentalnie poprzez symulacje.

W analizie szeregów czasowych często przyjmuje się, że liczba neuronów powinna być równa liczbie sygnałów wejściowych sieci. W bardzo dużych sieciach przyjmuje się czasami za liczbę neuronów pierwiastek z liczby wejść sieci.

Przyjmijmy, że zaprojektowana sieć jest siecią trójwarstwową, jednokierunkową, o 1 warstwie wejściowej złożonej z 15 neuronów, 1 warstwie ukrytej złożonej również z 15 neuronów oraz 1 warstwie wyjściowej złożonej z 33 neuronów. Wszystkie warstwy są pobudzane liniową funkcją aktywacji.

Wykres 3

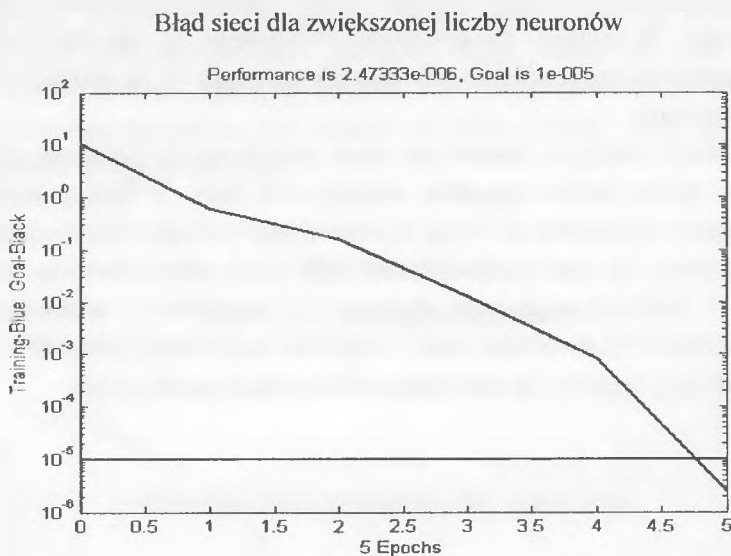
Zbiór uczący dla zwiększonej liczby neuronów



Z wykresu 3 wynika, że sieć przy zwiększonej liczbie neuronów w poszczególnych warstwach lepiej nauczyła się zadanego problemu, zbiór uczący pokrywa się ze zbiorem testowym (wykres 3). Ponadto sieć osiągnęła mniejszy błąd MSE (wykres 4).

Można wnioskować, że zwiększenie liczby neuronów wywołało większą precyzję sieci w krótszym czasie, bo już po 4,5 epokach, a nie tak jak w przypadku mniejszej liczby neuronów z wcześniejszej symulacji, gdzie dopiero po 9 epokach wygenerowała wagi spółek do portfela.

Wykres 4



Zaprojektowana sieć generuje na wyjściu wektor wag zapisany w tabeli 6. Wagi niewiele różnią się od wag otrzymanych w poprzednim przykładzie, ale (jak pokazują wykresy) są bardziej dokładne niż poprzednie.

Tabela 6

Wagi wygenerowane przez sieć

Spółka	Waga	Spółka	Waga	Spółka	Waga
MEWA	0,00	ORCO	0,00	MAGNA	0,00
FON	0,00	MAKRUM	0,40	EUROTEL	0,00
PC GUARD	0,00	SYNTHOS	0,00	ASTARTA	0,00
NTT	0,00	ATM	0,00	NEPENTES	0,00
KOELNER	0,00	KOGENER	0,30	SWIECIE	0,00
WILBO	0,00	HYDROWLO	0,20	TRITON	0,00
KERNEL	0,00	ORZEL	0,00	HYDROTOR	0,00
FORTIS	0,10	RUCH	0,00	MOJ	0,00
RAINBOW	0,00	INWESTCO	0,00	PRIMAMOD	0,00
BBI CAP	0,00	ULMA	0,00	WIELTON	0,00
ZASTAL	0,00	KPPD	0,00	ONEZONE	0,00

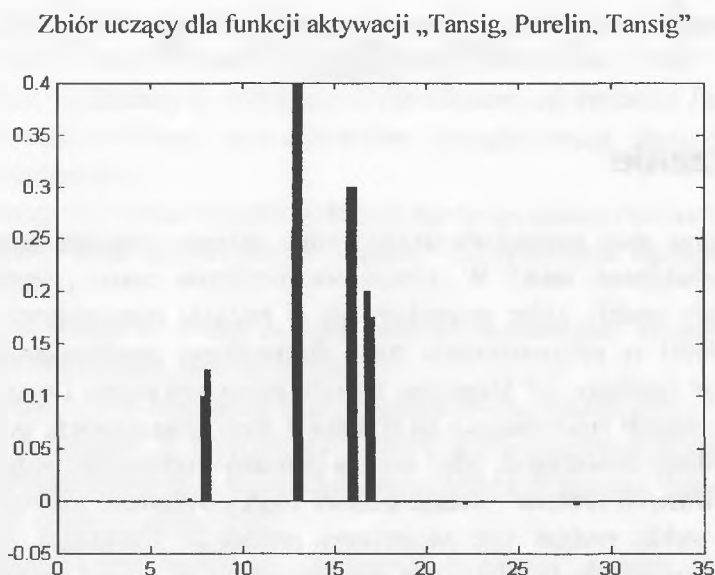
2.3. Wpływ funkcji aktywacji na generowane portfele

Z idei sieci neuronowych wynika [9], że potencjał neuronu, tzn. iloczyn wektora sygnałów wejściowych i transponowanego wektora współczynników wagowych, jest przetwarzany przez blok aktywacji, który w zależności od potrzeb może być opisany różnymi funkcjami. Do najbardziej podstawowych należą:

- Compet – funkcja rywalizacji,
- Hardlim – funkcja progowa (skoku jednostkowego),
- Hardlims – symetryczna funkcja progowa (signum),
- Logsig – funkcja sigmoidalna,
- Purelin – funkcja liniowa,
- Radbas – funkcja radialna (bazowa Gaussa),
- Satlin – funkcja liniowa z nasyceniem,
- Satlins – symetryczna funkcja liniowa z nasyceniem,
- Tansig – funkcja tangens hiperboliczny.

Jeżeli przyjmiemy w rozważanym przykładzie w warstwie wejściowej i wyjściowej funkcję aktywacji Tansig, natomiast w warstwie ukrytej Purelin, to otrzymujemy portfel złożony z 11% akcji spółki FORTIS, 41% – MAKRUM, 31% – KOGENER i 17% – HYDROWLO.

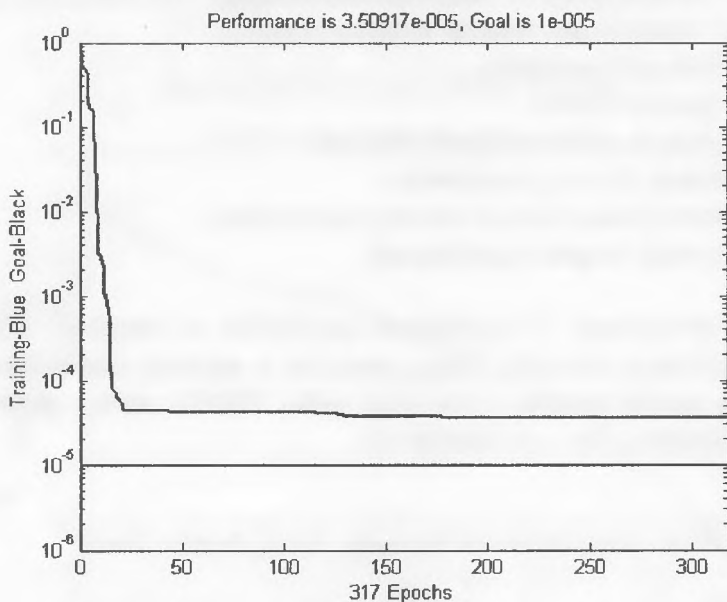
Wykres 5



Zmiana funkcji aktywacji w rozważanym zagadnieniu konstrukcji portfela akcji nie powoduje żadnych zakłóceń (wykres 5). Sieć generuje portfele z takim samym błędem, jak w przypadku zastosowania tylko liniowych funkcji aktywacji (wykres 6).

Wykres 6

Błąd popełniany przez sieć dla funkcji aktywacji „Tansig, Purelin, Tansig”



Zakończenie

Sztuczne sieci neuronowe dzięki swoim zaletom znajdują zastosowanie w wielu dziedzinach nauki. W stosunkowo niedługim czasie powstało wiele neuronowych modeli, które sprawdziły się w badaniu różnorodnych zjawisk, między innymi w prognozowaniu stanu finansowego przedsiębiorstw, dając nawet lepsze rezultaty niż klasyczne metody ekonometryczne. Oprócz lepszej wydajności modeli zbudowanych na podstawie sieci neuronowych, podejście to jest też bardziej uniwersalne, gdyż nie ma potrzeby budowania modelu od początku dla różnych rynków – mając gotowy model wystarczy zastosować inne zmienne i szybko poddać sieć ponownemu procesowi trenowania. Posiadając wiedzę na temat działania sztucznych sieci neuronowych, metod uczenia czy też architektury, łatwo można wykorzystywać różne modele do rozwiązywania złożonych problemów czy zagadnień. Ponadto narzędzia służące do budowy

sztucznych sieci neuronowych pozwalają na generowanie w łatwy i przyjazny użytkownikowi sposób różnego rodzaju podsumowań i analiz ułatwiających zrozumienie problemu i interpretację chociażby wyników końcowych.

Literatura

1. Barr D.S., Mani G.: *Using Neural Nets to Manage Investments*. AI Expert, 1994, s. 16-21.
2. Beltratti A., Margarita S., Terna P.: *Neural Networks for Economic and Financial Modelling*. ITCP, London 1996.
3. Berry M.J.A., Linoff G.S.: *Mastering Data Mining*. John Wiley & Sons, New York 2000.
4. Deboeck G.: *Investment Maps of Emerging Markets*. W: *Visual Explorations in Finance*. Red. G. Deboeck, T. Kohonen. Springer-Verlag 1997, s. 83-105.
5. Domaradzki R.: *Sieci neuronowe w predykcji i prognozowaniu*. AE, Kraków 2003.
6. Duch W., Korbicz J., Rutkowski L., Tadeusiewicz R.: *Biocybernetyka i inżynieria biomedyczna 2000*. Tom 6: *Sieci neuronowe*. Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa 2000.
7. Elton E., Gruber M.J.: *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. Wiley&Sons, New York 1991.
8. Haefke C., Helmenstein C.: *Neural Networks in the Capital Markets: An Application to Index Forecasting*. "Computational Economics" 1996, s. 37-50.
9. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.: *The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference, and Prediction*. Springer-Verlag, New York-Berlin-Heidelberg 2001.
10. Hiemstra Y.: *Linear Regression Versus Backpropagation Networks to Predict Quarterly Stock Market Excess Returns*. "Computational Economics" 1996, s. 67-76.
11. Hertz J., Krogh A.: *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1995.
12. Kohonen T.: *Self-organizing Maps*. Springer-Verlag, Berlin 1995.
13. Lula P., Morajda J.: *Klasyfikacja wzorców występujących w finansowych szeregach czasowych przy użyciu sieci neuronowych Kohonena*. Zeszyty Naukowe AE nr 604, Kraków 2002.
14. Morajda J., Domaradzki R.: *Application of Cluster Analysis Performed by SOM Neural Network to the Creation of Financial Transaction Strategies*. "Journal of Applied Computer Science" 2005.

15. Morajda J.: Applications of Neural Networks in the Financial Markets – selected aspects – Proceedings of the 4thConference “Neural Networks and Their Applications” in Zakopane 18-22.05.1999, Częstochowa 1999.
16. Morajda J.: *Neural Networks as Predictive Models in Financial Futures Trading*. Proceedings of the 5thConference “Neural Networks and Soft Computing” in Zakopane 6-10.06.2000, Częstochowa 2000.
17. Morajda J.: *Neural Networks and Their Economic Applications*. W: *Artificial Intelligence and Security in Computing Systems*. Red. J. Soldek, L. Drobiszewicz. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 2003.
18. Łuniewska M., Tarczyński W.: *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
19. Osowski S.: *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*. Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2000.
20. Osowski S.: *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
21. Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski M.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
22. *Neural Networks in the Capital Markets*. Red. A.P. Refenes. Wiley, Chichester 1995.
23. Schoeneburg E.: *Stock Price Prediction Using Neural Networks*. A Project Report. “Neurocomputing” 1990, Vol. 2.
24. Szkutnik W.: *Stochastyczna optymalizacja struktury portfela akcji*. „Studia Ekonomiczne” 2001, nr 20, s. 105-116.
25. Szkutnik W.: *Statystyczny wariant wyboru strategii tworzenia portfela akcji*. Red. M. Nowiński. *Systemy wspomagania decyzji grupowych*. Prace Naukowe nr 717, AE, Wrocław 1996, s. 133-140.
26. Tadeusiewicz R.: *Sieci neuronowe*. Akademicka Oficyna Wydawnicza RM, Warszawa 1993.
27. Timothy Masters: *Sieci neuronowe w praktyce*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
28. Tyran M.: *Wskaźniki finansowe*. Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005.
29. Trippi R.R., Turban E.: *Neural Network in Finance and Investing*. Probus Publishing, Chicago 1996.
30. Witkowska D.: *Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia finansowe*. Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2002.
31. Żurada J., Barski J., Jędruch W.: *Sztuczne sieci neuronowe*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1996.
32. www.notoria.pl

**EFFICIENCY OF THE NEURON NETWORK IN THE ANALYSIS BASED
ON THE EXAMPLE OF THE WARSAW GPW COMPANIES****Summary**

The article describes the methodology of the network. The example of the optimising portfolio structure of an insurance company has been used to show how the above-mentioned method works.

Bartosz Lawędziak

SEKURYTYZACJA RYZYKA EKONOMICZNEGO NA PODSTAWIE INDEKSU MRD UWZGLĘDNIAJĄCEGO UWARUNKOWANIA POGODOWE

Wstęp

Niniejszy artykuł jest kontynuacją prac prowadzonych nad wykorzystaniem sekurytyzacji na rynku ubezpieczeń katastroficznych w Polsce. Prezentowana wersja opiera się pełniejszym zakresie danych oraz ich dokładniejszej eksploracji i interpretacji. Uwzględniono w nim kierunki rozwoju instrumentów pochodnych, które mogą być odpowiedzią na potrzeby rynku coraz częściej narażonego na szerokie pojęcie ryzyka ekonomicznego. Prezentowane derywaty mogą stanowić podstawę sekurytyzacji jako sposobu wytransferowania szczególnych form ryzyka na szeroki rynek finansowy z użyciem spółek specjalnego przeznaczenia SPV (*Special Purpose Vehicle*) oraz odpowiedniego instrumentu finansowego opartego na odpowiednim, charakterystycznym wskaźniku – triggerze.

Za cel postaviono sobie zaprezentowanie możliwości, jakie oferują znane i wykorzystywane już derywaty pogodowe na rynku polskim, szczególnie uwzględniając charakter położenia geograficznego naszego kraju i związane z tym ryzyko powodzi. Prezentowana metoda wykorzystuje pochodne powodziowe, które są tworzone w analogiczny sposób do instrumentów opartych na wskazaniach temperatury. Wykorzystuje ona ogólnie dostępne dane dotyczące

wysokości opadów w Polsce, co sprawia, że przedstawiony trigger jest przejrzysty, tzn. pozbawiony cech hazardu moralnego.

Mechanizm ten może służyć jako podstawa do tworzenia spółek SPV mających za zadanie między innymi emitowanie różnego typu papierów wartościowych i zarządzanie nimi. Instytucje finansowe i ubezpieczeniowe dzięki sekurytyzacji mogą:

- 1) zmniejszać wielkość kapitału regulacyjnego w relacji do aktywów, co sprzyja generowaniu nowych aktywów i poprawie wskaźników kapitałowych,
- 2) osiągać dodatkowe zyski z tworzenia coraz to nowych aktywów,
- 3) regulować poziom i jakość zarządzania ekspozycjami w poszczególnych sektorach lub domenach działalności.

1. Charakter ryzyka naturalnego w Polsce

Katastrofy naturalne, ich charakter i nasilenie zależy w dużej mierze od położenia geograficznego. Polska jest narażona przede wszystkim na różnego rodzaju powodzie o charakterze opadowym, roztopowym, zatorowym czy sztormowym. Każda z nich ma odrębny charakter dotyczący zarówno genezy, przebiegu, zakresu i czasu występowania, jak i możliwości prognozowania. Najczęstszą przyczyną występowania powodzi w Polsce są wiosenne roztopy i letnio-jesienne wezbrania opadowe. W ciągu XX wieku naliczono w dorzeczu Wisły i Odry ponad 50 wielkich powodzi; na ich podstawie stwierdzono, że w dorzeczu Wisły większe powodzie występowały średnio co 3 lata, a w dorzeczu Odry – przeciętnie co 5 lat¹.

Dane te powinny stanowić podstawę do określenia charakteru zagrożenia wynikającego z osiedlania się w pobliżu rzek. Podstawową ochroną przed powodziami są obwałowania, ale są one efektywne dla wezbrań, których prawdopodobieństwo wystąpienia wynosi 1%. Jednak wartość ta jest często błędnie interpretowana, tzn. ludzie uważają, że jest to powódź, która statystycznie może się pojawić raz na sto lat, a w rzeczywistości należy przez to rozumieć powódź, której ryzyko wystąpienia w ciągu roku wynosi 1% – powódź stuletnia. W związku z tym im dłuższy okres zamieszkania, tym prawdopodobieństwo pojawienia się powodzi jest większe, na przykład jeśli mieszkamy w obszarze zagrożonym przez 10 lat, to wynosi ono już 10%. To przeświadczenie o pozor-

¹ Na podstawie: [10].

nym bezpieczeństwie zapewnianym przez obwałowania jest przyczyną nadmiernego zurbanizowania narażonych stref, co tylko zwiększa skutki katastrof. Porównując statystyki zniszczeń z powodzi w 1997 roku i powodzi w 1934 roku widać zasadność tego stwierdzenia. Powierzchnia zalanych gruntów ornych przed 60 laty wynosiła około 250 tys. hektarów, w 1997 roku była dwukrotnie większa, ale ilość domów uszkodzonych lub zniszczonych w 1997 roku była trzy i pół razy większa, ilość mostów 38 razy większa, a długość dróg aż 140 razy większa². Problem coraz większych strat wywoływanych katastrofami naturalnymi na świecie w ciągu 40 ostatnich lat, w tym oczywiście powodziami, mimo rozwijających się zabezpieczeń, wiąże się ze stosowanymi formami zabezpieczenia przed skutkami powodzi. Jednymi z nich są rozwiązania techniczne, na przykład: zbiorniki retencyjne, poldery, obwałowania, nie są one jednak skuteczne w ochronie przed skutkami wezbrań, a nawet je zwiększają – wywołują tzw. syndrom pozornego bezpieczeństwa. Należy w związku z tym prowadzić szeroko zakrojone akcje promocji przeciwdziałania skutkom powodzi na poziomie gospodarstwa domowego. Badania przeprowadzone w Polsce przez IMGW pokazują, że zarówno mieszkańcy, jak i jednostki samorządowe nie wiedzą, jak postępować, aby minimalizować straty. Działania te powinny się opierać na:

- 1) ograniczaniu rozwoju na terenach zalewowych,
- 2) wyznaczeniu stref zagrożeń na terenach zalewowych,
- 3) uwzględnieniu linii zalewu w lokalnych planach zagospodarowania,
- 4) systemach ostrzeżeń powodziowych oraz reagowania na powódź,
- 5) warunkach technicznych zabudowy: zabezpieczenie istniejących obiektów, wykup terenów i wyburzenie budynku, przeniesienie budynku na tereny wyżej położone, podniesienie budynku lub uszczelnienie obiektu.

Szczególną rolę jest ustalenie odpowiedniej ochrony poszkodowanych po fakcie, a szczególnie opracowanie wytycznych odpowiedniej polityki ubezpieczeniowej na podstawie wcześniej sporządzonych map terenów zalewowych. W naszym kraju nie ma osobnego ubezpieczenia przed stratami spowodowanymi przez powódź – jest ono w większości firm ubezpieczeniowych składnikiem ubezpieczenia „od ognia i innych zdarzeń losowych”. Dla wszystkich rolników, czyli osób posiadających więcej niż 1 hektar gruntu rolnego lub leśnego oraz budynki, ubezpieczenia uwzględniające wymienione zagrożenia są obowiązkowe, a ceny takich polis preferencyjne. Ubezpieczenia obowiązkowe obejmują

² Na podstawie: [12].

jednak wyłącznie budynki, gdyż uprawy ubezpiecza się dobrowolnie. Pozostałe osoby mieszkające na tych terenach mają wolny wybór ubezpieczenia. Każdy z wymienionych rodzajów ubezpieczenia zapewnia odszkodowanie w sytuacji, gdy powódź lub inne zdarzenie losowe zniszczy bądź uszkodzi dom³.

Duże znaczenie ma osłona hydrologiczno-meteorologiczna, w Polsce prowadzona przez IMGW. Działalność ta, oprócz analizowania stanu atmosfery nad Polską, pozwala rozpatrywać sytuacje, które wystąpiły kilka dni lub nawet lat wstecz – dotyczy to szczególnie badania okoliczności katastrof komunikacyjnych. Najczęściej ekspertyzy IMGW rozstrzygają spory między ubezpieczycielami a ubezpieczonymi, na przykład o zalanie obiektów budowlanych, o to, czy wypadek drogowy był spowodowany w wyniku niekorzystnych warunków atmosferycznych, czy pożar mógł być spowodowany piorunem itp. Po katastrofalnej powodzi w dorzeczu Odry w 1997 roku podpisano umowę dotyczącą budowy systemu ostrzegania i prognozowania groźnych zjawisk atmosferycznych. Przeprowadzone analizy wykazały konieczność zainstalowania na terenie Polski 9 stacji detekcyjnych, a po symulacjach opartych na modelu propagacji zlokalizowano je w: Warszawie, Włodawie, Sandomierzu, Częstochowie, Kaliszu, Gorzowie Wielkopolskim, Toruniu, Olsztynie i Białymstoku. Oprócz tego IMGW dysponuje nowoczesnymi systemami teledetekcji – obserwacji radarowych pochodzących z obszaru o promieniu 200 km wokół radaru w: Gdańsku, Świdwinie (Szczecin), Poznaniu, Legionowie (Warszawa), Pastewniku (Wrocław), Ramży (Katowice), Brzuchani (Kraków) i Rzeszowie. Katastrofy naturalne są nicunikinione, co wymusza na organach władzy państwowej stworzenie prawnych i organizacyjnych warunków umożliwiających zapobieganie katastrofom oraz ograniczanie i usuwanie ich skutków, a przede wszystkim ochronę życia i mienia obywateli, do czego powołano Centra Zarządzania Kryzysowego.

2. Klasyczny rynek ubezpieczeń obejmujący ryzyko powodzi

Naturalne ryzyko katastrofalne, jakim jest powódź, zwana fachowo wezbraniem, staje się groźne, gdy na swojej drodze spotyka ludzi i infrastrukturę gospodarczą. Nie mamy wpływu na to, czy powódź wystąpi, czy nie, ale możemy podjąć działania dążące do zmniejszania własnych strat. Coraz częściej po-

³ Na podstawie [1].

jawiają się rodzaje ryzyka obciążające znacząco firmy ubezpieczeniowe, które albo muszą zwiększyć swój kapitał, albo redukują dostępność produktu na rynku. Odpowiedzią na te problemy staje się coraz popularniejszy proces sekurytyzacji jako alternatywna forma uzupełnienia czy zastąpienia tradycyjnych produktów ubezpieczeniowych. W artykule poddano rozważaniom możliwość wytransferowania ryzyka ubezpieczeniowego na rynek finansowy poprzez wprowadzenie kontraktów *call/put* opartych na „opcji powodziowej”.

Dotychczasowe formy ubezpieczenia skutków powodzi zawarte w ogólnej umowie obejmującej grupowo zdarzenia losowe, takie jak: ogień, huragan, powódź, grad, piorun, obsunięcie się ziemi, tąpnięcie, lawiny, to rozwiązanie funkcjonujące bez rewolucyjnych zmian z kilku powodów. Jednym z nich jest ingerencja państwa poprzez pomoc finansową i socjalną powodzianom, co utrwała panujące dotychczas rozwiązania w tym zakresie w firmach ubezpieczeniowych. Interwencja rządu oraz społeczna ugruntowuje postawę rolników (głównie oni są odbiorcami zapomóg) i pozostałej grupy zagrożonych w biernym podejściu do ubezpieczania upraw/majątku. Postawa poszkodowanych liczących na pomoc, w tym finansową, która nie jest wynikiem ich działań prewencyjnych, stanowi także dla ubezpieczycieli „wąskie gardło” informacyjne z powodu jej asymetrii i możliwości pojawienia się hazardu moralnego⁴. W przyszłości w wyniku coraz większego zurbanizowania może się pojawić jeszcze aspekt „powszechności i rozległości” szkód, co może wykazać niewydolność rynku/firmy ubezpieczeniowej.

2.1. Indeks powodziowy MRDs wyceny opcji

Przemysł ubezpieczeniowy oferuje coraz nowsze i ciekawsze strategie zarządzania ryzykiem, które mają chronić ubezpieczyciela przed wpływem nadmiernych obciążeń finansowych związanych z wypłatą odszkodowań oraz zwiększać „pojemności” rynku ubezpieczeniowego poprzez wprowadzanie czasami dość „egzotycznych” instrumentów finansowych. Celem artykułu jest zaproponowanie nowego kierunku rozwoju dla firm ubezpieczeniowych w Polsce, który jest już eksperymentalnie wprowadzany w krajach zagrożonych powszechnie wielkimi powodziąmi, na przykład Brazylii, Tajwanie czy Indiach. Głównym założeniem tej strategii jest odciążenie rynku ubezpieczeniowego

⁴ Więcej na ten temat zob. [8].

i przeniesienie systemowego ryzyka powodziowego na rynek finansowy. Opcje, nazwijmy je „powodziowe”, powinny się opierać na adekwatnym indeksie – *Millimeter Rainy Days*, w skrócie MRDs, który oznacza dzienny opad w milimetrach i jest powszechnie stosowaną miarą w meteorologii.

W kolejnych częściach artykułu zdefiniowano opcje *call/put* oparte na tym indeksie oraz przeprowadzono próbę wyceny tych opcji, opierając się na danych historycznych obejmujących ponad 50 lat obserwacji meteorologicznych w wybranych regionach Polski. Rozwiązanie to powinno być interesujące dla:

- firm ubezpieczeniowych – ograniczających w ten sposób ryzyko katastroficzne,
- sektora uzależnionego od warunków pogodowych, tj. agrop przetwórczego, agroturystycznego,
- giełd towarowych, szczególnie rolnych,
- graczy giełdowych – spekulantów.

2.2. Projektowanie rynkowych kontraktów opcyjnych

Kontrakty opcji „powodziowych” mogą się opierać na konwencjonalnych instrumentach pochodnych dostępnych na OTC (*Over the Counter Market* – rynek pozagiełdowy). Nabywca opcji zyskuje na różnicy pomiędzy ceną wykonania – *strike level/price* (w tym przypadku zgodną z zaproponowanym indeksem) a faktyczną wartością opadów. Cena wykonania opiera się na danych historycznych dotyczących opadów zbieranych przez stacje meteorologiczne. Na przykład jeśli średnia wartość opadu w milimetrach w okresie od czerwca do września (okres powodziowy na terenach Polski) na wybranym obszarze wyniosłaby 300 mm, to czteromiesięczna opcja *call* (dla przyjętych miesięcy) powinna mieć cenę wykonania na podstawie indeksu około 300 mm. Rzeczywisty opad przewyższający tę wartość w rozpatrywanym okresie będzie faktyczną wartością determinującą wypłatę opcji. Ustalenie wartości złotego dla milimetra opadu poniżej lub powyżej ceny wykonania określa wypłatę opcji. Aby jednak rynek opcji „powodziowych” był efektywny, musi być płynny. Warunek ten wydaje się być realny, gdyż istnieje duży wybór „egzotycznych” instrumentów pochodnych, w tym od 1999 roku derywaty pogodowe oparte na indeksie temperatury.

2.3. Wyprowadzenie zmiennej bazowej MRDs

Podczas definiowania opcji „powodziowych” opartych na parametrze MRDs korzystamy z analogicznych rozwiązań, które wykorzystuje się między innymi na pogodowym rynku amerykańskim bazującym na parametrach HDDs (*Heating Degree Days*) i CDDs (*Cooling Degree Days*). W związku z powyższym, typowa opcja „powodziowa” jest opisywana przez:

- zmienną bazową mierzoną w milimetrach (*Milimeters*),
- zmienną bazową, jaką jest opad/deszcz (*Rainfall*),
- zmienną bazową z czasem wyrażonym w dniach (*Days*).

Dane zbierane przez stacje meteorologiczne, tj. opad mierzony w dniu i , oznaczmy przez R_i oraz przez R_x – przeciętny dzienny opad w [mm]. Średnia wartość R_x stanowi punkt odniesienia dla wartości opadów i opiera się na danych przeszłych obejmujących wybrany okres. Ustalona zmienna bazowa jest w tym ujęciu różnicą pomiędzy przeciętną wartością opadów R_x (w milimetrach) a bieżącą wysokością opadu R_i (w milimetrach). W związku z powyższym, aby wyznaczyć MRDs na i -ty dzień, korzystamy odpowiednio ze wzorów:

- dla opcji *call*:

$$MRD_i = \text{Max}\{R_x - R_i, 0\} \quad (1)$$

- dla opcji *put*:

$$MRD_i = \text{Max}\{R_i - R_x, 0\} \quad (2)$$

3. Definiowanie wypłaty z opcji

Przedstawione dalej rozwiązania dotyczą rynku OTC, na którym dominują opcje *call/put*. Dla przykładu – kupujący opcje MRD *call* płaci premię sprzedawcy na początku kontraktu, gdy skumulowana wartość MRDs w czasie trwania kontraktu osiągnie wyższą wartość niż ustalona wartość wykonania – wtedy kupującemu przysługuje wypłata. Wielkość wypłaty jest uzależniona od poziomu ceny wykonania i dopuszczalnej wartości wahania – *tick value* (suma pieniędzy, jaką posiadacz opcji *call* otrzyma za każdą wielkość MRD powyżej ustalonego poziomu ceny wykonania dla danego okresu). Ogólnie opcje powodziowe mogą być opisywane przez specyficzne parametry, takie jak:

- 1) typ kontraktu *call/put* (kupno/sprzedaż),
- 2) czas obowiązywania kontraktu,
- 3) indeks bazowy (MRDs),

- 4) oficjalne dane dotyczące opadów zbierane przez stacje meteorologiczne,
- 5) poziom wykonania,
- 6) wartość dopuszczalnych wahań,
- 7) maksymalną wartość wypłaty (jeśli została ustalona).

Chcąc określić formułę dla wypłat z odpowiednich opcji, przyjmijmy k jako poziom wykonania (*strike*), α jako wartość wahań (*tick value*), a czas trwania kontraktu ustalmy na n dni. Wartość skumulowana MRDs dla zadanego okresu wynosi:

$$M_n = \sum_{i=1}^n MRD_i \quad (3)$$

Z obserwacji meteorologicznych wynika, że dla obszaru Polski odpowiednie byłyby dwa okresy: marzec-kwiecień i czerwiec-wrzesień. Korzystając z równań (1), (2) i (3), wyliczono wartości MRDs i przedstawiono otrzymane wyniki w tabeli 1. W artykule wykorzystano ogólnodostępne dane meteorologiczne dotyczące wartości opadów zaczerpnięte z Roczników Statystycznych Polski od 1957 do 2005 roku. W badaniu wzięto pod uwagę 22 miejscowości, dla których wyliczono skumulowane wartości MRDs oraz oszacowano wielkość wypłat w zależności od skali opadów zebranych przez stacje meteorologiczne. Brakujące dane dla niektórych lat i punktów obserwacji pominięto w wyliczeniach zaprezentowanych w tabeli 1.

Wartość wypłaty P dla typowej opcji *call* MRD w przypadku linowego schematu płatności można zapisać następująco:

$$P_{call} = \alpha \max\{M_n - k, 0\} \quad (4)$$

Tabela 1

Skumulowane wartości MRDs i zakres wypłat dla wybranych stacji meteorologicznych

Rok	1 Białystok		2 Częstochowa		3 Gdańsk		4 Gorzów Wlkp.		5 Kalisz	
	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1957	586,00		621,00		403,00		544,00		565,00	54,24
1958	603,00	12,92	639,00		670,00	131,64	584,00	34,49	609,00	98,24
1959			511,00				357,00		339,00	
1960	714,00	123,92	743,00	109,23	613,00	74,64	542,00		628,00	117,24
1961	545,00		676,00	42,23	503,00		649,00	99,49	567,00	56,24
1962	614,00	23,92	725,00	91,23	584,00	45,64	501,00		487,00	
1963	510,00		539,00		536,00		484,00		407,00	
1964	523,00		567,00		317,00		642,00	92,49	438,00	
1965	572,00		614,00		687,00	148,64	625,00	75,49	412,00	
1966	677,00	86,92	880,00	246,23	568,00	29,64	651,00	101,49	567,00	56,24

SEKURYTYZACJA RYZYKA EKONOMICZNEGO...

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1967	693,00	102,92	699,00	65,23	583,00	44,64	749,00	199,49	594,00	83,24
1968	563,00		630,00		523,00		663,00	113,49	545,00	34,24
1969	607,00	16,92	502,00		382,00		446,00		368,00	
1970	858,00	267,92	665,00	31,23	772,00	233,64	673,00	123,49	628,00	117,24
1971	446,00		656,00	22,23	535,00		475,00		506,00	
1972	612,00	21,92	587,00		500,00		449,00		494,00	
1973	585,00		510,00		430,00		545,00		477,00	
1974	782,00	191,92	882,00	248,23	587,00	48,64	701,00	151,49	691,00	180,24
1975	529,00		635,00	1,23	430,00		407,00		529,00	18,24
1976	523,00		457,00		461,00		496,00		539,00	28,24
1977	611,00	20,92	708,00	74,23	526,00		692,00	142,49	611,00	100,24
1978	647,00	56,92	610,00		646,00	107,64	602,00	52,49	535,00	24,24
1979	579,00		545,00		460,00		512,00		527,00	16,24
1980	736,00	145,92	612,00		759,00	220,64	502,00		496,00	
1981	607,00	16,92	771,00	137,23	666,00	127,64	649,00	99,49	721,00	210,24
1982	453,00		466,00		363,00		335,00		348,00	
1983	509,00		568,00		570,00	31,64	509,00		440,00	
1984	527,00		517,00		532,00		522,00		438,00	
1985	680,00	89,92	628,00		622,00	83,64	420,00		637,00	126,24
1986	482,00		544,00		573,00	34,64	547,00		447,00	
1987			652,00	18,23			665,00	115,49	495,00	
1989	462,00				442,00					
1990	622,00	31,92	537,00		641,00	102,64	519,00		399,00	
1991			551,00				401,00		440,00	
1992			550,00				431,00		392,00	
1993	586,00		602,00		432,00		595,00	45,49	574,00	63,24
1994	620,00	29,92	716,00	82,23	448,00		577,00	27,49	559,00	48,24
1995	612,00	21,92	626,00				575,00	25,49	512,00	1,24
1996	532,00		727,00	93,23			467,00			
1997	662,00	71,92	770,00	136,23			546,00		527,00	16,24
1998			691,00	57,23			638,00	88,49	470,00	
1999	501,00		691,00	57,23			570,00	20,49	483,00	
2000	453,00		707,00	73,23			606,00	56,49	594,00	83,24
2001			898,00	264,23			602,00	52,49	627,00	116,24
2002			662,00	28,23			625,00	75,49	623,00	112,24
2003			496,00				377,00		334,00	
2004			584,00				578,00		430,00	
2005			620,00				582,00		446,00	
Sr	590,08	74,20	633,77	93,93	538,36	97,70	549,51	85,39	510,76	76,59
Odczylenie standardowe	92,30	70,89	103,79	77,72	110,81	65,46	97,12	46,39	93,55	53,89
Współczynnik zmienności	15,64	95,54	16,38	82,74	20,58	67,00	17,67	54,33	18,32	70,36
	1		2		3		4		5	
	Białystok		Częstochowa		Gdańsk		Gorzów Wlkp		Kalisz	
	6		7		8		9		10	
Rok	Katowice		Kielce		Koszalin		Kraków		Lublin	
	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout
1957			592,00		794,00	83,04	579,00		550,00	
1958			603,00		813,00	102,04	718,00	33,91	607,00	34,89
1959			548,00		506,00		572,00		552,00	
1960			820,00	182,04	792,00	81,04	902,00	217,91	717,00	144,89
1961			573,00		736,00	25,04	676,00		422,00	
1962			764,00	126,04	654,00		829,00	144,91	730,00	157,89
1963			569,00		650,00		624,00		593,00	20,89
1964			534,00		522,00		675,00		524,00	
1965			686,00	48,04	697,00		656,00		573,00	0,89
1966	844,00	109,10	1001,00	363,04	573,00		856,00	171,91	81,00	
1967	714,00		817,00	179,04	946,00	235,04	832,00	147,91	709,00	136,89
1968	759,00	24,10	829,00	191,04	717,00	6,04	870,00	185,91	674,00	101,89
1969	546,00		578,00		574,00		498,00		436,00	
1970	780,00	45,10	857,00	219,04	934,00	223,04	787,00	102,91	773,00	200,89
1971	660,00		509,00		582,00		565,00		478,00	
1972	842,00	107,10	588,00		710,00	-0,96	731,00	46,91	626,00	53,89
1973	688,00		536,00		806,00	95,04	535,00		576,00	3,89
1974	1017,00	282,10	782,00	144,04	921,00	210,04	874,00	189,91	847,00	274,89
1975	903,00	168,10	629,00		510,00		634,00		529,00	

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1976	734,00		483,00		535,00		619,00		368,00	
1977	974,00	239,10	675,00	37,04	681,00		785,00	100,91	656,00	83,89
1978	708,00		660,00	22,04	803,00	92,04	720,00	35,91	678,00	105,89
1979	709,00		542,00		714,00	3,04	743,00	58,91	564,00	
1980	700,00		657,00	19,04	903,00	192,04	688,00	3,91	764,00	191,89
1981	862,00	127,10	629,00		454,00		696,00	11,91	613,00	40,89
1982	532,00		439,00		481,00		507,00		368,00	
1983	691,00		521,00		683,00		515,00		532,00	
1984	565,00		446,00		620,00		499,00		475,00	
1985	820,00	85,10	650,00	12,04	649,00		828,00	143,91	580,00	7,89
1986	643,00		515,00		731,00	20,04	636,00		464,00	
1987			633,00		778,00	67,04	683,00	-1,09	449,00	
1989	540,00									
1990	689,00		712,00	74,04	709,00	-1,96	706,00	21,91	615,00	42,89
1991			483,00		860,00	149,04	624,00		446,00	
1992			586,00		652,00		518,00		668,00	95,89
1993	514,00		561,00		813,00	102,04	470,00		456,00	
1994	778,00	43,10	683,00	45,04	616,00		715,00	30,91	632,00	59,89
1995	724,00		523,00		739,00	28,04	660,00		556,00	
1996	783,00	48,10	666,00	28,04	640,00		749,00	64,91	596,00	23,89
1997	744,00	9,10	657,00	19,04	671,00		823,00	138,91	566,00	
1998			776,00	138,04	1010,00	299,04	708,00	23,91	672,00	99,89
1999	753,00	18,10	599,00		737,00	26,04	701,00	16,91	678,00	105,89
2000	831,00	96,10	723,00	85,04	670,00		720,00	35,91	620,00	47,89
2001			918,00	280,04	856,00	145,04	880,00	195,91	681,00	108,89
2002			687,00	49,04	812,00	101,04	744,00	59,91	554,00	
2003			569,00		606,00		567,00		492,00	
2004			597,00		835,00	124,04	598,00		590,00	17,89
2005			579,00		720,00	9,04	637,00		559,00	
Sr.	734,90	100,10	637,96	113,04	710,96	96,60	684,09	87,43	572,11	86,61
Odchylenie standardowe	123,76	82,24	123,25	98,14	130,08	84,13	115,42	70,20	128,30	69,42
Współczynnik zmienności	16,84	82,16	19,32	86,81	18,30	87,09	16,87	80,28	22,43	80,15
6			7			8			9	
Katowice			Kielce			Koszalin			Kraków	
11			12			13			14	
Ruk			Olsztyn			Opole			Poznań	
Łódź			Rzeszów			Poznań			Rzeszów	
mrd			mrd			mrd			mrd	
payout			payout			payout			payout	
1957	634,00	53,29				605,00			578,00	52,21
1958	538,00					664,00	26,97		693,00	167,21
1959						360,00			410,00	
1960	671,00	90,29				659,00	21,97		513,00	
1961	593,00	12,29				502,00			754,00	228,21
1962	664,00	83,29				616,00			480,00	
1963	468,00					508,00			469,00	
1964	515,00					669,00	31,97		559,00	33,21
1965	529,00					578,00	-59,03		560,00	34,21
1966	777,00	196,29	846,00	204,10		810,00	172,97		719,00	193,21
1967	680,00	99,29	904,00	262,10		716,00	78,97		772,00	246,21
1968	559,00		585,00			754,00	116,97		533,00	7,21
1969	410,00		455,00			496,00			365,00	
1970	623,00	42,29	902,00	260,10		832,00	194,97		559,00	33,21
1971	544,00		487,00			733,00	95,97		435,00	
1972	553,00		684,00	42,10		533,00			321,00	
1973	595,00	14,29	612,00			596,00			525,00	-0,79
1974	730,00	149,29	824,00	182,10		776,00	138,97		632,00	106,21
1975	545,00		517,00			701,00	63,97		377,00	
1976	520,00		485,00			667,00	29,97		516,00	
1977	665,00	84,29	598,00			777,00	139,97		540,00	14,21
1978	613,00	32,29	857,00	215,10		589,00			476,00	
1979	612,00	31,29	578,00			656,00	18,97		486,00	
1980	697,00	116,29	752,00	110,10		614,00			538,00	12,21
1981	669,00	88,29	699,00	57,10		854,00	216,97		632,00	106,21
1982	435,00		404,00			513,00			275,00	
1983	446,00		554,00			524,00			356,00	

SEKURYTYZACJA RYZYKA EKONOMICZNEGO...

