



## **Zdigitalizowano w ramach projektu „OCHRONA I KONSERWACJA CIESZYŃSKIEGO DZIEDZICTWA PIŚMIENNICZEGO”**

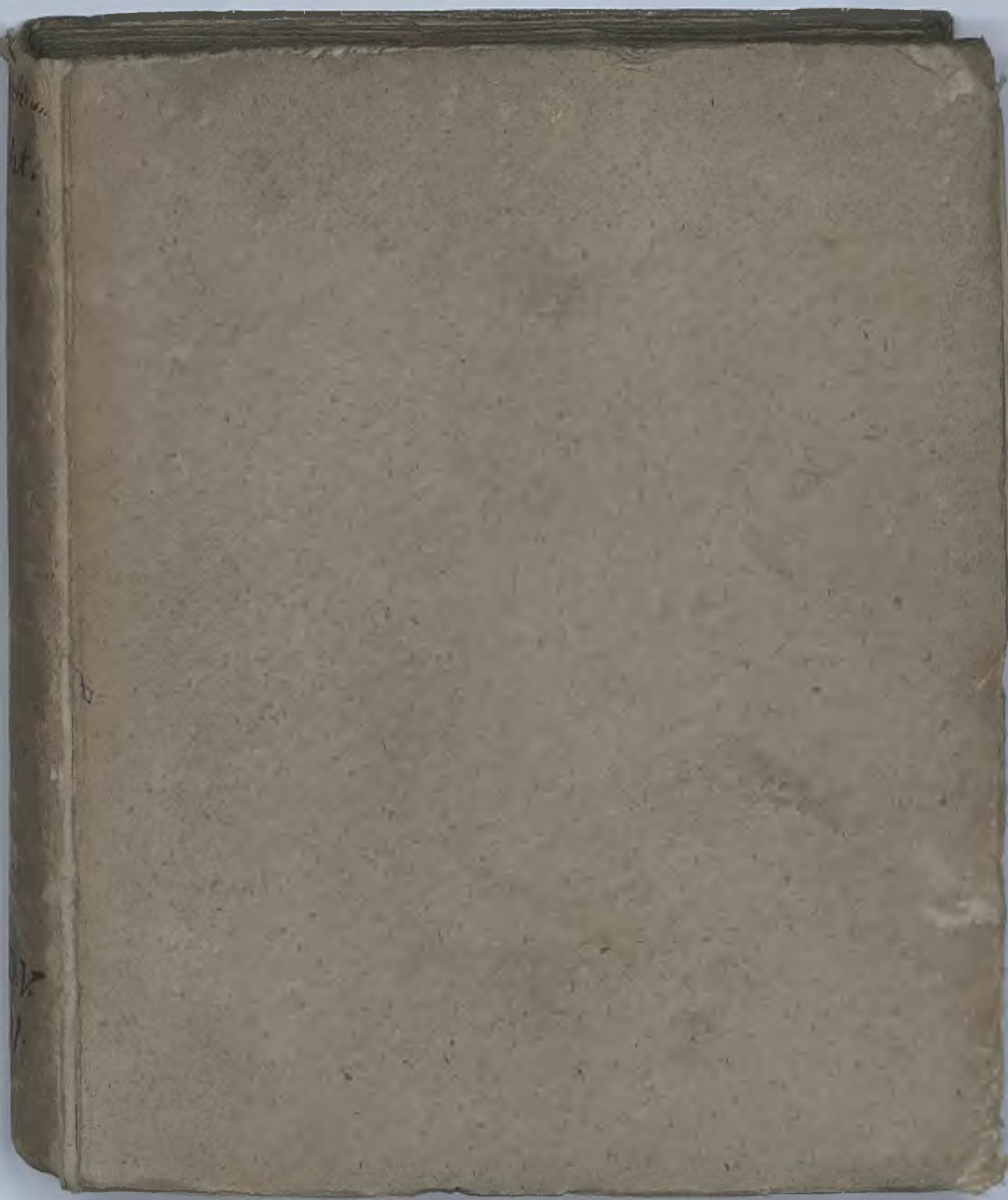


**2007-2010**

Wsparcie udzielone przez  
Islandię, Liechtenstein oraz Norwegię  
poprzez dofinansowanie  
ze środków Mechanizmu Finansowego  
Europejskiego Obszaru Gospodarczego



Zrealizowano  
ze środków  
Ministra Kultury  
i Dziedzictwa  
Narodowego





Habichti  
Matheseos Professor in Gymnasio Elisabethano  
Collegium Arithmeticum

C. K. Bibliotheca Scherschminkianæ  
Teschinii

## S. 1. Definitio 1.

Unum est, quod indivisum in se est, et  
divisum a quolibet alio.

## S. 2. Definitio 2.

Unitas est, secundum quam unum  
quodque eorum quae sunt unum dicitur.

## S. 3. Definitio 3.

Eadem sunt quorum unum alteri  
substitui potest salvo quodque <sup>tem</sup> predi-  
cato, quod uni eorum vel abso-  
lute vel sub data conditione con-  
venit.

## S. 4. Definitio 4.

Unitates eadem sunt, quae per eandem;  
diversa, quae per diversas notiones  
agnoscuntur.

## S. 5. Definitio 5.

Si A sit unum, B sit unum, C sit  
unum, nec tamen B, C, idem  
cum A dicantur A, B, C, plura  
seu multa.



## S. 6. Definitio 6.

Multitudo est abstractum, per quod dicuntur plura.

## S. 7. Definitio 7.

Si A sit idem cum B, C, D, E, &c. si, mal sumtio dicetur A totum, ex adverso autem multa, quae simul sumta idem sunt cum uno dicentur Pars.

## S. 8. Definitio 8.

Similia sunt, in quibus ea eadem sunt, per quae à se invicem discerni debent. Dissimilia autem, in quibus ea diversa sunt per quae res à se discernuntur.

## S. 9. Hypothesis 1.

Signum simile est: ss. Si itaq; A simile fuerit B scribetur h. m., A ss B.

æqualia sunt, quorum unum alteri  
salva quantitate substitui potest,  
Inæqualia autem, si pars unius  
alteri toti substitui potest.

## S. 11. Hypothesis 2.

Signum æqualitatis est  $=$  v. g.  
si A fuerit æquale B significabi-  
bitur h. m.  $A = B$ .

Cartesio hoc  $=$  est signum æqualitatis.  
vid. eius Geometria. p. m. 3.

## S. 12. Definitio 10.

Maior est cuius <sup>pars</sup> ~~partes~~ alteri toti  
æqualis est. Minor autem, quod  
parti alterius est æquale.

## S. 13. Hypothesis 3.

Signum Majoritatis est:  $>$ . Minori-  
tatis autem  $<$ . Sic ubi A  
maior fuerit B, adeoque B minor  
A, significabitur h. m.  $A > B$ .

## S. 14. Definitio 11.

Quantitas est, quicquid augeri +



et minui potest salva sua essentia.  
 Leu: quicquid incrementi et decre-  
 menti capax est.

§. 15. Hypothesis 4.

Quantitates literis alphabeti vel  
 maioribus, vel minoribus indigi-  
 tamus, ea tamen servata lege, ut  
 quantitates cognita primas lite-  
 ras a, b, c, d, x, aut A, B, C, D,  
 incognita autem, ultimas v, x, y, z  
 aut V, X, Y, Z. Sistantur.

§. 16. Definitio 12.

Augeri dicimus, quod adiecto homo-  
 geneo fit maior; minui vero quod  
 ablato homogeneo fit minus.

§. 17. Definitio 13.

Sunt autem homogenea, quorum  
 unum aliquoties sumtum, alterum  
 superare potest, leu, quorum

num ex altero vel semel vel  
aliquoties ablatum vel nihil, vel  
se minus relinquit.

§. 18. Corollarium.

Quam itaq; adiecta vel oblata homo-  
genea, sint vel aequalia, vel inaequa-  
lia §. 10. facile apparet duplici  
ratione quantitatem vel augeri

posse vel minui. <sup>1<sup>mo</sup></sup> quidem, ad,  
F  
ficiendo vel auferendo quantitates  
inaequales n.p. homogeneas.

F quantitatem semper aequalem, <sup>11<sup>do</sup></sup>  
autem adiciendo vel auferendo

§. 19. Definitio 14.

Parto aliquota est, quae aliquoties  
repetita integro fit aequalis. cili,  
quanta vero, quae aliquoties re-  
petita semper vel maior vel minor  
est integro. A. tota.

§. 20. Definitio 15.

Commensurabilia sunt, quae



vid. Euclides l. 7. Def. 2.

partem aliquotam communem habent.

§. 21. Definitio 16.

Numerus oritur ex multitudine unitatum, scilicet earundem.

§. 22. Corollarium 1.

Ergo omnis Numerus supponit unitates earundem.

§. 23. Corollarium 2.

Quia itaque Numerus supponit unitatum multitudinem §. 21. augeri poterit et minui §. 16. nec alio dantur in ipso mutationes.

§. 24. Corollarium 3.

Quare Numerus augetur adiciendo semper vel numeros aequales vel inaequales §. 18. Hinc duas augendi numeri species concipimus.