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1984	509,00		644,00	2,10	548,00		402,00		522,00	
1985	698,00	117,29	660,00	18,10	757,00	119,97	498,00		654,00	22,48
1986	555,00		625,00		697,00	59,97	508,00		487,00	
1987					707,00	69,97	613,00	87,21		
1989	461,00		585,00						566,00	
1990	510,00		594,00		449,00		523,00		653,00	21,48
1991					562,00		418,00			
1992							355,00			
1993	579,00		684,00	42,10			695,00	169,21	523,00	
1994	542,00		727,00	85,10			599,00	73,21	704,00	72,48
1995	483,00		614,00				495,00		520,00	
1996	503,00		412,00				552,00	26,21	699,00	67,48
1997	683,00	102,29	661,00	19,10			636,00	110,21	762,00	130,48
1998							604,00	78,21		
1999	564,00		701,00	59,10			597,00	71,21	734,00	102,48
2000	695,00	114,29	607,00				610,00	84,21	761,00	129,48
2001							551,00	25,21		
2002							588,00	62,21		
2003							408,00			
2004							481,00			
2005							506,00			
Śr	580,71	83,94	641,90	111,31	637,03	85,58	525,79	84,17	631,52	101,98
Odchylenie standardowe	89,83	49,18	134,17	93,78	117,58	70,78	111,48	70,48	134,21	90,88
Współczynnik zmienności	15,47	58,60	20,90	84,24	18,46	82,70	21,20	83,73	21,25	89,11
	11		12		13		14		15	
	Łódź		Olsztyn		Opole		Poznań		Rzeszów	
	16		17		18		19		20	
Rok	Suwałki		Szczecin		Terespół		Warszawa		Wrocław	
	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout	mrds	payout
1957			475,00		1446,00	885,26	558,00	20,55	509,00	
1958			539,00	-1,17			557,00	19,55	650,00	84,51
1959			402,00				501,00		375,00	
1960			718,00	177,83			649,00	111,55	629,00	63,51
1961			665,00	124,83			557,00	19,55	620,00	54,51
1962			532,00				770,00	232,55	520,00	
1963			390,00				530,00		512,00	
1964			502,00				489,00		591,00	25,51
1965	584,00		569,00	28,83			696,00	158,55	533,00	
1966	671,00	79,85	628,00	87,83	692,00	131,26	608,00	70,55	650,00	84,51
1967	600,00	8,85	675,00	134,83	551,00		518,00		571,00	5,51
1968	394,00		629,00	88,83	584,00	23,26	431,00		587,00	21,51
1969	514,00		439,00		439,00		411,00		405,00	
1970	795,00	203,85	609,00	68,83	699,00	138,26	768,00	230,55	765,00	199,51
1971	514,00		404,00		372,00		500,00		669,00	103,51
1972	713,00	121,85	401,00		538,00		647,00	109,55	634,00	68,51
1973	548,00		528,00		496,00		520,00		500,00	
1974	807,00	215,85	560,00	19,83	778,00	217,26	691,00	153,55	774,00	208,51
1975	486,00		433,00		541,00		431,00		691,00	125,51
1976	436,00		472,00		439,00		348,00		687,00	121,51
1977	597,00	5,85	523,00		603,00	42,26	545,00	7,55	776,00	210,51
1978	640,00	48,85	568,00	27,83	474,00		600,00	62,55	651,00	85,51
1979	606,00	14,85	586,00	45,83	505,00		432,00		593,00	27,51
1980	657,00	65,85	571,00	30,83	585,00	24,26	597,00	59,55	622,00	56,51
1981	667,00	75,85	633,00	92,83	521,00		656,00	118,55	643,00	77,51
1982	557,00		349,00		388,00		410,00		381,00	
1983	605,00	13,85	526,00		444,00		466,00		523,00	
1984	521,00		498,00		483,00		493,00		522,00	
1985	648,00	56,85	449,00		515,00		508,00		598,00	32,51
1986	566,00		612,00	71,83	512,00		467,00		657,00	91,51
1987	564,00		611,00	70,83			497,00		569,00	3,51
1989					426,00					
1990	662,00	70,85	534,00		543,00		456,00		432,00	
1991	448,00		519,00				482,00		461,00	
1992	589,00	-2,15	456,00				484,00		461,00	

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1993	635,00	43,85	660,00	119,83	487,00		454,00		558,00	
1994	621,00	29,85	525,00		595,00	34,26	652,00	114,55	424,00	
1995	582,00		617,00	76,83	571,00	10,26	571,00	33,55	639,00	73,51
1996	453,00		540,00	-0,17	469,00		451,00		499,00	
1997	620,00	28,85	558,00	17,83	542,00		588,00	50,55	630,00	64,51
1998	658,00	66,85	689,00	148,83			617,00	79,55	565,00	
1999	580,00		574,00	33,83	569,00	8,26	484,00		449,00	
2000	512,00		571,00	30,83	576,00	15,26	524,00		533,00	
2001	637,00	45,85	597,00	56,83			545,00	7,55	619,00	53,51
2002	611,00	19,85	637,00	96,83			553,00	15,55	493,00	
2003	540,00		382,00				535,00		417,00	
2004	678,00	86,85	524,00				523,00		446,00	
2005	539,00		509,00				490,00		545,00	
Sr	591,15	62,04	540,17	68,83	560,74	139,08	537,45	83,80	565,49	80,97
Odchylenie standardowe	88,17	58,29	88,47	48,14	186,28	256,70	91,64	69,25	100,99	58,14
Współczynnik zmienności	14,92	93,96	16,38	69,94	33,22	184,58	17,05	82,63	17,86	71,81
	Suwałki		Szczecin		Terespol		Warszawa		Wroclaw	

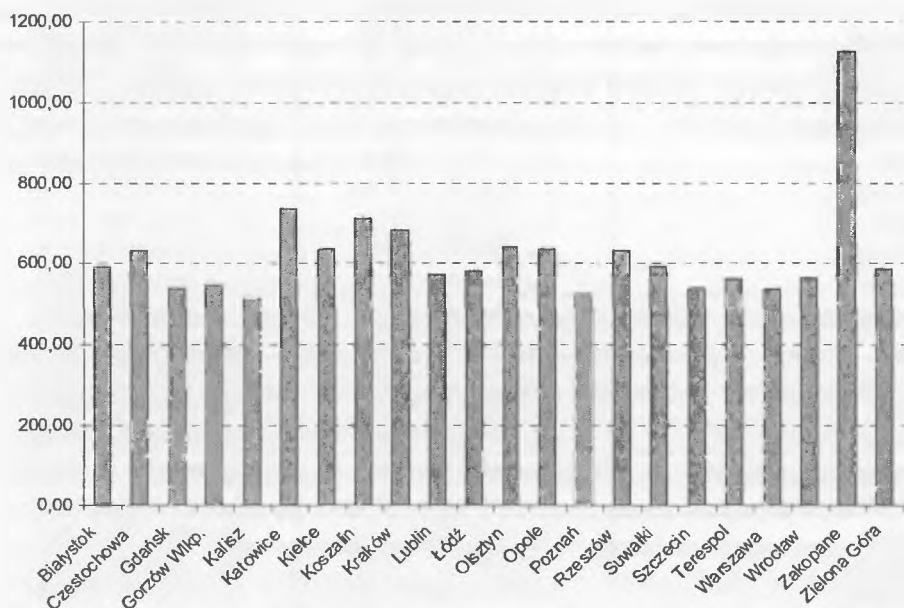
Rok	21 Zakopane		22 Zielona Góra	
	mrds	payout	mrds	payout
1957	961,00		720,00	132,13
1958	1249,00	119,83	608,00	20,13
1959	1207,00	77,83	413,00	
1960	1356,00	226,83	682,00	94,13
1961	1001,00		708,00	120,13
1962	1292,00	162,83	621,00	33,13
1963	906,00		570,00	
1964	1270,00	140,83	600,00	12,13
1965	1249,00	119,83	603,00	15,13
1966	1236,00	106,83	756,00	168,13
1967	1105,00		770,00	182,13
1968	1026,00		630,00	42,13
1969	901,00		490,00	
1970	1417,00	287,83	546,00	
1971	929,00		487,00	
1972	1246,00	116,83	458,00	
1973	1072,00		564,00	
1974	1362,00	232,83	750,00	162,13
1975	1185,00	55,83	433,00	
1976	1105,00		457,00	
1977	1078,00		658,00	70,13
1978	1093,00		592,00	4,13
1979	1101,00		578,00	
1980	1437,00	307,83	586,00	
1981	1171,00	41,83	761,00	173,13
1982	942,00		385,00	
1983	1082,00		550,00	
1984	910,00		595,00	7,13
1985	1298,00	168,83	550,00	
1986	895,00		629,00	41,13
1987	1085,00		636,00	48,13
1989				
1990	1011,00		497,00	
1991	1105,00		396,00	
1992	959,00		410,00	
1993	812,00		764,00	176,13
1994	1007,00		615,00	27,13
1995	1036,00		572,00	
1996	1137,00	7,83	582,00	
1997	1319,00	189,83	620,00	32,13
1998	1120,00		725,00	137,13
1999	1172,00	42,83	520,00	
2000	1218,00	88,83	757,00	169,13
2001	1462,00	332,83	644,00	56,13
2002	1138,00	8,83	677,00	89,13
2003	939,00		395,00	
2004	1221,00		545,00	
2005	1230,00	100,83	505,00	
Sr	1129,17	137,74	587,87	83,84
Odchylenie standardowe	157,93	92,76	108,18	63,83
Współczynnik zmienności	13,99	67,35	18,40	76,13
	Zakopane		Zielona Góra	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Dla określenia wielkości wypłat korzystamy z wartości średnich opadów przedstawionych na wykresie 1.

Wykres 1

Wartości średnie opadów dla punktów pomiarowych



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Z równania (4) wynika, że wartość wypłaty będzie dążyć do zera, jeśli $M_n \leq k$, a będzie dodatnia dla wszystkich wartości $M_n > k$. Dla skumulowanych wartości MRDs, w naszym przypadku M_n osiągających wartości powyżej k dla wybranego okresu, w którym wielkość opadu będąca poniżej normalnej średniej oznacza wypłatę z opcji.

W analogiczny sposób przedstawimy wartość wypłaty dla opcji MRD *put*:

$$P_{put} = \alpha \max\{k - M_n, 0\} \quad (5)$$

Równanie (5) sugeruje, że wartość wypłaty będzie równa zero dla $M_n \geq k$ i będzie dodatnia dla $M_n < k$. W analizowanym okresie, dla którego wartość opadów była powyżej wartości średniej, kupujący otrzymuje wypłatę z opcji *put*.

Na podstawie tabeli 1 oraz wzoru (4) i (5) możemy zapisać odpowiednie wartości wypłaty z opcji *call* i *put* dla objętych badaniem miejscowości.

Tabela 2

Oszacowane wartości wypłat z opcji *call* i *put*

Miejscowość	Wypłata dla opcji <i>call</i>	Wypłata dla opcji <i>put</i>
Białystok	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 590,08\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{590,08 - M_n, 0\}$
Częstochowa	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 633,77\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{633,77 - M_n, 0\}$
Gdańsk	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 538,36\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{538,36 - M_n, 0\}$
Gorzów Wlkp	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 549,51\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{549,51 - M_n, 0\}$
Kalisz	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 510,76\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{510,76 - M_n, 0\}$
Katowice	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 734,90\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{734,90 - M_n, 0\}$
Kielce	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 637,96\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{637,96 - M_n, 0\}$
Koszalin	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 710,96\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{710,96 - M_n, 0\}$
Kraków	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 684,09\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{684,09 - M_n, 0\}$
Lublin	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 572,11\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{572,11 - M_n, 0\}$
Łódź	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 580,71\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{580,71 - M_n, 0\}$
Olsztyn	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 641,90\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{641,90 - M_n, 0\}$
Opole	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 637,03\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{637,03 - M_n, 0\}$
Poznań	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 525,79\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{525,79 - M_n, 0\}$
Rzeszów	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 631,52\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{631,52 - M_n, 0\}$
Suwałki	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 591,15\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{591,15 - M_n, 0\}$
Szczecin	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 540,17\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{540,17 - M_n, 0\}$
Terespol	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 560,74\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{560,74 - M_n, 0\}$
Warszawa	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 537,45\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{537,45 - M_n, 0\}$
Wrocław	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 565,49\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{565,49 - M_n, 0\}$
Zakopane	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 1129,17\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{1129,17 - M_n, 0\}$
Zielona Góra	$P_{call} = \text{cmax}\{M_n - 587,87\}$	$P_{put} = \text{cmax}\{587,87 - M_n, 0\}$

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

4. Wycena opcji powodziowych – aspekt prognostyczny

Wycenę instrumentów pochodnych powodzi można przeprowadzić na zasadzie podobieństwa wyceny, wcześniej już wspomnianych, derywat pogodowych. Historyczne i sezonowe dane meteorologiczne oraz prognozy pogody stanowią kombinację, która we właściwy sposób pozwoli oszacować rozkład dopuszczalnych wartości ze względu na ustalony indeks. Rozkład ten wykorzystuje się do oszacowania dystrybuanty możliwych wartości wypłaty. Wyznaczona oczekiwana wartość wypłaty i ogólny koszt będą oczekiwanym kosztem kon-

traktu. Zmienność wypłaty może służyć określeniu poziomu oczekiwanej premii wymaganej przez sprzedawcę.

Zaproponowana tutaj metoda pozwoli na wycenę MRDs bez odniesienia się do zmienności, a jedynie na ustalonym rozkładzie wybranego indeksu o charakterze gaussowskim, opisanym za pomocą średniej i odchylenia standardowego, które mogą zostać oszacowane bezpośrednio na podstawie danych historycznych. Wynikiem tego jest skumulowany rozkład prawdopodobieństwa funkcji (F_p) wypłaty z kontraktu. Suma oczekiwanej wartości wypłaty (oznaczonej jako u) oraz ogólnego kosztu (oznaczonego jako oe – *overhead expense*) jest oczekiwaną wartością kontraktu $E(C)$:

$$E(C) = u + oe \quad (6)$$

Przedstawiony powyżej oczekiwany koszt kontraktu jest równoważny punktowi opłacalności. Uwzględniając żądania sprzedawcy – premii opcji *call/put* za ryzyko – można skorzystać ze zmienności wypłaty dla określenia ich wysokości. W praktyce rynkowej oznaczałoby to, że im większa zmienność, tym większa oczekiwana premia za ryzyko i odwrotnie. Dla obliczenia hipotetycznej wartości wypłaty z kontraktu MRDs opcji *call* skorzystamy z danych w tabeli 1 oraz równania (5). Cenę wykonania dla każdego z obszarów wyznaczono z użyciem średniej wartości ze skumulowanych MRDs z okresu blisko 50 lat (brakujące dane nie są uwzględniane) i zestawiono w tabeli 3. Przyjęta wartość wahnięcia (*tick value*) w celu obliczenia wartości wypłaty wynosi 1000/MRD.

Tabela 3

Specyfikacja opcji MRDs *call*

Miasto 1	Index 2	Typ 3	Okres 4	Strike 5	Nominalnie/MRD 6
Białystok	MRDs	Call option	VI-IX	590,08	1000
Częstochowa	MRDs	Call option	VI-IX	633,77	1000
Gdańsk	MRDs	Call option	VI-IX	538,36	1000
Gorzów Wlkp.	MRDs	Call option	VI-IX	549,51	1000
Kalisz	MRDs	Call option	VI-IX	510,76	1000
Katowice	MRDs	Call option	VI-IX	734,90	1000
Kielce	MRDs	Call option	VI-IX	637,96	1000
Koszalin	MRDs	Call option	VI-IX	710,96	1000
Kraków	MRDs	Call option	VI-IX	684,09	1000
Lublin	MRDs	Call option	VI-IX	572,11	1000
Łódź	MRDs	Call option	VI-IX	580,71	1000
Olsztyn	MRDs	Call option	VI-IX	641,90	1000
Opole	MRDs	Call option	VI-IX	637,03	1000
Poznań	MRDs	Call option	VI-IX	525,79	1000
Rzeszów	MRDs	Call option	VI-IX	631,52	1000
Suwałki	MRDs	Call option	VI-IX	591,15	1000

cd. tabeli 3

1	2	3	4	5	6
Szczecin	MRDs	Call option	VI-IX	540,17	1000
Terespol	MRDs	Call option	VI-IX	560,74	1000
Warszawa	MRDs	Call option	VI-IX	537,45	1000
Wrocław	MRDs	Call option	VI-IX	565,49	1000
Zakopane	MRDs	Call option	VI-IX	1129,17	1000
Zielona Góra	MRDs	Call option	VI-IX	587,87	1000

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych GUS.

Wnioski

Model i przejrzysta wycena opcji powodziowych jest perspektywą rozwoju derywatów pogodowych w Polsce. Zaproponowane opcje mogłyby przy odpowiedniej promocji odgrywać podobną rolę, jaką obecnie spełniają instrumenty pochodne temperatury w USA. Korzyści wynikające z tego typu derywatów dla wspomnianych wcześniej uczestników rynku finansowego są znaczne, ale została jedynie podjęta próba wskazania nowych kierunków zarządzania rozwojem firmy ubezpieczeniowej. Jest to jeden z etapów procesu sekurytyzacji ryzyka katastrofalnego. Zdefiniowane opcje mogą służyć jako instrument finansowy do powołania SPV – spółek specjalnego przeznaczenia zajmujących się między innymi emitowaniem różnego typu papierów wartościowych i ich zarządzaniem. Instytucje finansowe i ubezpieczeniowe dzięki sekurytyzacji mogą: zmniejszać wielkość kapitału regulacyjnego w relacji do aktywów, co sprzyja generowaniu nowych aktywów i poprawie wskaźników kapitałowych, osiągać dodatkowe zyski z tworzenia coraz to nowych aktywów oraz regulować poziom i jakość zarządzania ekspozycjami w poszczególnych sektorach lub domenach działalności. Ta ostatnia korzyść wynika z możliwości podzielenia pochodnych pogodowych, w tym oczywiście powodziowych, na obszar i czas występowania określonych zjawisk meteorologicznych i w ten sposób pozwala na dywersyfikację portfela. Należy mieć nadzieję, że eksperymenty w tym kierunku i ich wyniki okażą się na tyle satysfakcjonujące, aby i w Polsce podjąć próbę zabezpieczenia przed skutkami powodzi poprzez proces sekurytyzacji z wykorzystaniem instrumentu MRDs.

Literatura

1. Barszczyńska M. i in.: *Zagrożenia naturalne*. Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa 2002.

2. Borch K.: *Equilibrium in a Reinsurance Market*. „Econometrica 30” 1962, Vol. 30.
3. Cao M., Li A., Wei J.: *Weather Derivatives: A New Class of Financial Instruments*. Working Paper, York University, 2003.
4. Doherty N.A., Schlesinger H.: *Insurance Contracts and Securitization*. „Journal of Risk and Insurance” 2002, Vol. 69.
5. Jewson S.: *Weather Derivative Pricing and Risk Management: Volatility and Value at Risk*. „Risk Management Solutions” 2003.
6. Kotreshwar G. Rekha Arunkumar: *Monsoon Risk Securitisation: Monsoon Options on Select Met Subdivisions*. <http://ssrn.com> [2006].
7. Skees J.R. et al.: *Developing Rainfall-Based Index Insurance in Morocco*. World Bank Working Paper 2577, 2001.
8. Szkutnik W., Lawędziak B.: *Aspekt sekurytyzacji i hazardu moralnego w prognozowaniu działalności lokacyjnej firmy ubezpieczeniowej*. Prace Naukowe AE, nr 1112, Wrocław 2006.
9. Szkutnik W., Lawędziak B.: *Sekurytyzacja ryzyka jako forma ubezpieczenia ryzyk katastrofalnych w aspekcie modelowej równowagi hazardu moralnego i ryzyka bazowego*. W: *Ryzyko i prognozy*. Red. W. Szkutnik. Zeszyt 10. Wydawnictwo ŚWSZ, Katowice 2005.
10. www.oki.krakow.rzgw.gov.pl
11. www.stat.gov.pl
12. www.imgw.pl
13. www.otcbb.com

SECURITIZATION OF THE ECONOMIC RISK BASED ON THE MRD INDEX TAKING INTO ACCOUNT THE WEATHER CONDITIONING

Summary

Unexpected floodwater is a major source of natural risk in Poland. Polish insurance markets are not developed to absorb the flood shocks. This paper has explored the possibility of engaging the capital markets for absorbing the natural disaster risk. We try to develop a basic framework for securitising flood risk via flood options. The flood options have been tried by defining the underlying variable in terms of Millimeter Rainy Days (MRDs).

Agnieszka Przybylska-Mazur

ZASTOSOWANIE TESTU PESARANA-TIMMERMANN DO PROGNOZOWANIA KIERUNKU ZMIAN WSKAŹNIKA INFLACJI

Wstęp

Prognozy inflacji są sporządzane przez różne instytucje, między innymi przez banki centralne, Międzynarodowy Fundusz Walutowy, OECD, Bank Światowy, krajowe instytucje naukowe i rządowe. Prognozy sporządzane przez banki centralne to: prognozy bezwarunkowe, różnego rodzaju symulacje oraz scenariusze. Sposób i skalę reakcji komitetu monetarnego na odchylenie inflacji od celu określa w zależności od sposobu wyznaczenia prognozy, czyli jakościowego lub ilościowego, funkcja reakcji banku centralnego.

Warunkiem skutecznej polityki antyinflacyjnej jest utrzymywanie realnej stopy procentowej na poziomie wyższym niż stopa naturalna. Prognozowany kierunek zmian inflacji jest wskazówką relacji pomiędzy realną i naturalną stopą procentową. Jeżeli przewiduje się wzrost inflacji, to wtedy realna stopa procentowa powinna być ustalona na poziomie nie wyższym od naturalnej stopy procentowej. Jeżeli natomiast sugerowany jest spadek inflacji, to realna stopa procentowa powinna być nie mniejsza od stopy naturalnej. Prognozy kierunku zmian inflacji mają zastosowanie do przewidywania fazy cyklu koniunkturalnego. Wiadomo, że inflacja wzrasta przed recesją i obniża się w jej następstwie. Zatem w celu podejmowania optymalnych decyzji inwestycyjnych, przewidywania kształtowania się stóp procentowych oraz oceny sytuacji gospodarczej wystarczy często znajomość kierunku zmian wskaźnika inflacji w przyszłości, czyli znajomość tzw. prognozy jakościowej. Wynikiem procesu predykcji jest

wartość prognozy zmiennej endogenicznej oraz miernik dokładności wyznaczonej prognozy przedstawiający rozmiary towarzyszącej niepewności.

W artykule do wyznaczenia jakościowych prognoz wskaźnika inflacji zastosowano jeden z testów nieparametrycznych – test Pesarana-Timmermanna. W tym teście wykorzystano dużą liczbę modeli autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu RR-VAR.

1. Modele autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu RR-VAR

Na początku wybieramy szereg reprezentatywnych $(M - 1)$ zmiennych ekonomicznych wpływających na badany proces ekonomiczny, czyli inflację, oraz usuwamy sezonowość z każdego szeregu czasowego. Następnie sprawdzamy stacjonarność danych, z których usunięto sezonowość, wykonując test pierwiastka jednostkowego, na przykład test DF. Jeżeli któryś szereg czasowy nie jest stacjonarny, to obliczamy różnice aż do momentu, kiedy stwierdzimy, że szereg przyrostów jest stacjonarny. W następnym kroku standaryzujemy stacjonarne szeregi czasowe.

Wykorzystując stacjonarne, standaryzowane szeregi czasowe, wybieramy arbitralną liczbę zmiennych wpływających na badany proces – inflację; ze wszystkich $(M - 1)$ zmiennych, czyli ze zmiennych z wyłączeniem wskaźnika inflacji, można wybrać arbitralną liczbę różnych zmiennych objaśniających – od K_1 do K_2 zmiennych, o których zakładamy, że będą zawarte w modelu. Wtedy liczba kombinacji zmiennych wynosi:

$$c = \sum_{k=K_1}^{K_2} \frac{(M-1)!}{k!(M-1-k)!}$$

W celu uzyskania dokładniejszych wyników warto rozważać kombinacje wszystkich zmiennych, których liczba wynosi:

$$c = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{(M-1)!}{k!(M-1-k)!}$$

W kolejnym etapie estymujemy parametry wszystkich $K = (k + 1)$ -wymiarowych modeli RR-VAR składających się ze zmiennych wybranych w poprzednim kroku i ze wskaźnika inflacji.

W modelu $y_i = BC^T X_i + \Sigma_i$ rząd r macierzy B wybieramy na przykład na podstawie kryterium Akaike – kryterium AIC, tak aby funkcja:

$$AIC(r) = \ln \left| \tilde{\Sigma}_u(r) \right| + \frac{2}{N-1} r (2K - r) \quad (1)$$

przyjmowała minimum, gdzie $\tilde{\Sigma}_u(r) = (Y - \tilde{A}_{(r)}X)(Y - \tilde{A}_{(r)}X)^T$.

Estymatory najmniejszych kwadratów modelu autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu RR-VAR $Y = BC^T X + \Sigma$ są dane wzorami:

$$\tilde{B} = \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} \cdot \tilde{V} \quad (2)$$

$$\tilde{C}^T = \tilde{V}^T \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} Y X^T (X X^T)^{-1} \quad (3)$$

przy założeniu, że macierze Y, X, Σ_u, B, C^T mają wymiar $K \times (N-1)$, $K \times (N-1)$, $K \times K$, $K \times r$, $r \times K$ oraz Σ_u jest macierzą dodatnio określoną, $rz(B) = rz(C^T) = r$, $rz(X) = Kp$, $rz(Y) = K$.

W powyższych wzorach Y jest macierzą wymiaru $K \times (N-1)$, której poszczególne wiersze są $(N-1)$ -wymiarowymi wektorami $y_i = [y_{i2} \ y_{i3} \ \dots \ y_{iN}]$, dla $i = 1, 2, \dots, K$ obserwacji poszczególnych K zmiennych uwzględnionych w modelu, X jest macierzą wymiaru $K \times (N-1)$, w której wiersze poszczególnych podmacierzy stanowią $(N-1)$ -wymiarowe wektory $y_i = [y_{i1} \ y_{i2} \ \dots \ y_{iN-1}]$, dla $i = 1, 2, \dots, K$ obserwacji poszczególnych K zmiennych uwzględnionych w modelu.

We wzorach (2) i (3) $\tilde{V} = [\tilde{v}_1 \ \tilde{v}_2 \ \dots \ \tilde{v}_r]$ jest macierzą wymiaru $K \times r$ ortonormalnych wektorów własnych odpowiadającym r największym wartościom własnym macierzy:

$$\frac{1}{N-1} \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} Y X^T (X X^T)^{-1} X Y^T \Sigma_u^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

uporządkowanym nierosnąco.

Ponadto, ponieważ Σ_u jest dowolną dodatnio określoną macierzą stopnia K , to można przyjąć, że:

$$\tilde{\Sigma}_u = \frac{1}{N-1} Y (I_{N-1} - X^T (X X^T)^{-1} X) Y^T \quad (5)$$

Wykorzystując oszacowane modele RR-VAR, wnioskujemy w przeszłość, wyznaczając wartości teoretyczne zmiennej endogenicznej na arbitralnie wybrane m ostatnich okresów w przeszłości i biorąc pod uwagę opóźnienie l równe ilości okresów w przyszłości, na które chcemy wyznaczyć prognozę. Wartości teoretyczne, czyli tzw. prognozy w próbie, wyznaczamy ze wzoru:

$$\tilde{y}_{t/t-h} = (\tilde{B}\tilde{C}^T)^h X_{t-h} \text{ dla } t=2,\dots,m, h=1,2,\dots,l \quad (6)$$

2. Test Pesarana-Timmermanna

Test Pesarana-Timmermanna sprawdza, czy kierunek zmian wartości prognozowanych jest zgodny z kierunkiem zmian wartości rzeczywistych, czy przeciwny. Wprowadzamy następujące oznaczenia: Π_t – zmienna oznaczająca zmianę rzeczywistych wartości wskaźnika inflacji w okresie t , realizacje zmiennej losowej Π_t oznaczamy $\Delta\pi_t$, $\tilde{\Pi}_{t/t-1}$ – zmienna oznaczająca zmianę wartości prognozowanych wskaźnika inflacji dla opóźnienia 1, realizacje zmiennej $\tilde{\Pi}_{t/t-1}$ oznaczamy $\Delta\tilde{\pi}_{t/t-1}$, zatem $\Delta\tilde{\pi}_{t/t-1} = E(\Pi_t / \Omega_{t-1})$ jest predyktorem Π_t bazującym na zbiorze informacji Ω_{t-1} .

Hipoteza zerowa mówi, że zmienne Π_t , $\tilde{\Pi}_{t/t-1}$ są niezależnymi zmiennymi losowymi, czyli mają niezależne rozkłady, natomiast hipoteza alternatywna głosi, że zmienne Π_t , $\tilde{\Pi}_{t/t-1}$ nie są zmiennymi niezależnymi. Konstrukcja wartości empirycznej statystyki Pesarana-Timmermanna opiera się na następującym rozumowaniu:

Zakładamy, że prognozowanie wskaźnika inflacji jest wykonane na podstawie modelu autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu.

Wzrost wskaźnika inflacji lub wartości prognozowanej wskaźnika inflacji oznaczamy cyfrą 1, natomiast jeżeli nastąpił spadek wskaźnika inflacji lub wartości prognozowanej inflacji albo wartość rzeczywista wskaźnika inflacji lub wartość prognozowana wskaźnika inflacji pozostała bez zmian, to piszemy cyfrę 0. Zatem definiujemy następujące funkcje:

$$X(\Delta\pi_t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } \Delta\pi_t > 0 \\ 0 & \text{gdy } \Delta\pi_t \leq 0 \end{cases}$$

$$X(\Delta\tilde{\pi}_{t/t-1}) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } \Delta\tilde{\pi}_{t/t-1} > 0 \\ 0 & \text{gdy } \Delta\tilde{\pi}_{t/t-1} \leq 0 \end{cases}$$

$$X(\Delta\pi_t \cdot \Delta\tilde{\pi}_{t/t-1}) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } \Delta\pi_t \cdot \Delta\tilde{\pi}_{t/t-1} > 0 \\ 0 & \text{gdy } \Delta\pi_t \cdot \Delta\tilde{\pi}_{t/t-1} \leq 0 \end{cases}$$

Statystykę Pesarana-Timmermanna S_n definiujemy następująco:

$$S_n = \frac{\hat{P} - \hat{P}_*}{\sqrt{\hat{D}^2(\hat{P}) - \hat{D}^2(\hat{P}_*)}} \quad (7)$$

gdzie:

$$\hat{P}_{\Delta\pi_t} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X(\Delta\pi_t)$$

$$\hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-1}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X(\Delta\tilde{\pi}_{t/t-1})$$

$$\hat{P} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X(\Delta\pi_t \cdot \Delta\tilde{\pi}_{t/t-1})$$

$$\hat{P}_* = \hat{P}_{\Delta\pi_t} \hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}} + (1 - \hat{P}_{\Delta\pi_t})(1 - \hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}})$$

$\hat{D}^2(\hat{P})$, $\hat{D}^2(\hat{P}_*)$ oznaczają wariancje zmiennych \hat{P} , \hat{P}_* odpowiednio:

$$\hat{D}^2(\hat{P}) = \frac{1}{n} \hat{P}_*(1 - \hat{P}_*)$$

$$\begin{aligned} \hat{D}^2(\hat{P}_*) = & \frac{1}{n} (2\hat{P}_{\Delta\pi_t} - 1)^2 \hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}} (1 - \hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}}) + \frac{1}{n} (2\hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}} - 1)^2 \hat{P}_{\Delta\pi_t} (1 - \hat{P}_{\Delta\pi_t}) + \\ & + \frac{4}{n^2} \hat{P}_{\Delta\pi_t} \hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}} (1 - \hat{P}_{\Delta\pi_t})(1 - \hat{P}_{\Delta\tilde{\pi}_{t/t-h}}) \end{aligned}$$

Statystyka Pesarana-Timmermanna S_n ma asymptotyczny standardowy rozkład normalny.

Krok 1

Obliczamy wartości empiryczne statystyki Pesarana-Timmermanna dla każdego modelu, wykorzystując do obliczeń przyrosty wartości teoretycznych wskaźnika inflacji, przyrosty tzw. prognoz w próbie oraz przyrosty rzeczywistych wartości wskaźnika inflacji. Wybieramy te modele, które odrzucają hipotezę zerową na poziomie istotności α , tzn. te, dla których wartość empiryczna statystyki S_n wpada do prawostronnego obszaru krytycznego.

Krok 2

W drugim kroku konstruujemy prognozy jakościowe wskaźnika inflacji. Wykorzystując modele wybrane w pierwszym kroku, obliczamy wartości prognozowane wskaźnika inflacji, a następnie ich przyrosty.

Prognozę na h okresów do przodu wyznaczamy dla każdego okresu opóźnienia, korzystając ze wzoru:

$$\tilde{y}_{t/t-h} = \left(\tilde{B} \tilde{C}^T \right)^h X_{t-h} \text{ dla } t = m+1, m+2, m+1, h = 1, 2, \dots, l \quad (8)$$

Mając wyznaczone przyrosty wartości prognozowanych, obliczamy dla każdego okresu prognozy liczbę modeli, na podstawie których wyznaczono dodatnie przyrosty wartości prognozowanych dla poszczególnych okresów prognozy oraz obliczamy liczbę modeli, na podstawie których przyrosty wartości prognozowanych inflacji dla kolejnych okresów prognozowania są ujemne. Następnie sprawdzamy dla każdego okresu prognozy proporcje modeli, na podstawie których wyznaczono dodatnie przyrosty wartości prognozowanych inflacji, do modeli, na podstawie których wyznaczono ujemne przyrosty wartości prognozowanych inflacji. Na podstawie testu Pesarana-Timmermanna przewiduje się, że kierunek zmian wskaźnika inflacji dla poszczególnych okresów prognozy jest zgodny z kierunkiem zmian większej liczby modeli wybranych w kroku 1.

3. Przykład empiryczny

Do modelu autoregresji wektorowej wzięto pod uwagę następujące zmienne:

- π – inflacja – wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych (analogiczny miesiąc roku poprzedniego = 100),
- x_1 – WIG (średnie wartości miesięczne),
- x_2 – stopa referencyjna,
- x_3 – stopa bezrobocia,
- x_4 – PKB ogółem – dynamika realna produktu krajowego brutto niewyrównanego sezonowo (ceny średnioroczne roku poprzedniego),
- x_5 – kursy walut (kursy średnie miesięczne złotego w stosunku do euro na koniec miesiąca),
- x_6 – agregat M3.

Dokonano analizy wskaźnika inflacji na podstawie danych dotyczących Polski z okresu styczeń 2004-styczeń 2008. Następnie wygładzono szeregi czasowe oraz wykonując test DF na poziomie istotności 0,01, 0,05 i 0,1, sprawdzono stacjonarność wygładzonych danych, uzyskując następujące wyniki:

- szereg wskaźników inflacji jest szeregiem $I(1)$, czyli stacjonarny jest szereg pierwszych przyrostów,
- szereg średnich miesięcznych wartości indeksu giełdowego WIG jest szeregiem $I(2)$, czyli stacjonarne są drugie przyrosty,
- szereg stóp referencyjnych jest szeregiem $I(2)$,
- szereg stóp bezrobocia jest szeregiem $I(0)$, czyli szereg stóp bezrobocia jest szeregiem stacjonarnym,
- PKB jest szeregiem $I(1)$,
- szereg kursów walut (euro) jest szeregiem $I(1)$,
- szereg agregatu M3 jest szeregiem $I(2)$.

Następnie dokonano standaryzacji stacjonarnych szeregów czasowych.

W rozpatrywanym przykładzie liczba wszystkich kombinacji zmiennych wpływających na inflację wynosi:

$$c = \sum_{k=1}^6 \frac{(7-1)!}{k!(7-1-k)!} = 63.$$

Wykorzystując kryterium AIC, obliczono rząd kointegracji r oraz wyznaczono estymatory macierzy A dla każdego modelu RR-VAR. Następnie na podstawie wzoru (7) dla każdego modelu autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu obliczono wartości empiryczne statystyki Pesarana-Timmermanna S_n . Wyniki obliczeń przedstawia tabela 1.