§. 25. Corollarium 4.

Minuitur autem numerus, vel aequales vel inaequales numerorum alios auferendo §. 16. 18. atque inde etiam duas minuerendi numeri species concipimus.

## §26 Definitio ~~XII~~

Additio est inventio numeri ex duobus vel pluribus aliis datis homogeneis, qui datis junctim sumtis aequalis est. Numeri dati dicuntur summandi, seu aggregandi inventus summa seu aggregatum. Sunt autem numeri homogenei, qui ad eandem, heterogeni autem, qui ad diversas Unitates referuntur.

## §27 Corollarium.

Cum itaque omnes numeri homogenei componantur ex unitatibus eisdem, additio fit adjiciendo Unitatibus summandi unius numeri Unitates omnes summendorum reliquorum.

## §28 Hypothesis 5.

Signum additionis est: +, quod per P.V. effertur v.c. sint et D.C. summandi, summa significabitur, h.m.

et + D + C.



## §29. Definitio XVIII.

Multiplicatio est inventio alicuius numeri ex duobus datis in quo totus unus est continetur datorum unus, quotus est unitas in altero numeri dati dicuntur factores, seu Efficientes; inventus, factum seu productum. In specie autem ille qui aliquoties sumatur Multiplicandus, ille vero, qui indicat, quoties alter sumatur, multiplicator audit.

## §30. Corollarium.

Multiplicatio oritur ex iterata ejusdem numeri Additione

## §31. Hypothesis B.

Signum multiplicationis est X quod ponitur in medio inter factores locum occupat et per ~~MVL~~ seu ~~MVL~~ effectum; sint A et B, factores; productum ita scribitur A X B. Si vero Summa plurium quantitatum multipli-

canda fuerit in aliam quantitatem,  
 vel summam aliarum quantitatum,  
 tota summa quantitatum in aliam du-  
 cenda supra scribitur lineola trans-  
 versa, qua vinculum multiplicatio-  
 nis audit, v. c. si  $a + b + c$  ducenda sit  
 infra ita scribitur:  $a + b + c$   $\times$   $g + h + r$ . si  $a + b + c$   
 ducenda sit in  $g + h + r$  ita  $a + b + c$   
 $\times g + h + r$ . Aliquando etiam summam  
 multiplicandarum quantitatum  
 parenthesi includimus v. c.  $(a + b + c)$   
 $\times (g + h + r)$ . Notes autem, in multi-  
 plicatione quantitatum signum  
 multiplicationis fere semper omitti:  
 sic  $ab =$  facto eoe  $a$  in  $b$ . et  $ggm =$   
 Facto  $ea$  in  $g$  in  $m$ .

### §32. Definitio XIX.

Subtractio est inventio alicuius  
 numeri ex duobus homogeneis  
 datis, qui cum uno datorum alteri



datum aequalis est. In specie nume-  
rus qui subducitur, subtrahendus est  
altera quo fit subtractio, minuen-  
dus inventus autem, residuum, seu  
differentia vocatur.

### §33. Collarium.

Subtractio peragitur omnes subtrahendi unitates ex totidem minuendi unitatibus auferendo.

### §34. Hypothesis 17.

Signum subtractionis est — minuendum inter et subtrahendum positum. Hinc si ex A auferenda sit quantitas B, residuum ita scribitur: A — B effertur autem per *MSVS*.

### §35. Definitio XX.

Divisio est inventio alicuius numeri ex duobus datis, in quo toties continetur Unitas

ne quoties unus datorum in altero.  
Numerus qui in altero contineri  
debet Divisor; qui eum continere  
debet Dividendus; et qui invenitur  
Quotus audit, alias etiam definitur  
quotus per numerum, qui indi-  
cat quoties divisor in dividendo  
contineatur.

§ 36. Perollarium ¶

Facile concipitur divisionem ab-  
solvī per repetitam ejusdem nu-  
meri subtractionem.

§ 37. Perollarium 2

Apparet etiam toties unitatem  
contineri in Quoto, quoties Divi-  
sor continetur in dividendo.

§ 38. Hypothesis 6.

Signum divisionis est: — cui  
supra scribitur Dividendus;  
subscribitur autem Divisor;



et effertur per  $\frac{A}{B}$  V. S. M. Hinc  
 sit dividenda et per  $B$ ; erit quo-  
 ties  $A$  aliquando etiam divisio  
 significabitur duobus punctis  
 verticalibus: v. c. si dividenda  
 per quantitatem h. m, A: B nos  
 tamen hoc signo parcius utemur.

§ 39 Axioma 1.

Omnes Quantitates aequae ac num-  
 ri sunt vel aequales vel inaequales.

§ 40 Axioma 2.

Idem est aequale sibi metipsum

§ 41 Axioma 3.

Quae aequalia sunt eidem tertio  
 aequalia sunt inter se. Et quae  
 aequalia sunt equalibus ea sunt, quae  
 inter se aequalia.

§ 42 Axioma 4

Si aequalia equalibus addas ag-  
 gregata sunt aequalia, quod se ven-  
 majori atque minori aequalia  
 addas, summa prior major est post.

riori.

§43 Axioma 5.

Aequalia ablata ab aequalibus.

dant differentias aequales.

Aequalia a maiore et minore abla-

ta efficiunt residua in priori eo-

ius majus in posteriore minus.

Ab aequalibus autem majus minus

ablatum dat differentiam priorem

minorem, posteriorem autem

maorem.

§44. Axioma 6.

Aequalia ducta in aequalia produ-

ciunt facta equalia. Si vero ma-

jus atque minus ducas in aequa-

lia, factum prius majus est poste-

riore.

§45. Axioma 7.

Aequalia divisa per aequalia dant

quotos aequales. Si vero majus

atque minus per aequalia divides,



Quotus prior major est posteriore

§46 Axioma 6

Quod majus est vel minus uno  
duorum  
equalium, id etiam majus est  
vel minus altero <sup>duorum egrualem</sup> equalium.

§47 Axioma 9.

Totum est aequale omnibus suis  
partibus simul sumtis et pars  
quavis toto suo minor est (§. 17.)

§48 Hypothesis 9.

Si in numerando pervenitur ad  
denarium initium numerandi  
repetatur, ita tamen ut denario-  
rum numerus simul exprima-  
tur.

§49. Corollarium.

Quare decem nominibus opus  
est, et praeterea quoque aliis qui-  
bus decadem multitudo signi-  
ficetur.



§50 Definitio XXI

Sunt autem nomina illa: Unum, duo, tria,  
usque ad decem. Scilicet unum et unum  
sunt duo; duo et unum tria; tria et u-  
num quatuor; quae generali voce Signi-  
ficant Unitates simplices dicuntur.

Ex decem Unitatibus componitur Decas;  
duo Decades dicuntur viginti; tres, tri-  
ginta; quatuor quadraginta. Ex decem  
Decadibus componitur Centenarius; ex  
decem centenariis millenarius; ex  
decem millenariis Decas millenatio-  
rum; ex centum millenariis perde-  
narius millenariorum, ex mille mille-  
nariis; Millio; ex mille millenariis  
Millionum Billio ex mille millena-  
riis Billionum, Trillio, et ita de-  
inceps. Denarius autem et singula  
illius multipla nominantur arti-  
culi.

§51 Hypothesis 10.

et de numeris constituentur



novem; nempe 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.  
8. 9. Haec autem non tantum unita-  
tes simplices sed et Decades, cente-  
narios, Millenarios, significare pos-  
simus. Valor ipso ex loco tribua-  
tur, ea lege: ut noto numero  
de ultimo loco scripta Unitates  
simplices; in secundo, Decades;  
in tertio centenarios; in quarto  
Millenarios, denotent. Loca autem  
vacua replentur cyphra, 0; quo  
nullitatis signum est.

§ 5. 2. Formæollarium.

Quare hoc ordine se numero-  
rum partes excipiunt:

Unitates	}	simplices
Decades		
Centenarii		

Unitates	}	Millenariorum.
Decades		
Centenarii		



Unitates }  
Decades } Millionum  
Centenarii }

Unitates }  
Decades } Millenariorum Millio-  
Centenarii } num

Unitates }  
Decades } Billionum  
Centenarii }

Unitates }  
Decades } Millenariorum Billi-  
Centenarii } onum

Unitates }  
Decades } Trillionum  
Centenarii } etc in infinito

§ 53 Scholion.

De notarum harum inventio-  
ne atque etatibus inter viros  
eruditos disputata sunt multa.

Alii cum Petr. San Huetio in  
Demonstratione Evangel. Propos. IV.