Tabela 1

Wartości empiryczne statystyki Pesarana-Timmermanna

Numer kombinacji k	Zmienne w k -tej kombinacji	Wartość empiryczna statystyki S_n
1	2	3
1	π, x_1	1,58
2	π, x_2	1,26
3	π, x_1	1,94
4	π, x_4	1,81
5	π, x_5	1,22
6	π, x_6	2,57
7	π, x_1, x_2	1,89
8	π, x_1, x_3	1,26
9	π, x_1, x_4	2,17
10	π, x_1, x_5	1,58

cd. tabeli 1

1	2	3
11	π, x_1, x_6	2,57
12	π, x_2, x_3	1,68
13	π, x_2, x_4	1,46
14	π, x_2, x_5	1,99
15	π, x_2, x_6	2,21
16	π, x_3, x_4	2,31
17	π, x_3, x_5	1,99
18	π, x_3, x_6	2,57
19	π, x_4, x_5	1,49
20	π, x_4, x_6	3,05
21	π, x_5, x_6	2,84
22	π, x_1, x_2, x_3	-0,88
23	π, x_1, x_2, x_4	1,81
24	π, x_1, x_2, x_5	1,53
25	π, x_1, x_2, x_6	2,48
26	π, x_2, x_3, x_4	-0,46
27	π, x_2, x_3, x_5	0,85
28	π, x_2, x_3, x_6	0,75
29	π, x_3, x_4, x_5	0,27
30	π, x_3, x_4, x_6	-0,11
31	π, x_4, x_5, x_6	2,57
32	π, x_1, x_3, x_4	-0,85
33	π, x_1, x_3, x_5	1,15
34	π, x_1, x_3, x_6	-0,88
35	π, x_1, x_4, x_5	2,52
36	π, x_1, x_4, x_6	3,43
37	π, x_1, x_5, x_6	2,21
38	π, x_2, x_4, x_5	1,85
39	π, x_2, x_4, x_6	2,52
40	π, x_2, x_5, x_6	1,73
41	π, x_3, x_5, x_6	0,52
42	π, x_1, x_2, x_3, x_4	1,85
43	π, x_1, x_2, x_3, x_5	1,85
44	π, x_1, x_2, x_3, x_6	2,57
45	π, x_1, x_2, x_4, x_5	2,26
46	π, x_1, x_2, x_4, x_6	3,20
47	π, x_1, x_2, x_5, x_6	2,57
48	π, x_2, x_3, x_4, x_5	2,26
49	π, x_2, x_3, x_4, x_6	2,84
50	π, x_2, x_3, x_5, x_6	1,94
51	π, x_2, x_4, x_5, x_6	2,84
52	π, x_3, x_4, x_5, x_6	3,47
53	π, x_1, x_3, x_4, x_5	2,17
54	π, x_1, x_3, x_4, x_6	2,80
55	π, x_1, x_3, x_5, x_6	2,57
56	π, x_1, x_4, x_5, x_6	2,52
57	$\pi, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$	2,26
58	$\pi, x_1, x_2, x_3, x_4, x_6$	3,20
59	$\pi, x_1, x_2, x_3, x_5, x_6$	2,89
60	$\pi, x_1, x_2, x_4, x_5, x_6$	3,20
61	$\pi, x_1, x_3, x_4, x_5, x_6$	2,80
62	$\pi, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$	3,20
63	$\pi, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$	2,57

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ z tablic dystrybucyj rozkładu normalnego odczytujemy wartość krytyczną $s_\alpha = 1,96$. Do dalszych rozważań bierzemy pod uwagę modele, które odrzucają hipotezę zerową na ustalonym poziomie istotności α , a następnie na podstawie wybranych modeli autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu obliczamy prognozy wskaźników inflacji, korzystając ze wzoru (8), i ich przyrosty. Wyniki obliczeń przyrostów wskaźników inflacji na kolejne pięć okresów do przodu na podstawie wybranych w pierwszym kroku modeli RR-VAR zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2

Wartości przyrostów prognoz wskaźnika inflacji

Numer kombinacji k	Zmienne w k -tej kombinacji	Wartości przyrostów prognoz wskaźnika inflacji na okres do przodu				
		1	2	3	4	5
6	π, x_6	-0,57396	-0,11892	-0,24617	-0,1144	-0,13334
9	π, x_1, x_4	-0,42913	-0,37974	-0,30282	-0,22144	-0,14852
11	π, x_1, x_6	-0,51618	-0,14052	-0,23142	-0,12302	-0,12621
14	π, x_2, x_1	-0,28419	-0,27468	-0,22808	-0,18014	-0,13959
15	π, x_2, x_6	-0,48056	-0,12083	-0,29128	-0,12839	-0,15261
16	π, x_3, x_4	-0,09	-0,23938	-0,26555	-0,23	-0,17733
17	π, x_3, x_5	-0,08	-0,06091	-0,04647	-0,04	-0,02605
18	π, x_3, x_6	-0,26	0,058105	-0,12946	-0,04	-0,09249
20	π, x_4, x_6	-0,55805	-0,24313	-0,33249	-0,18091	-0,16091
21	π, x_5, x_6	-0,54673	-0,10662	-0,25011	-0,11437	-0,13176
25	π, x_1, x_2, x_6	-0,81601	-0,25727	-0,1685	-0,11036	-0,07228
31	π, x_4, x_5, x_6	-0,97953	-0,24351	-0,14164	-0,08239	-0,04792
35	π, x_1, x_4, x_5	-0,47916	-0,24467	-0,18937	-0,14656	-0,11344
36	π, x_1, x_4, x_6	-0,71	-0,21355	-0,15969	-0,12	-0,0893
37	π, x_1, x_5, x_6	-1,10	-0,22467	-0,11421	-0,06	-0,02952
39	π, x_2, x_4, x_6	-0,71	-0,26337	-0,18204	-0,13	-0,08697
44	π, x_1, x_2, x_3, x_6	-0,26013	0,039429	-0,125	-0,01	-0,04298
45	π, x_1, x_2, x_4, x_5	-0,34785	-0,44335	-0,34067	-0,24291	-0,161
46	π, x_1, x_2, x_4, x_6	-0,51012	-0,24165	-0,36687	-0,16807	-0,16034
47	π, x_1, x_2, x_5, x_6	-0,49444	-0,13225	-0,25768	-0,12865	-0,13148
48	π, x_2, x_4, x_4, x_5	-0,14301	-0,24741	-0,19239	-0,11508	-0,05351
49	π, x_2, x_4, x_4, x_6	-0,35	-0,04668	-0,19983	-0,02	-0,03996
51	π, x_2, x_4, x_5, x_6	-0,50	-0,31562	-0,40266	-0,20	-0,15377
52	π, x_4, x_4, x_5, x_6	-0,38	-0,09516	-0,15819	-0,05	-0,04004
53	π, x_1, x_4, x_4, x_5	-0,249	-0,23775	-0,18078	-0,1218	-0,07105
54	π, x_1, x_4, x_4, x_6	-0,38139	-0,08229	-0,13221	-0,02533	-0,02232
55	π, x_1, x_4, x_5, x_6	-0,33898	-0,01916	-0,11394	-0,03361	-0,04813
56	π, x_1, x_4, x_5, x_6	-0,55145	-0,35273	-0,29468	-0,22238	-0,15484
57	$\pi, x_1, x_2, x_4, x_4, x_5$	-0,1509	-0,23785	-0,1806	-0,12068	-0,07097
58	$\pi, x_1, x_2, x_4, x_4, x_6$	-0,33961	-0,04264	-0,17482	-0,00923	-0,03498
59	$\pi, x_1, x_2, x_4, x_5, x_6$	-0,25806	0,019072	-0,12041	-0,03068	-0,04969
60	$\pi, x_1, x_2, x_4, x_5, x_6$	-0,51304	-0,31524	-0,31301	-0,20419	-0,14776
61	$\pi, x_1, x_4, x_4, x_5, x_6$	-0,34812	-0,2043	-0,13633	-0,08956	-0,04802
62	$\pi, x_2, x_4, x_4, x_5, x_6$	-0,34657	-0,1404	-0,12261	-0,05998	-0,02632
63	$\pi, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$	-0,30467	-0,1482	-0,26374	-0,09174	-0,07549



Mając wyznaczone przyrosty wartości prognozowanych, obliczamy dla każdego okresu prognozy liczbę modeli, na podstawie których wyznaczono dodatnie przyrosty wartości prognozowanych dla poszczególnych okresów prognozy, oraz obliczamy liczbę modeli, na podstawie których przyrosty wartości prognozowanych inflacji dla kolejnych okresów prognozowania są ujemne. Na podstawie testu Pesarana-Timmermanna przewiduje się, że kierunek zmian wskaźnika inflacji dla poszczególnych okresów prognozy jest zgodny z kierunkiem zmian większej liczby modeli wybranych w kroku 1. Wyniki analiz zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3

Prognoza kierunku zmian wskaźnika inflacji dla kolejnych okresów

Liczba modeli, na podstawie których przyrosty prognoz wskaźnika inflacji są	Horyzont prognozy				
	1	2	3	4	5
ujemne	35	32	35	35	35
dodatnie	0	3	0	0	0
Prognoza kierunku zmian wskaźnika inflacji	spadek wartości wskaźnika inflacji	spadek wartości wskaźnika inflacji	spadek wartości wskaźnika inflacji	spadek wartości wskaźnika inflacji	spadek wartości wskaźnika inflacji

Dla horyzontu prognozy równego dwa i trzy prognoza kierunku zmian wskaźnika inflacji i kierunek zmian rzeczywistej wartości wskaźnika inflacji są zgodne, w przeciwieństwie do pozostałych horyzontów prognozy.

Zakończenie

W artykule przedstawiono wybraną metodę prognozowania kierunku zmian wskaźnika inflacji z zastosowaniem testu Pesarana-Timmermanna. Prognozy wskaźników inflacji wyznaczono na podstawie modeli autoregresji wektorowej zredukowanego rzędu. Wykorzystując te narzędzia teoretyczne, stwierdzono (biorąc pod uwagę wpływ WIG-u, stopy referencyjnej, stopy bezrobocia, PKB, kursu walut (kursu euro) oraz agregatu M3 na inflację), że wskaźnik inflacji w kolejnych pięciu okresach do przodu będzie malał.

Literatura

1. Dittmann P.: *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowania*. Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.

2. Fujiwara I., Koga M.: *A Statistical Method for Inflation Forecasting: Hitting Every Vector Autoregression and Forecasting under Model Uncertainty*. "Monetary and Economic Studies" 2004, March.
3. Kokoszyński R.: *Współczesna polityka pieniężna w Polsce*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2004.
4. Lutkepohl H.: *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag, New York 1991.
5. Majsterek M.: *Zastosowanie procedury Johansena do analizy sprzężenia inflacyjnego w gospodarce polskiej*. „Przegląd Statystyczny” 1999, nr 4, s. 435-440.
6. Przybylska-Kapuścińska W.: *Współczesna polityka pieniężna*. Centrum Doradztwa i Informacji Diffin Sp. z o.o., Warszawa 2008.

APPLICATION OF PESARAN-TIMMERMANN TEST IN THE FORECAST OF THE DIRECTION CHANGE OF THE INFLATION RATE

Summary

In this article one of the method of calculation of the qualitative forecast of inflation rate – the method based on Pesaran-Timmermann test has been described. The reduced rank autoregressive models have been used in the analysis.

Maciej Pichura

PORÓWNANIE MOŻLIWOŚCI INWESTYCYJNYCH WYBRANYCH OPCJI EGZOTYCZNYCH I WANILIOWYCH

Wstęp

Instrumenty pochodne od kilku dziesięcioleci znajdują coraz szersze zastosowanie w działalności finansowo-inwestycyjnej różnych podmiotów rynków kapitałowych i towarowych. Od momentu ich wprowadzenia do obrotu stale pojawiają się ich nowe konfiguracje oraz różnicują się możliwości ich zastosowania. Derywaty, bo tak są również nazywane instrumenty pochodne, można nazwać niestandardowymi papierami wartościowymi, ponieważ ich wartość jest uzależniona od innych instrumentów finansowych (na przykład akcji, obligacji, indeksów giełdowych), które są nazywane instrumentami podstawowymi. Ze względu na tę zależność i, nierzadko, jej skomplikowany charakter, uważa się, że inwestycje w instrumenty pochodne są przeznaczone dla doświadczonych inwestorów.

Istnieje wiele rodzajów derywatów, na przykład różnego typu kontrakty terminowe (*futures, forwards*), warranty, opcje standardowe (*plain vanilla options*) oraz opcje egzotyczne (*exotic options*). W artykule przedstawiono analizę porównawczą inwestycji w portfele niektórych opcji standardowych (które są również nazywane waniliowymi) z inwestycjami w portfele złożone z wybranych opcji egzotycznych. Opcje zostaną wystawione na indeks WIG20 hipotetycznie na podstawie rzeczywistych danych.

Największe instytucje finansowe świata od wielu lat tworzą strategie zabezpieczające z zastosowaniem opcji egzotycznych, wyceniają instrumenty finansowe oraz prowadzą nimi aktywny obrót. W Polsce są one jeszcze słabo znane, a jak wskazuje ich nazwa, w zasadzie „egzotyczne” – choćby ze względu na

to, że obraca się nimi w zasadzie jedynie na rynku międzybankowym, a ich dostępność dla indywidualnych inwestorów jest niewielka. Nie są to standardowe instrumenty pochodne – możliwość dopasowywania ich parametrów jest prawie nicograniczona i zależy właściwie od potrzeb inwestorów.

Opcje egzotyczne mogą mieć szerokie zastosowanie wśród zróżnicowanych inwestorów, do których należą między innymi: zarządzający aktywami, dalerzy opcyjni oraz instytucje finansowe, ubezpieczeniowe i niefinansowe. Do podstawowych celów stosowania opcji egzotycznych można zaliczyć uzyskiwanie zysków z premii opcyjnych oraz zabezpieczanie różnego rodzaju ryzyka związanego z działalnością inwestycyjną i operacyjną [7].

W literaturze trudno znaleźć jednoznaczną definicję opcji egzotycznej, jednak zazwyczaj uważa się, iż są nimi opcje, które nie są standardowymi (waniliowymi) opcjami typu europejskiego i amerykańskiego.

1. Wybrane opcje waniliowe i egzotyczne

Opcje standardowe można podzielić na dwa typy: europejskie i amerykańskie. Opcje europejskie to kontrakty, których nabywca ma prawo wykonania jedynie w dniu ich wygaśnięcia po cenie ustalonej w dniu wystawienia opcji. Opcje te są wyceniane za pomocą kilku modeli ekonometrycznych lub metodami heurystycznymi, jednak najbardziej popularną metodą wyceny jest model Blacka-Scholesa [1] i Mertona [5] przedstawiony w 1973 roku. Zasady wyceny opcji typu europejskiego przedstawiono w dalszej części artykułu.

Opcje amerykańskie dają ich nabywcy prawo wykonania po ustalonej w dniu wystawienia cenie w całym okresie trwania kontraktu opcyjnego. Ich dokładna wycena analityczna nie jest możliwa, jednak dokonuje się jej estymacji, stosując metody numeryczne i heurystyczne.

Jak już wspomniano, różnorodność opcji egzotycznych jest bardzo duża, co więcej, trudno je sklasyfikować, nie budząc wątpliwości, zatem niniejszy artykuł dotyczy zaledwie kilku rodzajów opcji egzotycznych. Ogólnie opcje egzotyczne można podzielić na kilka grup, do których należą między innymi [10]:

- opcje uwarunkowane (*path dependent options*),
- opcje elastyczne (*flexible options*),
- opcje korelacyjne/wieloaktywowe (*correlation/multiasset options*),
- opcje pakietowe (*package options*),
- opcje hybrydowe (*hybrid options*),
- opcje o nieliniowej wypłacie (*nonlinear payoff options*).

Przedmiotem bardziej szczegółowej analizy struktury i zasad wyceny będą tutaj objęte niektóre opcje barierowe. Wpłata zysku z tych derywatów zależy od tego, czy w określonym przedziale czasowym cena instrumentu bazowego osiągnie pewien poziom (barierę). Obrót tymi opcjami jest bardzo duży ze względu na fakt, iż ich cena (premia za opcję) w porównaniu do standardowych opcji o podobnych parametrach jest zazwyczaj znacząco niższa. Ogólnie opcje barierowe dzieli się na dwa typy: wyjścia (*knock-out*) oraz wejścia (*knock-in*). Opcja wyjścia wygasa w momencie osiągnięcia bariery cenowej przez instrument bazowy, natomiast opcja wejścia staje się aktywna dopiero po przekroczeniu tej bariery [3]. Istnieje wiele rodzajów opcji barierowych, których poziom skomplikowania i poziom ryzyka jest zróżnicowany.

Opcja *down-and-out call* to jedna z podstawowych opcji kupna typu wyjścia, której cena barierowa jest niższa niż cena instrumentu bazowego w momencie inicjacji opcji. W momencie osiągnięcia przez instrument bazowy ustalonej bariery, kontrakt opcyjny wygasa, a nabywca opcji może otrzymać wypłatę tzw. rabatu, jeżeli został on uwzględniony przy wystawianiu opcji. Jeśli bariera nie zostanie osiągnięta w okresie trwania opcji, jest traktowana jak zwykła opcja europejska kupna, a zysk lub strata zależy od ceny instrumentu bazowego w pierwotnie ustalonym momencie jej wygaśnięcia [10].

Opcją typu wejścia korespondującą z opcją *down-and-out call* jest opcja *down-and-in call*, której cena barierowa jest również mniejsza od ceny instrumentu bazowego w momencie wystawienia. W chwili osiągnięcia przez instrument bazowy bariery, opcja ta staje się europejską opcją kupna z ustaloną ceną wykonania. Zakładając, że bariera nie zostanie osiągnięta w okresie trwania tej opcji barierowej i kontrakt opcyjny nie jest wykonywany, mimo że nabywca zapłacił premię za opcję, inwestor może w dniu jej wygaśnięcia dostać zwrot części premii, którą za nią zapłacił. Opcje sprzedaży *down-and-out put* oraz *down-and-in put* mają analogiczne zasady wystawiania i wypłaty [10].

Opcja *up-and-out put* to opcja sprzedaży typu wyjścia, która ma barierę wyższą niż cena instrumentu bazowego w momencie jej inicjacji. Gdy cena barierowa jest osiągnięta, opcja wygasa, a inwestor nie otrzymuje żadnej wypłaty lub jest mu wypłacany rabat. Jeśli bariera nie zostanie osiągnięta, opcja jest traktowana jak zwykła europejska opcja sprzedaży.

Przeciwstawna opcja wejścia to *up-and-in-put*, która staje się europejską opcją sprzedaży z ceną wykonania równą cenie barierowej lub wyższą od niej tylko wtedy, gdy instrument bazowy osiąga tę barierę. W przeciwnym wypadku inwestor otrzymuje częściowy zwrot zapłaconej premii lub ponosi stratę w wysokości całej premii. Opcje kupna typu *up-and-out call* oraz *up-and-in call* są wystawiane na analogicznych zasadach [8].

2. Zasady wyceny opcji europejskich i wybranych opcji barierowych

Podstawowe założenie w stosowanej tutaj metodologii wyceny jest takie, że ceny branych pod uwagę instrumentów bazowych podlegają błędzeniu losowemu, które można wyrazić jako stochastyczny proces Wienera. Ponadto zakłada się, że rozkład cen tych instrumentów można przybliżyć rozkładem logarytmiczno-normalnym.

Podstawowe parametry stosowane do wyceny opcji egzotycznych użyte w artykule są następujące:

c – wartość premii (cena) europejskiej opcji kupna (według modelu Blacka-Scholesa),

p – wartość premii europejskiej opcji sprzedaży (według modelu Blacka-Scholesa),

S_0 – cena instrumentu bazowego w momencie wyceny,

K – cena wykonania opcji,

σ – zmienność cen instrumentu bazowego (mierzona współczynnikiem zmienności),

T – czas do wygaśnięcia opcji w latach,

r – stopa zwrotu wolna od ryzyka,

q – stopa zwrotu z instrumentu bazowego (na przykład stopa dywidendy),

$N(d)$ – dystrybuenta zmiennej losowej d o rozkładzie normalnym.

Pozostałe oznaczenia stosowane do wyceny poszczególnych opcji egzotycznych opisano w przypadku ich użycia.

Według upowszechnionego już w literaturze modelu wyceny opcji europejskich Blacka-Scholesa można wyznaczyć wartość europejskich opcji wanieliowych w następujący sposób [3]:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (1)$$

$$p = -S_0 N(-d_1) + Ke^{-rT} N(-d_2) \quad (2)$$

gdzie:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (4)$$

Jeżeli jako cenę barierową oznaczmy H , to w sytuacji, gdy jest ona mniejsza niż cena wykonania, wartość opcji *down-and-in call* (c_{di}) można wyrazić za pomocą wzoru [3]:

$$c_{di} = S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} - K e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(y - \sigma\sqrt{T}) \quad (5)$$

gdzie:

$$\lambda = \frac{r - q + \sigma^2 / 2}{\sigma^2} \quad (6)$$

$$y = \frac{\ln[H^2 / S_0 K]}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad (7)$$

Wartość zwykłej europejskiej opcji kupna to suma wartości opcji *down-and-out call* (c_{do}) oraz *down-and-in call* (c_{di}), zatem korzystając ze wzorów (1) i (5), można otrzymać:

$$c_{do} = c - c_{di} \quad (8)$$

W przypadku gdy H jest większa niż cena wykonania opcji, stosujemy wzory:

$$c_{do} = S_0 N(x_1) e^{-qT} - K e^{-rT} N(x_1 - \sigma\sqrt{T}) - S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(y_1) + \\ + K e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(y_1 - \sigma\sqrt{T}) \quad (9)$$

$$c_{di} = c - c_{do} \quad (10)$$

gdzie:

$$x_1 = \frac{\ln(S_0 / H)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad (11)$$

$$y_1 = \frac{\ln(H / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad (12)$$

Wartość opcji typu *up-and-in call* (c_{ui}), gdy bariera jest mniejsza bądź równa cenie wykonania, jest równa wartości standardowej opcji kupna. W tych samych warunkach opcja typu *up-and-out call* (c_{uo}) ma wartość zerową. Natomiast gdy bariera jest wyższa niż cena wykonania, opcje te można wycenić w następujący sposób:

$$c_{ui} = S_0 N(x_1) e^{-qT} - K e^{-rT} N(x_1 - \sigma\sqrt{T}) - S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} [N(-y) - N(-y_1)] + \\ + K e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} [N(-y + \sigma\sqrt{T}) - N(-y_1 + \sigma\sqrt{T})] \quad (13)$$

$$C_{uo} = C - C_{ui} \quad (14)$$

Wartość opcji *up-and-out put* (p_{uo}) oraz *up-and-in put* (p_{ui}) w przypadku, gdy bariera jest wyższa niż wartość wykonania, można wyrazić następującymi wzorami [3]:

$$p_{ui} = -S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(-y) + K e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(-y + \sigma\sqrt{T}) \quad (15)$$

$$p_{uo} = p - p_{ui} \quad (16)$$

Natomiast:

$$p_{uo} = -S_0 N(x_1) e^{-qT} + K e^{-rT} N(-x_1 + \sigma\sqrt{T}) + S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} N(-y_1) + K e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} N(-y_1 + \sigma\sqrt{T}) \quad (17)$$

$$p_{ui} = p - p_{uo} \quad (18)$$

dla bariery niższej niż cena wykonania K .

3. Inwestycje w opcje europejskie i barierowe – przykład empiryczny

Prezentowany przykład empiryczny jest próbą kompleksowego porównania zwrotów z portfela inwestycyjnego złożonego z dwóch opcji europejskich (kupna i sprzedaży z równym udziałem) ze zwrotami z portfeli składających się z wybranych par opcji barierowych (różnego typu opcje kupna i sprzedaży z równym udziałem). Poddane analizie opcje nie są instrumentami będącymi w rzeczywistym obrocie – zostały wycenione z wykorzystaniem podanych w artykule wzorów na podstawie danych rzeczywistych. Jako instrument bazowy dla wszystkich opcji przyjęto indeks WIG20 (dane dzienne z okresu 26/06/1998 – 19/09/2008, brak stopy dywidendy dla tego instrumentu), natomiast jako stopę zwrotu wolną od ryzyka przyjęto stopę referencyjną ustaloną przez Narodowy Bank Polski w ujęciu kwartalnym. Wszystkie opcje mają trzymiesięczny okres wygaśnięcia (trzeci piątek marca, czerwca, września i grudnia). Zmienność instrumentu bazowego wyrażono współczynnikiem zmienności z okresu trzech miesięcy przed momentem wyceny opcji. Ceny wykonania dla wszystkich analizowanych opcji oraz bariery dla wybranych do analizy opcji egzotycznych ustalono w sposób przedstawiony w tabeli 1.

Tabela 1

Zasady ustalania cen wykonania oraz wartości barier dla analizowanych opcji

Typ opcji	Cena wykonania 1	Bariera 1	Cena wykonania 2	Bariera 2
Europejska kupna	90% wartości WIG20	N/D	80% wartości WIG20	N/D
Europejska sprzedaży	110% wartości WIG20	N/D	120% wartości WIG20	N/D
<i>Down-and-in call</i>	90% wartości WIG20	95% wartości WIG20	80% wartości WIG20	90% wartości WIG20
<i>Down-and-in put</i>	110% wartości WIG20	95% wartości WIG20	120% wartości WIG20	90% wartości WIG20
<i>Up-and-out call</i>	90% wartości WIG20	105% wartości WIG20	80% wartości WIG20	110% wartości WIG20
<i>Up-and-out put</i>	110% wartości WIG20	105% wartości WIG20	120% wartości WIG20	110% wartości WIG20

Jak wynika z tabeli 1, do porównania zastosowano trzy portfele inwestycyjne (2 opcje waniliowe: kupna i sprzedaży, 2 opcje barierowe typu *down-in* kupna i sprzedaży oraz 2 opcje barierowe typu *up-out* kupna i sprzedaży). Dodatkowo przyjęto dwa warianty ustalania ceny wykonania i ceny barierowej.

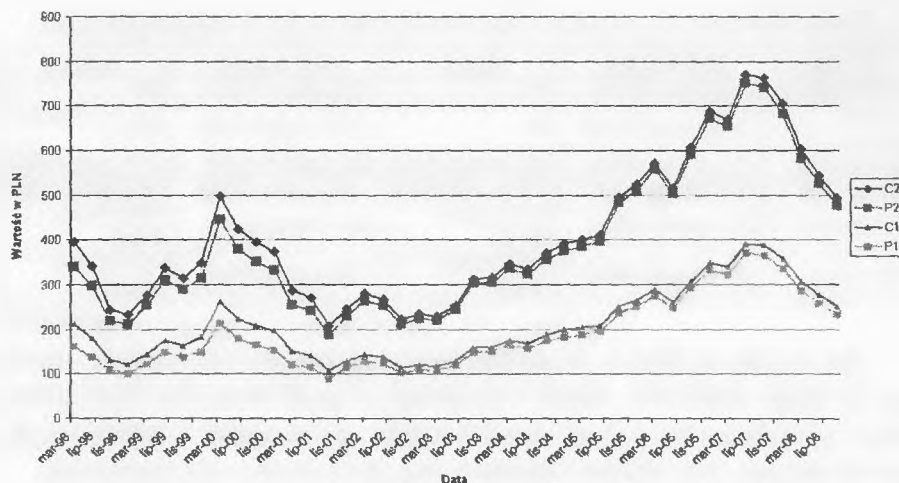
Cykl wycenowo-inwestycyjny w badanym okresie pozwolił na uzyskanie 42 obserwacji, dla których przeanalizowano wartości poszczególnych opcji, rezultaty pojedynczej inwestycji, rezultaty inwestycji w dany portfel opcyjny, średni wynik pojedynczej inwestycji oraz średni wynik inwestycji w portfel. Wszystkie wartości wyrażono w PLN.

Wyceny europejskich opcji kupna i sprzedaży dla ceny wykonania w obydwu wariantach jej ustalania przedstawiono na rysunku 1. Rysunek 2 przedstawia wartości wycen opcji barierowych typu *down-in* (kupna i sprzedaży) dla obydwu wariantów ustalania ceny wykonania i wartości bariery. Natomiast na rysunku 3 zaprezentowano wyceny opcji barierowych typu *up-out* (kupna i sprzedaży) dla obydwu wariantów ustalania ceny wykonania i wartości bariery.

Cena opcji europejskich jest w każdym z analizowanych przypadków wyższa niż cena odpowiadających opcji barierowych typu *down-in*, jednak tylko w niektórych przypadkach znacząco wyższa niż cena odpowiadających opcji barierowych typu *up-out*. Ceny opcji barierowych typu *up-out* są jednak w większości przypadków niewiele niższe niż ceny opcji europejskich.

Mając na uwadze dane przedstawione na rysunkach 1-3, można przypuszczać, że inwestycja w pojedyncze opcje europejskie lub ich kombinację zaproponowaną w niniejszym artykule pozwoli uzyskać lepszy rezultat niż dla inwestycji w opcje barierowe w przypadku, gdy zmienność instrumentu będzie na tyle duża, że opcje barierowe typu *down-in* wygasną bez możliwości ich wykonania. Duża zmienność może również wpłynąć na zapoczątkowanie barierowego kontraktu opcyjnego typu *up-out*, jednak niewielkie różnice cenowe pomiędzy opcjami europejskimi pozwalają postawić hipotezę, że wyniki inwestycji w opcje barierowe tego typu będą porównywalne z wynikami inwestycji w opcje europejskie.

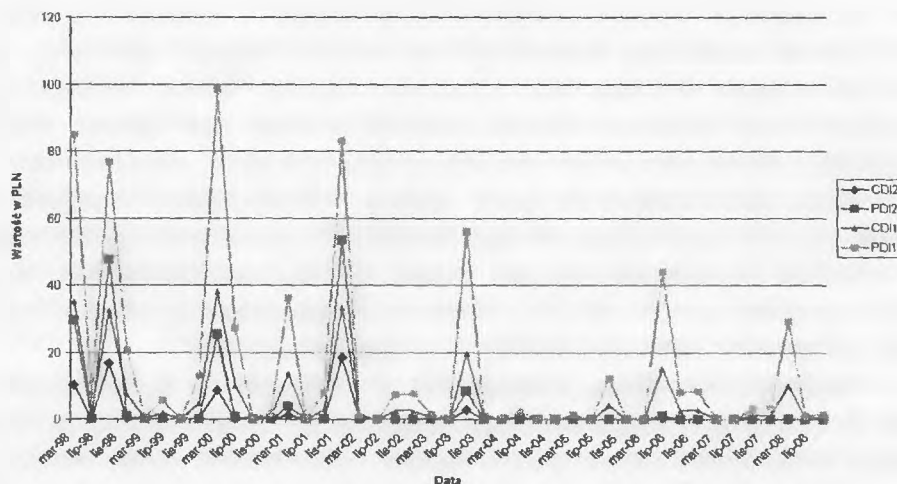
Wycena opcji europejskich



C1 – opcja kupna z ceną wykonania równą 90% wartości WIG20, C2 – opcja kupna z ceną wykonania równą 80% wartości WIG20, P1 – opcja sprzedaży z ceną wykonania równą 110% wartości WIG20, P2 – opcja sprzedaży z ceną wykonania równą 120% wartości WIG 20.

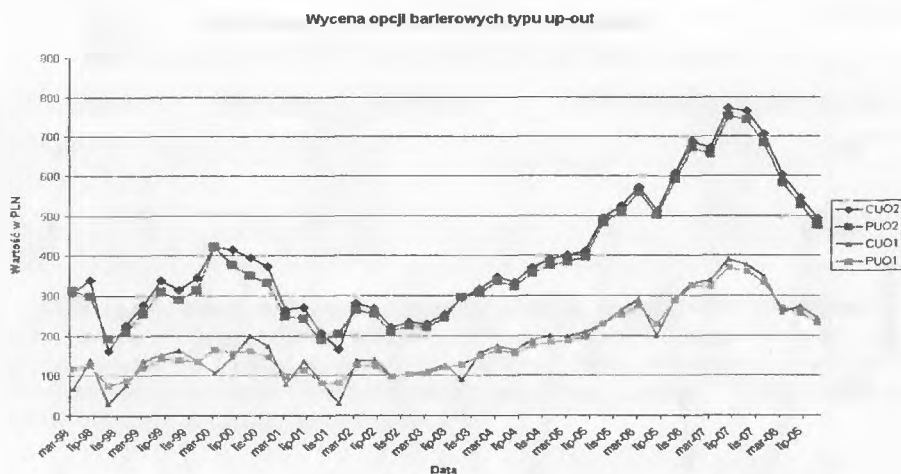
Rys. 1. Wartości wyceny europejskich opcji kupna i sprzedaży

Wycena opcji barierowych typu down-in



CDI1 – opcja kupna z ceną wykonania równą 90% wartości WIG20 i barierą równą 95% wartości WIG20, CDI2 – opcja kupna z ceną wykonania równą 80% wartości WIG20 i barierą równą 90% wartości WIG20. PDI1 – opcja sprzedaży z ceną wykonania równą 110% wartości WIG20 i barierą równą 95% wartości WIG20, PDI2 – opcja sprzedaży z ceną wykonania równą 120% wartości WIG 20 i barierą równą 90% wartości WIG20.

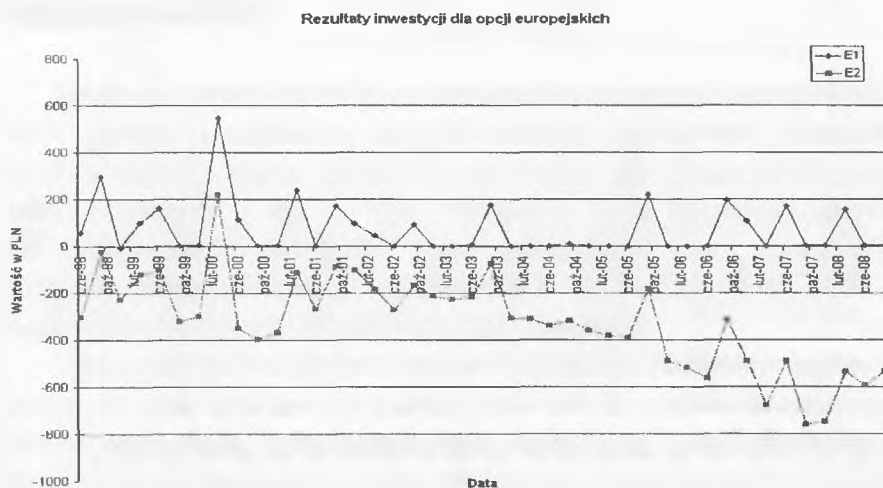
Rys. 2. Wartości wyceny barierowych opcji typu *down-in*



CUO1 – opcja kupna z ceną wykonania równą 90% wartości WIG20 i barierą równą 105% wartości WIG20, CUO2 – opcja kupna z ceną wykonania równą 80% wartości WIG20 i barierą równą 110% wartości WIG20, PUO1 – opcja sprzedaży z ceną wykonania równą 110% wartości WIG20 i barierą równą 105% wartości WIG20, PUO2 – opcja sprzedaży z ceną wykonania równą 120% wartości WIG20 i barierą równą 110% wartości WIG20.

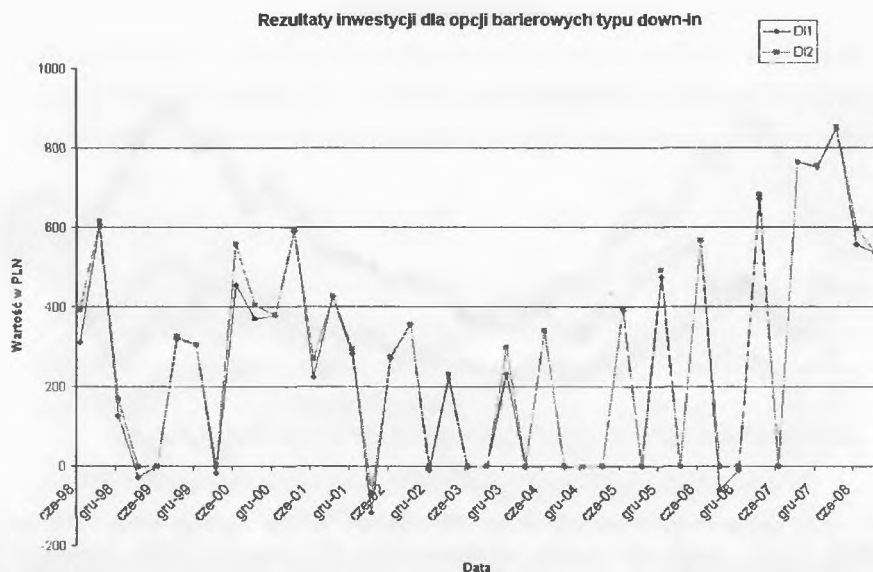
Rys. 3. Wartości wyceny barierowych opcji typu *up-out*

Wyniki 42 przeprowadzonych inwestycji w zaproponowane portfele opcyjne przedstawiono na rysunkach 4-6 oraz w tabeli 2.



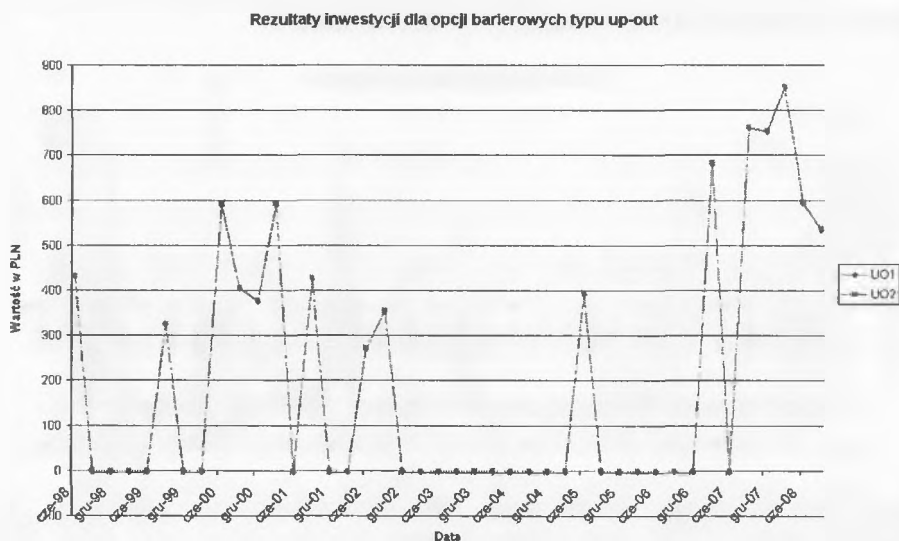
E1 – portfel opcji z cenami wykonania z pierwszego wariantu z tabeli 1, E2 – portfel opcji z cenami wykonania z drugiego wariantu z tabeli 1.

Rys. 4. Rezultaty inwestycji w portfel inwestycyjny składający się z europejskiej opcji kupna i sprzedaży w równym udziale



D11 – portfel opcji z cenami wykonania z pierwszego wariantu z tabeli 1, D12 – portfel opcji z cenami wykonania z drugiego wariantu z tabeli 1.

Rys. 5. Rezultaty inwestycji w portfel inwestycyjny składający się z barierowych opcji kupna i sprzedaży typu *down-in* w równym udziale



UO1 – portfel opcji z cenami wykonania z pierwszego wariantu z tabeli 1, UO2 – portfel opcji z cenami wykonania z drugiego wariantu z tabeli 1.

Rys. 6. Rezultaty inwestycji w portfel inwestycyjny składający się z barierowych opcji kupna i sprzedaży typu *up-out* w równym udziale

Tabela 2

Podsumowanie wyników porównywanych wariantów inwestycyjnych

Rodzaj portfela	Sumaryczny wynik inwestycji	Średni wynik pojedynczej inwestycji
E1	3007,77	71,61
E2	-13536,1	-322,29
D11	11120,58	264,78
D12	11792,31	280,7
UO1	8219,54	195,66
UO2	8362,48	19,11

E1 – portfel opcji z cenami wykonania z pierwszego wariantu z tabeli 1, E2 – portfel opcji z cenami wykonania z drugiego wariantu z tabeli 1, D11 – portfel opcji z cenami wykonania z pierwszego wariantu z tabeli 1, D12 – portfel opcji z cenami wykonania z drugiego wariantu z tabeli 1, UO1 – portfel opcji z cenami wykonania z pierwszego wariantu z tabeli 1, UO2 – portfel opcji z cenami wykonania z drugiego wariantu z tabeli 1.

Zaprezentowane wyniki skłaniają do stwierdzenia, że dla analizowanych danych inwestycja w zaproponowane portfele opcji barierowych pozwala osiągnąć znacznie lepsze rezultaty niż dla inwestycji w zaproponowany portfel opcji europejskich. Ponadto należy zrewidować postawioną we wcześniejszych rozważaniach hipotezę dotyczącą uzyskania porównywalnych wyników w wypadku opcji europejskich i opcji barierowych typu *up-out*. Wyniki empiryczne wyraźnie wskazują, iż mimo podobnych wartości tych opcji, znacznie korzystniejszy wynik końcowy inwestycji uzyskano dla opcji barierowych.

Podsumowanie

Opcje egzotyczne rozwijają się dynamicznie na rynkach kapitałowych i są obecnie jednymi z najbardziej skomplikowanych instrumentów finansowych zarówno z punktu widzenia metodologii ich wyceny, jak i zasad inwestycyjnych z nimi związanych. Z tego powodu instrumenty te są najczęściej stosowane przez profesjonalnych uczestników rynku kapitałowego, którzy zazwyczaj wybierają dwa zastosowania opcji egzotycznych – wykorzystują je do celów bezpośrednio inwestycyjnych lub zabezpieczania inwestycji.

Zaprezentowany w artykule przykład empiryczny pozwala na postawienie hipotezy, że opcje barierowe dają inwestorom szersze możliwości uzyskiwania wysokich stóp zwrotu, jednocześnie jednak komplikują zasady zarządzania ryzykiem. Z pewnością zaproponowane tutaj metody tworzenia portfeli opcyjnych można uznać za bardzo uproszczone, jednak celem artykułu było jedynie wskazanie możliwości inwestycyjnych, jakie dają wybrane opcje egzotyczne – opcje barierowe.

Możliwości zastosowania opcji egzotycznych wydają się w zasadzie nieograniczone, jednakże należy pamiętać, że stopień ich skomplikowania i ogromna liczba ich rodzajów niekoniecznie przemawiają za skłonnością do ich rozpowszechnienia. Z pewnością część z nich oferuje znacznie lepsze możliwości inwestycyjne i zabezpieczające, ale natura człowieka dąży w gruncie rzeczy do prostoty i przejrzystości, które nie mogą zaoferować niektóre z opcji egzotycznych.

Literatura

1. Black F., Scholes M.: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. „The Journal of Political Economy” 1973, Vol. 81, Iss. 1, s. 637-654.
2. Briys E., Bellalah M., Mai H.M., Varenne de F.: *Options, Futures and Exotic Derivatives*. John Wiley & Sons, Baffins Lane 1998.
3. Hull J.C.: *Options, Futures & Other Derivatives*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 2002.
4. Kolb R.: *Understanding Options*. John Wiley & Sons, New York 1995.
5. Merton R.C.: *Theory of Rational Option Pricing*. „The Bell Journal of Economics and Management Science” 1973, Vol. 4, Iss. 1, s. 141-183.
6. Napiórkowski A.: Charakterystyka, zastosowanie i wycena wybranych opcji egzotycznych. „Materiały i Studia”, Narodowy Bank Polski, Warszawa 2001.
7. Pruchnicka-Grabias I.: *Zastosowanie wybranych opcji egzotycznych i zasady ich wyceny*. „Bank i Kredyt” 2004, nr 6, s. 46-53.
8. Taleb N.: *Dynamic Hedging – Managing Vanilla and Exotic Options*. John Wiley & Sons, New York 1996.
9. Wilmott P., Howison S., Dewynne J.: *The Mathematics of Financial Derivatives*. Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, NY 1995.
10. Zhang P.G.: *Exotic Options*. World Scientific, Singapore 1998.