184  
p. m. 294 antiquissimus, merosque  
Graecorum esse characteres, a Libra-  
riis Graecae linguae ignavis interpolla-  
tos et diuturna scribendi con-  
suetudine corruptos contendunt, et  
alii auctoritate Athanasii Kircheri  
in Arithmologia Rom. 1665. 4. a  
Graecis manasse et a Sapien-  
tibus ex Figura circuli sciti in-  
ventas habere notas dicunt.  
Hanc qui adoptant sen-  
tentiam ab Indis et Arabes, ab Anti-  
quis Europaeis A. C. 1252 accepisse  
discipulis omnibus Veterum manu-  
scriptis nunquam has notas  
1250 superiores se comperisse asse-  
runt. Ex adverso Joh. Wallisius Opp  
Vol II. p. 11. per pluribus argumentis  
arum usum vergente ad finem sa-  
culo X. innotuisse ostendit. Anti-  
quiores longe saeculo scilicet Vine-  
unte, jam Christianis quibusdam  
Philosophis cognitos fuisse a quibus



19  
ne ad Arabes, ab Arabibus deinde ad Anti-  
quos transferint, per vetusti Boëti-  
um manuscripti fide motus, demonstrare  
conatur Joh. Fr. Weidlerus in Diss. de  
characteribus numerorum vulgarium  
et eorum etate Witteb. 1727 inventio-  
nis gloriam Philosophis Pythagori-  
cis a quibus Boëthius accepit tri-  
buit, cf. proter citatos Joh. Xph.  
Heilbronnerus in Historia univer-  
sitatis Matthesen p. 723-745 et scrip-  
tores probatissimi, longa serie ab eo-  
dem laudati; qui et Characterum  
et numericorum gentibus aliis usi-  
tatorum ex instituto mentionem  
facit; add. Ed. Wells. in Clementis  
Arithmetica numeris et specie  
Oxon. 1696. 8. p. 7-20 et Dan. Schwen-  
keri Delicias Physico Mathematicas  
P. II. p. 4. segg  
§ 54. Glossarium 2.  
Scribuntur autem numeri hoc modo



1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ff

§55. Hypothesis. II.

21

Ut vero etiam Unitates Decades  
Centenariis, millenariis etc. sine  
loci valore significare possimus;  
Unitates simplices scribemus  
aliquando nota quidem numen-  
ca competente, una tamen supra  
scribendo cyphram o. h. m. s. aut  
r. Decades supra scribendo com-  
mum centenarios duo;

Millenarios tria;

Decades millenariorum quatuor;  
h. e. tot numeri apici adjiciendo  
commata, quot procedere debeant  
loca, numero ut loci valor ser-  
vetur §51 v. e.

$$9 = 9^0$$

$$90 = 9^1$$

$$900 = 9^2$$

$$9000 = 9^3$$

$$90000 = 9^4$$

Quare indices  
ordinum decadicorum nominabimus.



§ 56. Scholion 1.

Arithmetica cuius a § 44 ad § 55. de  
ges expugnatus a Decadico qui  
progreditur ordine et ipsa Deca  
dica audit.

§ 57. Scholion 2.

Facile autem patet mutatis mu  
tandis in § 5. 48. — 55. et alias  
Arithmeticas esse possibiles. Ege  
runt id Leibnizius in Arithme  
tica Si adica; Erhardus Weige  
lius in Arithm. Tetractica, Pan  
lus XII. Suecia Rex in Arithme  
tica Sexagenaria; Pittemeisterus  
in Arithmetica duodenaria et  
qui omnes simul Arithmetica  
modos complexus est.

Vellnagelius in Diff. de numeris  
di methodis, adjecta Tractatu  
germanico. Grunthoff in  
Hilfsl. f. d. Landbauw. u. d. b.  
u. d. Algebra u. d. Geom. Grunthoff  
Zaph. Wolffs Jenae 1743. 8.

Notatur itaque Leibnitiana Arithme-  
tica Syadica 5. Dinaria, his regulis.  
1. In numerando si perveniatur ad Di-  
narium initium numerandi repeta-  
tur, ita tamen ut Dinariorum nume-  
rus simul exprimat.

2. Notanumerica constitutur una  
nempe. 1. ut autem et Dinarios si-  
gnificare possimus, signa 1 valore ex  
loco detur ita ut ~~Secundo loco po-~~  
~~sita~~ 1 Secundo loco posita 2.

|                     |    |
|---------------------|----|
| 1 tertio . . . . .  | 4  |
| 1 quarto . . . . .  | 8  |
| 1 quinto . . . . .  | 16 |
| 1 sexto . . . . .   | 32 |
| 1 septimo . . . . . | 64 |

significatur. Loca autem vacua re-  
pleantur cyphra signonullitatis.  
Notandum autem h. l. est per il-  
lustrem et auctorem Dinariis istis  
nomina non indidisse.



*Enihujus Arithmetica Schema*  
*numeri Decadici . . . . . Dinarii*

|    |   |                          |
|----|---|--------------------------|
| 1  | = | 1.                       |
| 2  | = | 10.                      |
| 3  | = | 11.                      |
| 4  | = | 100.                     |
| 5  | = | 101.                     |
| 6  | = | 110.                     |
| 7  | = | 111.                     |
| 8  | = | 1000.                    |
| 9  | = | 1001.                    |
| 10 | = | 1010.                    |
| 11 | = | 1011.                    |
| 12 | = | 1100.                    |
| 13 | = | 1101.                    |
| 14 | = | 1110.                    |
| 15 | = | 1111.                    |
| 16 | = | 10000.                   |
| 17 | = | 10001.                   |
| 18 | = | 10010.                   |
| 19 | = | 10011.                   |
| 20 | = | 10100. <i>in infini.</i> |
| 21 | = | 10101.                   |
| 22 | = | 10110.                   |
| 23 | = | 10111.                   |
| 24 | = | 11000.                   |
| 25 | = | 11001.                   |

*Cf. Gottfried Wilhelm Baron von Leibniz  
in Mathematice Sive de Arte Combinatoria  
und Ordnung des Volls in immensitate  
dictionis. Frictig 1734. 4. Jos. Bernhar-  
Widburgii Disq. Mathematicae prostan-  
tia Arithmetica Binaria pro Deci-  
mali feno 1718. Joh. fr. Weidleri de pro-  
stantia Arithmetica Decadico qua  
Tetractycam et Dyadicam antecellit  
itemque de nullo Dodecadico calculo  
Witteber: 1719. Vita Leibnitii auctore  
Fontenelli & Heilbronnerus in H. M.  
V. p. 874—882: et 923 add. Joh. Göt-  
lob Rungius Annuaire d'arithmétique à la  
disposition de J. B. Wolffrus Dilling-  
en der Anstalt für die Gall. 1743. 8.  
qui Historiam libri sinensis antiquis-  
simis annis nempe. 2950 ante C. M.  
merio lineolis scripti, sed intellectu  
difficillimi, Calculi Binarii praedidio sol-  
vendi, refert, omnino legendus.*



§sq. Scholion 4.

Si mihi prorsus ratione arithmetica

Tetractycalleges se habent:

1) In numerando scilicet. progredimur  
usque ad quatuor, in initioque nume-  
randi repetito quaternionum nu-  
merum simul exprimimus.

2) Has constituimus tres 1. 2. 3.  
quibus ut et Quaterniones ex-  
primi possint ex loco valore mda-  
mus, ita ut a dextro loco.

primo scribantur unitates simplices

secundo quaterniones primi

tertio . . . . . secundi

quarto . . . . . tertii

quinto . . . . . quattor ordinis

loca autem vacua eadem cyphra

h.e. nullitatis signo repleantur.

Nomina quo indidit Weigelius in  
ipso Schemate exhibebimus.

Num. Decad. Quaterniones

|    |   |     |       |
|----|---|-----|-------|
| 1  | = | 1   | fruct |
| 2  | = | 2   | fruct |
| 3  | = | 3   | fruct |
| 4  | = | 10  | fruct |
| 5  | = | 11  |       |
| 6  | = | 12  |       |
| 7  | = | 13  |       |
| 8  | = | 20  | fruct |
| 9  | = | 21  |       |
| 10 | = | 22  |       |
| 11 | = | 23  |       |
| 12 | = | 30  | fruct |
| 13 | = | 31  |       |
| 14 | = | 32  |       |
| 15 | = | 33  |       |
| 16 | = | 100 | fruct |
| 17 | = | 101 |       |
| 18 | = | 102 |       |
| 19 | = | 103 |       |
| 20 | = | 110 | fruct |
| 21 | = | 111 |       |
| 22 | = | 112 |       |
| 23 | = | 113 |       |
| 24 | = | 120 | fruct |
| 25 | = | 121 |       |
| 26 | = | 122 |       |



$$27 = 123$$

$$28 = 130 \text{ Tristmunding Birr}$$

$$29 = 131$$

$$30 = 132$$

$$31 = 133$$

$$32 = 200 \text{ Zang Dicht.}$$

$$\text{Ac up ad } 64 = 1000 \text{ Dicht}$$

$$128 = 2000 \text{ Zang Dicht}$$

$$192 = 3006 \text{ Dicht}$$

$$256 = 10000 \text{ für Birr Dicht}$$

Ac in inf:

Cf. Erh. Weigeli Universi corporis  
 pan sophici caput summum per  
 1673. 4. p. 5 seq. qui tamolxis pythago-  
 rei inventum cum Thracibus commu-  
 nicatum innuit ea Herodoti et Melpon.  
 add. Eiusd. Tetractyn summum, tum  
 et arithmetico tum philosophia discut-  
 sive compendium ibid. 1673. 4. Eiusd.  
 Tetractyn Tetracty pythagoreae corre-  
 spondentem ibid. 1672. 4. Weidens  
 in diss. 558. citata Krugerus et  
 Heilbronnerus l. c.



§ 60 Scholion 5.

Similitudine in Dodecadica arithmetica utitur Diitemeisterus, cui signum unitatum decem est:  $\angle$   
undecim:  $\gamma$

unde liquet ipsum scribere 12 h. m. 10  
144 h. m. 100  
1728 h. m. 1000

F. Weidlerus Diss. cit. p. 27 seq.

§ 61 Problema 4.

Numerum scriptum enunciare.  
h. e. cuiuslibet characteri numerico  
competentem valorem assignare.

Resolutio

1) Numerus propositus per comma  
ta dividatur in classes, tres notas  
uniusq. assignando, initium a dex-  
tra facto.

2) Nota dextima classis tertia notetur  
lineola transversa apici adscri-  
benda; dextima classis quinta ma-  
bus; dextima classis septima tribus.

3) Comma solitarium per mille narius  
lineola transversa una per milliones;



duo per Billiones, tres per Trilliones,  
 4) Nota vero finitissima classe cuius  
 que per fentenarios media per Deca  
 des dextima per Unitates enuncie  
 tur &c. s. l. e. g. p.

9 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 20 30 40.

Re. et Novem quadrilliones, trecenta quadra-  
 ginta quinq. millia una cum seacen-  
 tis septuaginta octo Trillionibus, mil-  
 libus et decem millia una cum cen-  
 tum et undecim Billionibus, ducea-  
 ta et Tredecim millia una cum cen-  
 tum et quadraginta duabus millio-  
 nibus, nonaginta et triginta tria mil-  
 lia, quingenta et sexaginta septem.

S. Bz. Scholion 1.

Idem manifeste patet adscribendo ex  
 S. Bz. partes numerorum h. m.

9. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11 12 13 14 20 30 40.

Quadrillio. v.

millen. Trill.

Trill.

mill. Bill.

Bill.

mill. centurum

millen.

millenariota

simples



§63. Scholion 2.

31

Quam §61. exposuimus numerationem, §. q. i. e. Numerorum enuntiationem, in vulgus Italianam dicunt, eamq. a Latina, qua scilicet auctores probatissimi veteres usi sunt, per centena milia numeros effertentes et Graeca, quae Myriades h. e. 10000 adhibet distinguunt. Vtriusq. leges vide in compendio Aegypt. Graecum in Numerorum doctrina Aphorism. 19. 21. fuse et accurate Joan. Laurenbergium in Arithmetica c. 2. toto, exponentes.

§64. Problemata II

Numerum enuntiatum scribere.

Resolutio et Demonstratio.

Quia Numerum quemcunque enuntiaturus non nisi tres ad faciem illius partes praeferre potest, adiecta simul ad quam referuntur unitate Millehariorum. Quadrillionum, Trillionum, Billionum ss



1) Incipiens a lava versus dextram  
pronuntiatis numeri partes ita  
scribe, ut nota finissima centenario-  
rum proxima Secundum dextima  
unitatum locum occupet.

2) Adjice signum unitatis ad quam  
numeri prolati referuntur, scilicet si  
ad millenarios; comma inferius;  
si ad Quadrillions commata qua-  
tuor: **IV** superius.

3) Hoc ordine servato persequens  
pronuntiantem, factum erit quod  
potebatur, id quod esse patet.

### § 65<sup>o</sup> Problema III

Et nunc eorum quorumvis dato-  
rum invenire summam.

#### Resolutio.

1) Subscribuntur sibi numerica  
lege, ut homogeneis responde-  
ant. h. e. Digiti, digitis. Seca-  
des. Secadibus; centenariis, cen-  
tenariis.

2) Subiis duc rectam, ne aggrega-  
di cum aggregato confundantur.



3) Colligantur figillatim omnes  
 Digniti, Decades, Centenarii, Mil-  
 lenarii.

Et summaq; digitorum sub digitis,  
 Decadum sub Decadibus, Cente-  
 nariorum sub Centenariis, foridat.

4) Quod si haec partiales summae De-  
 narium vel adaequant vel excedant  
 illi alia serie locis competentibus  
 subscrivantur, npe.

Denarii Unitatum sub Decadibus  
 Decadum sub Centenariis  
 Centenariorum sub Mil-  
 lenariis.

5) Colligantur legibus hisdem haec  
 series eo quidem usq; donec  
 iterata operatio designat in uni-  
 cam seriem;

S. F. haec, unicam seriem  
 ultima Operatione inventam  
 exhibere summam Aggregando-  
 rum.

Schemata Calculi

Sint aggregandi Numeri

$$A = 3207614. \quad B = 39897$$

$$C = 9696309. \quad D = 339796.$$

Quare

per membra.



$$\begin{aligned}
 A &= 3297614 \\
 D &= \cancel{1989897} \\
 C &= 96309 \\
 S &= 539796
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &= 3541496 \quad \text{per membr. 3} \\
 F &= 223212 \quad \text{p. membr. 4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G &= 3773516 \quad \text{p. membr. 5} \\
 H &= 1
 \end{aligned}$$

$$J = 3773616 \quad \text{Hic } J = A + D + C + S$$

### Demonstratio

$$\begin{aligned}
 J &= G + H. \text{ p. Operationem.} \\
 G + H &= E + F. \text{ p. Operationem} \\
 E + F &= A + D + C + S. \text{ p. eandem}
 \end{aligned}$$

$$J = A + D + C + S. \text{ § 41 h. e.}$$

$$J = \text{Summa Numerorum } A, D, C, S. \text{ § 26.} \quad \text{Q. E. D.}$$



## §66 Scholion 1.

Compendio Operationis series F,  
 G. & omittuntur, quod si enim nu-  
 meros seriei F memoria mandes-  
 dum prodeunt, et subsequentibus  
 homogeneis connumeris unica  
 operatione prodibit series J.

## §67 Corollarium

Quoniam si in superiori loco seriei  
 cujus vis tot semper unitates  
 accedunt, quot Decades ex sum-  
 matione in proxime dextero-  
 re emergunt, minore totodi-  
 citio absolvitur si

1) Ex qualibet numerorum serie  
 verticali tot Decades deleantur,  
 quot ex iis colligi possunt.

2) Residuum infra lineolam  
 tribatur

3) Numerus autem Decadum  
 abjectarum seriei proximæ si  
 inferiori verticali connumeretur



Quidam numerum constituendo  
Decadi inferoientem puncto no-  
tant, punctaq; collecta seriei pro-  
ximo connumerant. Cf. Virg. *Georg.*  
*lib. 1. v. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.*  
*sol. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.* p. m. 15

### Schema Calculi.

$$\begin{array}{r}
 7. 9. 65. 89 \\
 10 \ 8. 7. 9. 8. 7. \\
 3 \ 9. 6. 9. 2 \\
 8 \ 9. 9. 732. \\
 7. 9. 3 \ 9. 89 \\
 \hline
 36 \ 17 \ 9 \ 89
 \end{array}$$

§ 68. Perollarium.

Quod si omnes Numeri dati negle-  
cto loci valore unitatumq; star-  
considerentur, Evidens omnino  
est inter aggregandum excessum  
solum modo novenariorum scribi  
iplos autem omitti; totq; accedere a  
seriei proximo Unitates quot neg-  
lecti erant in doctiore serie  
novenarii. Sic v. c. in casu proxi-  
mo antecedente speciali scribendo  
erant viginti novem unitates

at scriptis tantum sunt novem et sub  
Decadibus duo, quarum summa  
undecim. Duo itaq; novenarii omit-  
tuntur cum ex loco Unitatum in lo-  
cum Decadum duo transferuntur  
Decades idem simili ratione in  
reliquis summam distinet. Hinc  
colitur.

#### § 69. Problema IV

Examinare et Additionem h. e. explo-  
rare utrum numerus inventus  
sit equalis omnibus datis simul  
sumptis, necne?

#### Resolutio.

1) Notentur a latere numeri qui  
inter addendum ex serie quali-  
bet dexteriore in proxime sinis-  
torem rejiciuntur et operatione  
absoluta addantur ut numerus  
novenariorum inter summan-  
dum omisorum innotescat. § 68.

2) Abjiciantur proterea ex summa



inventa novenarius; quoties  
 fieri potest, abjectorumq; nove-  
 riorum Numerus addatur summa  
 inter summandum omifforum, quae  
 summa una cum Numero residuo  
 si quis fuerit probe notetur.

3) Tandem ex numeris summan-  
 dis, qui omnes tanquam unitate  
 spectantur novenarius abjiciatur  
 quoties fieri potest, et numerus nove-  
 nariorum abjectorum una cum  
 numero residuo, si quis fuerit,  
 denuo notetur.