COMPARISON OF THE INVESTMENT POSSIBILITIES USING VANILLA AND CHOSEN EXOTIC OPTIONS

Summary

This paper presents an outline of information about exotic options, especially concerning barrier options. Then pricing methods of European and chosen barrier options have been shown. The main goal of the article is a comparison of the investment possibilities using barrier and European options. The proposed methods of pricing and investment have been checked on the synthetic options on WIG20 index based on real historical data from period of 26/06/1998-19/09/2008.

The results of an empirical analysis carried out may lead to the conclusion that in the analysed period the investments based on the barrier options portfolios gave much higher returns.

Anna Romowicz

PRÓBA OCENY WYCZUCIA RYNKU PRZEZ MENEDŻERÓW POLSKICH FUNDUSZY INWESTYCYJNYCH

Wstęp

Podstawowym założeniem współczesnych strategii inwestycyjnych jest podział ryzyka każdego waloru i portfela na ryzyko systematyczne (rynkowe) oraz niesystematyczne (specyficzne). Ryzyko rynkowe ma związek z ogólnym stanem gospodarki i nie może być zmniejszone, podczas gdy ryzyko specyficzne może być redukowane przez odpowiednie dobieranie walorów w portfelu (dywersyfikację).

Jednym z podejść do oceny zdolności inwestora jest podział jego umiejętności na dwie składowe: zdolność przewidywania momentu zmiany ceny pojedynczego waloru w portfelu oraz przewidywanie zmiany indeksu giełdowego (jako całości rynku). Aby dokonać oceny tych zdolności inwestorskich (dotyczy to głównie zarządców funduszy inwestycyjnych), zaproponowano modele oparte na modelu wyceny dóbr kapitałowych (CAPM).

1. Identyfikacja wyczucia rynku (*market timing*) oraz selektywność (*selection ability*)

Na modelu CAPM oraz wskaźniku Jensena oparto modele mające na celu zidentyfikowanie i ocenę zdolności inwestora (tutaj zarządzającego funduszem inwestycyjnym) w zakresie wyczucia rynku (*market timing*) oraz selektywności (*selection ability*). W badaniach rozważano dwa modele: Treynora-Mazuya oraz Bhattacharya-Pfleiderera.

2. Model Treynora-Mazuya

Treynor i Mazuy zaproponowali kwadratowy model mający na celu identyfikację wycucia czasu zarządzających funduszem inwestycyjnym, porównujący stopę zwrotu funduszu ze stopą zwrotu rynku. Według nich, jeżeli menedżer funduszu nie podejmuje zadania „wyczuwania” rynku, to współczynnik beta będzie podobny do współczynnika rynkowego. Oznacza to, że (zakładając dobrą dywersyfikację portfela) powinien on być na tyle dobry, na ile dobry jest portfel rynkowy. Z kolei jeżeli zarządzający funduszem będzie charakteryzował się dobrym wycuciem rynku, zależność między zwrotem z portfela funduszu a zwrotem z portfela rynkowego nie będzie liniowa.

Treynor i Mazuy zaproponowali, aby umiejętności wycucia rynku oraz selektywności wykazywane przez zarządzających amerykańskimi funduszami inwestycyjnymi testować z użyciem następującego równania:

$$r_{pt} = \alpha_p + \beta_p(r_{mt}) + \gamma_p(r_{mt})^2 + \varepsilon_{pt}$$

gdzie:

r_{pt} – nadwyżka stopy zwrotu z portfela P,

r_{mt} – nadwyżka stopy zwrotu z portfela rynkowego.

W modelu tym w sytuacji braku wycucia rynku zależność między nadwyżką stopy zwrotu z portfela P a nadwyżką stopy zwrotu z portfela rynkowego będzie liniowa, z czego wynika, że współczynnik γ_p powinien być statystycznie nieistotny. W przypadku wykazywania przez zarządzającego funduszem dobrej umiejętności wycucia rynku współczynnik ten będzie dodatni. Może on być więc traktowany jako ocena wycucia rynku przez menedżera.

Wśród 37 przebadanych przez Treynora i Mazuya w latach 1953-1962 funduszy tylko jeden uzyskał znacząco dodatnią wartość współczynnika γ_p . W badaniach przeprowadzonych przez Lee oraz Li na 1937 funduszy amerykańskich (dane z lat 1978-1997) 421 z nich wykazało dodatnie wartości tego współczynnika.

3. Model Bhattacharya-Pfleiderera

Model Bhattacharya-Pfleiderera opiera się na modelu Jensena. Model Jensena pozwalający na identyfikację zdolności menedżera do wycucia rynku i selektywności polega na porównaniu zwrotów ex post z funduszu ze stopami

zwrotów portfela rynkowego. Jensen oparł swój model na założeniu, że przewidywana stopa zwrotu z portfela rynkowego i aktualna stopa zwrotu z portfela rynkowego mają dwuwymiarowy rozkład normalny. Wykazał on, że przy takim założeniu zdolność prognozowania przez menedżera funduszu może być mierzona korelacją pomiędzy przewidzianą przez niego stopą zwrotu i zrealizowaną przez portfel rynkowy stopą zwrotu.

Jensen zdefiniował czynnik rynkowy jako różnicę pomiędzy zwrotem z portfela rynkowego a oczekiwaną stopą zwrotu w okresie t :

$$\tilde{\pi}_t = \tilde{r}_{mt} - E(\tilde{r}_m)$$

gdzie $E(\tilde{r}_m)$ to oczekiwana stopa zwrotu z portfela budowanego niezależnie od jakichkolwiek specjalnych informacji na podstawie portfela rynkowego porównywalnego dla wszystkich uczestników rynku.

Jeżeli zostanie przyjęte oznaczenie ϕ_t dla zbioru informacji dostępnego tylko badanemu menedżerowi na początku okresu t , to oczekiwana wartość czynnika $\tilde{\pi}_t$ przy warunku posiadania przez menedżera rozważanego zbioru informacji indywidualnych zostanie oznaczona jako $E(\tilde{\pi}_t | \phi_t)$ i wtedy optymalna prognoza wartości czynnika rynkowego zbudowana dla menedżera posiadającego dodatkową informację może być zapisana jako:

$$\tilde{\pi}_t^* = E(\tilde{\pi}_t | \phi_t) = \tilde{\pi}_t + \tilde{v}_t$$

gdzie zmienna \tilde{v}_t ma rozkład normalny niezależny od $\tilde{\pi}_t$.

Zakładając, że portfel jest budowany w najlepiej pojętym interesie grupy inwestorów, którzy mają stałą całkowitą awersję do ryzyka (na nieznanym poziomie), biorąc pod uwagę podejście menedżera oraz zakładając, że warunkowy rozkład $\tilde{\pi}_t^*$ jest optymalny, Jensen wykazał, że prawdziwa jest równość:

$$\tilde{\beta}_{pt} = \beta_{pT} + \theta \tilde{\pi}_t^*$$

gdzie β_{pT} jest „docelową” wartością współczynnika beta (*target beta*) dla funduszu, θ – miarą reakcji menedżera na zbiór informacji ϕ_t , czyli miarą jego zdolności do relokacji w zależności od posiadanej informacji indywidualnej.

Można powiedzieć, że wyrażenie $\theta\tilde{\pi}_i^*$ obrazuje decyzje menedżera co do wycucia czasu i wskazuje na rozrzut pomiędzy docelowym poziomem ryzyka funduszu zależnym od optymalnej prognozy czynnika $\tilde{\pi}_i^*$ a reakcją menedżera na informację ϕ_i .

Przy wszystkich poprzednich założeniach i oznaczeniach Jensen przekształcił równanie:

$$\tilde{r}_{pi} = \alpha_p + \beta_p \tilde{r}_{mi} + \tilde{v}_{pi}$$

w postać:

$$\tilde{r}_{pi} = \alpha_p + (\beta_{pT} + \theta(\tilde{\pi}_i + \tilde{v}_i)) \cdot [E(\tilde{r}_{mi}) + \tilde{\pi}_i] + \tilde{v}_{pi}$$

Rozwiązując równanie regresji ze względu na stałe $\tilde{\pi}_i$ oraz $\tilde{\pi}_i^2$:

$$\tilde{r}_{pi} = \eta_0 + \eta_1 \tilde{\pi}_i + \eta_2 \tilde{\pi}_i^2 + \tilde{v}_{pi}$$

wyказаł, że:

$$p \lim \hat{\eta}_0 = \alpha_p + \beta_{pT} E(\tilde{r}_m) + \theta(\rho^2 - 1) \sigma_\pi^2$$

$$p \lim \hat{\eta}_1 = \rho^2 \theta E(\tilde{r}_m) + \beta_{pT}$$

$$p \lim \hat{\eta}_2 = \theta$$

gdzie ρ jest współczynnikiem korelacji pomiędzy prognozowaną wartością $\tilde{\pi}_i$ a jej realizacją, czyli może być miarą zdolności menedżera w zakresie wycucia czasu. Wysokie wartości ρ oznaczają, że menedżer ma dobre wycucie czasu.

Powyższy model ma więcej niewiadomych niż równań, w związku z czym Jensen wywnioskował, że przy powyższej jego strukturze niemożliwe jest wyznaczenie rozwiązania bez znajomości prognozy $E(\tilde{r}_m)$.

Bhattacharya i Pfleiderer rozwinęli prace Jensena nad powyższym modelem i wykazali, że na jego podstawie możliwe jest wyznaczenie miary wycucia czasu oraz selektywności. Założyli oni mianowicie, że menedżer obserwuje na początku okresu t sygnał:

$$\tilde{\pi}_i + \tilde{\varepsilon}_i$$

gdzie $\tilde{\varepsilon}$ jest zmienną o rozkładzie normalnym niezależnym od $\tilde{\pi}_i$.

W przeciwieństwie do Jensena, który zakładał, że menedżer używa dowolnej (optymalnej według własnego zdania) prognozy czynnika rynku, Bhattacharya i Pfleiderer przyjęli założenie, że menedżer buduje prognozę tego czynnika tak, aby zminimalizować wariancję błędu tej prognozy. Według nich, optymalną prognozę czynnika rynkowego można zapisać jako:

$$\tilde{\pi}_t^* = \psi(\tilde{\pi}_t + \tilde{\varepsilon}_t)$$

gdzie $\psi = \frac{\sigma_\pi^2}{\sigma_\pi^2 + \sigma_\varepsilon^2}$ jest czynnikiem dopasowania, czyli współczynnikiem determinacji pomiędzy prognozą menedżera a nadwyżką rynkowej stopy zwrotu.

Przyjmując oznaczenia (na podstawie rozważań Jensena):

$$\tilde{\pi}_t = \tilde{r}_{mt} - E(\tilde{r}_m)$$

$$\beta_{pT} = \theta E(\tilde{r}_m)$$

Bhattacharya i Pfleiderer otrzymali następujące równanie:

$$\tilde{r}_{pt} = \alpha_p + \theta \{ E(\tilde{r}_{mt}) \cdot \psi [\tilde{r}_{mt} - E(\tilde{r}_m) + \tilde{\varepsilon}_t] \} \cdot (\tilde{r}_{mt}) + \tilde{v}_{pt}$$

które można zapisać w postaci:

$$\tilde{r}_{pt} = \alpha_p + \theta E(\tilde{r}_{mt}) \cdot (1 - \psi)(\tilde{r}_{mt}) + \psi \theta (\tilde{r}_{mt})^2 + \psi \theta \tilde{\varepsilon}_t (\tilde{r}_{mt}) + \tilde{v}_{pt}$$

lub w postaci:

$$\tilde{r}_{pt} = \eta_0 + \eta_1 (\tilde{r}_{mt}) + \eta_2 (\tilde{r}_{mt})^2 + \tilde{w}_t$$

gdzie:

$$\tilde{w}_t = \theta \psi \tilde{\varepsilon}_t (\tilde{r}_{mt}) + \tilde{v}_{pt}$$

$$p \lim \hat{\eta}_0 = \alpha_p$$

$$p \lim \hat{\eta}_1 = \theta E(\tilde{r}_m)(1 - \psi)$$

$$p \lim \hat{\eta}_2 = \theta \psi$$

Równanie to opisuje te same zachowania rynkowe, co równanie Jensena, jednak w tym przypadku Bhattacharya i Pfleiderer wykazali, że α_p jest miarą selektywności. Menedżer, który ma dodatkowe informacje i wykorzystuje je

w sposób odpowiedni, uzyska pozytywne wartości parametru α_p . Wyrażenie $\theta\psi\tilde{\varepsilon}_i(\tilde{r}_{mt})$ zawiera natomiast informację wystarczającą do określenia zdolności wycucia rynku przez menedżera.

4. Badania empiryczne

Badaniu poddano polskie fundusze inwestycyjne w podziale na grupy: akcyjne, dłużne, mieszane, stabilnego wzrostu, pieniężne i gotówkowe, nieruchomości, alternatywne oraz sekurytyzacyjne.

Dane dotyczące stóp zwrotu są danymi dziennymi. Portfelem rynkowym jest Warszawski Indeks Giełdowy (WIG). Walorami wolnymi od ryzyka są 13-tygodniowe bony skarbowe emitowane przez Skarb Państwa (rentowność zdyskontowano na dzienną stopę zwrotu).

Model Treynora-Mazuya

Do testów empirycznych przyjęto następującą postać modelu:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_p(R_{pt} - R_{ft}) + \gamma_p(R_{pt} - R_{ft})^2 + \varepsilon_{pt}$$

gdzie:

R_{pt} – stopa zwrotu z p -tego funduszu w okresie t ,

R_{ft} – stopa zwrotu z waloru wolnego od ryzyka w okresie t ,

R_{mt} – stopa zwrotu z portfela rynkowego w okresie t ,

β_p – miara wrażliwości zwrotu z funduszu na zmianę zwrotu z rynku,

γ_p – wskaźnik zdolności menedżera do „wycucia rynku”.

Tabela 1

Średnie wyniki uzyskane dla funduszy zgrupowanych według typów

Typ funduszu	Liczba funduszy	Alfa	Beta	Gamma
Akcyjne	43	0,0487	1,3246	-3,6942
Dłużne	33	-0,0561	0,6847	0,6581
Mieszane	28	0,1141	0,8521	-0,3125
Stabilnego wzrostu	43	-0,0858	0,9645	0,2581
Pieniężne i gotówkowe	26	-0,0312	1,0259	-0,7729
Nieruchomości	7	-0,0021	0,9654	0,8522
Alternatywne	14	-0,2410	0,6897	0,9842
Sekurytyzacyjne	9	-0,3110	0,8940	0,7651

Wyniki uzyskane dla danych funduszy inwestycyjnych na polskim rynku wykazują niewielką zdolność menedżerów do wyczucia rynku i selektywności. Jedynie dla dwóch grup (fundusze akcyjne i mieszane) współczynnik alfa przyjmuje wartości dodatnie, co ma świadczyć o zdolności menedżera do odpowiedniego wykorzystywania dodatkowych posiadanych przez niego informacji. Jednocześnie jednak dla obydwu tych grup wartości parametru gamma są niedodatnie, co ma świadczyć o braku umiejętności oceny wyczucia rynku przez menedżera. Dla tych grup funduszy, dla których współczynnik gamma jest dodatni (czyli menedżer charakteryzuje się dobrym wyczuciem rynku), współczynnik alfa jest ujemny (czyli menedżer nie ma informacji dodatkowej lub nie potrafi jej odpowiednio wykorzystać). Ujemne znaki parametrów alfa i gamma dla grupy funduszy pieniężnych i gotówkowych wydają się wskazywać, iż tym typem funduszy zarządza się na polskim rynku najtrudniej lub menedżerowie wykazują w tym przypadku brak zarówno umiejętności wykorzystania informacji dodatkowej, jak i brak wyczucia rynku. Jednak powodem uzyskiwania tak słabych rezultatów może być fakt, iż polski rynek kapitałowy jest rynkiem młodym, w początkowej fazie rozwoju (porównując z innymi wielkimi zachodnimi rynkami finansowymi).

Model Bhattacharya-Pfleiderera

Do testów empirycznych przyjmuje się następującą postać modelu:

$$R_{pt} - R_{ft} = \eta_0 + \eta_1(R_{pt} - R_{ft}) + \eta_2(R_{pt} - R_{ft})^2 + \varpi_{pt}$$

Po wyznaczeniu parametrów regresji otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\hat{\eta}_0 &= \alpha_p \\ \hat{\eta}_1 &= \theta E(R_m - R_f)(1 - \psi) \\ \hat{\eta}_2 &= \theta\psi\end{aligned}$$

oraz współczynnik ϖ_{pt} .

Następnie po raz drugi wyznaczamy parametry regresji:

$$\varpi_{pt}^2 = \theta^2 \psi^2 \sigma_\varepsilon^2 (R_{mt} - R_{ft})^2 + \zeta_t$$

Po uzyskaniu wartości parametru σ_ε^2 estymujemy wartość σ_π^2 przy założeniu, że wariancja $\tilde{\pi}_t$ ma stacjonarny rozkład Wienera. Zaletą tego podejścia jest możliwość estymacji wariancji bez konieczności estymowania wartości średniej. Proponowanym estymatorem jest tutaj:

$$\hat{\sigma}_\pi^2 = \frac{1}{N} \sum [\ln(1 + \tilde{R}_{mt})]^2$$

Wątpliwości budzi brak bezpośredniego związku estymowanej wartości z odchyleniami od średniej. Zwolennicy tego estymatora przywołują jednak fakt, iż przy dostatecznie dużej próbie różnica między drugim momentem centralnym a drugim momentem zwykłym jest nieistotna.

Wyniki uzyskane po przeprowadzeniu proponowanej procedury nie odbiegają od wyników uzyskanych z modelu Treynora-Mazuya. Wartości współczynników są nieco różne, jednak dla żadnego z funduszy nie zmienił się znak żadnego z rozpatrywanych parametrów.

Wnioski

Przedstawione w artykule modele mogą stanowić podstawę badań nad umiejętnościami menedżerów zarządzających funduszami na polskim rynku finansowym, jednak należy rozważyć inny niż zaproponowany podział funduszy lub rozważać je indywidualnie. Ciągły rozwój polskiego rynku również powinien mieć wpływ na poprawę jakości uzyskiwanych wyników.

Literatura

1. Bhattacharya S., Pfleiderer P.: *A Note on Performance Evaluation*. Technical report 714, Stanford University, Graduate School of Business, Stanford 1983.
2. Jensen M.C.: *Optimal Utilization of Market Forecasts and the Evaluation of Investment Portfolio Performance*. *Mathematical Methods in Investment and Finance*. North Holland, Amsterdam 1972.
3. Lee C.F., Li L.: *Market Timing, Selectivity and Mutual Fund Performance*. *Advances in Investment Analysis and Portfolio Management*. JAI An Imprint of Elsevier Science, 2002, s. 41-84.
4. Treynor J.L., Mazuy K.: *Can Mutual Funds Outguess the Market?* „Harvard Business Review” 1966, 44, s. 131-136.

**ATTEMPT OF THE ESTIMATION OF THE MARKET SKILLS
OF POLISH PORTFOLIO MANAGERS**

Summary

In modern investment theory there are two kinds of risk: market risk associated with the aggregate market returns and specific risk associated with the individual assets. Systematic risk is a risk connected with a whole market and cannot be reduced within a portfolio. Specific risk can be reduced through diversification.

One of the approaches to the estimation of the portfolio managers' forecasting skills is a division into two components: identifying market timing and selection ability. In order to estimate the skills of Polish portfolio managers two models are suggested: Treynora-Mazuy model and Bhattachary-Pfleiderer model. Both of them are CAPM-based market-timing and selectivity models.

Elżbieta Sojka

Z BADAŃ NAD ROZWOJEM DEMOGRAFICZNYM I GOSPODARCZYM POWIATÓW WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO – ANALIZA TAKSONOMICZNA

Wprowadzenie

Oceniając rozwój danego terytorium, badacz koncentruje się zwykle na dwóch podstawowych problemach, a mianowicie rozważa rozwój gospodarczy (ekonomiczny) i kształtowanie się zjawisk demograficznych w ujęciu czasowym lub przestrzennym. Nasuwają się pytania: czy zachodzi zgodność między tymi dwoma aspektami rozwoju? oraz jaka jest dynamika przemian demograficznych i gospodarczych? Związki pomiędzy procesami demograficznymi a rozwojem czy wzrostem gospodarczym, a raczej ewentualność istnienia takich związków, były dyskutowane od dawna. W kwestii wpływu procesów demograficznych na wzrost gospodarczy i vice versa nie ma zgody w środowisku ekspertów. Najogólniej możemy wyróżnić wśród badaczy trzy stanowiska dotyczące tego problemu: wzrost populacji ogranicza, promuje bądź nie ma wpływu na wzrost gospodarczy. Każde ze stanowisk znalazło na poparcie swojej tezy odpowiednie dowody, a każde z wyjaśnień skupia się na wzroście i rozmiarze populacji¹. W ostatnich czasach debata wyodrębniła czynnik krytyczny mający wpływ na zależność „procesy ludnościowe – wzrost gospodarczy”, a mianowicie strukturę wickową populacji.

Zasadniczy wzrost tego rodzaju badań znalazł wielu zwolenników od momentu, gdy do analiz ekonomicznych i demograficznych zaczęto stosować nowe

¹ Problem jest skomplikowany i wyniki badań w dużej części zależą od tego, w jakiej grupie jednostek przestrzennych (krajów, województw, powiatów) są one przeprowadzane.

metody badawcze – jak analiza wariancyjna, analiza czynnikowa, a zwłaszcza metody taksonomiczne – które pozwoliły na szeroko rozumianą analizę zarówno czasową, jak i przestrzenną, a przez to wzbogaciły wnioskowanie statystyczne.

W artykule podjęto próbę taksonomicznej analizy powiatów województwa śląskiego ze względu na poziom rozwoju demograficznego i gospodarczego. Obiektem badania jest 36 powiatów (17 ziemskich i 19 grodzkich), a okres badawczy obejmuje lata 2000-2006. Dla porównania rozwoju demograficznego i poziomu rozwoju gospodarczego w powiatach województwa śląskiego wykorzystano agregatowy wskaźnik rozwoju [8, s. 29]. W drugiej części artykułu wyodrębniono jednorodne grupy powiatów ze względu na poziom rozwoju oraz pokazano dynamikę zmian tych wskaźników w latach 2000-2006.

W literaturze znajdujemy różne definicje rozwoju demograficznego. W niniejszym artykule – w rozważaniach teoretycznych – przyjęto definicję rozwoju demograficznego podaną przez A. Sokołowskiego i K. Zajacę, zgodnie z którą rozwój demograficzny to „[...] ilościowe i jakościowe zmiany populacji na danym terytorium. W ujęciu statystycznym może być on najpełniej opisany przez wielowymiarowy proces stochastyczny z czasem ciągłym. Zmienne tworzące ten proces powinny dotyczyć raczej obiektu niż jego otoczenia (środowiska)” [6]. Autorzy skłaniają się do pierwszoplanowego traktowania cech opisujących rozwój ilościowy. Zwracają jednocześnie uwagę na niemożność jednoznacznie najlepszego wyboru zestawu cech statystycznych opisujących populację.

Dla naukowej ścisłości dalszych rozważań należy podać definicję roboczą rozwoju gospodarczego, przez który rozumie się proces zmian w gospodarce. Proces ten obejmuje zarówno zmiany ilościowe, dotyczące wzrostu produkcji, zatrudnienia, inwestycji i innych wielkości ekonomicznych, jak i towarzyszące im zmiany o charakterze jakościowym (przekształcenia struktur społeczno-gospodarczych, w wyniku których nabierają one nowych cech i właściwości). Rozwój gospodarczy prowadzi do wzrostu produkcji i konsumpcji oraz poprawy warunków bytowych ludności, świadczeń socjalnych i kulturowych. Jednakże pomiar rozwoju gospodarczego, polegającego na zmianach jakościowo-strukturalnych w gospodarce, jest zadaniem niezwykle trudnym.

1. Województwo śląskie na tle kraju

Województwo śląskie jawi się jako jeden z najbardziej zróżnicowanych województw kraju. Obraz regionu to nie tylko silnie ukształtowany wizerunek przemysłu ciężkiego, lecz także atrakcyjne turystycznie tereny Jury Krakowsko-Częstochowskiej i Beskidów.

Analizując podział województwa na podregiony, nie sposób nie zauważyć zróżnicowania i całkowicie odmiennej specyfiki społeczno-gospodarczej i demograficznej składowych obszarów, które uznano za podregiony statystyczne NUTS3²:

- podregion częstochowski, silnie rolniczy, nastawiony na turystykę i wytwórczość,
- podregion centralny śląski o specyfice silnie zurbanizowanej i z dominacją przemysłu w gospodarce,
- podregion rybnicko-jastrzębski, zdominowany przez przemysł wydobywczy, ale z charakterystyczną sytuacją społeczną i tradycją kulturową,
- podregion bielsko-bialski o charakterze turystyczno-rolniczym.

W województwie śląskim jest 167 gmin (49 miejskich, 22 miejsko-wiejskich i 96 wiejskich) zgrupowanych w 36 powiatach (19 grodzkich i 17 ziemskich). Zajmując 3,9% powierzchni kraju, województwo to znajduje się na 14 miejscu w Polsce pod względem obszaru.

Celem scharakteryzowania powiatów i podregionów pod względem demograficznym i społeczno-ekonomicznym oraz dokonania porównań na tle kraju, w tabeli 1 zawarto ważniejsze dane statystyczne z 2006 roku.

Liczba ludności województwa śląskiego stawia ten region na drugim miejscu w Polsce, co przy wielkości obszaru daje rekordową liczbę mieszkańców na kilometr kwadratowy (379 osób w 2006 roku), przy średniej krajowej 122 osoby (por. tabela 1). Do grupy miast śląskich ekstremalnie zaludnionych można zaliczyć: Świętochłowice (4480 osób na 1 km²), Chorzów (3516 osób), Siemianowice Śląskie (3045 osób) czy też Bytom (2902 osoby) – miasta te należą do podregionu centralnego śląskiego. Najniższą gęstość zaludnienia mają powiaty: częstochowski (88 osób), kłobucki (97 osób) i lubliniecki (98 osób). Podobnie jak w całym kraju, uwiadcniają się bardzo szybko postępujące przemiany w ruchu naturalnym ludności. Ubytek rzeczywisty ludności był zdecydowanie większy niż przeciętnie w kraju. Na ten stan rzeczy wpłynął ujemny przyrost naturalny ludności (-0,8) oraz ujemne saldo migracji ogółem (-2,6). Ubytkiem naturalnym ludności charakteryzują się powiaty podregionu częstochowskiego i centralnego, natomiast przyrost naturalny ludności wystąpił w podregionie bielsko-bialskim i rybnicko-jastrzębskim. W okresie minionego półwiecza region śląski (głównie obszary Górnośląskiego i Rybnickiego Okręgu Przemysłowego) był obszarem napływu ludzi młodych zachęcanych wysokimi zarobkami

² Według stanu na dzień 31.12.2006. Podział ten ma znaczenie przyszłościowe. Niektóre programy strukturalne Unii Europejskiej mają być niebawem dystrybuowane na poziomie NUTS3 (podregionów), a nie – jak większość pomocy strukturalnej – na poziomie NUTS2 (regionów).

i większą możliwością uzyskania pracy czy mieszkania w porównaniu z innymi regionami kraju. Obecnie od kilku lat obserwuje się ujemne saldo migracji.

Współczynniki umieralności niemowląt były szczególnie wysokie w powiatach należących do centralnego podregionu śląskiego, tj. Bytomiu, Chorzowie, Rybniku, Świętochłowicach, Zabrze oraz w powiecie mikołowskim. W większości powiatów wartości tych współczynników przekraczały poziom krajowy. Najniższe wartości zanotowano w powiatach podregionu bielsko-bialskiego (żywiecki, Bielsko-Biała).

W 2006 roku w sektorze przemysłu i budownictwa pracowało w województwie śląskim prawie 45% ogółu zatrudnionych, podczas gdy odpowiedni wskaźnik dla Polski wynosił 28,3%. Wskutek zmian strukturalnych w gospodarce udział zatrudnionych przypadających na sektor usług systematycznie się zwiększał z 29,6% w 2001 roku do 31,7% w 2006 roku.

Wskaźniki bezrobocia pokazują zróżnicowanie sytuacji na lokalnych rynkach pracy. Najwyższy wskaźnik bezrobocia zanotowano w podregionie częstochowskim (15,4%) oraz w takich powiatach podregionu centralnego, jak: Świętochłowice (21,2%), Bytom (21,1%) czy powiat zawierciański (20,8%). Najniższy wskaźnik był w Katowicach (5,4%).

Stan środowiska naturalnego podregionów województwa śląskiego jest zróżnicowany, zdecydowanie najgorszy na obszarach silnie zurbanizowanych. Rozkład przestrzenny jest dobrze widoczny przy porównaniu wielkości odpadów przemysłowych, wytwarzanych w poszczególnych podregionach. Najwięcej odpadów przemysłowych na 1 km² wytwarza się w podregionie rybnicko-jastrzębskim i centralnym śląskim. Razem w tych dwóch podregionach wytwarza się prawie 30-krotnie więcej odpadów niż w podregionach częstochowskim i bielsko-bialskim łącznie. Wyraźnie zatem widać dominację przemysłu w dwóch podregionach, gdzie znajdują się Górnośląski Okręg Przemysłowy (GOP) i Rybnicki Okręg Przemysłowy. Znajduje to odbicie w przeciętnym miesięcznym wynagrodzeniu brutto, które przekracza o kilka procent poziom tego wynagrodzenia dla całego kraju.

Gospodarka komunalna i mieszkaniowa jest podstawą tworzenia warunków życia społeczeństwa śląskiego. Liczba mieszkań oddanych do użytku w województwie w 2006 roku na 1000 mieszkańców była o połowę niższa niż w kraju. W województwie tym najwyższy wskaźnik zanotowano w powiatach podregionu bielsko-bialskiego.

Tabela 1

Wybrane dane o podregionach województwa śląskiego w 2006 roku

Wyszczególnienie	Polska	Woj. śląskie	Podregiony			
			częstochoowski	bielsko- -bialski	centralny śląski	rybnicko- -jastrzębski
Powierzchnia w km ² na dzień 31.12	312683,0	12334,0	3050,0	2354,0	5577,0	1353,0
Ludność na 1 km ²	122,0	379,0	175,0	276,0	510,0	472,0
Przyrost naturalny na 1000 ludności	0,1	-0,8	-2,5	1,0	-1,5	1,7
Zgony niemowląt na 1000 urodzeń żywych	6,0	7,3	6,6	4,8	7,9	7,7
Ogólne saldo migracji na 1000 ludności	-1,0	-2,6	-1,0	1,0	-3,3	-4,6
Udział pracujących w przemyśle i budownictwie w %	28,3	44,9	47,6	44,8	43,7	49,2
Udział pracujących w usługach rynkowych w %	36,0	31,7	26,1	30,4	33,7	27,5
Stopa bezrobocia rejestrowanego w %	14,8	12,7	15,4	10,1	12,9	12,2
Mieszkania oddane do użytkowania na 1000 ludności	3,0	1,8	2,4	3,3	1,4	1,6
Nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach na 1 mieszkańca w zł*	4061,7	2860,3	1547,8	2534,9	3356,7	2074,9
Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto (Polska = 100)**	100,0	103,5	82,3	90,6	108,5	106,7
Odpady wytworzone na 1 km ² w tonach***	394,9	3379,1	228,7	247,6	5086,6	8891,1

* Dane dotyczą podmiotów, w których liczba pracujących przekracza 9 osób (ceny bieżące).

** Bez podmiotów gospodarczych o liczbie pracujących do 9 osób.

*** Z wyjątkiem komunalnych.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Rocznika Statystycznego Województwa Śląskiego 2007 i Rocznika Statystycznego Województw 2007.

2. Wybór zmiennych diagnostycznych i ich charakterystyka

2.1. Rozwój demograficzny

W badaniach empirycznych niezbędne jest określenie zmiennych, jakie powinny być wzięte pod uwagę, aby wyrazić rozwój demograficzny (czy gospodarczy) w kategoriach ilościowych. Mierników rozwoju demograficznego poszukuje się wśród miar skonstruowanych na potrzeby analizy demograficznej i przeważnie opierają się one na znanych i sprawdzonych współczynnikach demograficznych [1; 2].

Zmienne opisujące rozwój demograficzny powinny spełniać określone postulaty merytoryczne i formalne. Najważniejsze z nich to [2, s. 37-38]:

- zmienne powinny reprezentować wszystkie ważne aspekty rozwoju; jest to postulat kompletności opisu, mający zabezpieczyć badacza przed wypaczeniem obrazu rozwoju przez pominięcie któregoś z ważnych jego aspektów,
- zmienne powinny być tak dobrane, by oddawały strukturę rozwoju, zatem nie można dopuścić, by jeden z jego aspektów był opisywany przez nieproporcjonalnie dużą w stosunku do jego znaczenia liczbę zmiennych, a inny – przez małą; jeżeli ze względu na brak danych postulat ten nie może być spełniony, zachodzi konieczność zastosowania wag przy agregowaniu informacji,
- zmienne powinny wykazywać dostateczną zmienność przy przechodzeniu od obiektu do obiektu, tj. powinny być wrażliwe na zmiany zachodzące w czasie i przestrzeni; niespełnienie postulatu zmienności oznacza niemożliwość różnicowania obiektów przez zmienną, a więc jej bezużyteczność do określenia rozwoju,
- potencjalne zmienne diagnostyczne mogą być w różnym stopniu ze sobą powiązane, co oznacza, że są one nośnikami podobnych informacji; aby uniknąć powtarzania informacji, postulat ten realizuje się poprzez eliminację zmiennych wysoko skorelowanych,
- informacje liczbowe o zmiennej powinny być dostępne i wiarygodne, a także spełniać ogólnie znane warunki porównywalności.

Do analizy taksonomicznej powiatów województwa śląskiego ze względu na poziom rozwoju demograficznego wytypowano wstępnie 10 zmiennych diagnostycznych³. Zbiór tych potencjalnych, przyjętych do badania zmiennych

³ Dane statystyczne zaczerpnięto z Roczników Statystycznych Województwa Śląskiego, Roczników Statystycznych Województw, Banku Danych Regionalnych GUS oraz Wojewódzkiego Urzędu Statystycznego w Katowicach.

będziemy nazywać zbiorem składowych rozwoju demograficznego. Ich specyfikacja jest następująca:

X_1 – współczynnik urodzeń na 1000 ludności,

X_2 – współczynnik małżeństw na 1000 ludności,

X_3 – urodzenia żywe na 1000 kobiet w wieku rozrodczym,

X_4 – współczynnik zgonów na 1000 ludności,

X_5 – syntetyczny współczynnik zgonów przedwczesnych (w wieku 15-64 lat) na 10 tys. ludności,

X_6 – współczynnik zgonów niemowląt na 1000 urodzeń żywych,

X_7 – współczynnik przyrostu naturalnego na 1000 ludności,

X_8 – saldo migracji wewnętrznych i zagranicznych na pobyt stały na 1000 ludności,

X_9 – liczba ludności w wieku nieprodukcyjnym przypadająca na 100 osób w wieku produkcyjnym,

X_{10} – liczba kobiet przypadająca na 100 mężczyzn⁴.

Na podstawie zebranego materiału empirycznego dla 10 cech obliczono podstawowe parametry strukturalne określające powiaty w świetle przyjętych zmiennych. Powszechnie wiadomo, że współczynnik zmienności jest miarą umożliwiającą wstępną eliminację tych zmiennych, które charakteryzują się niskim poziomem zmienności. Wytypowane zmienne odznaczają się dużą rozpiętością współczynnika zmienności od 2,5% do 284,1%. Wśród przyjętych zmiennych najmniejszą wartością charakteryzuje się zmienna X_{10} , czyli współczynnik feminizacji. Zmienna ta została wyeliminowana z dalszych badań, gdyż współczynnik zmienności nie osiągnął założonej wartości progowej⁵. Wypcyfikowane zmienne charakteryzują się również różnym stopniem nasilenia wzajemnych powiązań, o czym świadczą wartości współczynników korelacji pomiędzy przyjętymi 9 zmiennymi demograficznymi (por. tabela 2 – tłustym drukiem zaznaczono współczynniki korelacji statystycznie istotne przy poziomie istotności 0,05)⁶.

⁴ Taki zestaw zmiennych jest oczywiście jednym z możliwych. O jego składzie decydowały zarówno względy merytoryczne, jak i techniczne związane z dostępnością odpowiednich danych statystycznych

⁵ Wartość progową współczynnika zmienności najczęściej ustala się na poziomie 10%. Ze względu na fakt, że zmienne o charakterze demograficznym charakteryzują się zdecydowanie mniejszą zmiennością niż zmienne ekonomiczne przy ocenie poziomu rozwoju demograficznego powiatów obniżono wartość progową współczynnika zmienności do 9,5% ($X_1 - 9,5\%$; $X_9 - 9,7\%$).

⁶ Macierze korelacji pomiędzy przyjętymi zmiennymi demograficznymi obliczano dla każdego roku z lat 2000-2006. W pracy natomiast podano macierz korelacji obliczoną na podstawie uśrednionych danych z analizowanego okresu. Istotne statystycznie współczynniki korelacji wystąpiły między tymi samymi zmiennymi bez względu na to, czy były one obliczane na podstawie danych z poszczególnych lat czy uśrednionych danych z lat 2000-2006.

Tabela 2

Współczynniki korelacji liniowej pomiędzy zmiennymi demograficznymi

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
X1	1,0000	0,5549	0,9120	-0,5587	-0,1778	-0,3021	0,7912	0,1575	0,2266
X2	0,5549	1,0000	0,4512	-0,5959	-0,2929	-0,5781	0,6485	-0,0989	-0,2849
X3	0,9120	0,4512	1,0000	-0,2626	-0,0203	-0,2355	0,5391	0,2952	0,4627
X4	-0,5587	-0,5959	-0,2626	1,0000	0,5211	0,4727	-0,9492	0,2874	0,3195
X5	-0,1778	-0,2929	-0,0203	0,5211	1,0000	0,4176	-0,4515	-0,1059	-0,0486
X6	-0,3021	-0,5781	-0,2355	0,4727	0,4176	1,0000	-0,4618	-0,2077	-0,0167
X7	0,7912	0,6485	0,5391	-0,9492	-0,4515	-0,4618	1,0000	-0,1514	-0,1486
X8	0,1575	-0,0989	0,2952	0,2874	-0,1059	-0,2077	-0,1514	1,0000	0,6707
X9	0,2266	-0,2849	0,4627	0,3195	-0,0486	-0,0167	-0,1486	0,6707	1,0000

W następnej kolejności, wykorzystując metodę k-średnich, czyli iteracyjną procedurę podziału obiektów na k-grup, tak aby zminimalizować wielkość wewnątrzgrupowej wariancji, dokonano selekcji zmiennych diagnostycznych (na podstawie danych uśrednionych i danych rocznych z lat 2000-2006). W wyniku grupowania metodą k-średnich z wykorzystaniem odległości euklidesowej otrzymano następujące przyporządkowanie zmiennych do czterech grup⁷:

Grupa 1: X₃,

Grupa 2 : X₅,

Grupa 3: X₁, X₂, X₄, X₆, X₇, X₈,

Grupa 4: X₉.

Pozostaje problem redukcji zmiennych, a więc uniknięcia powtarzania informacji. W zbiorze zmiennych występują pary wysoko skorelowane. W macierzy współczynników skorelowanie o sile $r_{xy} > 0,9$ występuje w stosunku do par (X₁, X₃), (X₄, X₇). Wraz ze wzrostem współczynnika płodności rośnie współczynnik urodzeń, a wzrostowi wartości współczynnika zgonów towarzyszy spadek wartości współczynnika przyrostu naturalnego. Dosyć silne powiązanie dodatnie ma współczynnik urodzeń ze współczynnikiem przyrostu naturalnego ($r_{17} = 0,7912$).

W wyniku postępowania badawczego, tj. wykorzystując analizę skupień, współczynniki korelacji między zmiennymi oraz biorąc pod uwagę wcześniej przedstawione postulaty merytoryczne, podjęto decyzję o ustaleniu końcowej listy zmiennych diagnostycznych. Ostatecznie jako składowe rozwoju demograficznego przyjęto następujące zmienne:

⁷ Liczbę k określającą liczbę skupień ustalono arbitralnie oraz zadano maksymalną liczbę iteracji na poziomie 10.