Quod si enim uterq; fuerit equa-  
 lis utriq; ante reperto numerus  
 inventus equatur omnibus da-  
 tis simul sumtis 526. consequen-  
 ter additio rite peracta.

$$\begin{array}{r}
 \text{V. C.} \quad 97959 \quad \text{IIIIIIII} = \text{Sum. novenar.} \\
 \quad \quad 76635 \quad \quad \quad \text{ex summandis abjector.} \\
 \quad \quad 343645 \quad \quad \quad = \text{residuo summationis} \\
 \quad \quad \text{---} \quad \quad \quad \text{IIIIII} \\
 \quad \quad 520269 \quad \quad \quad = \text{residuo summae} \\
 \quad \quad \text{IIIIIIIIII} = \text{Sum. novenar. ex summandis abjector.}
 \end{array}$$

Poterat additionis Examen fallere  
institutum secundum vulgares  
Arithmeticorum regulas, precipien-  
tium ut tam ex summa quam aggre-  
gandis notis singulis digitorum  
instar consideratis, abiciatur nove-  
narius et ea residua identitate legiti-  
ma operatio colligatur. Et non enim ex-  
cludet errorem qui novenarium vel  
ejus multipulum adequat.

$$\begin{array}{r} 39698 \\ 4789 \\ 39698 \\ \hline 39698 \\ 39698 \\ \hline 39698 \end{array}$$

Ubi erratum est in digitis et mille-  
nariis integro novenario. Cum me-  
delam allatus perill. Wölfius Exa-  
men ita adornat § 101 Arithm. Lat.  
uti § 69 ex ipso traditum est.

Enim vero duplici adhuc erroris  
noxium est, hoc per ablationem  
novenarii institutum examen,  
frequentiori alteri, alteri rationi.



sum enim hic ad nullum loci val  
rem attendamus, contenti; utrinque et da  
idem residuum et eundem novem  
riorum, prodire numerum, fallit omni  
no examen si per inadvertentiam  
summae partiales homogeneae locis  
heterogeneis subscribantur, id quod  
frequentius accidit, summa cum  
scribitur singulae numeri se pro  
xime recipiunt ita per festinati  
nem facile erratur loco <sup>23 scribendo</sup>  
34 40  
45 52

v.c. 876  
829  
921  
824 | 2  
2500 | 2

(Et continet)

||||| = abj. novem  
etc

||||| = abj. ann. ea sum

quo in casu scripsimus loco 32 trans  
ponendo numero 23 gravi fatio er  
rore, prodeunte nihilominus eodem  
residuo & eodemq; abjecto novem  
venationum numero npe(7)



Val. Rarius accidit ut toties in serie qua  
et dam defectu peccetur, quoties in alia  
excessu quo tamen in casu idem Exa-  
men fallit salvo residui et abjectorum  
Novenariorum numero. V.

876

829

931

624 | 2

3440 | 2

Quocasu in Decadibus defectu  
npx2. et in centenariis eodem excessu  
npx2 erratum fuit.

Quare non est ut Georg. Westpholt in  
Sipert. quam Methodum probandi  
operationis Arithmeticas per abjec-  
tionem Novenarii Witteb. 1734 mi-  
nimum illam quantum commen-  
dantem audiamus

§71 Problema V

Numerum minorem e majore  
subducere Resolutio

1) Numero majori subscribat minor



ut homogenei respondeant homogeneis; uti in additione & subtrahendo.

2) Cogniti s. dati discernantur ab invicem in decado lineola.

3) Subtrahatur signatim Digitus a Digitis, Decades a Decadibus, senariis a senariis, & 33. residuis his partialibus locis competentibus s. q. i. e. homogeneis subscriptis.

4) Quod si nota major auferenda fuerit ex minore, ex loco sinisteriore in dexteriore transferatur unitas, quae decem valebit, ut subtractioni locus sit. Numerus unitate multatus notetur puncto, ne mutatum esse, memoria excidat.

5) Quod si vero in sinisteriore loco cyphram reperiri contingat, unitas a numero proximo sequente petatur, puncto propterea notando, ut ipsum unitate privatum constet. Quae unitas in dexteriore loco translata decadis huius loci valorem suum erit.

Quare si plures cyphrae sunt in fe-  
quantur, omnes medio punctio  
notata in novenarios, dextima in  
Decadem mutetur, absolvaturq; per  
mbr. 3 Subtractio. ~~...~~ S. f. eq. p.

Schema calculi.

Caput 1. Si singula nota minu-  
di fuerint singulis subtrahenda  
di majores. V. C.

$$M = 9685374 \quad p. M. 1$$

$$S = 3252161 \quad \dots M. 2.$$

$$D = 6433213 \quad \dots M. 3.$$

$$\text{Spe: } 4^{\circ} - 1^{\circ} = 3^{\circ} + 1^{\circ} - 1^{\circ} 834.77.55.$$

$$= 3^{\circ} + 0. 833.$$

$$= 3^{\circ}. 841.$$

Similiter

$$7 - 6 = 1 + 6 - 6 834.77.55.$$

$$= 1 + 0 833$$

$$= 1^{\circ}. 841$$

Similiter in reliquis formandis  
differentiis partialibus



Capitulum II. A quodam minuendi notat  
respondentibus subtrahendi neque  
tis minores fuerint. r. c.

$$\begin{array}{r} M = 9.3.3.48.3 \\ L = 246956 \\ \hline S = 688527 \end{array}$$

638527  
 $\text{N} \text{pel} + 3^\circ - 6^\circ = 10^\circ + 3^\circ - 6^\circ 34.77.56^\circ$   
 $= 13^\circ - 6^\circ 36^\circ$   
 $= 7^\circ + 6^\circ - 6^\circ 347$   
 $= 7^\circ + 0^\circ 44^\circ 33$   
 $= 7^\circ 341$

Similiter in reliquis

Capitulum III de Minuendo Cyphra adho-  
reant. v.c.

$M = 9.00006$   
 $L = 892542$   
 $S = " " 6464$

8 = 11 6404  
 Ablata enim ex Novenario Centena-  
 riorum millenariorum Unitas  
 in loco dexteriore scilicet Decadum  
 millenariorum efficitur 10<sup>a</sup> de mta et  
 his unitate remanebunt 9<sup>ae</sup> uni-  
 tas autem hec in translata in

locum millenariorum efficit 10<sup>0</sup> ex  
 quibus demta unitate restant 9<sup>0</sup>, ipsa  
 autem hac unitas 1<sup>0</sup> translata in lo-  
 cum centenariorum efficit 10<sup>0</sup>, unde  
 liquet omnes cyphras intermedias  
 quippe quo locis de exterioribus uni-  
 tatem communicant = quod eodem  
 loc. antionii ad quem referantur,  
 certissimam autem = 10

**Demonstratio**  
 cooperatione liquet, singulas  
 partes ipsius ex singulis parti-  
 bus ipsius omnes ablatas esse,  
 enimvero singulae partes 28  
 sunt aequales toti S. § 47.  
 et singulae partes 28 omnes = toti M. § 47.  
 unde e quidem patet totum labla-  
 tum esse ex toto omni.

Continet autem 2 singula residua  
 partialia p. Oper. legitimam  
 Quae cum sint simul sumpta = toti S. § 47  
 Ergo 2 est differentia numerorum et  
 S. § 33. 32. L. E. D.



## §72 Problema VI

Examinare subtractionem.

Resolutio et Demonstratio.

Differentia add & subtrahendum & Summa si fuerit equalis minuendae subtractione rite peracta §32. v.c.

$$M = 87.65.34$$

$$S = 339042$$

$$D = 537492$$

$$M = 87.65.34$$

Aliter

A minuendo aufer differentiam §32.  
Residuum fuerit equalis subtrahendo subtractione rite peracta

$$\text{Minuendus} = \text{Subtrahendo} + \text{Differentia} \quad \text{§32. v.c.}$$

Ergo

$$\text{Minuendus} \text{ de mta differentia} = \text{Subtrahendo} 543.$$

$$\begin{aligned} M &= 997.60.38 \\ S &= 1239456 \\ D &= 8736582 \end{aligned}$$

$$S = 1239456.$$

Aliter.

47

Quia subtrahendus cum Differen-  
tia equalis est minuendo ex illis  
equis ac hoc abjice quoties fieri  
potest, sovenarium atque ex nu-  
mero si quis superest residuo,  
eodem rite peractam Subtractio-  
nem collige. v. c.

$$\begin{cases} M = 5879652 \\ L = 1907301 \\ \hline D = 3972351 \end{cases} \bigg| 6$$

Falere autem hanc probandi  
rationem posse ostensum est.

### §73 Problema VII

Examinare Additionem.

Resolutio.

Aufer ex aggregato singulos ag-  
gregandos §71. si residuum fuerit  
= 0 additio rite peracta.

Demonstratio

Omnes enim aggregandi si-  
mul sumti sunt equalis sum-  
ma §26. Quare omnibus aggre-  
gatis ablati ex iisdem



æquales Summa Differentia = 0 548

Schema calculi L. E. D.

$$976328 = a$$

$$54953 = b$$

$$863419 = c$$

$$654 = d$$

$$\begin{array}{r} 1895354 = a+b+c+d = L \\ 654 = d \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1899700 = a+b+c \\ 863419 = c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10031281 = a+b \\ 54953 = b \end{array}$$

$$976328 = a$$

$$976328 = a$$

$$0 = 0$$

Aliter

1) A sinistima aggregandorum  
sive verticali incipiens collige  
Summas millionum, Centena-  
riorum, Millenariorum, Deca-  
dum Millenariorum,  
2) Aggregata hæc partialia

Singula aufer a summa notis  
competentibus residuis a laeva  
dextram versus subscriptis; quod  
si subtracto Unitatum simplici-  
um aggregato remanserit &. Addi-  
tio rite peracta

### Demonstratio

Ex operatione patet omnes r. c.  
Milliones aggregandorum aufer-  
ri ex omnibus Millionibus summa  
idem quoque fieri in singulis reli-  
quis notis et aggregandorum et  
summa.

Enimvero Summa = omnibus aggre-  
gandorum partibus & 26.

Inde quidem ablatis omnibus  
summandis a summa Residuum = 0343  
Q. E. D.

### Schema calculi

|          |            |
|----------|------------|
| 9765328  |            |
| 2954396  |            |
| 785439   |            |
| 13505163 |            |
| 2211120  | = Residuis |

ex subtractione omnium Millionum



Handwritten musical notation and a 9x9 grid of numbers.

Handwritten notes:  $D$   $\alpha\beta$  (top left),  $C$  (top right),  $\sharp$  (left margin),  $\flat$  (right margin),  $\sharp$  (bottom left),  $\flat$  (bottom right).

|   |              |              |    |    |    |    |    |    |
|---|--------------|--------------|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2            | 3            | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 2 | 4            | <del>6</del> | 8  | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6            | 9            | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | <del>8</del> | 12           | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10           | 15           | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12           | 18           | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14           | 21           | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16           | 24           | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18           | 27           | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

Handwritten notes at the bottom:  $\alpha\beta$

Fig 2.

|   |    |    |    |    |    |  |  |  |
|---|----|----|----|----|----|--|--|--|
|   |    |    |    |    | 6  |  |  |  |
|   |    |    |    |    | 12 |  |  |  |
|   |    |    |    |    | 18 |  |  |  |
|   |    |    |    |    | 24 |  |  |  |
|   |    |    |    |    | 30 |  |  |  |
|   |    |    |    |    | 36 |  |  |  |
|   |    |    |    |    | 42 |  |  |  |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 |  |  |  |
|   |    |    |    |    |    |  |  |  |

Facto a dextra versus laevam in initio colligendi series verticales hac lege aggregant, ut ascendentes eque ad descendentes experiantur utrum eadem unius seriei summa prodeat atque ex huius identitate legitimam operationem exi-  
stiment.

### § 24 Echolon. 1.

Sunt qui nullum omnino Exam-  
nibus pretium statuunt, quos in-  
ter agmen fere ducit Joan Laur-  
bergius in arithm. p. 27. 28. dicens  
probationi unius casus singularis  
nullum terminum fore cum addi-  
ta probando per subtractionem  
probanda denus sit per additio-  
nem subtractio, utrum in hac ex-  
ror fuerit commissus, verum  
et hanc additionem ulterius pro-  
bandam per novam subtractio-  
nem et hii cum Petro Ramo  
Examnen cum demonstratione



confundunt, ignorantes hanc  
vincere per Regulas prescrip-  
tas inventum esse numerum  
illud autem docere regulas ad sa-  
lum singularem rite fuisse appli-  
catis. cf. Perill. Wolfius Anth. lat.  
§ 102. quo mentem de Examini-  
bus suam exponit.

§ 75. Scholion 2.

Legibus iisdem §. 86. et 87. Numero-  
rum ad certam in Rpb. unitates  
relatorum additionis et subtractionis  
absolvitur, hoc uno notato, in  
additione speciei minoris toties  
abjici multiplex, quoties unita-  
tem speciei majoris <sup>proxime</sup> ~~contingit atque~~ <sup>hanc ipsam</sup> numerari;  
ita speciei minoris resolvi, quot <sup>in subtractione</sup>  
simul sumpta unitatem majoris <sup>autem accep-</sup>  
efficiebant. speciei maioris

Schema calculi  
In additione: Thal. Dok. Num

|    |    |    |
|----|----|----|
| 35 | 26 | 10 |
| 56 | 29 | 11 |
| 3  | 7  | 2  |

Summa 97 3 11



In Subtractione

In Full Fractions  
That Dok Num  
M = 23.11 12.11 8

$I = 13 \quad 28 \quad 10$

$\lambda = 9 \text{ " } 13 \text{ " } 10$

$I = 9 \quad 13 \quad 10$

Similiter Th. Dok. Num.

$M = 17$ . Thal: Dok Num

$\mathcal{P} = 15 \quad 23 \quad 9$

$$\overline{J} = 1. \quad \overline{P}_1 \quad 3$$

§ 76. Scholion 3

310. *Catalogum Resolutionum Menestatorum, liquidorum & omnino re libelli Arithmetici exhibent.*

Melioris nota sunt Wilhelmus Bruns,  
dicto in ynterdinge beyfunde in  
Reductio aus Ländischer Münze,  
Gewicht und Maaß: 8. 2 Völl. L.  
von Elmsberg demonstrativer  
Aufsicht Leipzig 1732 77. Mathe-  
maticorum usibus inservit Joh. Mich.  
Poetii gründliche Anleitung zu  
unter den Größen ist tabellarisch  
arithmetischen Abhandlungst. 77.  
Leipzig 1728. 8. et et Mein Mannes



§ 77 Problema VIII

Abacum Pythagoricum construere  
R.e. Tabulam, in qua facta ex sin-  
gulis digitis in singulos continentur.

Resolutio.

1) Ductam rectam quamlibet inde-  
finitam et  $D$ , divide in  $q$  partes  
equales.

Fig. 1.

2) Duc aliam  $ED$  insistentem et  $D$  in  $q$   
equales partes subdividam.

3) Intervallo et  $D$  ex  $E$  describe arcum  
4) Quem secet ex talibus intervallo  
 $ED$  descriptus in  $D$ .

5) Junge rectas  $EC$  et  $DE$  ex aduerso  
in  $q$  equales partes subdividendas.

6) Applicata regula in oppositis  
subdivisionum punctis rectarum  
 $EC$  et  $AD$ ,  $\alpha, \alpha; \beta, \beta$ ; duc rectas  
 $\alpha\alpha, \beta\beta$ .

7) Simili modo in Rectarum  $DE$ ,  $ED$   
oppositis punctis  $\gamma, \gamma; \delta, \delta$ ; duc  
rectas  $\gamma\gamma, \delta\delta$ .



8) Seriei sinistime D & A, descen-  
dendo inscribe digitos.

9) Seriei supreme D C n & eosdem a  
lava versus dextram

10) Et de descendendo binarium bin-  
rio = 4 & 65. aggregato binarium

= 6 huius eundem = 13 summa eun-  
dem = 107 ad ultimam usque seriem  
V & D et.

11) Simili ratione ternarium ternari-  
um = 6. Summa ternarium = 9 huius  
eundem = 17 etc.

12) Quod si per singulas series addi-  
to hoc eadem lege continuetur  
D. L. 2. P.

### Demonstratio

Quia Multiplicatio oritur ex ite-  
rata ejusdem numeri additione  
§ 30. Unde quidem 6. in secunda  
serie verticali & 30. erit factum  
ex 2 in 3. Binarius enim ter sibi  
additus est per Operationem 14 in  
eandem serie erit factum ex 2  
in 11 idem enim Binarius



55.

Septies est sibi additus p. eand. Operat.  
Id quod eum de reliquis factis omni-  
bus eodem modo evincatur Tabula  
producta ex Digitis indigito  
continens constructa est.

L. E. D.

§ 78. Scholion 1.

Ex ipsa Constructione patet digitos  
seriei finitimo indicare quoties  
Suprema Digitum aggregati fuerint,  
vel contra.

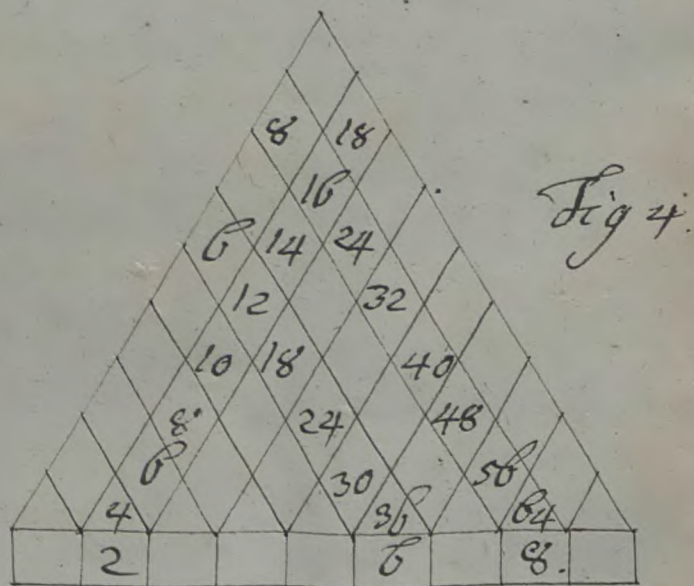
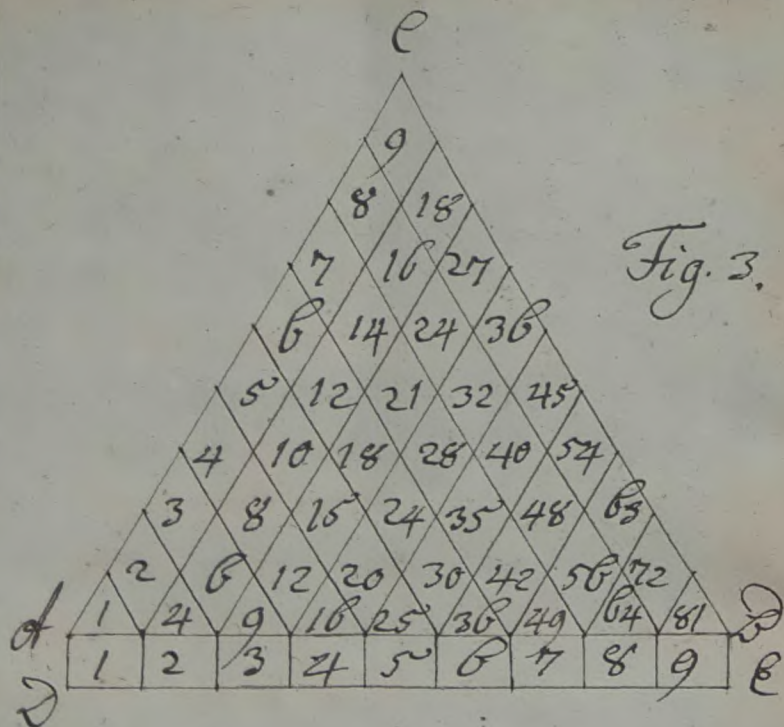
§ 79. Scholion 2.