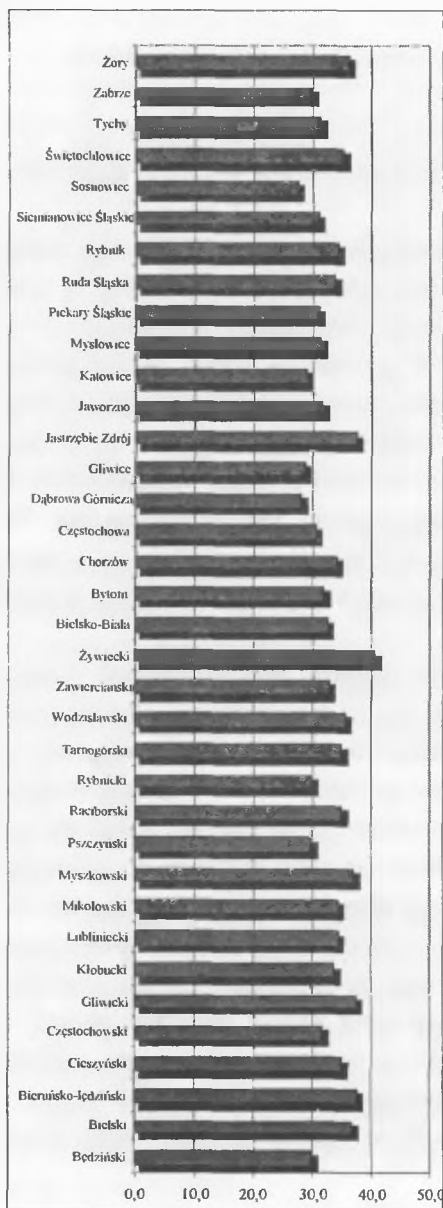
X_3 – stymulanta,
 X_5 – destymulanta,
 X_8 – stymulanta,
 X_9 – destymulanta.

Przestrzenne zróżnicowanie wartości demograficznych cech diagnostycznych przedstawiono na rysunkach 1-4⁸.

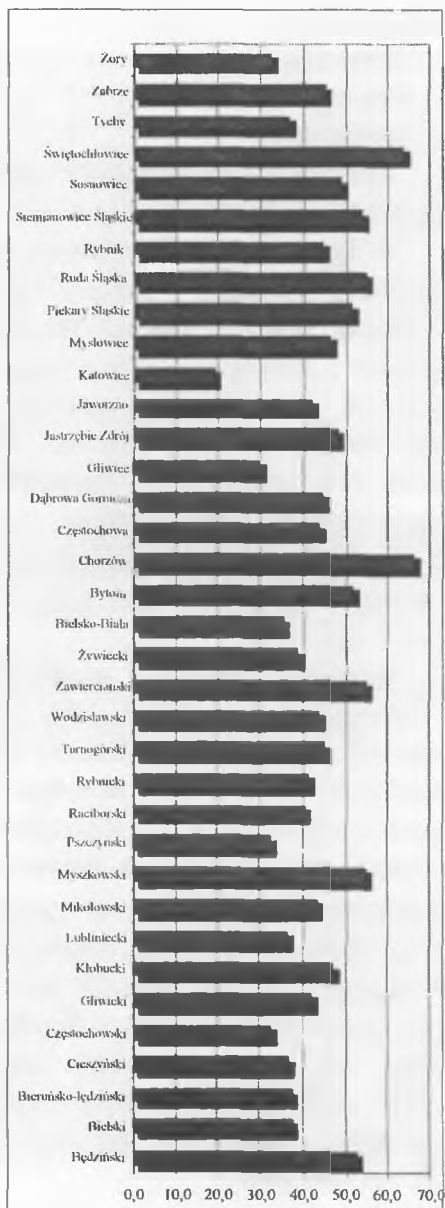
W latach 2000-2006 najwyższą płodnością charakteryzowały się kobiety w powiecie żywieckim – prawie 41 urodzeń żywych na 1000 kobiet w wieku rozrodczym, najniższy współczynnik płodności odnotowano w Sosnowcu (27,5), Gliwicach i Dąbrowie Górniczej (około 29 urodzeń na 1000). Wśród ludności dorosłej (w wieku 15-64 lat) najwyższą umieralnością charakteryzują się mieszkańcy Chorzowa i Świętochłowic. Jak pokazują wyniki badań dotyczących budowy tablic trwania życia mieszkańców wybranych miast województwa śląskiego (Chorzów, Katowice, Bytom, Bielsko-Biała i Częstochowa) za lata 1993-1994 oraz 2000-2001 [3, s. 29], najkrócej żyją mieszkańcy Chorzowa, a najdłużej mieszkańcy Bielska-Białej. Różnica w oczekiwanym trwaniu życia wynosiła ponad 2 lata.

Najniższy syntetyczny współczynnik zgonów przedwczesnych wstępuje w populacji mieszkańców Katowic (18,8 na 10 tys. ludności). Zdecydowana większość powiatów województwa śląskiego ma ujemne saldo migracji wewnętrznych i zagranicznych na pobyt stały, co oznacza, że w badanym okresie odpływ mieszkańców z tych obszarów był większy niż napływ. Załedwie w 11 powiatach zanotowano saldo dodatnie. Są to powiaty należące do podregionu częstochowskiego i bielsko-bialskiego, które charakteryzują się korzystniejszym środowiskiem naturalnym w porównaniu z obszarami silnie zurbanizowanymi. Trzeba podkreślić, że w ostatnich latach trend do opuszczania miast i osiedlania się na terenach podmiejskich wokół dużych miast zdecydowanie się nasilił. Natomiast współczynnik obciążenia ludności w wieku produkcyjnym ludnością w wieku nieprodukcyjnym jest zdecydowanie wyższy w powiatach ziemskich niż grodzkich. Wśród tych pierwszych czołowe miejsce zajmuje powiat żywiecki (66 osób na 100).

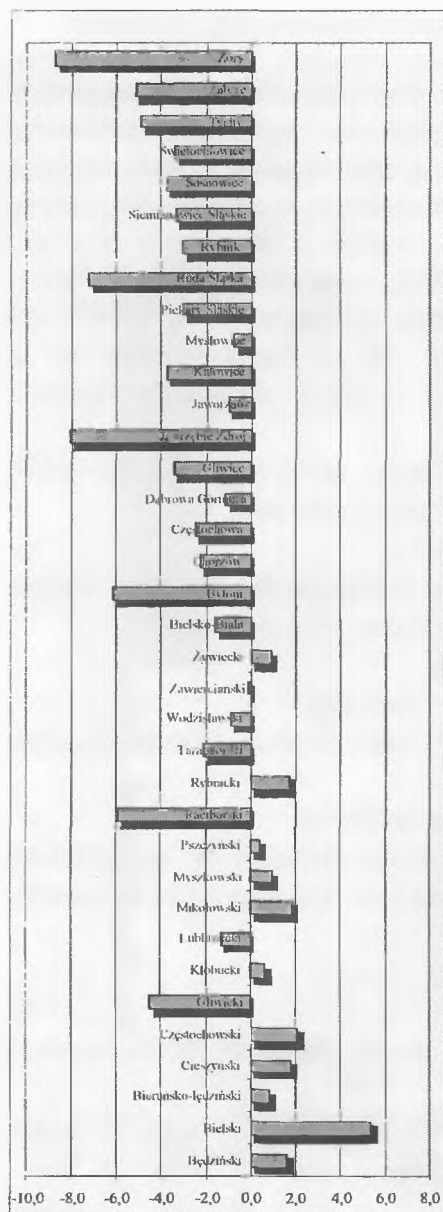
⁸ Wykresy sporządzono na podstawie danych uśrednionych z lat 2000-2006.



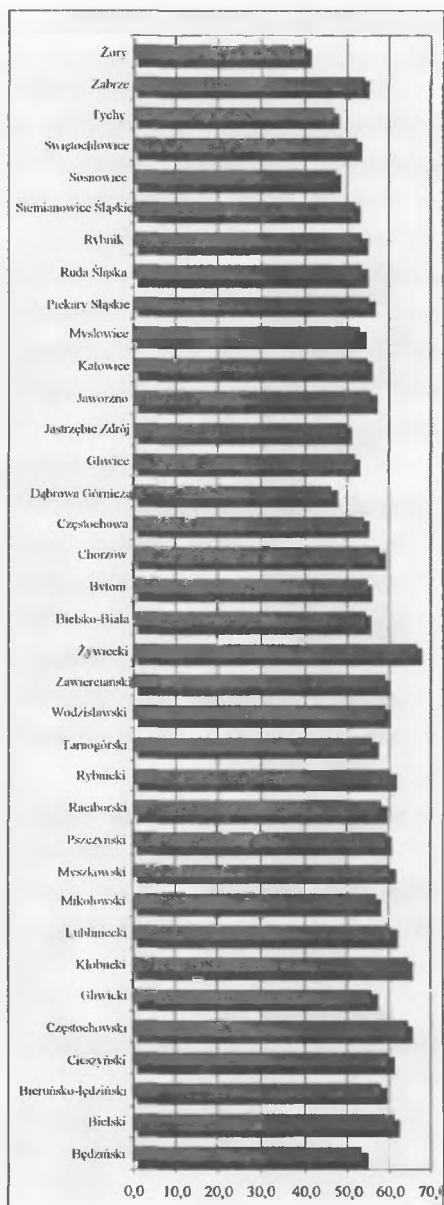
Rys. 1. Urodzenia żywe na 1000 kobiet w wieku rozrodczym



Rys. 2. Syntetyczny współczynnik zgonów w wieku 15-64 lata na 10 tys. ludności



Rys. 3. Saldo migracji ogółem
na 1000 ludności



Rys. 4. Liczba ludności w wieku
nieprodukcyjnym na 100 osób
w wieku produkcyjnym

2.2. Rozwój gospodarczy

Przedstawiona lista zmiennych charakteryzujących rozwój gospodarczy jest efektem kompromisu pomiędzy zamierzeniami autora i jego możliwościami uzyskania danych statystycznych. Pierwotna lista zmiennych została ograniczona z powodu braku kompletnych danych. Dotyczy to na przykład produkcji sprzedanej przemysłu na 1 mieszkańca. Ze względu na konieczność zachowania tajemnicy statystycznej (w rozumieniu ustawy o statystyce publicznej) dane dla powiatów: Jastrzębie Zdrój i Żory nie zostały opublikowane dla lat 2000-2006. Ponadto ze wstępnej listy wyeliminowano zmienne charakteryzujące się zbyt małym współczynnikiem zmienności (na przykład długotrwale bezrobotni w procentach ogółem bezrobotnych).

Po wstępnej selekcji do dalszych badań przyjęto następujące zmienne opisujące rozwój gospodarczy powiatów województwa śląskiego:

Y_1 – dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca,

Y_2 – nakłady inwestycyjne według lokalizacji na 1 mieszkańca w zł (ceny bieżące),

Y_3 – liczba podmiotów gospodarki narodowej na 10 tys. ludności,

Y_4 – stopa bezrobocia rejestrowanego w %,

Y_5 – przeciętna powierzchnia użytkowa 1 mieszkania,

Y_6 – przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w relacji do średniej krajowej (Polska = 100),

Y_7 – drogi publiczne o twardej nawierzchni na 100 km.

W dalszej kolejności obliczono macierze korelacji dla par zmiennych. Poniżej przedstawiono macierz współczynników obliczanych na podstawie danych uśrednionych z lat 2000-2006.

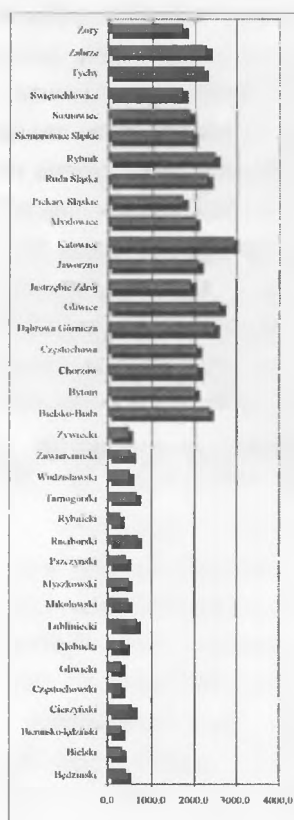
Tabela 3

Współczynniki korelacji liniowej pomiędzy zmiennymi opisującymi rozwój gospodarczy

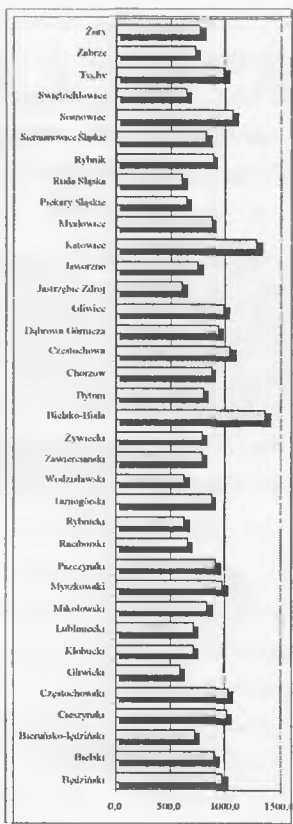
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
Y_1	1,0000	0,6729	0,2909	0,0381	-0,8117	0,6260	0,6036
Y_2	0,6729	1,0000	0,5665	-0,4236	-0,4042	0,7302	0,3213
Y_3	0,2909	0,5665	1,0000	-0,3123	-0,1401	0,1297	0,1143
Y_4	0,0381	-0,4236	-0,3123	1,0000	-0,4333	-0,2871	0,2175
Y_5	-0,8117	-0,4042	-0,1401	-0,4333	1,0000	-0,4313	-0,7027
Y_6	0,6260	0,7302	0,1297	-0,2871	-0,4313	1,0000	0,3434
Y_7	0,6036	0,3213	0,1143	0,2175	-0,7027	0,3434	1,0000

Tłustym drukiem zaznaczono statystycznie istotne współczynniki korelacji ($\alpha = 0,05$).

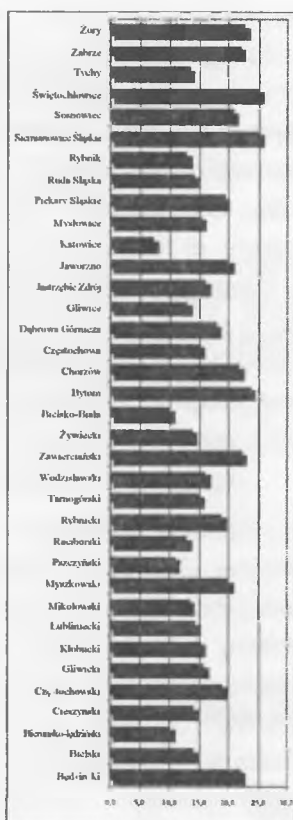
Ostateczną listę zmiennych ustalono z zastosowaniem takiej samej procedury badawczej, jak w przypadku rozwoju demograficznego. Do zbioru zmiennych charakteryzujących rozwój gospodarczy zakwalifikowano zmienne: Y_1 , Y_3 , Y_4 . Pierwsze dwie uznano za stymulanty, a trzecią za destymulantę rozwoju gospodarczego. Przestrzenne zróżnicowanie wartości tych zmiennych w powiatach województwa śląskiego przedstawiono na rysunkach 5-7.



Rys. 5. Dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca



Rys. 6. Liczba podmiotów gospodarki narodowej na 10 tys. ludności



Rys. 7. Stopa bezrobocia rejestrowanego w procentach

Dochody budżetów gmin przypadające na 1 mieszkańca są oczywiście najwyższe w powiatach grodzkich, wśród których na 1 miejsce wysuwa się miasto Katowice. Wysoką stopę bezrobocia odnotowano w Świętochłowicach, Siemianowicach Śląskich oraz Bytomiu. Najniższą w Katowicach, Bielsku-Białej oraz powiatach ziemskich, takich jak: bierutówko-łękański i pszczyński.

3. Wyznaczanie agregatowego wskaźnika względnego poziomu rozwoju

Podstawową ideą konstrukcji agregatowego wskaźnika poziomu rozwoju demograficznego lub gospodarczego jest założenie, że poziom ten może być oceniany poprzez sumę standaryzowanych wartości poszczególnych zmiennych. Standaryzacja umożliwia dodawanie różnych wartości cech charakteryzujących poszczególne jednostki terytorialne (powiaty). Wcześniej przesuwają się jeszcze wartości cech w taki sposób, aby operować wyłącznie liczbami nieujemnymi. Przesunięcie takie najłatwiej uzyskać poprzez dodanie w każdej cesze modułu najmniejszej wartości (po standaryzacji). Następnie ustala się hipotetyczną jednostkę, tzw. wzorzec, który jest charakteryzowany przez maksymalne wartości wybrane ze wszystkich cech. Suma tych wartości daje agregatową ocenę wzorca. Ocena ta pozwala na unormowanie w przedziale $\langle 0,1 \rangle$ sum standaryzowanych i przesuniętych wartości cech oraz uzyskanie agregatowego wskaźnika względnego poziomu rozwoju. Wskaźnik ten pozwala na ocenę stopnia rozwoju danej jednostki terytorialnej na tle pozostałych, a w szczególności w porównaniu do hipotetycznej jednostki – wzorca.

Agregatowy wskaźnik poziomu rozwoju oblicza się według wzoru [8, s. 29]:

$$W_j = \frac{\sum_{i=1}^k x_{ij}^*}{\sum_{i=1}^k \max_j x_{ij}^*}$$

przy czym:

$$x_{ij}^* = u_{ij} + \left| \min_i \{u_{ij}\} \right| \quad (1)$$

gdzie:

u_{ij} – standaryzowane wartości cech,

j – numer obiektu,

i – numer cechy,

k – liczba cech,

x_{ij}^* – standaryzowana i przesunięta wartość cechy,

$\max_j x_{ij}^*$ – największa wartość standaryzowana danej cechy,

$\sum_{j=1}^k \max_j x_{ij}^*$ – „wzorzec”.

Im wyższy poziom zjawiska, tym wyższa wartość miary rozwoju. Wartości miary rozwoju są unormowane w przedziale $[0,1]$, przy czym miara rozwoju obliczona dla wzorca rozwoju równa się jedności, zaś dla antywzorca – zeru.

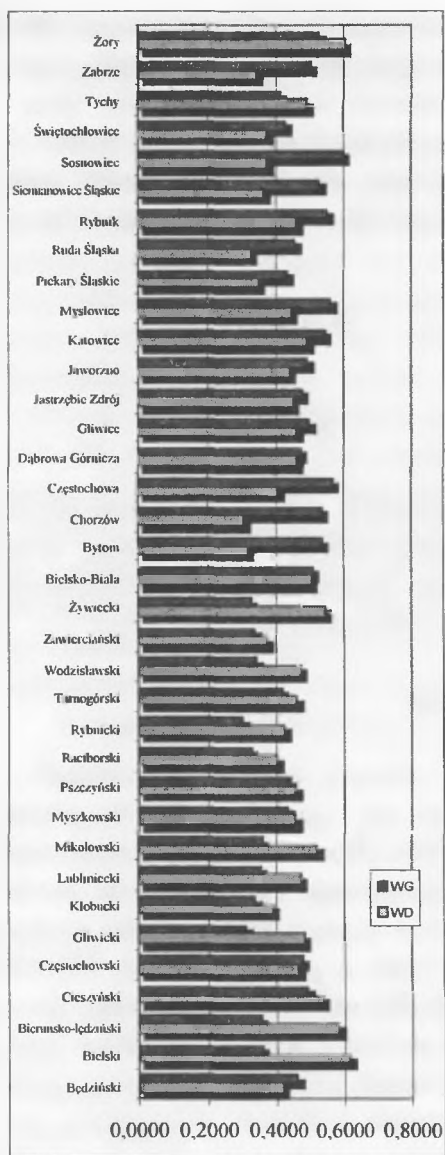
W sytuacji gdy liczba cech demograficznych nie jest równa liczbie cech określających poziom rozwoju gospodarczego, należy przeprowadzić korektę tego wskaźnika rozwoju, którego średni poziom jest wyższy (czyli liczba cech jest mniejsza). Mamy więc:

$$\begin{aligned} WD_j^* &= WD_j \cdot \frac{\overline{WG}}{\overline{WD}} & \overline{WD} > \overline{WG} \\ \text{lub} & & \\ WG_j^* &= WG_j \cdot \frac{\overline{WD}}{\overline{WG}} & \overline{WD} < \overline{WG} \end{aligned} \quad (2)$$

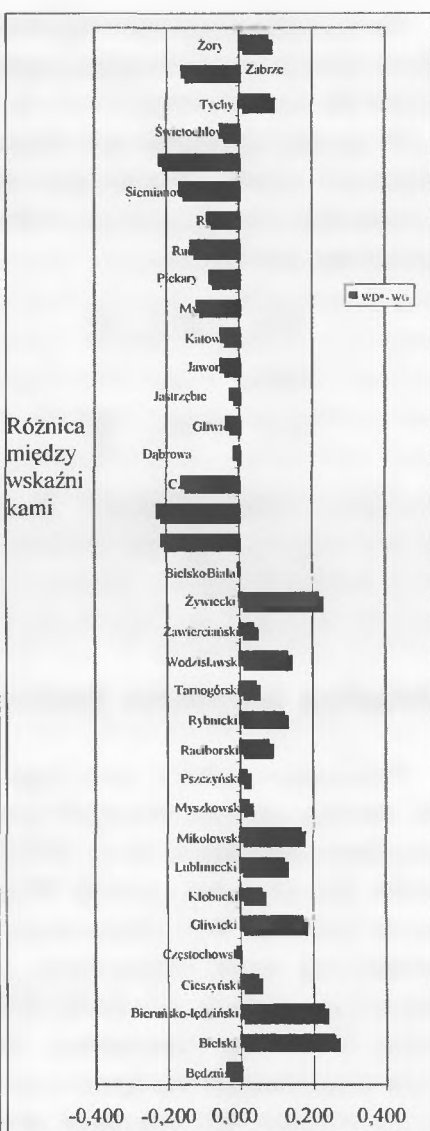
Wyznaczanie różnic wskaźników agregatowych pozwala na ocenę przewagi rozwoju demograficznego nad gospodarczym bądź odwrotnie. „Łączny” poziom rozwoju demograficznego i gospodarczego można ocenić za pomocą iloczynu lub średniej arytmetycznej odpowiednich wskaźników WD_j oraz WG_j .

4. Analiza wyników badania

Postępując zgodnie z powyższymi etapami, wyznaczono wskaźniki poziomu rozwoju zarówno demograficznego, jak i gospodarczego dla powiatów województwa śląskiego w latach 2000-2006 (dane uśrednione). Źródnicowanie powiatów pod względem rozwoju demograficznego i gospodarczego przedstawiono na rysunkach 8-13. Najkorzystniejsza sytuacja demograficzna występuje w południowej części województwa. Chodzi o powiaty: bielski, bieruńsko-lędziński i miasto Żory. W rozwoju gospodarczym przodują natomiast powiaty grodzkie: Sosnowiec, Częstochowa, Mysłowice i Rybnik. Najniższy poziom rozwoju gospodarczego występuje w powiatach: rybnickim, gliwickim, raciborskim i żywieckim. We wszystkich powiatach grodzkich, z wyjątkiem miast: Tychy i Żory, występuje przewaga rozwoju gospodarczego nad demograficznym, przy czym największa w Sosnowcu, Chorzowie i Bytomiu. Największa przewaga rozwoju demograficznego nad gospodarczym jest widoczna w powiatach bielskim, żywieckim i bieruńsko-lędzińskim. Wysokim „łącznym” rozwojem demograficznym i gospodarczym charakteryzują się miasta na prawach powiatu, tj.: Żory, Katowice, Bielsko-Biała, Rybnik oraz powiat cieszyński. Najliczniejszą grupę rozwojową tworzy 19 powiatów o zrównoważonym niskim poziomie rozwoju demograficznego i gospodarczego – wskaźniki rozwoju mieszczą się w przedziale $[0, 0,5]$.



Rys. 8. Wskaźniki rozwoju demograficznego i gospodarczego w latach 2000-2006

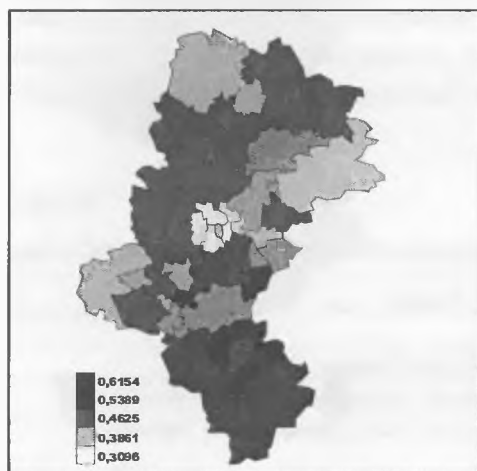


Różnica między wskaźnikami

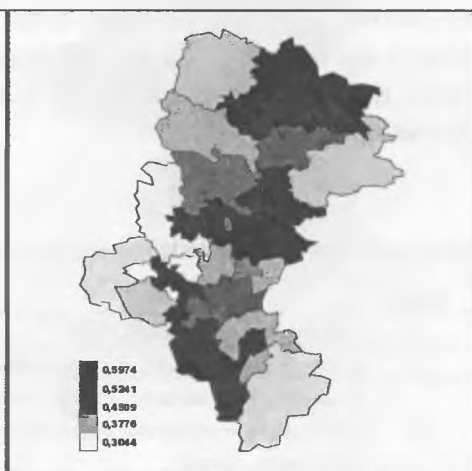
Rys. 9. Zróżnicowanie względnego poziomu rozwoju demograficznego i gospodarczego

Uzyskane wyniki pozwalają dać negatywną odpowiedź na pytanie postawione we wstępie. Nie występuje zatem wyraźna zgodność pomiędzy rozwojem gospodarczym i demograficznym powiatów województwa śląskiego w latach 2000-2006. Potwierdza to obliczony współczynnik korelacji rangowej Spearmana

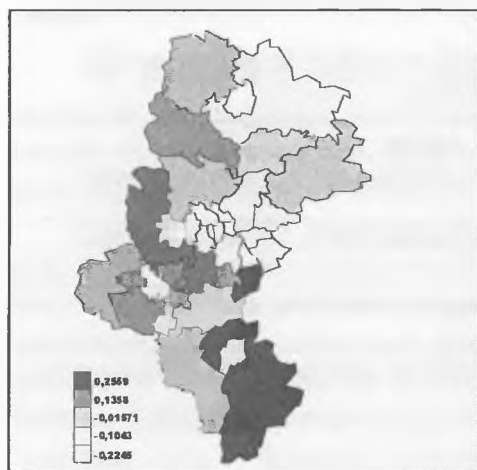
między wskaźnikami rozwoju demograficznego WD_j i wskaźnikami rozwoju gospodarczego WG_j^* , który wyniósł – 0,1921 i nie był statystycznie istotny. Ten brak zgodności może wynikać między innymi z faktu, że zmiany przebiegu procesów demograficznych są o wiele powolniejsze niż zmiany w rozwoju gospodarczym, które są niewątpliwie łatwiejsze do sterowania. Jednak ujemna wartość tego współczynnika oznacza, że w powiatach o wysokim wskaźniku rozwoju gospodarczego rozwój demograficzny kształtuje się relatywnie na niższym poziomie.



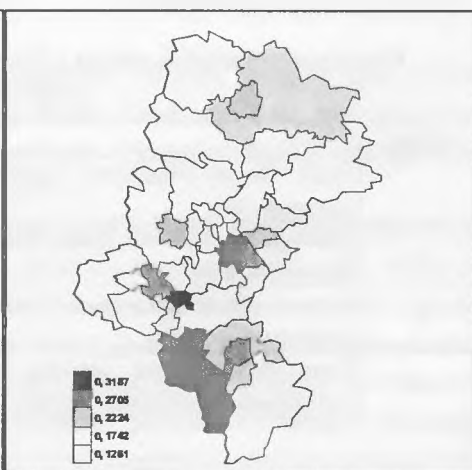
Rys. 10. Wskaźnik poziomu rozwoju demograficznego w latach 2000-2006



Rys. 11. Wskaźnik poziomu rozwoju gospodarczego w latach 2000-2006



Rys. 12. Przewaga rozwoju demograficznego nad gospodarczym w latach 2000-2006



Rys. 13. Łączny poziom rozwoju demograficznego i gospodarczego w latach 2000-2006

4.1. Powiaty o podobnym poziomie rozwoju

Procedurę klasyfikacyjną powiatów przeprowadzono dla wskaźników rozwoju demograficznego i gospodarczego budowanych na podstawie danych uśrednionych z lat 2000-2006. Zastosowano w tym celu metodę k-średnich. Za podział wynikowy uznano podział na 4 grupy. Analizując wyniki klasyfikacji, należy podkreślić, iż w każdej grupie znajdują się powiaty o tym samym poziomie rozwoju, przy czym metoda ta nie hierarchizuje powiatów pod względem rozwoju ani wewnątrz, ani też pomiędzy poszczególnymi klasami. Otrzymane wyniki zamieszczono w tabelach 4 i 5, a ilustracją przestrzennego rozmieszczenia klas są rysunki 14 i 15.

Tabela 4

Grupowanie powiatów metodą k-średnich ze względu na poziom rozwoju demograficznego

Grupa	Powiaty
1	bielski, bieruńsko-lędziński, Żory
2	cieszyński, mikołowski, żywiecki, Bielsko-Biała, Katowice, Tychy
3	będziński, częstochowski, gliwicki, lubliniecki, myszkowski, pszczyński, rybnicki, tarnogórski, wodzisławski, Dąbrowa Górnicza, Gliwice, Jastrzębie Zdrój, Jaworzno, Mysłowice, Rybnik
4	kłobucki, raciborski, zawierciański, Bytom, Chorzów, Częstochowa, Piekary Śląskie, Ruda Śląska, Siemianowice Śląskie, Sosnowiec, Świętochłowice, Zabrze

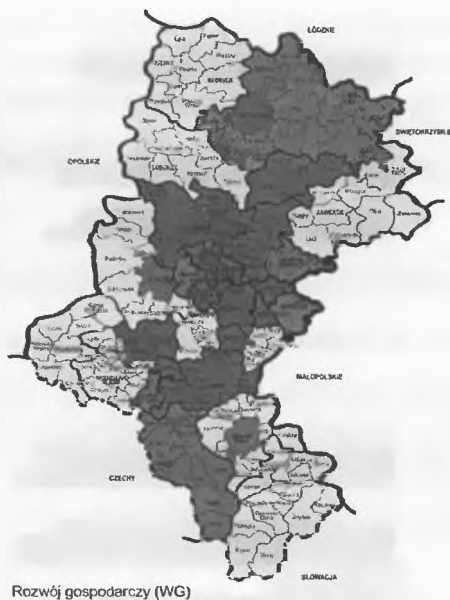
Tabela 5

Grupowanie powiatów metodą k-średnich ze względu na poziom rozwoju gospodarczego

Grupa	Powiaty
1	Bytom, Chorzów, Częstochowa, Katowice, Mysłowice, Rybnik, Siemianowice Śląskie, Sosnowiec, Żory
2	cieszyński, częstochowski, Bielsko-Biała, Dąbrowa Górnicza, Gliwice, Jastrzębie Zdrój, Jaworzno, Zabrze
3	będziński, myszkowski, pszczyński, tarnogórski, Piekary Śląskie, Ruda Śląska, Świętochłowice, Tychy
4	bielski, gliwicki, kłobucki, lubliniecki, mikołowski, raciborski, rybnicki, bieruńsko-lędziński, wodzisławski, zawierciański, żywiecki



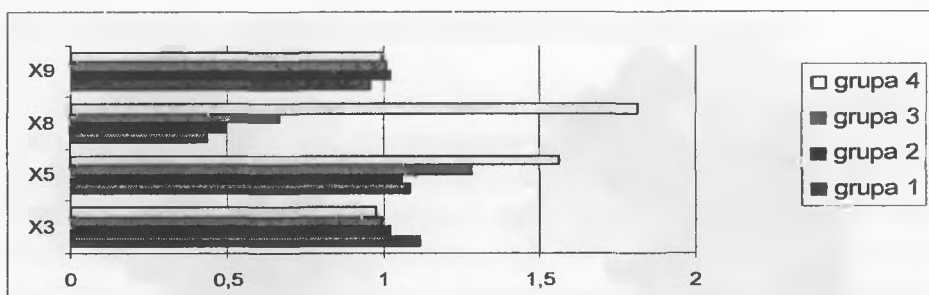
Rys. 14. Klasyfikacja powiatów
ze względu na rozwój demograficzny



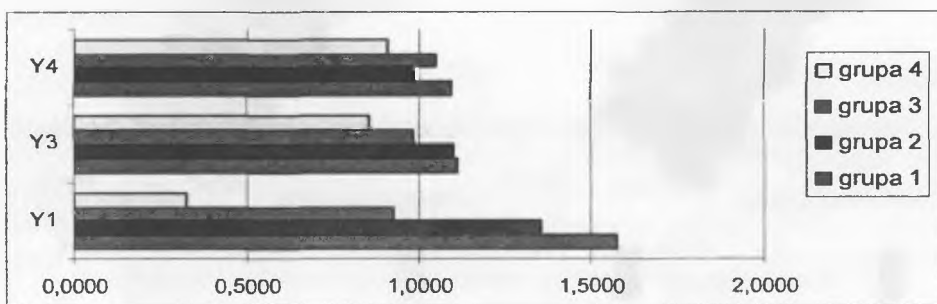
Rys. 15. Klasyfikacja powiatów
ze względu na rozwój gospodarczy

Na podstawie odległości euklidesowych między skupieniami można stwierdzić, że grupy 2 i 3 są względnie blisko siebie zarówno pod względem rozwoju demograficznego, jak i gospodarczego. Natomiast największa jest odległość między skupieniami o numerach 1 i 4.

Oprócz podziału ważna jest analiza struktury każdej z wyodrębnionych grup. W tym celu wykorzystano metodę średnich arytmetycznych. Dla macierzy danych wyjściowych obliczono średnie arytmetyczne kolejnych cech (składowych) rozwoju demograficznego i gospodarczego. Następnie obliczono średnie grupowe, tj. średnie cech dla wyróżnionych klas przestrzennych i wskaźniki struktury każdego skupienia. Ilorazy większe od jedności świadczą o dominacji określonej cechy w skupieniu. Strukturę wyodrębnionych skupień przedstawiono na rysunkach 16 i 17.



Rys. 16. Struktura grup powiatów podobnych pod względem rozwoju demograficznego



Rys. 17. Struktura grup powiatów podobnych pod względem rozwoju gospodarczego

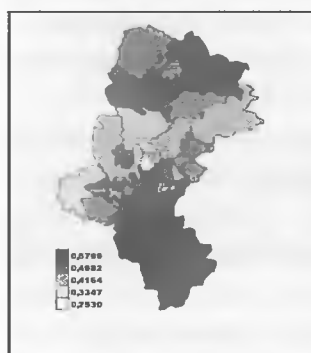
W grupie pierwszej złożonej z 3 powiatów podobnych pod względem rozwoju demograficznego (rysunek 16) najistotniejszą zmienną okazała się zmienna X_3 , czyli liczba urodzeń żywych na 1000 kobiet w wieku rozrodczym. Powiaty te charakteryzują się wysoką płodnością kobiet. Dominujące cechy w drugiej grupie to: zmienne X_3 , X_5 i X_9 . Powiaty wchodzące w skład tej grupy w większości są usytuowane w południowej części województwa i charakteryzują się wysoką płodnością (żywiecki) oraz niskimi wartościami współczynnika obciążenia ludności w wieku produkcyjnym ludnością w wieku nieprodukcyjnym (Bielsko-Biała, Tychy, Katowice) oraz niskimi wartościami syntetycznego współczynnika zgonów ludności dorosłej (cieszyński, Katowice, Bielsko-Biała). W skupieniu trzecim najistotniejsze cechy to: X_5 i X_8 . Powiaty wchodzące w skład tego skupienia charakteryzują się wysoką umieralnością (X_5) oraz wysokim ubytkiem migracyjnym ogółem (ujemne saldo migracji). Cechą dominującą w grupie czwartej jest saldo migracji ogółem – X_8 .

W przypadku powiatów z grupy pierwszej podobnych pod względem rozwoju gospodarczego wszystkie trzy zmienne diagnostyczne okazały się ważne, jednak najistotniejszą jest zmienna Y_1 – dochody budżetów gmin na jednego mieszkańca. Grupę trzecią tworzą powiaty ziemskie charakteryzujące się przede

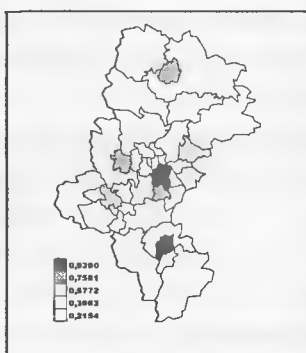
wszystkim niskimi dochodami budżetów na 1 mieszkańca (Y_1) oraz niską stopą bezrobocia (Y_4) (pszczyński, tarnogórski, Ruda Śląska, Tychy). W grupie 4 – 11 powiatów ziemskich – obserwuje się niskie dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca, najniższą liczbę podmiotów gospodarki narodowej na 10 tys. mieszkańców oraz niską stopę bezrobocia (na przykład bieruńsko-lędziński, bielski, mikołowski, raciborski, żywiecki).

4.2. Dynamika rozwoju demograficznego i gospodarczego powiatów

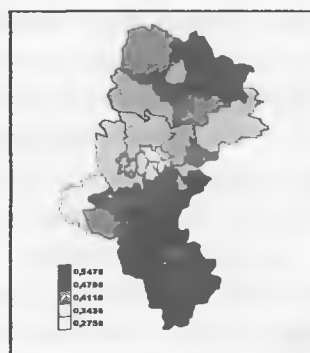
W kolejnym etapie badań obliczono – dla każdego roku badanego okresu 2000–2006 – wskaźniki poziomu rozwoju demograficznego i gospodarczego, a ich przestrzenne zróżnicowanie przedstawiono (dla wybranych lat) na rysunkach 18–23.



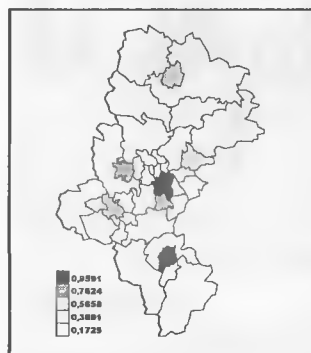
Rys. 18. Wskaźnik rozwoju demograficznego w 2000 roku



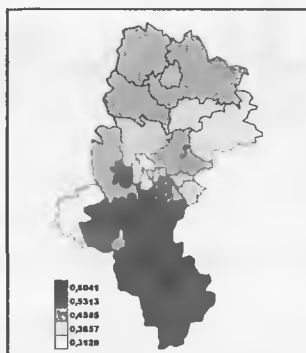
Rys. 19. Wskaźnik rozwoju gospodarczego w 2000 roku



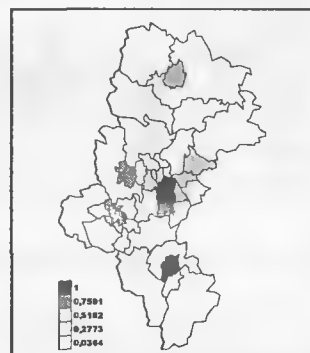
Rys. 20. Wskaźnik rozwoju demograficznego w 2003 roku



Rys. 21. Wskaźnik rozwoju gospodarczego w 2003 roku



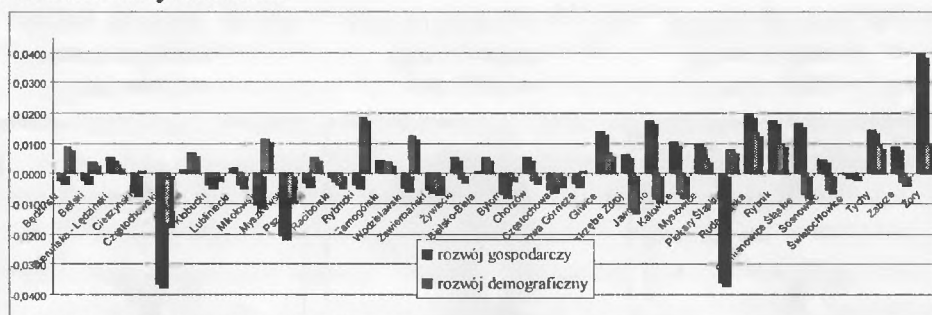
Rys. 22. Wskaźnik rozwoju demograficznego w 2006 roku



Rys. 23. Wskaźnik rozwoju gospodarczego w 2006 roku

W celu scharakteryzowania struktury powiatów pod względem wskaźników rozwoju demograficznego i gospodarczego obliczono podstawowe charakterystyki opisowe. Wskaźniki rozwoju zarówno demograficznego, jak i gospodarczego zwiększyły się, średnio rzecz biorąc, w porównaniu z 2000 rokiem. Tendencję spadkową obserwowano do 2002 roku, a począwszy od 2003 roku był widoczny ponowny wzrost tych wskaźników. Powiaty województwa śląskiego są bardziej zróżnicowane pod względem rozwoju gospodarczego niż demograficznego, o czym świadczą wartości współczynników zmienności. Dla rozwoju gospodarczego mamy do czynienia z asymetrią dodatnią, szczególnie silną w latach 2001-2002, po czym w kolejnych latach siła asymetrii słabnie. Oznacza to, że przeważająca liczba powiatów charakteryzowała się niskim poziomem rozwoju gospodarczego (niższym od przeciętnego), oraz że z biegiem lat zmniejszył się dystans między powiatami o najwyższym poziomie wskaźnika rozwoju (Katowice, Bielsko-Biała) a pozostałymi. Dla rozwoju demograficznego rozkłady wskaźników miały asymetrię początkowo ujemną, a od 2003 roku zmieniającą kierunek na dodatnią.

Na zakończenie przeprowadzono analizę dynamiki wskaźników rozwoju pozwalającą wskazać powiaty, w których poziom wskaźnika rozwoju demograficznego lub gospodarczego w okresie 2000-2006 – średnio rzecz biorąc – zwiększył się, obniżył się lub pozostał stały. Ponieważ wskaźniki mierzy się na skali przedziałowej, analizę dynamiki przeprowadzono z użyciem przyrostów absolutnych o podstawie łańcuchowej. Dynamikę wskaźników rozwoju przedstawiono na rysunku 24.



Rys. 24. Średni przyrost absolutny wskaźników rozwoju w latach 2000-2006

Wnioski wynikające z przeprowadzonej analizy są następujące:

- średnioroczny przyrost wskaźnika rozwoju gospodarczego wystąpił głównie w powiatach grodzkich, natomiast spadek w powiatach ziemskich,

- do grupy powiatów o największej, dodatniej (wzrostowej) dynamice wskaźnika rozwoju gospodarczego należą w kolejności miasta na prawach powiatu, takie jak: Żory, Ruda Śląska, Jaworzno, Siemianowice Śląskie,
- do grupy powiatów o największej, ujemnej (spadkowej) dynamice wskaźnika rozwoju gospodarczego należą: Piekary Śląskie oraz powiaty podregionu częstochowskiego – częstochowski i myszkowski,
- największą wzrostową dynamikę wskaźnika rozwoju demograficznego mają powiaty podregionu rybnicko-jastrzębskiego: rybnicki, wodzisławski i Rybnik,
- największą spadkową dynamikę wskaźnika rozwoju demograficznego mają powiaty: częstochowski i Jastrzębie-Zdrój,
- w powiatach ziemskich obserwuje się wyższą dodatnią dynamikę wskaźnika rozwoju demograficznego niż gospodarczego; sytuacja odwrotna występuje w powiatach grodzkich; wyjątek stanowią tutaj: Piekary Śląskie, Bytom, Dąbrowa Górnicza – miasta GOP-u oraz Częstochowa,
- tylko w Świętochłowicach średnie przyrosty absolutne były bliskie zeru, co oznacza, że poziom rozwoju demograficznego i gospodarczego był w 2006 roku taki sam lub prawie taki sam, jak w 2000 roku.

Podsumowanie

Warto pamiętać, że konstrukcja jakiegokolwiek miernika syntetycznego nie może się odbywać bez udziału elementów subiektywnych. Również w przedstawionym badaniu takie elementy występują, zwłaszcza przy wyborze cech. Podsumowując, przeprowadzone badania wskazują na istnienie różnic w rozwoju demograficznym i gospodarczym powiatów województwa śląskiego. Większe zróżnicowanie występuje w przypadku wskaźnika rozwoju gospodarczego niż demograficznego. Uzyskane wyniki dowodzą, że nie występuje wyraźna zgodność pomiędzy rozwojem gospodarczym i demograficznym. Wynikać to może między innymi z faktu, że zmiany przebiegu procesów demograficznych są o wiele powolniejsze niż zmiany w rozwoju gospodarczym, które są nicwątpliwie łatwiejsze do sterowania.

Literatura

1. Baran A., Panek T., Pustała E.: *Powiązania procesów demograficznych i społeczno-ekonomicznych w wybranych krajach europejskich w latach 1950-1980*. Seria: Monografie i Opracowania, Warszawa 1987.

2. Cieślak M.: *Rozwój demograficzny. Zarys koncepcji i zasad pomiaru*. „Studia Demograficzne” 1985, nr 1.
3. Dziembała L., Balcerowicz-Szkutnik, M. Sojka E.: *Analiza umieralności w wybranych miastach województwa śląskiego na podstawie tablic trwania życia*. W: *Postępy ekonometrii*. Red. A.S. Barczak. AE, Katowice 2004.
4. Kurkiewicz J., Pocięcha J., Zając K.: *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej w badaniach rozwoju demograficznego*. SGH, Instytut Statystyki i Demografii, Warszawa 1991.
5. Pocięcha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K.: *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*. PWN, Warszawa 1988.
6. Sokołowski A., Zając K.: *Rozwój demograficzny a rozwój gospodarczy*. PWE, Warszawa 1987.
7. Sojka E. *Migracje ludności i rozwój demograficzny Śląska w okresie transformacji*. AE, Katowice 2007.
8. Zając K.: *Wzajemne uwarunkowania rozwoju społeczno-ekonomicznego i demograficznego*. „Studia Demograficzne” 1981, nr 3.

STUDIES ON DEMOGRAPHIC AND ECONOMIC DEVELOPMENT OF THE SILESIAN VOIVODSHIP DISTRICTS – TAXONOMIC ANALYSIS

Summary

In the article a taxonomic analysis of the Silesian voivodship districts has been carried out in terms of the level of demographic and economic development using an aggregative indicator of development. The dynamics of the calculated indicators in years 2000-2006 has also been examined. The results show that there is no direct compliance between economic and demographic development of the Silesian voivodship districts.

Włodzimierz Szkutnik

KONCEPCJA MODELOWANIA STRUKTURY ZABEZPIECZEŃ W ZARZĄDZANIU EKSTREMALNYM RYZYKIEM

W dwóch ostatnich dziesięcioleciach dokonały się widoczne zmiany na rynku ubezpieczeń majątkowych i odpowiedzialności cywilnej. Otoczenie rynkowe towarzyszące tym zmianom było kojarzone ze skierowaniem się komercyjnego biznesu ku alternatywnym środkom i strategiom zarządzania ryzykiem. Było to wynikiem obserwowanych w tym czasie kryzysów, które implikowały zmiany w sposobach pokrycia ryzyka w ubezpieczeniach odpowiedzialności cywilnej. Prowadziło to do wyraźnej integracji aktywów ubezpieczyciela, a w zarządzaniu do pojawienia się innowacyjnych instrumentów reasekuracyjnych, takich jak finansowa reasekuracja. Wprowadzano swoiste eksperymenty dotyczące radykalnej regulacji poprzez nowe unormowania prawne i różne inne formy zbiorowej reorganizacji, a także formy wtórnego grupowania, z których najnowszą jest czynność fuzji (łączenia) w grupie maklerów, czego efektem była wzmożona koncentracja kapitału. Doprowadziło to do zmiany struktury zabezpieczeń, szczególnie w zarządzaniu ekstremalnym ryzykiem. Zaobserwowane zmiany dotyczyły ekwiwalentnego dla zabezpieczenia strukturalnego podejścia do sekurytyzacji rozumianej jako zabezpieczenie przed ryzykiem katastroficznym. Równocześnie zainicjowano działania polegające na wprowadzeniu nowych instrumentów finansowych, takich jak obligacje katastroficzne (CAT), kupno i sprzedaż opcji katastroficznych, emitowane przez ubezpieczyciela katastroficzne opcje sprzedaży oraz wymiany ryzyka. Choć wielkość dokonanych dotychczas transakcji obserwowana na rynku amerykańskim nie jest jak dotąd zbyt imponująca, to jednak zauważalne jest rosnące zainteresowanie tą formą zabezpieczania ryzyka katastroficznego wśród ubezpieczycieli i inwestorów.

1. Warunki wstępne dla sekurytyzacji. Koszty transakcji katastroficznych. Modele katastrof firm i ubezpieczycieli

Pojawienie się wspomnianych nowych instrumentów nie jest przypadkowe. Zostały dobrze określone warunki wstępne dla ich wprowadzenia [8]. Na poziomie intelektualnym zadawano sobie pytania, dlaczego ryzyko jest ważne i kiedy akcjonariusze mogą różnicować swoje rezerwy inwestycyjne. Miało to szczególne znaczenie dla zarządców zbiorowego ryzyka, dyrektorów finansowych i CFO, zarówno w agencjach ubezpieczeniowych, jak i firmach innego rodzaju. W tym aspekcie wyłoniła się bardziej wnikliwa zasada dla zarządzania ryzykiem, która łączy w sobie strategię zabezpieczenia finansowego ze zbiorowym zarządzaniem finansowym. Zabezpieczenie może zwiększyć wartość inwestycji ze względu na nieliniowość podatkową, która w Stanach Zjednoczonych nie wzbudza takich emocji, jak w Polsce, pomimo niewątpliwej liberalizacji ich ekonomii. Co więcej, ponieważ większość kosztów ryzyka powstaje z nie do końca wyjaśnionych relacji pomiędzy ryzykiem a dźwignią finansową, zarządzanie dźwignią jest jednocześnie z zabezpieczeniem jako formą odpowiedniej strategii dla kompensaty kosztów ryzyka. Można tu mówić o pewnych dość perwersyjnych albo inaczej przewrotnych przesłankach powstawania kosztów ryzyka. Zauważalne jest tu nowe postrzeganie określonych zachowań, w których akcent kładzie się na finansowe zyski wynikające z zarządzania ryzykiem i wskazuje na ważny ich aspekt, a mianowicie na to, by być zaznajomionym z instytucjami finansowym i instrumentami finansowymi, co naturalnie przekłada się na skupienie uwagi na rynkach finansowych, tak by możliwe było podjęcie problemów zarządzania ryzykiem. Co więcej, ten proces zmniejszył różnice, całkowicie ich jednak nie usuwając, pomiędzy ryzykiem ubezpieczalnym i nieubezpieczalnym. Zarządzanie ryzykiem stało się również bardziej zintegrowane.

Drugim i blisko związanym z warunkiem takiej zmiany w formule zarządzania ryzykiem katastroficznym i zwiększeniem form jego niwelowania poprzez pojawienie się nowych form instrumentów finansowych jest to, że nastąpił ogromny rzeczywisty wzrost na kapitałowym rynku tzw. derywatów ubezpieczeniowych, czyli instrumentów zarządzania ryzykiem ubezpieczeniowym. Evolucja tego rynku została częściowo wymuszona przez spekulacyjne oczekiwania i żądania, ale częściowo była stymulowana zapotrzebowaniem na nowe instrumenty zabezpieczenia finansowego. Rynek instrumentów zarządzania ryzykiem katastroficznym dostarczył również instrumentów dla zabezpieczania pozycji w poszczególnych firmach i branżach przemysłu, dla zabezpieczenia

ryzyka stopy procentowej i zagranicznej wymiany oraz dla zabezpieczenia pozycji produktów. W tym świetle nie jest zaskakujące, że zarządzający ryzykiem i CFO zaczęli postrzegać ubezpieczenie jako inny typ opcji. CFO firm przemysłowych, przyzwyczajeni do zabezpieczania ryzyka produktu i zagranicznej wymiany za pomocą opcji, zaczęli postrzegać politykę odpowiedzialności cywilnej firmy jako opcję o charakterze finansowym.

Inne warunki sekurytyzacji ryzyka katastroficznego są kontraktowymi formami, które istnieją wewnątrz rynku ubezpieczeniowego. Tradycyjnym instrumentem ubezpieczycieli do zabezpieczenia ryzyka katastrofy jest reasekuracja. Liczne fakty dowodzą jednak, że ta forma sekurytyzacji ryzyka katastroficznego jest niezwykle droga w porównaniu z innymi formami zabezpieczenia ryzyka katastrofalnego. Przykład umów reasekuracji katastroficznych pokazany przez Froot i O'Connel [4] sugeruje, że w ciągu ostatniej dekady stosunek ceny pomniejszony o oczekiwane straty do oczekiwanych strat należał do przedziału 60-70%, co może dowodzić, że może być jeszcze bardziej znaczący na wysokim poziomie pokryć tego rodzaju ryzyka. Te koszty wydają się odzwierciedlać nieskuteczność tradycyjnych umów reasekuracyjnych.

Należy też zwrócić uwagę na aspekt hazardu moralnego, jaki pojawia się w reasekuracji wszelkiego typu ubezpieczanego ryzyka. W warunkach istnienia możliwości zabezpieczenia ryzyka są jasno kreowane koszty takiego hazardu. Stwierdza się tu, że *a priori* zabezpieczenie będzie miało tendencje do tworzenia inicjatyw zmierzających do rozsądnej oceny ryzyka. Natomiast *a posteriori* reasekuracja będzie wpływała na pewną niedbałość ubezpieczycieli w ich czynnościach związanych z rozliczaniem roszczeń. Tendencja taka jest wyjątkowo ważna dla strat katastrofalnych, których skala sama w sobie jest wystarczająca, aby możliwości wypłacalności ubezpieczyciela stały się nierealne w rozliczeniu roszczeń w rozsądny i systematyczny sposób. W znanych z literatury opisach reagowania na zgłaszane roszczenia dostrzega się dowody na istnienie niezwyklej hojności przy rozliczaniu szkód, jak na przykład po trzęsieniu ziemi Northridge i huraganie Andrew. Oczywiście istnieją instytucje wymuszające kontrole, które nie dopuszczają do nierealnych żądań i korygują takie problemy do rozsądnych rozmiarów. W takich przypadkach reasekuracja jest bezwarunkowo długoterminową transakcją, uzgodnioną przez wyspecjalizowanych ekspertów. To uzgodnienie zawiera określone unormowane postępowania w przypadku ryzyka katastrofalnego i ogranicza niezgodne z ustaleniami postępowanie stron umowy, ale w praktyce wpływa to często na utratę reputacji ubezpieczyciela spowodowaną niesprzyjającym dla poszkodowanego postępowaniem, a także zwiększeniem kosztów wywołanych zarówno takim postępowaniem, jak i „sza-

fowaniem” wysokością szacowanych strat. Chociaż ubezpieczyciele nie zawsze muszą postępować hazardowo (nieoczekiwanie przewrotnie lub wręcz perwersyjnie), to jeśli są reasekurowani, koszty zapobiegania takiemu zachowaniu są wysokie. Koszty moralnego hazardu mogą wynikać nie tylko z zawyżania poziomu roszczeń, ale także z zawierania niekorzystnych umów kontraktowych nieadekwatnych do poziomu zagrożenia. Gwarantują one nadmierne wypłaty rekompensujące bezwzględnie nieuczciwe inicjatywy reasekuracyjne.

Drugi koszt transakcji powstaje z ryzyka odmowy lub zwłoki wypłaty odszkodowania. Zjawiska katastroficzne Andrew i Northridge wywołały niewypłacalność ubezpieczyciela i reasekuranta. Ponieważ skala potencjalnych katastrof wzrasta, można by oczekiwać, że niewypłacalności te będą wzrastać nieproporcjonalnie do ich oczekiwanego poziomu. Głównym problemem, jaki z tego wynika, jest jednak to, że współczynnik ryzyka do składki ubezpieczeniowej jest bardzo wysoki dla reasekurantów katastroficznych, którzy pokrywają tzw. ogony dystrybuanty strat. Możliwość niewypłacalności powoduje różne koszty transakcji. Po pierwsze, potencjalna niewypłacalność ogranicza efektywność ubezpieczenia reasekuracyjnego i może sprawić, że ubezpieczyciel wesprze reasekurację innymi adaptacyjnym strategiami mającymi na celu adresowanie porażki reasekuracji. Po drugie, możliwość niewypłacalności może prowadzić do rekwirowania dóbr prywatnych do publicznego użytku (ang. *expropriatory*) i to wymaga kosztownych ograniczeń kontraktowych. Po trzecie, co jest najbardziej bezpośrednio dotkliwe, niewypłacalność jest obwarowana całym zestawem bezpośrednich kosztów transakcji przy powtórnym lokowaniu zasobów przez wierzyciela, jakim jest w tym przypadku zalegający ze spłatą ubezpieczyciel, względem konkurujących podmiotów zgłaszających roszczenie. Te koszty będą czy też powinny być uwzględnione i przewidziane w celu ich wyceny na efektywnym rynku ubezpieczeń ryzyka katastroficznego.

Koszt ubezpieczenia katastroficznego i reasekuracji odzwierciedla również koszty nagłace (ang. *burning costs*) lub oczekiwane straty oraz koszty transakcji. W dodatku wysokie koszty transakcji zostały spotęgowane rzeczywiście zrealizowanymi stratami w krótkim okresie. Spowodowało to wzrost oszacowania oczekiwanych przyszłych strat w ostatnich latach.

W różnych artykułach zwrócono już uwagę na niespotykany poziom ubezpieczonych strat katastroficznych w ostatniej dekadzie w porównaniu z wcześniejszymi okresami [6; 2; 1]. Zwraca się w nich uwagę na niekorzystnie wysoki poziom ubezpieczonego kapitału w obszarach o wysokim ryzyku i nieco bardziej kontrowersyjne stwierdzenie, że nastąpiła zmiana w poziomie zdarzeń katastroficznych związanych z pogodą ze względu na cykliczne czynniki lub

podstawowe zmiany klimatu. Te zmiany rozkładu w czasie poziomu zdarzeń katastroficznych nie wywołują niestety działań zmierzających do zrównoważenia obciążenia ryzykiem ich pojawiania się obszaru ubezpieczeń przez inne instrumenty zarządzania ryzykiem. Podkreślają jednak pozornie wysoki i wzrastający koszt zagrożenia katastroficznego, co z kolei wpływa na zwiększenie znaczenia i zainteresowania tematem zarządzania ryzykiem. Zatem instytucje finansowe postrzegają ten obszar jako cel możliwości rozwinięcia swej działalności.

Ostatni warunek wstępny odnosi się do jakości i dystrybucji informacji. Wzrastający koszt zagrożenia katastroficznego stał się ważnym czynnikiem pojawienia się nowych firm modelujących katastrofy, takich jak RMS, Eqecat i AIR. Te firmy modelują wiele potencjalnych zdarzeń katastroficznych i, dzięki łączeniu wiedzy naukowej o burzach i wydarzeniach sejsmicznych z danymi dotyczącymi budownictwa i kapitału akcyjnego (włączając inżynieryjne dane na temat struktur budowlanych), mogą oszacować schematy szkód. Włączenie danych finansowych i ubezpieczeniowych umożliwia poprzez te modele oszacowanie strat i przydzielanie odpowiednich kwot pieniężnych odpowiadających tym stratom ubezpieczycielom. Te modele, wraz z własnymi modelami ubezpieczycieli, polepszyły jakość prognoz strat katastroficznych. Z kolei ulepszone oszacowania oczekiwanych strat wpłynęły na rozwój reasekuracji katastroficznej i nowych instrumentów.

Informacyjna równowaga

Najistotniejsze w pojawieniu się tych modeli jest jednak to, że spowodowały one wyrównanie obszaru informacji. Asymetria informacji pomiędzy stronami potencjalnego kontraktu nie jest czynnikiem sprzyjającym w rozwoju handlu kontraktami na rynku ubezpieczeń. Na rynku tradycyjnej reasekuracji, ubezpieczyciele i reasekuranci bez wątpienia mieli porównywalną przewagę nad ubezpieczanymi i inwestorami w szacowaniu strat katastroficznych, a co więcej, wiele profesjonalnych reasekuratorów prawdopodobnie modelowało i rozumiało to ryzyko lepiej niż inni ubezpieczyciele. Należy bowiem uwzględnić fakt, iż przewaga informacyjna tego typu daje większe możliwości zysku (stronie silniejszej kapitałowo). Rozpoznając to, istnieje mniejsze prawdopodobieństwo, że niedoinformowana strona zaangażuje się w kontrakt. Nowe firmy modelujące straty wyrównały ten obszar poprzez zapewnienie usług szacowania strat nie tylko ubezpieczycielom i reasekuratorom, ale także bankom, firmom konsultingowym, maklerom i inwestorom. To, że wszystkie strony biorące udział w ryzyku poniesienia strat mogą być jednakowo poinformowane, stało się czynnikiem wzbudzenia w inwestorach zainteresowania nowymi instrumentami finansowymi.

2. Innowacyjne formy modelowania zabezpieczenia w zagadnieniu podejmowania decyzji

2.1. Zabezpieczenia braku odszkodowania – ryzyko bazowe a moralny hazard

Przypadek sekurytyzacji ryzyka katastroficznego, jaki rozważymy, opiera się na dwóch argumentach. Pierwszym jest to, że przemysł ubezpieczeniowy ponosi straty, które są nienaturalnie duże względem finansowej możliwości rynku ubezpieczeniowego, ale nieznaczne w stosunku do większych rynków finansowych. A zatem twierdzi się, że nawet bardzo duże katastrofy mogą być zabezpieczone finansowo przez rynki kapitałowe bez poważnego przemieszczenia kapitału. Na przykład możliwa strata 100 mln dol. wymagałaby 40% całkowitej nadwyżki amerykańskiego przemysłu ubezpieczeń majątkowych i odpowiedzialności cywilnej. Ale ta sama strata jest mniejsza niż przeciętny **wariant obrotów wartości handlowej** na rynkach kapitałowych. Drugim argumentem jest to, że straty katastroficzne nie są skorelowane z głównymi indeksami (wskaźnikami) rynków kapitałowych, a zatem reprezentują instrument zero beta, który oferuje inwestorom ogromne zróżnicowanie. Choć argumenty te nie są nieścisłe i niepoprawne, pomijają dodatkowo to, co wydaje się być istotną kwestią. Chodzi o to, że żaden z tych argumentów nie porusza problemu nieefektywności reasekuracji, jaki jest podstawowym elementem sekurytyzacji, niezależnie od niewydolności tej formy wspomagania zabezpieczenia przed ryzykiem katastroficznym. W zasadzie straty katastroficzne mogą być rozłożone na całym rynku kapitałowym i nie powodować zmiany aktualnej struktury reasekuracyjnej.

Prowadząc rozważania o reasekuracji, należy pamiętać, że jest ona nie tylko powszechną, długoterminową, ale i kosztowną formą transferu ryzyka. Jest dokonywana na rynku, dla którego reputacja jest bardzo ważna i występujące tu strony wiążą się ze sobą na zasadzie obopólnych korzyści. Reputacja strony zawierającej umowę reasekuracyjną jest niezwykle ważna. Raz utracona, staje się poważnym ograniczeniem przy zawieraniu kolejnych transakcji. Problem tkwi w tym, że **rynek reasekuracyjny jest przeciwieństwem rynku transakcji natychmiastowych**, na którym handluje się wieloma finansowymi aktywami. Rynek reasekuracji oferuje bowiem produkty kosztowne i uciążliwe w dość niewygodne, a nawet uciążliwe zestawy zależności. Jego egzystencja może być wyjaśniona przez **podstawowy element charakteryzujący transakcje reasekuracyjne, jakim jest hazard moralny reasekuracji**. Wynika to z procedur i uwarunkowań zawierania tych transakcji, które są następujące:

- cedent określa swe praktyki oceny ryzyka i rozliczania roszczeń,
- ocena ryzyka i rozliczanie roszczeń są zależne lub mogą zależeć od niesprzyjającego wpływu obecności reasekuracji.

Prowadzi to do pojawienia się zjawiska moralnego hazardu, które obserwuje się zarówno przed, jak i po fakcie. Dla ubezpieczenia katastroficznego hazard moralny przed faktem jest szczególnie niepokojący. Spowodowane jest to tym, że kumulacja roszczeń przy dużej stracie katastroficznej prawdopodobnie doprowadzi do odejścia od wcześniejszych udogodnień w rozliczeniach strat cedentów ubezpieczeniowych. Monitoring, reputacja i chęć zabezpieczenia długoterminowych kontaktów dla zabezpieczenia przyszłego pokrycia strat stają się zatem instrumentami do zapobiegania nadmiernemu wykorzystywaniu przez głównego ubezpieczyciela swego reasekuranta, poprzez kreowanie praktyk rozliczenia strat.

Pierwszą główną innowacją sekurytyzacji stało się oferowanie alternatywnego i prawdopodobnie tańszego sposobu adresowania kosztu moralnego hazardu.

Rozważany tutaj problem jest wszechobecny w konstruowaniu kontraktu: jak zabezpieczyć skuteczną równowagę pomiędzy podziałem ryzyka a efektywnością ekonomiczną? Alternatywnym rozwiązaniem jest zaprojektowanie kontraktu zabezpieczającego, w którym wypłata wiąże się z instrumentem, jaki jest skorelowany ze stratą ubezpieczyciela, ale nad którym ubezpieczyciel ma małą kontrolę. Takimi instrumentami mogą być:

- wskaźnik wszystkich strat katastroficznych przemysłu według regionu,
- wskaźnik strat katastroficznych podzestawu ubezpieczycieli według regionu,
- wskaźnik wszystkich ubezpieczycieli, wyłączając firmę zabezpieczającą,
- wskaźnik ubezpieczycieli z portfelem zobowiązań podobnym do firmy zabezpieczającej,
- modelowane oszacowanie strat firmy zabezpieczającej z danego wydarzenia,
- harmonogram wcześniej ustalonych wypłat, każdej przypisanej do wcześniej określonego wydarzenia.

W amerykańskich realiach wskaźniki są używane w umowach opcji CBOT i w umowach planowanych dla nadchodzącej wymiany Bermuda. Co więcej, zaprojektowano obligacje katastroficzne o przypisanych wskaźnikach. Ale najbardziej widoczne ostatnie emisje obligacji katastroficznych nie wykorzystywały możliwości uwzględnienia w tych obligacjach wskaźników korygowania moralnego hazardu. Na przykład obligacja katastroficzna USAA o wartości 400 mln dol. nie była opatrzona wskaźnikami, ale związana z własnymi stratami USAA, a zatem zatrzymała 20% prowizję koasekuracyjną i określiła procedury

kontroli finansowej roszczenia, aby zapobiec moralnemu hazardowi ubezpieczyciela. W kontroli moralnego hazardu rzeczywiście wygląda to całkiem jak konwencjonalna reasekuracja. Przeciwnie do takiej konstrukcji obligacji, obligacja katastroficzna Swiss Re-First Boston o wartości 100 mln dol. była opatrzona tymi wskaźnikami, ale była emitowana przez reasekuranta pozornie dla zwiększenia możliwości oferowania konwencjonalnej reasekuracji. Należy tu wyraźnie zaakcentować, że jakiegokolwiek zyski z wydajności danej formy zabezpieczenia wymagają tego, aby główny ubezpieczyciel zaakceptował równowagę pomiędzy ryzykiem bazowym a moralnym hazardem.

2.2. Refinansowanie nieprzewidzianych wydatków

Drugą innowacją jest alternatywne określenie przez ubezpieczyciela problemu z zarządzaniem ryzykiem. Istotne jest tu przyjęcie hipotezy, że w następstwie wydarzenia katastroficznego ubezpieczyciel uzna swą nadwyżkę za wyczerpaną lub uszczuploną. Taką samą opcję przyjmie względem możliwości działań finansowych dotyczących oferowania bezpośredniego ubezpieczenia. Firma straci więc dochód z przemieszczenia przyszłych transakcji. Zabezpieczenie zastępuje utraconą nadwyżkę, ale może być ono zastąpione bezpośrednio przez emisję akcji po stracie. **Finansowanie akcji po stracie jest substytutem zabezpieczenia.**

Problem, jaki się pojawia w związku z refinansowaniem akcji, polega na tym, że sama strata prawdopodobnie spowoduje spadek wartości akcji. A zatem refinansowanie w najlepszym przypadku będzie obciążone poważnym ryzykiem „rozrzedzenia” środków, tzn. możliwe będzie tylko wybiórcze działanie, a w najgorszym przypadku będzie ono niemożliwe do zrealizowania. Tylko jeśli wartość akcji po stracie jest dodatnia (nadwyżka plus wartość franszyzy), refinansowanie jest wykonalne. Mieszaną strategią jest refinansowanie nieprzewidzianych wydatków, w której ubezpieczyciel emituje opcję sprzedaży na bazie własnego kapitału. Skonstruowanie takiej katastroficznej opcji sprzedaży jest możliwe, czego podjęła się amerykańska firma Aon.

W następstwie wcześniej ustalonego wydarzenia (strata katastroficzna o danej wielkości) firma może emitować nowe akcje skierowane do przeciwnej strony po ustalonej eksperymentalnej lub symulowanej cenie. Jeśli opcja jest „w pieniądzu”, ubezpieczyciel jest rekapitalizowany, a przeciwna strona zabezpiecza częściową ochronę tego ryzyka. Efekt rozrzedzenia jest mniejszy niż w przypadku emisji prostej akcji po stracie, a wartość oryginalnych akcji jest w pewnym stopniu chroniona. Ponieważ opcja sprzedaży reasekuracji ma czę-

ściowe zabezpieczenie, istnieją problemy związane z inicjatywą (zachętą), lecz mogą one być łagodzone dzięki koordynacji uruchomienia katastrofy i symulowanej ceny opcji [3].

3. Umorzenie długu – zabezpieczenie zobowiązań

Tak jak poprzednio omówione dwie innowacje, umorzenie długu nie jest całkowicie nowe; datuje się je od początków ubezpieczeń w takich umowach, jak bodmeria (pożyczka pod zastaw statku). Zasadą jest kompensowanie stronie ponoszącej straty nie poprzez dokonanie zapłaty, ale przez umorzenie długu. Nowością w obligacjach katastroficznych jest to, że dług jest tworzony specjalnie jako dodatkowe zabezpieczenie dla instrumentu zabezpieczającego. Pozbawione wszystkich legalnych i regulacyjnych cech obligacje katastroficzne są po prostu instrumentami dłużnymi emitowanymi przez ubezpieczyciela tworzonymi dla strony przeciwnej. Dług ten będzie umorzony (składka, warunki umowy lub oba), jeśli nastąpi określone wydarzenie. Zyski są zazwyczaj trzymane w depozycie, a dług jest spłacony, jeśli nie pojawi się żadna strata.

Główną zaletą umarzania długu jest to, że forma ta niweluje ryzyko odmowy lub zwłoki zapłaty ubezpieczycielowi. Jest to odmienne działanie od podejmowanego w przypadku reasekuracji, gdzie wypłacalność reasekuranta staje się najważniejsza po głównej stracie katastroficznej. Zatem tu tkwi jednocześnie siła i słabość obligacji katastroficznych. Możliwość planowania ryzyka kredytowego jest użyteczną cechą, ale sposoby, w jaki instrumenty były dotychczas używane przez ubezpieczycieli, spowodowały utratę w wielu przypadkach zysków osiągniętych ze zróżnicowania.

W emisjach obligacji katastroficznych obserwowanych w praktyce w ostatnich latach kapitał był przeznaczony do dodatkowego zabezpieczania maksimum zabezpieczonej straty w poszczególnych indywidualnych umowach związanych z ryzykiem i zagrożeniem. Ograniczenie wykorzystania kapitału w ten sposób ma okazjonalny koszt. Ponieważ straty nie są idealnie skorelowane, w przyszłości możliwe jest pojawienie się umów konstruowanych dla licznej grupy klientów, w której zabezpieczenie dotyczy ryzyka kredytowego przy mniejszym kapitale niż w przypadku indywidualnych transakcji.

Wnioski

Opisane powyżej modelowe innowacje są stosowane w zarządzaniu ryzykiem katastroficznym. Są one związane ze specyficznymi potrzebami, jakie pojawiają się na rynku ubezpieczeń. Ale jest mało prawdopodobne, aby te innowa-

cje sprowadzały się tylko do pojedynczych grup ryzyka. Ryzyko odpowiedzialności cywilnej stawia podobne wyzwania przed ubezpieczycielami, jak ryzyko katastroficzne i choć dotychczas obserwowane cechy zagrożenia odpowiedzialności cywilnej mogą być różne, istnieją również w tym przypadku problemy odnoszące się do moralnego hazardu i ryzyka bazowego, które mogą być chronione przez inne formy umów niż tradycyjne zabezpieczenia. Omówione trzy innowacje – umowy o braku odszkodowania, refinansowanie nieprzewidzianych wydatków i umorzenie długu – mają cechy charakterystyczne umów odpowiedzialności cywilnej. W innym obszarze zarządzania zbiorowym ryzykiem podmiotu niezwiązanego z ubezpieczeniami, tzn. z bezpośrednim interesem ubezpieczycieli, wprowadzono już znaczne innowacje, z których większość przypomina te dla ryzyka katastroficznego ubezpieczyciela. Na przykład nowy kształt nadano problemowi zarządzania zbiorowym ryzykiem będącym jednym z rozwiązań refinansowania i zmiany struktury kapitału (w przeciwieństwie do zabezpieczenia). To są tylko dwie innowacje. Istotne w tym przypadku jest to, że atrakcyjna dla inwestora innowacja w sferze ryzyka katastroficznego może być kontynuowana „po cichu” w innej formie.

Podsumowując powyższe stwierdzenia, należy zaakcentować potrzebę konstruowania swoistego „reduktora niepewności”, czyli modelu prototypowego dla omawianego tu głównie ryzyka katastroficznego, który byłby wzorcem bardziej uniwersalnym dla różnych typów ryzyka katastroficznego oraz ryzyka odpowiedzialności cywilnej. Wtedy bowiem beneficjenci ewentualnych zysków z zawieranych umów byłiby bardziej związani z realnymi zagrożeniami typu ubezpieczeniowego przy efektywnym włączeniu instrumentalnych rozstrzygnięć, które proponuje rynek kapitałowy.

Literatura

1. Cummins J.D., Lewis C.M., Phillips R.D.: *Pricing Excess of Loss Reinsurance Contract Against Catastrophic Loss*. W: *Financing the Risk of Catastrophic Loss*. Red. K. Froot. National Bureau of Economic Research, Cambridge 1998.
2. D'Arcy S.P., France V.G.: *Catastrophe Future: A Better Hedge for Insurers*. „The Journal of Risk and Insurance” 1995, Vol. 59, s. 575-600.
3. Doherty N.A.: *Innovations in Managing Catastrophe Risk*. „The Journal of Risk and Insurance” 1997, Vol. 64, No 4.

4. Froot K.A., O'Connell P.G.J.: *On the Pricing of Intermediated Risk: Theory and Application to Catastrophe Reinsurance*. National Bureau of Economic Research, 1996.
5. Harrington S.E.: *Insurance Derivatives*. „Tax Policy, and the Insurance Industry” 1997, Vol. 64, No 4.
6. Lewis C.M, Murdock K.C.: *The Role of Government Contracts Discretionary Reinsurance Markets for Natural Disasters*. „The Journal of Risk and Insurance” 1996, Vol. 63, s. 567-597.
7. Roberts E.B.: *The Dynamics of Research and Development*. Harper and Row Publishing, New York 1964.
8. Santomero A.M., Babel D.F.: *Risk Management by Insurance: An Analysis of the Process*. „The Journal of Risk and Insurance” 1997, Vol. 64, s. 231-270.

AN IDEA OF MODELLING INNOVATIONS IN EXTREME RISK MANAGEMENT

Summary

The model innovations described in the article are applied in management of catastrophic risk in order to address the specific needs that occur in insurance market. However, these innovations are not likely to become restricted to an individual insurance area. Civil liability risk poses the same challenges for insurers as catastrophic risk and, even though temporary features of civil liability threat may be various, there are also problems concerning moral hazard credit and risk that may be a subject to other forms of contracts than traditional hedging. Three discussed innovations: lack of compensation contract, rollover of the unforeseen expenses and remission of a debt present the characteristics of plans of contracts which can be also applied to civil liability as well. In another area of managing the collective risk of an entity not connected with insurance, i.e. with a direct interest of insurers, significant innovations have been experienced, most of which resemble those for insurer catastrophic risk.

Włodzimierz Szkutnik

ZARZĄDZANE PRZEWIDYWANIE NIEWYPŁACALNOŚCI FIRM UBEZPIECZENIOWYCH – ASPEKT STATYSTYCZNY

W praktyce analiz ubezpieczeniowych zarządzanie ryzykiem upadłości firmy lub zarządzane przewidywanie niewypłacalności ma ogromne znaczenie nie tylko dla jej egzystencji, ale głównie ubezpieczonych podmiotów i rynku ubezpieczeń jako całości. Nadzory ubezpieczeń w każdym kraju pełnią rolę gwaranta, którego głównym zadaniem jest wskazanie, że działalność firmy jest zagrożona i należy dokonać odpowiedniej korekty. Powinna ona dotyczyć albo rodzajów posiadanych portfeli ubezpieczeń, lokat, rezerw technicznych, zasobów kapitałowych, przemieszczeń w aktywach i pasywach firmy, albo w ostateczności pozyskania partnera strategicznego.

Przedmiotem rozważań artykułu są możliwości testowania systemów RBC i FAST preferowanych przez nadzór ubezpieczeniowy na amerykańskim rynku ubezpieczeń i analizy modelowe korygowania niewypłacalności firm ubezpieczeniowych poprzez prognozy. W polskich realiach systemy zarządzanego przewidywania niewypłacalności zakładów ubezpieczeń także opierają się na systemach finansowych wskaźników. W artykule przede wszystkim przedstawiono jednak pewną koncepcję modelu symulacji przepływu gotówki w firmie ubezpieczeniowej uwzględniającą dynamikę zdarzeń w analizie finansowej, który jest alternatywny wobec systemów statycznych przewidywania upadłości opartych na finansowych wskaźnikach. Modele statyczne są praktycznie stosowane przez ekspertów Narodowego Stowarzyszenia Pełnomocników Ubezpieczeniowych NAIC (*National Association of Insurance Commissioners*), odpowiednika polskiej Komisji Nadzoru Finansowego (KNF). Są to: system audytowy prze-

prowadzenia analiz finansowych i nadzoru FAST (*Financial Analysis Surveillance Tracking*) oraz system kapitału obciążonego ryzykiem RBC (*Risk-Based Capital*).

System FAST jest dominujący w przewidywaniu niewypłacalności, lecz bywa też stosowany łącznie z systemem RBC. W przypadku modeli dynamicznych mogą być stosowane metody scenariuszowe w skojarzeniu z symulacyjnymi modelami logitowymi regresji, jako testy. W modelach tych uwzględnia się wyniki uzyskiwane z zastosowaniem modeli FAST i RBC lub tylko jednego z tych modeli. W tym przypadku stwierdza się, że zmienne systemów symulacji przepływów pieniężnych wyraźnie wzmacniają regresję ze względu na ich znaczącą moc wyjaśniającą, co prowadzi do bardziej dokładnego przewidywania wypłacalności w porównaniu z systemami stosowanymi przez NAIC. Systemy: RBC (stosowany od 1994 roku), FAST (stosowany od 1993 roku) i starszy od nich system IRISI oparty na 12 współczynnikach, umożliwiają podjęcie szybkiej akcji korygującej w momencie zidentyfikowania ubezpieczycieli mających określone problemy finansowe.

Badania [10] nad przewidywaniem niewypłacalności przez system RBC wykazały, że chociaż stosunek całkowitego skorygowanego kapitału (*Total Adjusted Capital* – TAC), będący różnicą między aktywami a zobowiązaniami, do minimalnego poziomu wartości ACL RBC kapitału obciążonego (związanego) ryzykiem jest znaczący i ujemnie skorelowany z prawdopodobieństwem późniejszego następującego niepowodzenia, to jednak mało jest firm, które miały kłopoty finansowe (upadły), spełniały w momencie monitorowania kryteria Komisji Nadzoru NAIC'a. tzn. takie, w których stosunek ten mieścił się w wymaganych granicznych zakresach. Grace, Harrington i Klein przeprowadzili także analizy, w wyniku których dostrzegli, że moc przewidywania przez RBC może być zwiększona przez rozszerzenie kontroli nad wielkością ubezpieczyciela i jego organizacją. Stwierdzili ponadto, że system FAST (oparty na 29 współczynnikach finansowych) daje wyniki odwrotnie „ustawione” do siły finansowej firmy. Należy w tym miejscu nadmienić, że siła finansowa firmy jest oceniana przez RBC. W testach wynik FAST prowadzi do znacznie lepszych efektów niż RBC w przewidywaniu niewypłacalności. Wadą obu tych systemów scenariuszowych przewidywania niewypłacalności jest to, że podstawą wyniku w ich stosowaniu jest statyczny obraz działalności firmy w danym momencie [5].

Bardziej dynamicznym testem jest dynamiczna analiza finansowa DFA (*Dynamic Financial Analysis*) wdrażana zwykle przez zastosowanie symulacji przepływu pieniądza [12]. Cechą modelu DFA jest to, że umożliwia wykorzystanie informacji, których nie można wprowadzić w systemach statycznych, a za-

tem prowadzi to do bardziej dokładnego przewidywania niewypłacalności. Można w tym modelu między innymi korzystać z wzorców (*runoffs*) rezerw na pokrycie strat i przepływu środków pieniężnych, a także wprowadzić informację makroekonomiczną, na przykład o stopie inflacji czy tych wynikających z krzywej dochodowości.