Clucet etiam Praxis etiam huius  
expeditissima. Ponamus enim Pro-  
ductum ex 6 in 8. quari, descenden-  
do in Senarii serie, donec finiti-  
mi Octonarii seriei occurrat, in com-  
muni digito utrique quadrangulo  
reperietur, npe. 48, et contra cf. fige.

§ 80. Scholion 3

Alii aliam viam ingressi observan-  
tes, ad dextram omnia facta quo  
linea  $\alpha$  1, a reliquis discreta sunt, in  
altera quoque figura parte ad la





nam occurrere Quadrangulum  
figl in Triangulum mutarunt hm.  
1) Dne indefinitam et datq, inequa-  
les partes divide.

2) Ecce intervallo et ad describeat cum  
quem eodem intervallo ex D intersect  
alius in C.

3) Ductas rectas CA et CD in easdem no-  
vem partes divide.

4) Iunge rectarum AD et CD, itemq,  
AD et AC puncta adversa ab extre-  
mis aequae distantia.

5) Ad puncta A et D due duas rectas  
equales et DE. alia recta DE con-  
jungendas atq, in 9 partes aequales  
subdividenda, quo recta et D puncta  
ctis ab extremis aequi differenti-  
bus aliis lineolis iunguntur.

6) Intima seriei inscribe a laeva  
incipiens digitos.

7) Eodemq, seriei obliquo finitima



8) Dinario hujus seriei adde binarium  
 $= 4$ . ternario ejusdem, ternarium  
 $= 6$ . summa, eundem  $= 9$ .

quaternario quaternarium  $= 8$   
 Summa eundem  $= 12$ , huiusq;  
 aggregato denuo eundem  $= 16$

9) Summas seriebus obliquis quo  
 iisdem Digitis intimis respon-  
 dent, inscribere,

10) Servata eadem lege in summis  
 reliquorum digitorum et for-  
 mandis subscriberendis, factum  
 erit

Demonstratio.

coincidet cum  $\S 87$  Demonstra-  
 tione.

$\S 84$ . Scholio 4.

Quarens itaq; factum ex 2 in 8  
 n. 16 adscende in serie Digitu-  
 2, donec occurrat seriei 668.  
 oblique deorsum tendenti. Qua-  
 drangulum commune ostendit  
 similiter factum ex 6 in 6.

h. e. 36 triangulum utriusque  
 seriei commune continebit. cf. Fig. 4.



## § 82 Problema IX

Numeri cuiusvis propositi decuplum centuplum, Millecuplum, Decuplo Millecuplum invenire

Resolutio et Demonstratio

Auge Numerum propositum decem  
trorsum cyphris una si Decuplum

duabus si Centuplum

tribus si Millecuplum

desideres et in genere tot cyphris  
quot opus est numero cuiusvis ut  
loci valor servetur auge §. 7 p. 85.

v. C.

Ternarii decuplum = 30

Centuplum = 300

Millecuplum = 3000

Similiter Numeri

3962 decuplum = 39620

Centuplum = 396200

Millecuplum = 3962000

Decies Millecuplum = 39620000.

etc. in inf.

# §83 Problema X

59

Numerum quemcunq; multiplicare  
per Digitos.

Resolutio

1) Multiplicandū subscribe digitum, ut in  
Additione §65. præceptum est.

2) Duclineolam.

3) Ex Abac Pythagorico §77 vel §80, ita  
subscribe inventa Producta, ut Si-  
gitus in Digitum locum Digitorum.

decades - - - decadum

- - centenarios - - - centenariorū

- - millenarios - - - millenariorū

tueantur. §82.

4) Producta h. m. inventa addere §65.

D. F.

v. c. 597329 { . . . . . p. M. 1.  
6 { . . . . . p. M. 2.

5 4 = a  
1 2 = b  
1 8 = c  
4 2 = d  
5 4 = e  
3 0 = f  
= g

p. M. 3.

35 83974 = P. --- p. M. 4



Demonstratio  
Ex Operatione atq. Alia Pythagorico  
patet a esse factum digiti in digitos

b - - - - - in decades  
c - - - - - in centenariis  
d - - - - - in millenariis  
e - - - - - in decad. millenot.  
f - - - - - in centen. millenat.

h.e. a, b, c, p. sunt producta singularum  
Multiplicandi partium h.e. totius  
Multiplicandi 847. in Multiplicatoreni  
toties enim continent alterutrum  
factorem quoties alteruter unitatem.  
Cumq. factum omnibus partibus si =  
mul sumtis 847.

Numerus autem P. hoc facta partia  
lia contineat p. Operat. adell. 4.

Ergo P. est Productum ex toto Multi-  
plicando in Digitum  
D E F.

884 et holiom.

Compendio Operationis Decades  
Singulorum ordinum, eorumq.  
Multipla memoria tenentur.







## Demonstratio.

$\alpha$  = facto ex digitis Metoris §. 43  
 $\beta$  = facto ex decadibus ejusdem §. 43  
 $\gamma$  = -- ex centenariis §. 42  
 $\delta$  = --- ex millenariis §. 42

cumq; digiti decades centenarii  
 lenarii sint omnes Metoris partes  
 §. 47. Ergo  $\alpha + \beta + \gamma + \delta$  = factis ex omniatio

Metoris partibus in omnes Modi §. 41.

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = P. p. O.$$

$P$  = factis ex omnibus Metoris partibus  
 in omnes Modi §. 41.

§. 86 Scholion 1.

Facile apparet ex Resolutione et  
 monstratione hujus Problematis  
 inde esse, quocumq; ordine hæc facta  
 partialia fiant vel a sinistra  
 a dextra vel in medio incipi-  
 endo, si modo Ordinibus suis  
 homogeneis subscripta respo-  
 deant.



Quia variis in Multiplicatione con-  
pendio locus est, non ab ore erit  
in medium proferre quodam, quo-  
rum expedita nostris, ea princi-  
palibus concipienda est demonstra-  
tio. Cum vero omnia conpendia  
inter se habitudinem quandam  
inter se habitudinem supponant,  
atque primum aspiciendum  
est, Multiplicationem concinne abso-  
lutur.

## §88 Scholion 3.

Primum omniumq. simplicissimu  
est, & illud unitatem contineat  
cripto enim ad Latum Motore, lunulaq.  
vel linea ad modo discreto.

2) Facto ex modo in Unitatem Moto-  
ris debitum assigna locum §82.83.

3) Reliqua etiam competentibus obser-  
uatis locis §86.

4) Subscripta adde § 60. Eritq. factum  
Schemata calculi  
in omni Multiplicatione  
Multiplicandus = m. vel f  
Multiplicator = n. vel f  
Factum s. Productum = p.



B24

Eto in specie  $M = 5463$   
 $m = 51$

Quare  $(51) \dots$  p. 0. M. 1.  
 $\alpha = 5463 \dots$  M. 2.  
 $\beta = 27315 \dots$  M. 3.  
 $P = 278615 \dots$  M. 4.

Chum:  
 $\alpha = 1 \times M$   
 $\beta = 10 \times M$  } p. 0.  
 $\alpha + \beta = 11 \times M. 842$   
 $\alpha + \beta = P. 847.65.$   


---

 $P = 11 \times M. 841$  Q.E.D.

Similiter est  $M = 5463$   
 $m = 15$

Quare  $5463.$   
 $27315$   
 $P = 81945 = m \times M.$

Punctum in vulgus addunt  
facto ex Articulis quibusdam  
primariis & m in M. quo reliqua  
facta capeditius subscribi possum.