Model DFA umożliwia przeprowadzenie testu *ex ante* umożliwiającego zbadanie dokładności przewidywania zestawu 19 współczynników FAST, jakie były konsekwentnie stosowane przez Cumminsa, Grace'a i Phillipsa [4] przez cały okres. Nie dokonali natomiast tego autorzy badań [10], którzy opierali 3-letnie prognozy na testach, w których były zawarte informacje z roku poprzedzającego prognozę dla danego roku, a zatem nie wykonali testu dokładności wykrywania niewypłacalności systemu FAST przed faktem (*ex ante*).

Okazuje się, że zastosowanie analizy cech operacyjnych ROC (*receiver operating characteristic*), mającej swe źródła w inżynierii, umożliwia określenie, czy zmienne przepływów pieniężnych uzupełniają znacząco możliwości RBC i FAST w przewidywaniu wypłacalności ubezpieczycieli. Podejście to jest bardzo przydatne w analizie niewypłacalności przy porównywaniu wyników przewidywania przez alternatywne modele monitorowania wypłacalności. Potwierdza się w tym przypadku wynik [10], że formuła kapitału obciążonego ryzykiem (związanego z ryzykiem, spekulacyjnego) zawarta w określeniu RBC i jej komponenty nie są efektywne w przewidywaniu niewypłacalności. Natomiast stwierdza się, że dokładność przewidywania jest znacząco ulepszona przez zastosowanie zmiennych z systemu audytowego FAST.

Istotne jest tu głównie to, że dynamika zmiennych systemu FAST wpływa korzystniej na dokładność przewidywania niż stały zestaw współczynników tego systemu stosowany konsekwentnie przez cały okres badania. Przy tym wyniki symulacji przepływów pieniężnych wpływają na wzrost mocy wyjaśniających zmiennych RBC i FAST niezależnie od tego, czy są one rozpatrywane oddzielnie, czy łącznie uwzględnia się oba typy zmiennych.

W dalszej części tego artykułu rozważania ograniczymy głównie do analizy cech operacyjnych ROC (*receiver operation characteristic*) ze względu na interesujący i ważny w praktyce analitycznej firm ubezpieczeniowych kontekst aplikacyjny porównywania wyników uzyskanych na podstawie modeli DFA z wynikami monitorowania wypłacalności w systemach FAST i RBC. Wcześniej jednak wprowadzimy pewne rodzaje ryzyka wpływającego na niewypłacalność firm ubezpieczeniowych oraz omówimy szerzej systemy RBC i FAST.

1. Określenie składowych ryzyka ekonomicznego

Ryzyko w ogólnej koncepcji określają jego komponenty, co wynika z wielodziedzinowej działalności ekonomicznej prowadzonej w firmie ubezpieczeniowej. Składają się one na ogólnie postrzeganą koncepcję ryzyka ekonomicznego. Wprowadzimy tu pewne informacje i opisy, których celem jest przybliżenie pojęcia ryzyka ekonomicznego przedstawianego zwykle w postaci jego składowych, między innymi ryzyka wyceny, ryzyka rezerw i ryzyka rynkowego. Szerze ujęcie tego pojęcia wymaga sprecyzowania formy działalności gospodarczej i w niniejszym artykule nie będziemy szerzej rozwijać tego zagadnienia. Omówione komponenty ryzyka wpływają na ocenę odpowiednich składowych wskaźnika mocy finansowej RBC firmy, jak również na składniki wskaźnika ogólnego FAST. Wskaźniki ogólne nie dostarczają takich informacji, jakie wynikają ze szczegółowego ryzyka i dlatego moc wyjaśniająca niewypłacalność firm oparta tylko na takich wskaźnikach znacznie się zmniejsza. Wskazują na to badania empiryczne, których aspekt jest podstawą rozważań w artykule.

Ryzyko wyceny

Ryzyko wyceny jest definiowane przez możliwość zaistnienia sytuacji, w której współczynnik straty na nowej transakcji będzie wyższy niż się oczekuje. Współczynnik straty odnosi się do pewnego okresu nowej transakcji, o której zakłada się, że jest zawarta przez firmę po dacie zamknięcia analizowanego rocznego zestawienia. Scenariusz podstawowy określa współczynnik oczekiwanej straty dla każdej dziedziny gospodarczej, a w tym scenariuszu współczynnik ten jest równy: sumie połowy (0,5) współczynnika przeciętnej straty firmy dla 5 lat kończących zestawienie z bieżącego roku oraz połowy (0,5) współczynnika straty przemysłu w tracie tego samego okresu.

Umiarkowanie i surowo niesprzyjające scenariusze zakładają, że współczynnik oczekiwanej straty jest równy podstawowemu współczynnikowi plus odpowiednio 0,5 i jedno odchylenie standardowe. Odchylenie standardowe dla dziedziny gospodarczej jest obliczane dla tego samego okresu 5 lat i jest średnią odchyłeń standardowych firmy i przemysłu.

Model mógłby być zastosowany z wagami wiarygodności różnicującymi poszczególne firmy i wtedy większe firmy miałyby wyższą wagę dla współczynnika ich strat niż mniejsze firmy.

Przyjęcie schematu o jednakowym ważeniu doświadczeń firmy i całego przemysłu ponownie unifikuje się ze strategią testowania modelu przy minimalnej interwencji operatora w celu zapewnienia silnego testu dokładności symula-

cji przepływu gotówki. Eksperymentując z różnymi wagami dla ryzyka wyceny i bardziej specyficznymi wartościami innych parametrów dla danych firm, prawdopodobnie takie podejście dostarczyłoby bardziej dokładnych wyników przy modelu przepływu gotówki. Uwaga ta ma jednak charakter słabo formalnie uzasadniony.

Ryzyko rezerw

Ryzyko rezerw jest określone przez relację wynikającą z różnicy między rezerwami na pokrycie strat a wpływami (płatnościami), jakie ewentualnie będą niezbędne dla sprostania zobowiązaniom wynikającym ze strat firmy. Podstawowy scenariusz zakłada, że rezerwy firmy są pomniejszone przez procent równy wyważonej średniej procentu niesprzyjającego rozwoju straty firmy i procentu niesprzyjającego rozwoju straty przemysłu z użyciem danych dostępnych z rocznych zestawień (wagi są równe 0.5). Jeśli rezerwy firmy lub przemysłu są wystarczające w trakcie analizowanego okresu, to odpowiednie procenty niesprzyjającego rozwoju rezerw są ustalone jako równe zero. Umiarkowanie i surowo niesprzyjające scenariusze zakładają, że rezerwy na pokrycie strat firmy zostały pomniejszone przez wyważony średni niesprzyjający rozwój firmy i przemysłu plus odpowiednio jeden i dwa odchylenia standardowe rozwoju straty.

Ryzyko rynkowe

Ryzyko rynkowe to ryzyko odpowiadające portfelom papierów wartościowych firmy, które może spowodować straty kapitałowe podczas okresu symulacji. Portfel w kontekście strat jest scharakteryzowany dwoma sposobami. Po pierwsze, symulacja zakłada, że firma ma problemy z powodu straty kapitałowej podczas pierwszego roku analizy i potem obserwuje się zyski z kapitału w kolejnych latach równe długoterminowej, średniej stopie zysków z kapitału obliczonej na podstawie historycznych danych, których początek datuje się na 1926 rok.

Podstawowy scenariusz zakłada, że stopa zysków z kapitału w pierwszym roku jest równa historycznej średniej. Umiarkowanie i surowo niesprzyjające scenariusze zakładają, że stopa zysków z kapitału w pierwszym roku jest równa historycznej średniej minus odpowiednio jeden i dwa odchylenia standardowe. Odchylenia standardowe to długoterminowe (od 1926 do na przykład 2002 roku) historyczne odchylenia standardowe dla firm o dużym kapitale (zasobach papierów wartościowych) (Ibbotson Associates, 1993).

Drugi sposób, w jaki niesprzyjające doświadczenie strat jest wprowadzone, to modyfikacja stopy zysku z dywidendy dla pierwszego roku i następnie

przywrócenie stopy do historycznego średniego poziomu dla kolejnych lat. Podstawowy scenariusz ustala stopę dochodów z dywidendy dla pierwszego roku jako równą długoterminowej historycznej średniej. Umiarkowanie i surowo niesprzyjające scenariusze zakładają, że stopa pierwszego roku jest równa średniej historycznej minus odpowiednio jeden i dwa odchylenia standardowe. Znowu te statystyki odnoszą się do firm o dużym zasobie papierów wartościowych w okresie od 1926 do okresu badanego 2002 roku (Ibbotson Associates, 1993).

Niedotrzymanie warunków płatności obligacji

Z niedotrzymaniem warunków płatności obligacji łączy się określone ryzyko, jakie pojawia się, kiedy emitenci mogą zwlekać ze spłatami kapitału i odsetek nieuregulowanych emisji (*outstanding issues*).

Dla każdej z sześciu kategorii obligacji NAIC, podstawowy scenariusz zmniejsza nieuregulowany kapitał obligacji o przeciętne doświadczenie czasu trwania obligacji, jak przedstawia to w swej pracy Edward Altman [1].

Umiarkowanie i surowo niesprzyjające scenariusze zawierają stopy strat wygaśnięcia obligacji równe średnim Altmana plus odpowiednio jeden i dwa odchylenia standardowe, obliczone z danych Altmana [1].

Ryzyko kredytowe

Ryzyko kredytowe to ryzyko, że firma nie będzie zdolna do zebrania pełnej sumy należności, jakie agenci reasekurujący dane ryzyko ubezpieczeniowe są dłużni firmie.

Podstawowy scenariusz zakłada, że ubezpieczyciel nie będzie w stanie zebrać 1% ich narosłych retrospektywnych składek i bilansów agentów oraz 4% ściąganych z ich reasekuracji. Umiarkowanie i surowo niesprzyjające scenariusze zakładają, że procenty te będą odpowiednio wynosiły 2% i 5% dla retrospektywnych narosłych składek i bilansów agentów, 5% i 10% dla ściąganych z reasekuracji. Scenariusze ryzyka kredytowego są rozsądne (ang. *judgemental*), kiedy historyczna informacja dotycząca ryzyka kredytowego ubezpieczycieli nie jest powszechnie dostępna.

Ryzyko stopy procentowej

W modelu przepływu gotówki ryzyko stopy procentowej ujmuje się na dwa sposoby. Po pierwsze, rozpiętość kredytu jest zawarta w stopach procentowych wykorzystanych do oszacowania wartości rynkowej portfela obligacji dla ubezpieczyciela. Rozpiętość kredytu jest rozsądnie ustalona na 100 punktów bazowych dla każdej szacującej kategorii obligacji NAIC, tzn. kategorii 1 obli-

gacji NAIC nadano stopy dochodu równe stopie obligacji Skarbu Państwa dla odpowiedniego terminu wykupu, obligacjom kategorii 2 nadano stopy dochodu równe obligacji Skarbu Państwa plus 100 punktów bazowych itd. Po drugie, zakładamy, że stopa procentowa wolna od ryzyka przemieszcza się w górę podczas pierwszych dwóch lat analizy – 100 punktów bazowych po pierwszym roku i dodatkowych 300 punktów bazowych po drugim roku. Stopa wolna od ryzyka, zaczynając od trzeciego do dwudziestego roku, pozostaje na poziomie 400 punktów bazowych powyżej stopy roku pierwszego. Model przepływu gotówki zawiera siedem różnych scenariuszy procentowych, które są definiowane dalej. Scenariusze rozpiętości kredytu i stopy procentowej zostały ujęte przez autorów modelu przepływu gotówki [6] na podstawie zasad finansowych oraz doświadczenia Hodesa i Feldbluma w modelach dynamicznej analizy finansowej wykorzystanej przez ubezpieczycieli i konsultantów aktuarialnych.

Podstaw do przeprowadzenia analizy opartej na scenariuszach dostarcza tabela 1.

Tabela 1

Ekonomiczne scenariusze wykorzystane w symulacjach przepływu gotówki

Scenariusze	Założenia						stopa procentowa	
	wycena	rezervy	giełda	niedotrzymanie warunków płatności	ryzyko kredytowe			
1	Podstawowy	Podstawowy	Umiarkowany	Umiarkowany	Umiarkowany	1 rok	0,01	
						2	0,02	
						3-20	0,05	
2	Umiarkowany	Umiarkowany	Surowy	Surowy	Surowy	1 rok	0,02	
						2	0,03	
						3-20	0,06	
3	Surowy	Surowy	Surowy	Surowy	Surowy	1	0,03	
						2	0,04	
						3-20	0,07	
4	Surowy	Umiarkowany	Umiarkowany	Surowy	Umiarkowany	1	0,04	
						2	0,05	
						3-20	0,08	
5	Surowy	Umiarkowany	Surowy	Umiarkowany	Umiarkowany	1	0,05	
						2	0,06	
						3-20	0,09	
6	Surowy	Podstawowy	Surowy	Surowy	Umiarkowany	1	0,05	
						2	0,06	
						3-20	0,09	
7	Podstawowy	Surowy	Surowy	Umiarkowany	Surowy	1	0,07	
						2	0,08	
						3-20	0,11	

2. Model symulacji przepływów pieniężnych w firmie ubezpieczeniowej

W podejściu do systemów monitorowania niewypłacalności należy zwrócić uwagę na fakt, iż dokładność systemu RBC, jako podstawowego systemu preferowanego przez Stowarzyszenie Aktuariale, ma ogromne znaczenie dla uniknięcia narzuconych kosztów korygujących (rezerwa szkodowa jest zaliczana do kosztów działalności firmy ubezpieczeniowej). Jest tak dlatego, że w przypadku, gdy firma jest w dobrej kondycji finansowej, organy nadzorujące (stwierdzające na podstawie systemu RBC nieprawidłowości) narzucają firmie niepotrzebne koszty związane z poziomem rezerw, co prowadzi do dużych strat na działalności. Systemy FAST i IRISI są mniej restrykcyjne, gdyż decyzje korygujące podejmowane przez kontrolerów NAIC'a na podstawie wyników uzyskanych z zastosowaniem tych systemów są uzgadniane w większym porozumieniu z firmami.

Dokładne odniesienie się do konstrukcji ogólnej modelu symulacji przepływów pieniężnych nie jest łatwe. Wspomnimy więc tu tylko o jego głównych cechach.

W praktyce stosuje się różne modele, głównie te oparte na wskaźnikach, które nie wymagają zbyt dużego merytorycznego przygotowania odbiorcy. Dlatego też są bardziej akceptowane w działalności analitycznej firmy przez finansistów, raczej niedostrzegających niuansów związanych z konstrukcją modeli formalnych, w tym logistycznego modelu regresyjnego i jego wyników, czy stochastycznego, gdyż takie modele także są stosowane na przykład przez organy nadzorcze w Finlandii. Model osadzony w realiach dynamicznego otoczenia finansowego ocenia się na podstawie sprawozdania z Rachunku Przepływów Pieniężnych stosowanego także w Polsce, który ma jednocześnie być testem jakości systemów RBS czy FAST. Ma on postać logistycznego modelu regresji, w którym wpływ na binarną zmienną zależną oceniającą wypłacalność lub niewypłacalność mają cztery grupy zmiennych: grupy zmiennych zawierające wskaźniki RBC i FAST dla różnych form działalności w firmie, grupa zmiennych przepływu środków pieniężnych i grupa zmiennych kontrolnych.

Postać logistycznego modelu regresji w skróconym zapisie przyjmuje postać:

$$y^*(j,t) = \alpha_0 + \sum \alpha_v \frac{RBC(v,j,t)}{S(j,t)} + \sum \beta_\mu FAST(\mu,j,t) + \sum \gamma_l C(l,j,t) + \sum \delta_\tau X(\tau,j,t) + \varepsilon(j,t)$$

W modelu tym $RBC(v, j, t)$ jest składową kapitału związanego z ryzykiem v , $S(j, t)$ odpowiednikiem środków własnych w polskiej praktyce finansowej, a w amerykańskiej nomenklaturze stowarzyszenia aktuariuszy jest to całkowity skorygowany kapitał (TAC); zatem zmienne $\frac{RBC(v, j, t)}{S(j, t)}$ są odwrotnością

poziomu autoryzowanej kontroli kapitału związanego z ryzykiem (*Authorized Control Level Risk Based Capital*), co już wcześniej oznaczyliśmy przez ACL RBC, i jak już także wspomniano, jest minimalnym dopuszczalnym przez nadzór ubezpieczeniowy poziomem kapitału związanego z ryzykiem, tzn. poziomem RBC. Z powyższego wynika, że wartość tej zmiennej powinna być jak najmniejsza.

Zmienne $FAST(\mu, j, t)$ charakteryzują wypłacalność ubezpieczyciela względem cechy μ w systemie FAST oceny wypłacalności ubezpieczyciela. Zmienne $C(l, j, t)$ określają przepływy środków pieniężnych względem wielkości l z rachunku przepływów pieniężnych ubezpieczyciela. Natomiast zmienna $X(\tau, j, t)$ oznacza zmienną kontrolną τ . Składnik $\varepsilon(j, t)$ ma charakter losowy i wynika z logistycznego rozkładu. Indeksy j oraz t oznaczają odpowiednio ubezpieczyciela i rok oceny.

Powyższe modele mają przede wszystkim służyć symulacji przepływu środków pieniężnych w poszczególnych firmach j w roku t . Umożliwia to oszacowanie logistycznych modeli regresji w celu przewidywania wypłacalności firmy i sprawdzenie na tej podstawie dokładności systemów RBC i FAST, a także testowanie zdolność przewidywania różnych technik oceny wypłacalności.

W modelu logistycznym zmienna $y^*(j, t)$ wyraża tendencję ubezpieczyciela j do upadłości, jaka powinna nastąpić w roku t . Wartości tych zmiennych nie są obserwowane, natomiast zamiast tego obserwuje się $y(j, t) = 1$, jeśli ubezpieczyciel staje się niewypłacalny i $y(j, t) = 0$, gdy pozostaje wypłacalny.

Szacowanie i ocena modelu logistycznego

W rozpatrywanym przypadku model logistyczny regresji jest szacowany z zastosowaniem metody maksymalnego prawdopodobieństwa. W rzeczywistości, jeśli liczba niewypłacalnych firm nie jest zbyt duża, stosuje się uproszczony schemat szacowania modelu, oparty na odwołaniu się w badaniu do tzw. wzorca (*hold – out sample*) i zastosowaniu przybliżonej procedury („*jackknife*”) jako kontrolnej w obrębie odchylenia prognozowanego wzorca. W praktyce wymaga to zastosowania specjalnie do tego przeznaczonego komputerowego programu obliczeniowego. Niemniej jednak symulacyjny model przepływu środków pieniężnych w zastosowaniu do porównywania „jakości” różnych systemów przewidywania niewypłacalności ma duże znaczenie i został zweryfikowany przez jego autorów (CGP) w wielu różnych konfiguracjach z zastosowaniem zmien-nych systemu RBC I FAST łącznie i oddzielnie.

Aby porównać dokładność przewidywania modeli logistycznych zawierających występujące w nich zmienne, należy zbadać i ocenić:

- 1) wskaźnik pseudo R^2 (wskaźnik stopy prawdopodobieństwa),
- 2) równowagę (*trade-off* błędy typu I/typu II),
- 3) krzywe cech operacyjnych odbiorcy ROC (*receiver operation characteristic*).

Wskaźnik stopy prawdopodobieństwa lub pseudo R^2 jest równy różnicy liczby 1 i stosunku oszacowanej wartości logarytmu funkcji prawdopodobieństwa oraz wartości funkcji prawdopodobieństwa, gdy współczynniki modelu są ograniczone do zera.

Stopa błędu typu I jest definiowana jako prawdopodobieństwo, że dla firmy, która okazała się w dalszym terminie niewypłacalna, nie została wyznaczona niewypłacalność w momencie ustalania prognozy, a stopa błędu typu II to prawdopodobieństwo, że dla firmy, która pozostała wypłacalna, była prognozowana niewypłacalność. Aby ocenić równowagę typu I/typu II, oblicza się stopy błędu typu I dla różnych poziomów stóp błędu typu II. Modele, dla których stopy błędu typu I są względnie niskie i zależne od stopy błędu typu II, są uznane za najlepsze.

Trzecie podejście omówiono bardziej szczegółowo w następnym podrozdziale.

3. Analiza cech operacyjnych odbiorcy (ROC)

Celem analizy cech operacyjnych odbiorcy (ROC) jest zaprezentowanie w statystycznej formie testu, czy dany model przewyższa alternatywny model binarnego przewidywania niewypłacalności dla różnych stóp błędu typu II. Idea tego podejścia określanego jako praktyka podwójnej predykcji (*binary prediction exercise*) polega na tzw. kategoryzowaniu obserwacji do dwóch wzajemnie wykluczających się grup dla różnych poziomów błędu typu II. Analiza ROC jest zwykle podsumowywana graficznie przez nakreślenie krzywej ROC na dwuwymiarowej płaszczyźnie, gdzie poziom błędu typu II jest nakreślony wzdłuż osi X, a uzupełnienie poziomu błędu typu I do jedności (1 minus poziom błędu typu I) jest nakreślone wzdłuż osi Y. W standardowej analizie zakłada się, że krzywa ma tę samą postać funkcji, jak ta wskazana przez dwa normalne rozkłady. To założenie ma tę dogodną właściwość, że krzywe ROC nakreślone na osiach normalnego odchylenia są przekształcane w linie proste. A zatem, wyznaczając pochylenie b i przecięcie z y , a , przekształcona krzywa ROC opisze dokładnie względną różnicę pomiędzy parametrami dwóch bazowych normalnych rozkładów.

W syntezie przeprowadzonej analizy zakłada się, że dwa alternatywne modele X i Y pozwolą wyznaczyć unikalne krzywe ROC. Celem jest oszacowanie parametrów a i b dla każdego modelu. Aby to osiągnąć, stosuje się technikę maksymalnego prawdopodobieństwa rozwiniętą w pracy [13].

Użyteczną statystyką umożliwiającą ocenę dokładności poszczególnego modelu jest wielkość zwana **wskaźnikiem obszaru** (*area index*) związana z obszarem poniżej krzywej ROC. Wartość tej statystyki jest wskazywana przez parametry A_i , gdzie indeks dolny reprezentuje model (tzn. $i = 1$ lub 2), który jest oceniany. Model, który doskonale rozróżnia firmy wypłacalne i niewypłacalne, będzie miał wskaźnik obszaru równy 1, a model bez mocy rozróżniającej da w efekcie wskaźnik obszaru równy 0,5. Wykorzystując wyniki oszacowania maksymalnego prawdopodobieństwa, testuje się zerową hipotezę o równości obszarów pod dwoma oszacowanymi krzywymi. Oblicza się wartość statystyki

$$z = \frac{A_1 - A_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}}$$

gdzie A_i jest równe wartości pola obszaru znajdującego się pod i -tą krzywą ROC, σ_i^2 jest błędem standardowym wielkości A_i , $i = 1, 2$, a ρ – współczynnikiem korelacji między A_1 i A_2 . Statystyka z ma rozkład normalny i zerowa hipoteza jest odrzucana dla dużych wartości z .

Projektowanie badania – ogólna metodyka

W badaniach przewiduje się stopy upadłości na 3-letnie horyzonty przewidywania na podstawie danych z trzech lat bazowych, na przykład 2002-2004. Zatem dane z 2002 roku są wykorzystywane do przewidywania niewypłacalności w latach 2003-2005, dane z 2003 roku są podstawą oceny niewypłacalności w latach 2004-2006, a dane z 2004 roku są stosowane do przewidywania niewypłacalności dla lat 2005-2007. Badanie może uwzględniać wszystkich ubezpieczycieli majątkowych oraz odpowiedzialności cywilnej, którzy zostali zgłoszeni przez organy nadzorcze jako niewypłacalni w latach 2003-2007. Przyczyną uznania firmy za niewypłacalną może być jakikolwiek formalny państwowy nakaz korygująco-regulacyjny dotyczący jej działalności. Firmę taką traktuje się w badaniu jako niewypłacalną.

Wyniki

Statystyki podsumowujące badania dla wypłacalnych i niewypłacalnych ubezpieczycieli (łącznie) powinny zwierać zmienne wykorzystywane w prowa-

dzonej analizie. Zmienne te w przykładowym zestawieniu w tabeli 2 pochodzą z systemów RBC, FAST (odzielnie) i *cash flow* (dwie zmienne). Zakłada się, że dane pochodzą z wyjściowego 2002 roku.

Tabela 2

2002 łączna statystyka: Ubezpieczyciele wypłacalni w porównaniu z niewypłacalnymi
Panel A: zmienne zastosowane w analizie

Opis elementów statystyki	Firma wypłacalna		Firma niewypłacalna		Wartość statystycznego testu
	średnia	odchylenie standardowe	średnia	odchylenie standardowe	H_0
Log(aktywa)	20.000	1.8	19.000	1.5	4.85
Mała firma fikcyjna	0.754	0.54	0.895	0.42	4.96
Rok rzeczywistej niewypłacalności	0	0	95.76	0.567	- -
Zmienne cząstkowe i całkowita wartość RBC – tylko całkowita	0.32	0.41	0.42	0.31	2.76
Forma organizacyjna powiernicza	0.24	0.45	0.087	0.25	3.1
Procent WSP. RBC < 2	4.67%	18.6%	16.8%	42%	2.34
Ogólny wynik FAST i 6 cząstkowych (niepodane)	421.05	245	987	455.98	6.87
Zgodny współczynnik FAST 1-5 (w przykładzie tylko jeden)	-0.045	0.92	0.32	0.98	1.44
Prognoza roku upadłości	4567.2	5674.2	1298.8	1875.1	6.59
Prognozowana nadwyżka końcowa	8.54	8.24	3.12	9.35	4.4
Log(przewidywany rok upadłości)	3.01	2.65	4.56	2.22	6.9
Wskaźnik 1 przepływu środków pieniężnych	0.123	0.76	-0.67	0.6	7.2
Wskaźnik 2 przepływu środków pieniężnych	0.11	0.98	-0.56	1.35	4.76

Z analiz przeprowadzonych na podstawie oryginalnych badań [4] wynika (z oszacowanego modelu regresji logistycznej), że można stwierdzić, jaka jest moc przewidywania systemu RBC, systemu FAST i zmiennych przepływu środków pieniężnych rozważanych ze sobą w kombinacji. Ponieważ wszystkie zmienne FAST są obarczone wyprzedzeniami w prognozowaniu, więc wskazuje to na silną dominację wyników RBC i przepływu środków pieniężnych. Prawie wszystkie ze zmiennych RBC są statystycznie nieistotne, a zatem wskaźnik mocy finansowej firmy RBC dodaje mało (lub wcale) mocy wyjaśniającej dla FAST. W przeciwieństwie do tego stwierdza się, że wszystkie ze zmiennych przepływu środków pieniężnych są statystycznie istotne, a modele zawierające zmienne przepływu środków pieniężnych mają lepsze, w większości przypadków, działanie ze względu na błędy typu I/typu II niż modele zawierające tylko zmienne FAST i RBC (bez zmiennych przepływu środków). Wynika stąd wniosek, że analiza przepływu środków dostarcza informacji do modeli statycznych systemów przewidywania wypłacalności NAIC, i to nawet wtedy, gdy systemy te zostały zoptymalizowane na podstawie informacji *ex post*.

Formalnie ujmując tę kwestię, przyjmujemy, że dane są dwie zmienne decyzyjne X i Y , które tworzą dwuwymiarowy normalny rozkład prawdopodobieństwa. Na potrzeby rozważań prowadzonych nad regresją logistyczną, chcemy porównać zdolność przewidywania na podstawie dwóch różnych modeli logistycznych regresji X i Y . Dla danego roku bazowego w prowadzonym badaniu każdy model wyznacza prawdopodobieństwo niewypłacalności dla każdego ubezpieczyciela. Rozpatruje się warunkową funkcję gęstości $f(x, y | \text{niewypłacalny})$ jako funkcję łącznej gęstości prawdopodobieństwa niewypłacalności dla firmy, która w końcu staje się niewypłacalna w 3-letnim horyzoncie przewidywania, oraz $f(x, y | \text{wypłacalny})$ jako funkcję łącznej gęstości prawdopodobieństwa dla firmy, która pozostaje wypłacalna. Następnie definiuje się zestaw „cięć” („*cutoffs*”) t_i i u_j takich, że:

- (i) jeśli $x < t_1$, wówczas odpowiedzią jest $i = 1$; jeśli $y < u_1$, wówczas odpowiedzią jest $j = 1$,
- (ii) jeśli $x > t_n$, wówczas odpowiedzią jest $i = n + 1$; jeśli $y > u_n$, to $j = n + 1$,
- (iii) jeśli $t_i < x < t_{i+1}$, odpowiedź jest i dla wszystkich $i < n$; jeśli $u_j < y < u_{j+1}$, odpowiedź jest j dla wszystkich $j < n$,

gdzie x i y reprezentują dopasowane wartości x' i y' , odpowiednio, z dwóch oszacowanych modeli logistycznych będących konsekwencją ogólnie określonego równania regresji logistycznej. A zatem dla każdej wypłacalnej obserwacji prawdopodobieństwo pary oszacowań i i j z każdego konkurującego modelu będzie równe:

$$P_{ij} = F(t_i, u_j, r_{ins}) + F(t_{i-1}, u_{j-1}, r_{ins}) - F(t_{i-1}, u_j, r_{ins}) - F(t_i, u_{j-1}, r_{ins}) \quad (1)$$

gdzie:

$$F(x, y, r) = \int_x^\infty \int_y^\infty f(v, w, r_{ms}) dv dw \quad (2)$$

oraz:

$$f(x, y, r) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r_{ms}^2}} \exp\left\{-\frac{x^2 - 2r_{ms}xy + y^2}{2(1-r_{ms}^2)}\right\} \quad (3)$$

gdzie $F(x, y, r)$ to dwuwymiarowa dystrybucja standardowego rozkładu normalnego, $f(x, y, r)$ – funkcja gęstości standardowej normalnego rozkładu (obydwie oszacowane przy x i y ze współczynnikiem korelacji r), a r_{ins} – współczynnik korelacji prawdopodobieństwa niewypłacalności pomiędzy dwoma modelami

dla kategorii firm niewypłacalnych. Podobnie postępuje się w przypadku każdej wypłacalnej firmy.

Kiedy parametry krzywych ROC są oszacowane, użyteczna statystyka, która podsumowuje dokładność poszczególnego modelu, zawiera obliczenie obszaru poniżej krzywej ROC. Ta statystyka, znana jako wskaźnik obszaru, jest wskazana jako A , gdzie indeks dolny reprezentuje poszczególny model (tzn. X lub Y) podsumowywany. Wskaźnik obszaru jest powiązany z oszacowanymi parametrami krzywej ROC dla poszczególnego modelu Z przez wyrażenie:

$$A_z = \Phi\left(\frac{a_z}{\sqrt{1+b_z^2}}\right) \quad (4)$$

gdzie $\Phi(\cdot)$ jest funkcją skumulowanego rozkładu normalnego. Model, który idealnie rozróżnia firmy wypłacalne i niewypłacalne, będzie miał wskaźnik obszaru równy 1.0, a model bez mocy rozróżniającej przyniesie w rezultacie wskaźnik obszaru 0.5. Wykorzystując wyniki oszacowania maksymalnego prawdopodobieństwa, testujemy zerową hipotezę równych obszarów stosownie do dwóch oszacowanych wartości ROC przez obliczenie:

$$z = \frac{A_x - A_y}{\sqrt{SE_x^2 + SE_y^2 - 2rSE_xSE_y}} \quad (5)$$

gdzie SE_i to standardowy błąd dla A_i , r – współczynnik korelacji pomiędzy A_x i A_y , a statystyka z ma rozkład standardowy normalny. Zerowa hipoteza jest odrzucona dla dużych wartości statystyki testu z .

Podobnie postępuje się w przypadku każdej wypłacalnej firmy. Prawdopodobieństwo pary oszacowań z dwóch modeli będzie równe:

$$\pi_{ij} = F(b_x \cdot t_i - a_x, b_y u_j - a_y, r_{wyp}) + F(b_x \cdot t_{i-1} - a_x, b_y u_{j-1} - a_y, r_{wyp}) - \\ - F(b_x \cdot t_{i-1} - a_x, b_y u_j - a_y, r_{wyp}) + F(b_x \cdot t_i - a_x, b_y u_{j-1} - a_y, r_{wyp}) \quad (6)$$

gdzie r_{wyp} jest współczynnikiem korelacji prawdopodobieństwa niewypłacalności między dwoma modelami wypłacalnych dla przykładu firm ubezpieczeniowych. Można tu bez zmniejszenia ogólności rozważań przyjąć, że średnia rozkładu pary zmiennych X , Y określanego jako „obecny sygnał” jest ustalona jako para $(0, 0)$, a brzegowe odchylenia standardowe tych rozkładów są ustalone na

poziomie 1. Przekształcenia t_i i u_i w równaniu (6) zamieniają wówczas „tylko szum” zmiennych na standardowy rozkład normalny. Należy tu zauważyć, że przed transformacją zmienne X i Y miały średnie równe odpowiednio $\frac{a_x}{b_x}$ oraz

$\frac{a_y}{b_y}$, a odchylenia standardowe $\frac{1}{b_x}$ i $\frac{1}{b_y}$. A zatem, jak wcześniej wyjaśniono,

parametry te reprezentują różnice między średnimi wartościami z brzegowych rozkładów „obecnego sygnału” i „tylko szumu”.

Uwzględniając wprowadzone określenia, maksymalizowana funkcja prawdopodobieństwa względem $a_x, a_y, b_x, b_y, r_{nwypp}$ i r_{wypp} przyjmie postać:

$$\log L = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} n_{ij}^{nwypp} \cdot \log p_{ij} + \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} n_{ij}^{wypp} \cdot \log \pi_{ij} \quad (7)$$

gdzie n_{ij}^{nwypp} i n_{ij}^{wypp} są odpowiednio liczbami niewypłacalnych i wypłacalnych obserwacji, jakie mają posiadać pary oszacowań z dwóch modeli i oraz j .

Kiedy parametry krzywych ROC są oszacowane, przydatną statystyką, która podsumowuje dokładność poszczególnego modelu, jest statystyka zawierająca obliczoną wartość obszaru poniżej krzywej ROC, nazwanym już wcześniej *wskaźnikiem obszaru* i oznaczonym przez A_z , gdzie indeks dolny reprezentuje poszczególny oceniany model (tzn. X lub Y). Wskaźnik obszaru jest powiązany z oszacowanymi parametrami krzywej ROC dla poszczególnego modelu Z przez wyrażenie:

$$A_z = \Phi \left(\frac{a_z}{\sqrt{1 + b_z^2}} \right) \quad (8)$$

gdzie $\Phi(\cdot)$ jest funkcją skumulowanego rozkładu normalnego. Model, który idealnie rozróżnia firmy wypłacalne i niewypłacalne, będzie miał wskaźnik obszaru równy 1.0, a model bez mocy rozróżniającej przyniesie w rezultacie wskaźnik obszaru 0.5. Wykorzystując wyniki oszacowania maksymalnego prawdopodobieństwa, testujemy zerową hipotezę o równości obszarów stosownie do dwóch oszacowanych wartości ROC przez obliczenie:

$$z = \frac{A_x - A_y}{\sqrt{SE_x^2 + SE_y^2 - 2rSE_xSE_y}} \quad (9)$$

gdzie SE_i to standardowy błąd dla A_i , r jest współczynnikiem korelacji pomiędzy A_x i A_y , a statystyka z ma standardowy rozkład normalny. Zerowa hipoteza jest odrzucona dla dużych wartości statystyki testu z względem przyjętego poziomu istotności.

Analiza empiryczna

W rzeczywistości prowadzonej analizie z zastosowaniem metodologii cech operacyjnych odbiorcy ROC istotne jest to, jakie są zalety wynikające z dołączenia zmiennych z symulacyjnego modelu przepływu środków pieniężnych do modeli przewidywania niewypłacalności stosowanych przez NAIC. W tym celu szacuje się wspólnie parametry krzywych ROC, żeby **rozmieścić** parami każdy z kilku modeli przewidywania wypłacalności opartych tylko na zmiennych z organu nadzorczego NAIC z korespondującymi z nimi modelami dwóch rodzajów: 1) modelami zawierającymi zmienne NAIC i dwie zmienne symulacji przepływu środków pieniężnych – przewidywany współczynnik nadwyżki końcowej do początkowej (z predykcji o 20-letnim horyzoncie) oraz logarytm przewidywanego czasu do upadłości, 2) modelami opisanymi przez zmienne NAIC i czynniki przepływu środków pieniężnych.

Oczekuje się, że modele zawierające wskaźniki lub czynniki przepływu środków pieniężnych bardziej poprawnie przewidują wypłacalność ubezpieczycieli. Wynika to stąd, że modele zawierające wskaźniki uzyskują informacje z sześciu niepodstawowych scenariuszy (tabela 1). Wskaźniki obszaru są obliczane dla każdego modelu i testowane dla określenia, czy dodanie zmiennych lub czynników przepływu środków poprawia wyniki przewidywania.

W tabelach 3 i 4 zilustrowano sytuację modelowania tylko dla ostatniego roku z lat 2002-2004. Dane tam zamieszczone są fikcyjne i ich celem jest ułatwienie uzasadnień wyników.

Tabela 3

Wyniki ROC dla modeli zawierających wpływ zmiennych przepływu środków pieniężnych – 2004 (kolumna A_2)

Model	A_1	A_2	$1(A_1, A_2)$	z test	p-wart.
RBC	0,765	0,875	0,244	1,034	0,15
Indywidualny RBC	0,876	0,897	0,652	1,321	0,089
Wynik FAST	0,912	0,943	0,943	1,286	0,1992
Czynnik FAST <i>ex post</i>	0,856	0,91	0,81	1,81	0,0431
Zgodny czynnik FAST	0,822	0,883	0,865	1,44	0,079
RBC + wynik FAST	0,967	0,982	0,93	1,122	0,127
Indywidualny RBC + wynik FAST	0,947	0,959	0,86	1,056	0,169
RBC + czynnik FAST <i>ex post</i>	0,826	0,887	0,721	1,912	0,034
Indywidualny RBC + czynnik FAST <i>ex post</i>	0,905	0,948	0,845	1,623	0,546
RBC + zgodny czynnik FAST	0,845	0,878	0,793	1,234	0,127
Indywidualny RBC + zgodny czynnik FAST	0,867	0,889	0,876	0,551	0,378

Tabela 4

Wyniki ROC dla modeli zawierających wpływ czynników przepływu środków pieniężnych –2004 (kolumna A_2)

Model	A_1	A_2	$r(A_1, A_2)$	z test	p -wart
RBC	0,665	0,865	0,344	1,034	0,015
Indywidualny RBC	0,866	0,817	0,752	1,321	0,049
Wynik FAST	0,922	0,843	0,963	1,286	0,1892
Czynnik FAST <i>ex post</i>	0,846	0,916	0,841	1,81	0,0391
Zgodny czynnik FAST	0,842	0,853	0,867	1,44	0,079
RBC + wynik FAST	0,867	0,942	0,937	1,122	0,117
Indywidualny RBC + wynik FAST	0,847	0,929	0,862	1,056	0,179
RBC + czynnik FAST <i>ex post</i>	0,836	0,837	0,821	1,912	0,0294
Indywidualny RBC + czynnik FAST <i>ex post</i>	0,925	0,938	0,815	1,623	0,556
RBC + zgodny czynnik FAST	0,855	0,874	0,893	1,234	0,129
Indywidualny RBC + zgodny czynnik FAST	0,877	0,819	0,866	0,551	0,478

Wyniki w tabeli 3 uzyskano z wykorzystaniem CORROC2 autorstwa dr. Charnesa Metza z Uniwersytetu Chicago. W tabeli 3 kolumna A_2 zawiera wskaźnik obszaru po dołączeniu **zmiennych** przepływu środków pieniężnych – przewidywanego współczynnika nadwyżki końcowej do początkowej (z predykcji o 20-letnim horyzoncie) oraz logarytm przewidywanego czasu do upadłości. Wyniki ROC w kolumnie A_2 tabeli 4 zawierają wskaźnik obszaru po dołączeniu do modelu dwóch **czynników** przepływu środków pieniężnych.

Pierwsza kolumna w każdej tabeli definiuje **modele wypłacalności** organu nadzoru NAIC. Pierwsza kolumna danych zawiera oszacowane wskaźniki obszaru dla modeli przewidywania wypłacalności NAIC. W kolumnie $r(A_1, A_2)$ są zawarte współczynniki korelacji między wskaźnikami obszaru A_1 i A_2 . W kolumnie „ z test” podane są wyniki testów zerowej hipotezy:

$$H_0: A_1 = A_2$$

W ostatniej kolumnie podano jednostronne wartości „ p wartość” określające prawdopodobieństwo przekroczenia wartości empirycznej. Jeśli „ p wartość” jest mniejsza niż 0,05, to zerowa hipoteza jest statystycznie istotna na takim poziomie istotności lub mniejszym.

W tabeli 3 należy zwrócić uwagę na to, że z 11 porównań dwa są znaczące na poziomie 0,05 lub lepszym, a 4 na poziomie 0,1 lub lepszym. Pozostałe porównania w tej tabeli nie są statystycznie istotne, chociaż zmienne przepływu środków pieniężnych dodają znaczącej mocy wyjaśniającej większości z modeli, które nie zawierają wyniku z FAST (wiersze cieniowane), w przeciwieństwie do modeli ze wskaźnikami FAST.

Natomiast wyniki tabeli 4 wskazują, że z 11 porównań cztery są znaczące na poziomie 0,05 lub mniejszym (wartości zaznaczone kolorem czerwonym). Odpowiada to porównaniu modeli RBC, indywidualnego RBC, modelu ze zgodnymi wskaźnikami FAST i modelu RBC zawierającego dodatkowo czynniki

FAST *ex post* z takimi modelami uzupełnionymi czynnikami przepływu środków pieniężnych.

Z powyższej analizy wynikają dwa wnioski: (1) analiza przepływu środków pieniężnych dodaje znaczącej mocy wyjaśniającej modelom zawierającym zmienne regulacyjne organu nadzorczego NAIC i (2) modele, które zawierają czynniki przepływu środków pieniężnych, „działają” lepiej niż te zawierające tylko zmienne przepływu środków pieniężnych. Wyjaśnienie dla drugiego wniosku jest takie, że czynniki przepływu środków pieniężnych włączają informacje z sześciu niepodstawowych scenariuszy, a zmienne przepływu środków pieniężnych reprezentują jedynie przypadek podstawy.

Uwagi zawarte w ostatnich dwu podrozdziałach wyjaśniają częściowo ogólną syntezę opracowanego tu tematu. Dokładne badania wymagają jednak rzetelnych danych z okresu kilkunastu lat, co w polskich realiach gromadzenia i udostępniania danych przez firmy ubezpieczeniowe jest bardzo utrudnione. Badań wymaga także zweryfikowanie na gruncie empirii formalnych metod, tu tylko pokrótce zasygnalizowanych. Szczególną uwagę należałoby poświęcić w dalszych badaniach modelowi logistycznemu regresji.

4. Uwagi o modelach scenariuszowych

Ogólna synteza przeprowadzona wyżej miała z jednej strony wykazać, że zastosowanie pewnych modeli scenariuszowych uzupełnia informacje *a priori* w celach prognostycznych dotyczących rozważanych zagadnień i wskaźników oceny, a z drugiej, że logistyczne modele regresyjne mają tu istotne walory poznawcze wskazujące na korzystniejsze wskaźniki oceny z punktu widzenia wyników uzyskiwanych przez firmy ubezpieczeniowe w kontekście ich wypłacalności. Ta synteza, chociaż nie opiera się na danych aktualnych i dotyczących polskiego rynku, wskazuje na wielkie możliwości wynikające z zaprezentowanego tu podejścia na bazie trzech metod prognozowania niewypłacalności w amerykańskim przemyśle ubezpieczeń majątkowych i odpowiedzialności cywilnej: systemu NAIC kapitału spekulacyjnego (RBC), systemu NAIC przeprowadzania analizy finansowej i nadzoru (FAST) oraz modelu symulacji przepływu gotówki, które zostały w tym artykule rozpatrzone w formie syntezy opartej na cytowanej literaturze. Należy dodać, że systemy te są testowane oddzielnie i wspólnie w celu określenia działania prognozującego.

W analizowanych modelach metodyka prognozowania była implikowana przez logistyczną analizę regresji. Zmienna zależna jest równa jeden, jeśli firma staje się niewypłacalna, i równa zero w innych przypadkach. Zmienne niezależ-

ne są wyznaczane przez trzy metody przewidywania wypłacalności. Dla testowania systemu RBC, jako niezależne zmienne, alternatywnie wykorzystano: współczynnik ogólnego kapitału spekulacyjnego firmy do nadwyżki i współczynniki pięciu głównych komponentów kapitału spekulacyjnego do nadwyżki. Dla testowania systemu FAST rozważamy ogólny wynik FAST NAIC i współczynniki FAST, gdzie zarówno wyniki, jak i współczynniki są optymalizowane dla dokładnego przewidywania niewypłacalności, jakie miały miejsce w 2003 roku. Dla uniknięcia „wyprzedzających prognoz” obecnych w wynikach i współczynnikach z 2003 roku, a zatem dla zapewnienia prawdziwego testu *ex ante* systemu FAST był testowany także podzbiór współczynników, jakie wykorzystywano konsekwentnie przez cały okres badań. Dla każdego wariantu współczynników FAST używano analizy wskaźnikowej do obliczenia ortogonalnych wskaźników opartych na współczynnikach i wykorzystano wyniki stąd wskaźniki jako regresory. Dla testowania modelu przepływu gotówki zastosowano współczynnik przewidzianej nadwyżki na końcu 20-letniego okresu symulacji do rzeczywistej nadwyżki na początku okresu symulacji oraz przewidziany czas do upadłości, oba z podstawowej (oczekiwana wartość) symulacji, oraz wskaźniki oszacowane na podstawie tych samych dwóch zmiennych skonstruowanych odpowiednio dla wszystkich siedmiu scenariuszy włączonych do modelu symulacji.

Wyniki opierają się na trzech głównych konstatacjach. Po pierwsze, potwierdzono wyniki Grace’a, Harringtona i Kleina [10] oraz Cumminsa, Harringtona i Niehaus’a [5], że współczynnik kapitału spekulacyjnego i jego komponenty zapewniają bardzo niską moc wyjaśniającą w przewidywaniu niewypłacalności ubezpieczyciela. Po drugie, przyjęto, że wskaźniki FAST mają tendencję do dominowania nad zmiennymi kapitału spekulacyjnego. Na podstawie literatury przedmiotu można stwierdzić, że moc wyjaśniająca modeli FAST jest znacznie wyższa niż modeli RBC, a zmienne RBC mają tendencję do nieistotności statystycznej, gdy są zawarte w modelu wspólnie ze wskaźnikami FAST. A zatem RBC wydaje się nie dostarczać informacji do systemu FAST, co jest ogromnie istotne z punktu widzenia podstawowego stanowiska przyjętego w niniejszym artykule. Po trzecie, zmienne symulacji przepływu gotówki dodają znaczącej mocy wyjaśniającej modelom przewidywania wypłacalności opartym na systemach RBC i FAST, nawet przy istnieniu „wyprzedzających prognoz” w zmiennych FAST. A zatem dynamiczna analiza finansowa wydaje się mieć istotne znaczenie dla zapewniania kontrolerom wiarygodniejszych przewidywań wypłacalności ubezpieczyciela. Ten wniosek jest szczególnie ważny ze względu na fakt, że dodatkowa komplikacja wyrażona na przykład przez wystąpienie biegnących ku górze krzywych dochodu i nierównoległe zmienne dochodu mogła-

by być łatwo włączona do modelu przepływu gotówki. Symulacja przepływu gotówki ma także tę zaletę, że zapewnia inne informacje, prawdopodobnie użyteczne dla kontrolerów, takie jak przewidziany czas do upadłości, których nie jest w stanie zapewnić żaden inny istniejący system informacji regulacyjnej.

Literatura

1. Altman E.I.: *Revisiting the Hedge Yield Bond Market*. „Financial Management” 1992, No 21.
2. Balcerowicz-Szkutnik M., Szkutnik W., Wolny A.: *Prognostyczne aspekty cech ubezpieczyciela na przykładzie ryzyka wyceny zabezpieczenia długoterminowego. Prognozowanie w zarządzaniu firmą*. AE, Wrocław 2006.
3. Blackwell M., Girshick M.A.: *Theory of Games and Statistical Decisions*. Wiley & Sons, New York 1960.
4. Cummins J.D., Grace M.F., Phillips R.D.: *Regulatory Solvency Prediction in Property-Liability Insurance: Risk-Based Capital, Audit Ratios, and Cash Flow Simulation*. „The Journal of Risk and Insurance” 1999, Vol. 66, No 3.
5. Cummins J.D., Harrington D.S., Niehaus G.: *Risk-Based Capital Requirements for Property-Liability Insurers: A Financial Analysis*. W: *The Financial Dynamics of the Insurance Industry*. Red. E. Altman, I. Vanderhoof. Irwin Professional Publisher, Homewood 1995.
6. Cummins J.D., Phillips R.D., Neghaiwi T., Hodes D., Feldblum S.: *The Financial Modeling of Property/Casualty Insurance Companies*. W: *Proceedings of the Causality Actuarial Society Forum*. Causality Actuarial Society, Landover, MD 1996.
7. Doherty N.A.: *Innovations in Managing Catastrophe Risk*. „The Journal of Risk and Insurance” 1997, Vol. 64, No 4.
8. Doherty N.A., Richter A.: *Moral Hazard, Basis Risk, and Gap Insurance*. „The Journal of Risk and Insurance” 2002, Vol. 69, No 1.
9. Froot K.A., O’Connell P.G.J.: *On the Pricing of Intermediated Risk: Theory and Application to Catastrophe Reinsurance*. „National Bureau of Economic Research” 1996.
10. Grace M.F., Harrington S., Klein R.: *Risk-Based Capital and Solvency in Property-Liability Insurance: Hypotheses and Empirical Tests*. „Journal of Risk and Insurance” 1998, Vol. 65.
11. Harrington S.E.: *Insurance Derivatives*. „Tax Policy, and the Insurance Industry” 1997, Vol. 64, No 4.

12. Hodes D.M.T., Neghaiwi T., Cummins J.D., Phillips R.D.: *The Financial Modeling of Property/Casualty Insurance Companies*. W: *Proceedings of the Casualty Actuarial Society Forum*. Casualty Actuarial Society, Landover, MD 1996.
13. Metz C.E., Wang P.L., Kronman H.B.: *A New Approach for Testing the Significance of Difference Between ROC Curves Measures from Correlated Data*. W: *Information Processing in Medical Imaging: Proceedings of the 8th Conference*. Red. F. Deconinck. Martinus Nijhoff, Boston, MA 1984.
14. Raiffa H., Schlafer R.: *Applied Statistical Decision Theory*. Harvard Business School, Boston 1967.
15. Roberts E.B.: *The Dynamics of Research and Development*. Harper and Row Publishing, New York 1964.
16. Winter R.: *The Dynamics of Competitive Insurance Markets*. „Journal of Financial Intermediation” 1994, Vol. 3, s. 379-415.

METHODS OF PREDICTING THE INSURER'S INSOLVENCIES

Summary

The article presents the issue of insolvency of the insurance companies in three systems of estimation. The basic system based on the indicator of the insurance company financial strength RBC is the simplest one, however, it fails to include all cases of insolvency detection in a way adequate to market reality. The second system, system FAST, based on the scenarios that describe the variable financial conditions in the company, from the most favourable to the worst ones, is more insurer-friendly but it does not provide explanation in forecasting insolvency such that should be expected in practice. All the cases when the company has the capacity for the financial survival and is not able to survive, identified respectively as the company insolvency and solvency, are adverse both for the company and for insurance market. The introduction of the variables of means flow significantly improves the estimation system of insurance companies insolvency. Moreover, the application of testing based on the operational features of ROC recipient enables the comparison of systems and the selection of the most advantageous one in the given conditions.

Alicja Wolny-Dominiak

SZACOWANIE POZIOMU ZMIENNYCH TARYFIKACYJNYCH W UBEZPIECZENIACH TYPU NON-LIFE

Wstęp

Zakłady ubezpieczeń działające w grupie ubezpieczeń majątkowych tworzą własne systemy taryfikacyjne w celu ustalenia sprawiedliwego poziomu składki dla każdego ryzyka w różnego rodzaju portfelach ubezpieczeniowych. Kalkulacja składki czystej w masowym portfelu ryzyka powinna spełniać dwa podstawowe kryteria: poziom składki powinien być adekwatny do przyszłych kosztów związanych z wypłatą ewentualnego odszkodowania oraz sprawiedliwie odzwierciedlać możliwość wystąpienia szkody (wysoka składka dla większego prawdopodobieństwa wystąpienia szkody). Zatem tworzenie systemu taryfikacyjnego polega na klasyfikacji ryzyka w niejednorodnym portfelu masowym i budowaniu subportfeli jednorodnych. Subportfel jednorodny jest rozumiany jako zbiór polis generujących szkody niezależnie od siebie, zmienne losowe – liczba odszkodowań z polisy – mają te same rozkłady prawdopodobieństwa oraz zmienne losowe – wysokość pojedynczej szkody – mają te same rozkłady prawdopodobieństwa. W subportfelu jednorodnym każdej polisie jest przypisywana taka sama składka czysta [4, s. 226].

Tworzenie systemu taryfikacyjnego opiera się głównie na analizie danych dotyczących szkodowości oraz przebiegu ubezpieczenia jednostek bądź grup (klas) ubezpieczeniowych w danym portfelu ubezpieczeń. Proces kalkulacji składki dla konkretnego ryzyka na podstawie danego systemu taryfikacyjnego jest dwuetapowy: taryfikacja *a priori* oraz taryfikacja *a posteriori*. Taryfikacja *a priori* polega na kalkulacji składki bazowej z uwzględnieniem czynników opisujących: osobę ubezpieczającą się oraz jej wcześniejszy przebieg ubezpie-

czenia, a także charakterystyczne cechy przedmiotu ubezpieczenia. Natomiast taryfikacja *a posteriori* to określenie składki dodatkowej (liczonej najczęściej jako procent składki bazowej), gdzie uwzględnia się liczbę szkód spowodowanych w przeszłości przez osobę ubezpieczającą się. W tym celu wykorzystuje się najczęściej system *bonus – malus* (system zniżek – wyżek).

Jak już wspomniano, na szkodowość ryzyka w portfelu wpływają różnorodne czynniki. Jeśli traktuje się je jako jakościowe zmienne losowe, to możliwe jest przeprowadzanie statystycznej analizy danych za pomocą badania wpływu poszczególnych zmiennych na poziom szkodowości. Proces taryfikacji *a priori* polega więc głównie na szacowaniu poziomu zmiennych losowych. Ze względu na charakter tych zmiennych są one nazywane zmiennymi taryfikacyjnymi. Przykładowo, w ubezpieczeniach komunikacyjnych jako zmienne taryfikacyjne przyjmuje się najczęściej: region kierowcy, płeć kierowcy, wiek kierowcy, pojemność samochodu.

W artykule przedstawiono krótko dwa podstawowe podejścia do szacowania poziomu zmiennych taryfikacyjnych, tj. podejście: minimalnego obciążenia (*minimum bias*) oraz największej wiarygodności (*maximum likelihood*). Następnie ukazano metodę szacowania poziomu zmiennych taryfikacyjnych z wykorzystaniem uogólnionych modeli liniowych (GLM) oraz zaprezentowano przykład empiryczny opierający się na symulacji Monte Carlo danych szkodowych, stosując różne rozkłady średniej wartości szkody. Obliczenia wykonano w pakiecie statystycznym R.

1. Charakterystyka metod szacowania poziomu zmiennych taryfikacyjnych

W literaturze przedmiotu wyróżnia się dwie grupy metod szacowania poziomu zmiennych taryfikacyjnych (taryfikacji *a priori*): minimalnego obciążenia oraz największej wiarygodności. Procedury minimalnego obciążenia opierają się na układzie równań bilansujących, które opisują zależności pomiędzy poszczególnymi zmiennymi. Najczęściej rozwiązanie takiego układu równań jest obciążone, dlatego też często układ rozwiązuje się kilkoma metodami i jako końcowe rozwiązanie przyjmuje się to, które daje minimalne obciążenie. Natomiast w przypadku stosowania metody największej wiarygodności przyjmuje się założenie o liniowej zależności między poziomem szkodowości a zmiennymi taryfikacyjnymi. Jako że założenie o normalności rozkładu nie jest najczęściej spełnione dla danych ubezpieczeniowych, do szacowania parametrów dla zmiennych wykorzystuje się uogólnione modele liniowe GLM. Podstawą przeprowadzenia

racjonalnej taryfikacji *a priori* za pomocą GLM jest założenie postaci rozkładu dla zmiennych losowych opisujących szkodowość ryzyka w portfelu. W literaturze przedmiotu przeprowadzono wiele analiz, które pokazały, iż rozkłady dotyczące szkód ubezpieczeniowych charakteryzują się następującymi własnościami: przyjmują wartości dodatnie, występuje proporcjonalność wariancji do wartości oczekiwanej oraz asymetria dodatnia. Dlatego też szkody są najczęściej modelowane rozkładem gama, logarytmiczno-normalnym czy odwróconym normalnym. Zaletą modelowania szkodowości z wykorzystaniem GLM jest możliwość wyznaczania miar oceniających dany model pod względem dobroci dopasowania, stabilności czy istotności uzyskanych rezultatów.

2. Uogólniony model liniowy szacowania poziomu zmiennych taryfikacyjnych

W celu prezentacji metody taryfikacji *a priori* za pomocą GLM przyjmijmy, że X_1, \dots, X_n oznaczają zmienne taryfikacyjne przyjmujące wartości zero-jedynkowe, natomiast Y oznacza średnią wartość szkody w portfelu. Następnie

założmy model liniowy w postaci: $Y = \sum_{j=1}^n \beta_j X_j + \xi$, gdzie β_1, \dots, β_n są współ-

czynnikami, natomiast ξ składnikiem losowym, gdzie rozkład składnika losowego jest rozszerzony na dyspersyjną rodzinę rozkładów wykładniczych [3, s. 11]. Parametry β_1, \dots, β_n są interpretowane jako miary wpływu danej zmiennej taryfikacyjnej na przebieg szkodowości. Na przykład dla ubezpieczeń komunikacyjnych parametry mogą pokazywać wpływ płci, pojemności silnika czy czasu użytkowania pojazdu na średnią wartość szkody. Do estymacji parametrów β_1, \dots, β_n stosuje się metodę największej wiarygodności. Jednak często ze względu na duży zbiór obserwacji, a co za tym idzie – dużą złożoność obliczeniową, niezbędne jest stosowanie metod iteracyjnych, takich jak: metoda Newtona-Raphsona czy metoda Fisher's scoring.

Oszacowane wartości parametrów β_1, \dots, β_n służą najczęściej do wyznaczenia tzw. tablicy taryfikacyjnej $T = [t_{ij}]$. Elementy tablicy T w przypadku założenia modelu multiplikatywnego mają postać $t_{ij} = \exp(\beta_i + \beta_j)$. Założmy, że ryzyko w modelu jest klasyfikowane pod względem dwóch cech: regionu oraz pojemności silnika w ubezpieczeniach komunikacyjnych. Wtedy elementy tablicy pokazują, o ile należy skorygować składkę bazową dla i -tego regionu oraz j -tej pojemności silnika.

3. Przykład empiryczny szacowania parametrów dla zmiennych taryfikacyjnych z wykorzystaniem GLM

W przykładzie empirycznym analizowano dane dotyczące przebiegu szkodowości w ubezpieczeniach komunikacyjnych zaczerpnięte z pracy [1]. Zakładamy dwie zmienne taryfikacyjne: wiek/stan cywilny kierowcy oraz charakter użytkowania pojazdu. Zmienną objaśnianą jest średnia wartość szkody, a wagą liczba szkód. Opis zmiennych i ich realizacji przedstawia poniższe zestawienie.

Tabela 1

Opis zmiennych taryfikacyjnych

Oznaczenie zmiennej	Opis zmiennej i jej realizacji	Oznaczenie zmiennej	Opis zmiennej i jej realizacji
X_1^1	Jazda prywatna, poniżej 25 roku życia	X_1^2	Nie dojeżdża do pracy
		X_2^2	Dojeżdża do pracy < 10 mil
		X_3^2	Dojeżdża do pracy < 10 mil
X_2^1	Jazda prywatna lub służbowa	X_4^2	Kierowca okazyny
		X_5^2	Jeździ głównie służbowo
X_3^1	Żonaty mężczyzna, poniżej 25 roku życia	X_6^2	Wiek 18-20
		X_7^2	Wiek 21-24
X_4^1	Kawaler, poniżej 25 roku życia	X_8^2	Wiek 18
		X_9^2	Wiek 19-20
		X_{10}^2	Wiek 21-22
		X_{11}^2	Wiek 23-24
X_5^1	Kobieta	X_{12}^2	Wiek poniżej 20
		X_{13}^2	Wiek 21-24

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: [1].

Przy tak zdefiniowanych zmiennych taryfikacyjnych tablice rozdzielcze zawierające dane wejściowe, czyli wartości pojedynczej szkody, oraz liczby szkód w poszczególnych subportfelach przedstawiają się następująco:

Tabela 2

Tablica rozdzielcza dla wartości pojedynczej szkody

	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$
$X(2,1)$	155,4	268,4	227,3	229,3	532,1
$X(2,2)$	170,1	303,5	392,7	463,4	712,3
$X(2,3)$	185,8	280,2	320,2	331,1	797,7
$X(2,4)$	100,6	102,5	146,9	197,1	167,5
$X(2,5)$	205,5	514,1	445,1	299,7	340,3
$X(2,6)$	114,7	815,0	445,8	1 619,8	437,5
$X(2,7)$	243,7	324,5	548,2	250,7	1 509,5
$X(2,8)$	405,2	835,3	775,9	757,6	700,0
$X(2,9)$	270,2	531,1	527,1	1 238,2	1 414,9
$X(2,10)$	320,4	490,8	1 109,9	396,1	771,1
$X(2,11)$	233,9	351,4	379,7	614,2	680,6
$X(2,12)$	258,4	287,3	315,1	373,9	529,1
$X(2,13)$	197,2	247,3	499,2	296,4	356,6

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: [1, s. 187-268].

Tabela 3

Tablica rozdzielcza dla liczby szkód – wagi

	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$
$X(2,1)$	1 032 596	69 952	7 176	6 531	7 531
$X(2,2)$	908 551	92 324	12 630	11 138	8 376
$X(2,3)$	171 145	22 770	2 333	2 275	2 115
$X(2,4)$	22 509	67 929	7 527	8 865	4 315
$X(2,5)$	101 962	13 586	1 177	1 214	3 025
$X(2,6)$	238	1 471	118	119	57
$X(2,7)$	22 395	7 768	890	682	397
$X(2,8)$	439	6 876	1 448	1 096	516
$X(2,9)$	2 406	17 515	1 421	1 112	874
$X(2,10)$	25 362	16 827	1 756	1 420	950
$X(2,11)$	37 145	11 345	1 201	981	648
$X(2,12)$	2 374	17 957	2 447	1 738	900
$X(2,13)$	50 032	18 679	2 121	1 669	905

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: [1, s. 187-268].

Do estymacji parametrów β_i zastosowano uogólniony model liniowy dla rozkładu Gama, z funkcją $g(x) = \ln(x)$ oraz wagą (liczba szkód). W wyniku działania algorytmu otrzymano estymatory parametrów beta dla 16 zmiennych. Dwie zmienne usunięto (ang. *aliasing*), gdyż odpowiadające im wektory obserwacji są kombinacją liniową pozostałych wektorów [3]. Wartości parametrów dla usuniętych zmiennych przyjmują wartości: 1 dla modelu multiplikatywnego oraz 0 dla modelu addytywnego. Uzyskane wyniki (model multiplikatywny) przedstawiają poniższe tabele.

Tabela 4

Oszacowane wartości parametrów dla zmiennych taryfikacyjnych

	Stała	5,08
$X(2,1)$	B(1)	1,00
$X(2,2)$	B(2)	1,12
$X(2,3)$	B(3)	1,19
$X(2,4)$	B(4)	0,47
$X(2,5)$	B(5)	1,39
$X(2,6)$	B(6)	2,84
$X(2,7)$	B(7)	1,51
$X(2,8)$	B(8)	2,94
$X(2,9)$	B(9)	2,13
$X(2,10)$	B(10)	2,04
$X(2,11)$	B(11)	1,48
$X(2,12)$	B(12)	1,17
$X(2,13)$	B(13)	1,19
$X(1,1)$	B(14)	1,00
$X(1,2)$	B(15)	1,65
$X(1,3)$	B(16)	2,05
$X(1,4)$	B(17)	2,26
$X(1,5)$	B(18)	3,30

Tabela 5

Oszacowana tablica taryfikacyjna

	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$
$X(2,1)$	1,00	1,65	2,05	2,26	3,30
$X(2,2)$	1,12	1,83	2,28	2,51	3,66
$X(2,3)$	1,19	1,95	2,43	2,68	3,90
$X(2,4)$	0,47	0,77	0,96	1,06	1,54
$X(2,5)$	1,39	2,28	2,84	3,13	4,55
$X(2,6)$	2,84	4,65	5,79	6,38	9,28
$X(2,7)$	1,51	2,48	3,09	3,40	4,95
$X(2,8)$	2,94	4,82	6,00	6,62	9,63
$X(2,9)$	2,13	3,50	4,35	4,80	6,98
$X(2,10)$	2,04	3,35	4,17	4,59	6,68
$X(2,11)$	1,48	2,43	3,03	3,34	4,85
$X(2,12)$	1,17	1,91	2,38	2,62	3,81
$X(2,13)$	1,19	1,96	2,44	2,69	3,91

4. Procedura symulacyjna dla nieznanego rozkładu średniej wartości szkody

W praktyce często występuje sytuacja, gdy trudno oszacować rozkład średniej wartości szkody na podstawie danych historycznych. Dlatego też niezbędne jest przyjęcie pewnego założenia o postaci tego rozkładu w portfelu ryzyka. Zastosowanie znajduje wtedy procedura symulacyjna opierająca się na symulacji Monte Carlo [2].

W artykule procedurę symulacyjną przeprowadzono dla dwóch typów rozkładów średniej wartości szkody: rozkładu gama o gęstości

$$f(x, k, \theta) = \frac{1}{\theta^k \Gamma(k)} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad \text{i parametrach rozkładu } E(X) = k\theta,$$

$Var(X) = \frac{\mu^2}{k}$ oraz rozkładu odwrotnego normalnego o gęstości

$$f(x, \mu, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} x^{-3/2} \exp\left(-\frac{\lambda(x - \mu)^2}{2\mu^2 x}\right) \quad \text{i parametrach rozkładu } E(X) = \mu,$$

$Var(X) = \frac{\mu^3}{\lambda}$. Dla każdego z dwóch rozkładów w jednej iteracji symulacji

Monte Carlo oszacowano parametry $\beta_1, \dots, \beta_{18}$ dla zmiennych taryfikacyjnych. W wyniku działania algorytmu otrzymano estymatory parametrów dla 16 zmiennych. Po przeprowadzeniu 1000 iteracji uzyskano następujące rozkłady parametrów dla zmiennych taryfikacyjnych:

Tabela 6

Rozkład parametrów $\beta_1, \dots, \beta_{18}$ – rozkład gamma średniej wartości szkody

Droga	Stacja	X(2,1)	X(2,2)	X(2,3)	X(2,4)	X(2,5)	X(2,6)	X(2,7)	X(2,8)	X(2,9)	X(2,10)	X(2,11)	X(2,12)	X(2,13)	X(1,1)	X(1,2)	X(1,3)	X(1,4)	X(1,5)
12%	5,04	0,000	0,100	0,161	-0,774	0,310	0,958	0,390	1,036	0,727	0,690	0,373	0,122	0,158	0,000	0,488	0,699	0,795	1,163
10%	5,04	0,000	0,103	0,166	-0,768	0,319	1,006	0,399	1,059	0,742	0,701	0,381	0,138	0,165	0,000	0,492	0,707	0,803	1,178
20%	5,04	0,000	0,103	0,167	-0,766	0,320	1,016	0,401	1,064	0,745	0,703	0,383	0,140	0,167	0,000	0,493	0,709	0,806	1,180
30%	5,05	0,000	0,104	0,168	-0,765	0,321	1,023	0,403	1,067	0,747	0,705	0,385	0,143	0,168	0,000	0,494	0,710	0,808	1,182
40%	5,05	0,000	0,104	0,168	-0,764	0,322	1,029	0,405	1,070	0,749	0,706	0,386	0,145	0,169	0,000	0,494	0,712	0,809	1,184
50%	5,05	0,000	0,104	0,169	-0,763	0,322	1,035	0,407	1,072	0,751	0,707	0,387	0,146	0,170	0,000	0,495	0,713	0,810	1,186
60%	5,05	0,000	0,105	0,169	-0,762	0,323	1,042	0,408	1,075	0,753	0,708	0,388	0,148	0,171	0,000	0,495	0,715	0,812	1,187
70%	5,05	0,000	0,105	0,170	-0,761	0,324	1,049	0,410	1,077	0,755	0,709	0,389	0,150	0,172	0,000	0,496	0,716	0,813	1,189
80%	5,05	0,000	0,106	0,171	-0,760	0,325	1,056	0,411	1,080	0,757	0,711	0,391	0,152	0,173	0,000	0,496	0,718	0,815	1,190
90%	5,05	0,000	0,106	0,172	-0,759	0,326	1,067	0,413	1,085	0,760	0,713	0,393	0,155	0,175	0,000	0,497	0,720	0,818	1,193
100%	5,05	0,000	0,108	0,176	-0,752	0,332	1,101	0,423	1,102	0,779	0,720	0,401	0,167	0,182	0,000	0,501	0,728	0,825	1,206

Tabela 7

Rozkład parametrów $\beta_1, \dots, \beta_{18}$ – rozkład odwrócony normalny średniej wartości szkody

	$X(2,1)$	$X(2,2)$	$X(2,3)$	$X(2,4)$	$X(2,5)$	$X(2,6)$	$X(2,7)$	$X(2,8)$	$X(2,9)$	$X(2,10)$	$X(2,11)$	$X(2,12)$	$X(2,13)$	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$	
Decyl	Stala	B(1)	B(2)	B(3)	B(4)	B(5)	B(6)	B(7)	B(8)	B(9)	B(10)	B(11)	B(12)	B(13)	B(14)	B(15)	B(16)	B(17)	B(18)
0%	5,035	0,000	0,089	0,136	-0,803	0,284	0,652	0,319	0,903	0,622	0,639	0,329	0,090	0,122	0,000	0,466	0,639	0,736	1,097
10%	5,041	0,000	0,098	0,157	-0,778	0,308	0,858	0,373	1,003	0,707	0,880	0,366	0,113	0,150	0,000	0,484	0,695	0,776	1,146
20%	5,043	0,000	0,100	0,161	-0,773	0,312	0,916	0,385	1,023	0,721	0,889	0,374	0,124	0,157	0,000	0,488	0,695	0,788	1,158
30%	5,044	0,000	0,102	0,164	-0,769	0,316	0,961	0,394	1,040	0,732	0,895	0,379	0,133	0,163	0,000	0,490	0,702	0,797	1,169
40%	5,045	0,000	0,104	0,167	-0,766	0,320	0,997	0,401	1,055	0,741	0,701	0,383	0,140	0,167	0,000	0,492	0,708	0,805	1,176
50%	5,046	0,000	0,105	0,169	-0,763	0,322	1,026	0,407	1,067	0,749	0,707	0,386	0,147	0,170	0,000	0,495	0,713	0,811	1,184
60%	5,047	0,000	0,106	0,171	-0,760	0,325	1,060	0,412	1,081	0,757	0,712	0,392	0,153	0,174	0,000	0,497	0,719	0,817	1,192
70%	5,048	0,000	0,107	0,173	-0,757	0,329	1,095	0,419	1,098	0,767	0,718	0,397	0,161	0,178	0,000	0,499	0,724	0,824	1,200
80%	5,049	0,000	0,109	0,177	-0,752	0,333	1,137	0,427	1,114	0,778	0,725	0,403	0,170	0,183	0,000	0,502	0,732	0,833	1,210
90%	5,050	0,000	0,111	0,181	-0,747	0,338	1,193	0,436	1,137	0,793	0,736	0,411	0,180	0,189	0,000	0,505	0,742	0,842	1,224
100%	5,058	0,000	0,127	0,196	-0,726	0,357	1,535	0,475	1,228	0,872	0,769	0,441	0,238	0,219	0,000	0,520	0,762	0,883	1,280

Tabela 8

Stochastyczna tablica taryfikacyjna – rozkład gamma średniej wartości szkody

	Min					Median					Max				
	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$
$X(2,1)$	1,00	1,63	2,01	2,21	3,20	1,00	1,64	2,04	2,25	3,27	1,00	1,65	2,07	2,28	3,34
$X(2,2)$	1,11	1,80	2,22	2,45	3,54	1,11	1,82	2,27	2,50	3,63	1,11	1,84	2,31	2,54	3,72
$X(2,3)$	1,18	1,92	2,36	2,60	3,76	1,18	1,94	2,42	2,66	3,87	1,19	1,97	2,47	2,72	3,98
$X(2,4)$	0,46	0,75	0,93	1,02	1,48	0,47	0,76	0,95	1,05	1,53	0,47	0,78	0,98	1,08	1,57
$X(2,5)$	1,36	2,22	2,74	3,02	4,36	1,38	2,26	2,82	3,10	4,52	1,39	2,30	2,89	3,18	4,66
$X(2,6)$	2,61	4,25	5,24	5,77	8,33	2,82	4,62	5,74	6,33	9,21	3,01	4,96	6,23	6,86	10,04
$X(2,7)$	1,48	2,41	2,97	3,27	4,72	1,50	2,46	3,06	3,38	4,91	1,53	2,52	3,16	3,48	5,10
$X(2,8)$	2,82	4,59	5,67	6,24	9,02	2,92	4,79	5,96	6,57	9,56	3,01	4,97	6,24	6,87	10,05
$X(2,9)$	2,07	3,37	4,16	4,58	6,62	2,12	3,47	4,32	4,77	6,93	2,18	3,60	4,51	4,97	7,28
$X(2,10)$	1,99	3,25	4,01	4,41	6,38	2,03	3,32	4,14	4,56	6,64	2,06	3,39	4,26	4,69	6,86
$X(2,11)$	1,45	2,37	2,92	3,22	4,65	1,47	2,42	3,01	3,31	4,82	1,49	2,46	3,09	3,41	4,98
$X(2,12)$	1,13	1,84	2,27	2,50	3,61	1,16	1,90	2,36	2,60	3,79	1,18	1,95	2,45	2,70	3,95
$X(2,13)$	1,17	1,91	2,36	2,59	3,75	1,19	1,94	2,42	2,67	3,88	1,20	1,98	2,48	2,74	4,00

Tabela 9

Stochastyczna tablica taryfikacyjna – rozkład odwrócony normalny średniej wartości szkody

	Min					Median					Max				
	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$	$X(1,1)$	$X(1,2)$	$X(1,3)$	$X(1,4)$	$X(1,5)$
$X(2,1)$	1,00	1,59	1,90	2,09	3,00	1,00	1,64	2,04	2,25	3,27	1,00	1,68	2,19	2,42	3,60
$X(2,2)$	1,09	1,74	2,07	2,29	3,28	1,11	1,82	2,27	2,50	3,63	1,13	1,91	2,48	2,74	4,08
$X(2,3)$	1,15	1,83	2,17	2,40	3,43	1,18	1,94	2,42	2,66	3,87	1,22	2,05	2,66	2,94	4,37
$X(2,4)$	0,45	0,71	0,85	0,94	1,34	0,47	0,76	0,95	1,05	1,52	0,48	0,81	1,06	1,17	1,74
$X(2,5)$	1,33	2,12	2,52	2,78	3,98	1,38	2,26	2,82	3,10	4,51	1,43	2,41	3,13	3,46	5,14
$X(2,6)$	1,92	3,06	3,64	4,01	5,75	2,79	4,58	5,69	6,28	9,11	4,64	7,81	10,15	11,22	16,69
$X(2,7)$	1,38	2,19	2,61	2,88	4,12	1,50	2,46	3,06	3,38	4,90	1,61	2,71	3,52	3,89	5,78
$X(2,8)$	2,47	3,93	4,68	5,16	7,39	2,91	4,77	5,93	6,54	9,50	3,42	5,75	7,47	8,26	12,28
$X(2,9)$	1,86	2,97	3,53	3,90	5,68	2,12	3,47	4,31	4,76	6,91	2,39	4,03	5,23	5,78	8,60
$X(2,10)$	1,90	3,02	3,59	3,96	5,68	2,03	3,33	4,14	4,56	6,62	2,16	3,63	4,71	5,21	7,76
$X(2,11)$	1,39	2,21	2,63	2,91	4,16	1,47	2,42	3,01	3,32	4,81	1,55	2,61	3,40	3,76	5,59
$X(2,12)$	1,03	1,64	1,95	2,15	3,09	1,16	1,90	2,36	2,61	3,78	1,27	2,13	2,77	3,07	4,56
$X(2,13)$	1,13	1,80	2,14	2,36	3,39	1,19	1,95	2,42	2,67	3,87	1,24	2,09	2,72	3,01	4,47

Uzyskane wyniki procedury symulacyjnej pozwalają analizować wpływ zmiennych taryfikacyjnych na poziom szkodowości w różnych scenariuszach.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono metodologię szacowania poziomu zmiennych taryfikacyjnych oraz tablicy taryfikacyjnej. Uzyskane wyniki obliczeniowe oraz wyniki symulacji stanowią podstawę do dalszej analizy i ustalenia ostatecznego poziomu zmiennych. Zastosowanie procedury symulacyjnej pozwala na racjonalizację poziomu składki w zależności od ustalonych zmiennych taryfikacyjnych. Zaletą takiego podejścia jest możliwość modyfikacji różnych czynników analizy, na przykład zmiana rozkładów wejściowych, zmiana metody taryfikacji *a priori* czy ustalenie większej liczby kryteriów wyboru. Problemem może być przypadek wprowadzenia zbyt dużej liczby zmiennych taryfikacyjnych do modelu, gdzie ilość uzyskanych wyników może utrudnić analizę.

Literatura

1. Brown R.J.: *Minimum Bias with Generalized Linear Models*. Proceedings of the Casualty Actuarial Society 1988, Vol. LXXV, s. 187-268.
2. Fu L., Moncher R.B.: *Severity Distributions for GLMs: Gamma or Lognormal? Evidence from Monte Carlo Simulations*. Casualty Actuarial Society Discussion Paper Program Casualty Actuarial Society – Arlington, Virginia 2004.
3. Lindsey J.K.: *Applying Generalized Linear Models*. Springer-Verlag, New York 1997.
4. *Składki i ryzyko ubezpieczeniowe. Modelowanie stochastyczne*. Red. W. Ostasiewicz. AE, Wrocław 2004.

EVALUATION OF THE LEVEL OF THE RATING VARIABLES IN NON-LIFE INSURANCES

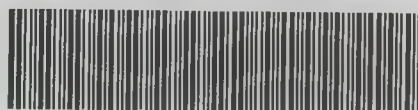
Summary

Insurance companies specialising in casualty insurance create their own rating systems for setting fair premiums for every risk for different kinds of insurance portfolios. The rating system is mostly based on the data analysis concerning the number and the value of claims for individuals or groups (classes) of the insured people within a given portfolio. The goal of this paper is to present a simulation procedure which allows to evaluate different variants of rating systems which are created using generalized linear models (GLMs) and assume different claims' distributions. The procedure is based on the Monte Carlo method and it results in the distributions of GLM parameters for rating variables, estimation of the average value of claims and the errors of estimation. The calculations were conducted using the statistical software R.

case 20,501

Informacja o Katedrze Metod Statystyczno-Matematycznych

BG Akademii Ekonomicznej w Katowicach
nr inw.: W - 119348



W 119348

Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii w trakcie badań w prawie pięcioletnim okresie ekonomicznego analizowanego w aspekcie procesów gospodarczych, społecznych i inwestycji kapitałowych. Finansowy kontekst ryzyka jest w tych badaniach uwzględniany w jego szczególnych formach, jakimi są m.in. ryzyko bankowe, kredytowe, operacyjne i hazard moralny. Ważny obszar badań pracowników Katedry stanowią zjawiska makroekonomiczne ujmowane w specyficznych modelach uwzględniających dynamikę i stochastyczną postać składowych obserwowanych w nich procesów. Ponadto istotne w prowadzonych badaniach są modele ubezpieczeniowe z zakresu ekonomii ubezpieczeń, pomiar ryzyka kapitałowego i ubezpieczeniowego w odniesieniu do aktuarności ich formułowania, a także formalizacja zabezpieczania zobowiązań wynikających z prowadzonej działalności ekonomicznej.

Formy aktywności pracowników Katedry Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii działającej na Wydziale Ekonomii wyznacza po części tematyka przedmiotów kierunkowych i podstawowych prowadzonych w Katedrze, takich jak: ekonomia matematyczna, statystyka, statystyka gospodarczo-społeczna i matematyka. Są one nieustannie doskonalone.

W Katedrze jest obserwowany znaczący rozwój naukowy mierzony awansami jej pracowników. Obecnie jest w niej zatrudnionych trzech samodzielnych pracowników - profesor zwyczajny, profesor nadzwyczajny i doktor habilitowany, oraz trzech doktorów i trzech magistrów. W 2008 roku stopień naukowy doktora habilitowanego uzyskała Pani Elżbieta Sojka - wyróżniająca się specjalistka ze statystyki regionalnej i demografii.

ISBN 978-83-7246-469-9