89. Scholion 4.

Duo fuerint l<sup>i</sup> m nota, Vnita-  
 ° praxi<sup>o</sup> ea peditior erit:

Scribendo sub linea dextimam  
 londi notam solitariam,

Duas<sup>o</sup> quasvis ejusdem m. notas  
 proximas a dextra versus levam  
 addendo 565.

Ultimamq<sup>ue</sup> solitariam, si quidem  
 nihil eidem cōnumerandum sit,  
 adjiciendo; v. c. 11.

$$P = \begin{array}{r} 3256 \\ - 35816 \end{array}$$

$$P \text{ vel } \begin{array}{r} 976543 \\ - 10741973 \end{array}$$

Operationis ratio manifestam  
 t. numerum l<sup>i</sup> m. decuplum  
 na cum simplo formatum  
 t, concipimus subscriptum -

$$\text{Decuplo l<sup>i</sup> m} = 9765430 \text{ 882.}$$

$$\text{Simplum ejus} = 976543$$

$$\text{unde addendo } P = 10741973$$



66  
 simili omnino Artificio ut  
 mur si m ex pluribus unitat  
 compositus sit. Ponamus es  
 dus; tuncq; subscripta nota dea  
 ma adiungitur summa ex qua  
 primis dextimis; dec adum loc  
 occupans; hinc aggregatum es h  
 tus primis misq; dextima aggr  
 gatum subsequentiū ex ordi  
 trium deinde ultimarum du  
 rum tantumq; finistima.

$$h. m. sit M = 23531 \quad m = III$$

$$\text{Quare } M = 23531 \quad (III = m)$$

$$P = 2671941$$

vel

$$M = 987955 \quad (III = m)$$

$$P = 109662783$$

Ratio Praxis ex Casu I. huius spatet

Quod si m ex quatuor vel  
 quinq; vel  
 sex unitatib;

componatur mutatio in Casu II. huius

nostri & mutandis, quaterni vel  
quini vel senarii semper numerati  
dantur, summaq; competentibus locis  
subscribantur. v. c.  $m = \text{IIII}$

$$\text{Ergo } M = 25763$$

$$P = 28622693$$

Similiter in omnibus aliis

§90 Scholion 5

Elegans quoque sompendium est  
TicM. tot accedat ad articulum  
quendam primarium ita, ut ab eo  
ultra II. non deficiat.

Utque enim M. tot ad latus scripto  
et lineola discreto multiplicandu hoc  
caphris vel brevitati studens punctis  
quot adiecisse opus erat, si per eun-  
dem articulum primarium mul-  
tiplicanda fuisset. §82.

2) Defectum M. totis ab articulo  
primario duc in M. dum. §83. 89

3) Factum hoc a facto Membrit. sub-  
trahe. §. 71

$$\text{v. c. sit } M = 9763 \quad m = 97.$$



Quare

$$\begin{array}{r}
 M = 9763 \dots \dots \dots (997 = m \\
 \quad \quad \quad 29289 \quad \quad \quad \dots \dots \dots p \text{ o } M_1 \\
 \hline
 P = 9733711 \quad \quad \quad \dots \dots \dots M_2 \\
 \quad \quad \quad \text{Num.} \quad \quad \quad \dots \dots \dots M_3.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.0.0.0 \times M = 9763.00.0. \S 82. \\
 3 \times M = \quad \quad \quad 29289 \S 83
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 997 \times M = 9733711
 \end{array}$$

Concinnior &que ac elegantior pra-  
cis erit si defectus in Multiplican-  
dum Producta singula in mente  
deformes et subducas h.m.

$$\begin{array}{r}
 9763 \dots \dots \dots (997
 \end{array}$$

Similiter quoque in aliis.

§91 Scholion C.

Unde equidem perspicitur summa  
brevitate Productum inveniri  
posse, si in M. tore habitudine nu-  
merorum isto, quas §. 89. 90. ex po-  
sui mus convenient. &c.



$$\text{Esto } M = 976.39.94 \quad m = 1111994 \quad \text{Eg.}$$

$$10847752894 \dots = 1111000 \times M. 589.82.$$

$$9705370276 = 994 \times M. 590.$$

$$10857458264276 = 111994 \times M. 541$$

$$\text{vel esto } M = 97898 \dots \quad m = 99811$$

$$\times 97702204 \dots = 99800 \times M. 590.82.$$

$$1076878 = 11 \times M. 589.$$

$$9771297278 = 99811 \times M. 541$$

§92. Scholion. 7.

Omnia fere hunc facientia dabit  
L. von Elodubrag in du demonstra-  
tivis, Crysos Kunst ap. 460-571. Quo-  
rum tamen plurima ad curata m  
ratioxis atq; proportionis cogniti-  
onem supponunt.

§93 Problema **XII**

Sine Abaci Pythagorici pro-  
dio per Additionem, Subtractio-  
nem et Mediationem datorum  
quorumvis Numerorum Pro-  
ductum invenire.



Figs

| 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 1 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 2 | 11 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 3 | 12 | 21 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 4 | 13 | 22 | 31 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 5 | 14 | 23 | 32 | 41 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 |
| 6 | 15 | 24 | 33 | 42 | 51 | 60 | 61 | 62 | 63 |
| 7 | 16 | 25 | 34 | 43 | 52 | 61 | 70 | 71 | 72 |
| 8 | 17 | 26 | 35 | 44 | 53 | 62 | 71 | 80 | 81 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |

Fig 6

| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 2 | 4  | 6  | 8  | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6  | 9  | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8  | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

*Resolutio*  
 Omne artificium eo redit, ut ex  
 plo duplo et decuplo per additionem  
 subtractionem et mediationem  
 gula numeri propositi multipla  
 invenias. Semper

- 1) Numerus quilibet in se respectu  
 simplus est. s. g. h. l. i. e. simplum  
 sui ipsius refert, quare
- 2) Simplicum additum simplo, duplum
- 3) Duplum additum simplo, triplum
- 4) Duplum additum duplo, dupli du-  
 plum h. e. quadruplum.
- 5) Decuplum mediatum quintuplum
- 6) Triplum additum triplum, tripli du-  
 plum h. e. sextuplum.
- 7) Quintuplum additum duplo, septu-  
 plum
- 8) Quadruplum additum quadru-  
 plum quadrupli. h. e. octuplum
- 9) Decuplum dempto simplo non  
 plurn exhibet illius simplicium  
 Multipla quavis desiderantur  
 Q. E. D.

$$1+1=2.$$

$$2+1=3$$

$$2+2=4$$

$$\frac{10}{2}=5$$

$$3+3=6$$

$$\frac{10}{2}+2=7$$

$$4+4=8$$

$$10-1=9.$$



Pluribus autem ad hoc alius modis  
 Simpli propositi Multipla per se lam  
 tantum additionem, subtractionem  
 et Mediationem invenire possunt,  
 in casibus Specialibus, pro diversis  
 numerorum ad se invicem habitudi-  
 nibus, usui committenda.

### Schema Calculi

Manentibus omnibus sex legibus  
 neglecto tamen ex Hypothesi hujus  
 Settae Pythagorici praesidio, esto,

$$M = 9.7.35.8$$

$$m = 42539$$

$$\begin{array}{rcl} 876222 & = & 10 \times M - 1 \times M = 9M \\ 194716 & \dots & = 11 \times M + 1 \times M = 20M \\ 389432 & \dots & = 2 \times M + 2 \times M = 4M \\ 486790 & \dots & = 4 \times M + 1 \times M = 5M \\ 292074 & = & 2 \times M + 1 \times M = 3M \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 876222 \\ 194716 \\ 389432 \\ 486790 \\ 292074 \end{array}} \right\} 882.86$$


---


$$4141511962 = P.$$

vel

manentibus iisdem.



$$M = 97358$$

$$m = 42539$$

$$\begin{array}{rcl} 4. 8. 6790 \dots & = & \frac{10}{2} M = 50M \\ 389432 \dots & = & 50M - 10M = 40M \\ 194718 & = & \frac{4}{2} M = 20M \\ 292074 & = & 50M - 20M = 30M \\ 87622 & = & 50M + 40M = 90M \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 414151192 \\ 414151192 \end{array} = \text{Coll } \$ 82.86.$$

§94 Scholion

Hanc Multiplicandi rationem priorem  
**Jobus Ludolphus** Mathematicum quon-  
 dam ap. Erfordienfes Professor, intro-  
 ducit, teste Wolff. §116. Ar. Lat.

§95 Problema XIII

Lamellas Neperianas parare qua-  
 rum ope Multiplicatio et Divisio  
 facilius absolvitur, quam per Alacū  
 Pythagoricum

Resolutio

1) Ec Erichalio ligno vel charta cras-  
 siore para lamellas oblongas in eo-  
 rem quadrangula subdivisat et  
 per diagonales, excepto supremo in duo

Fig. 5



triangula subdividendas

2) His Quadrangulis ea lege inscribe.  
 utrum Pythagoricum, ut Digi-  
 timum, articuli sinistram trian-  
 gulum occupent

f. q. p.

### §96 Problema XIV

1) Multiplicare numerum quemvis per  
 alium datum Lamellarum §95 descri-  
 ptarum ope Resolutio

- 1) Lamellas ita dispone ut in fronte  
 exhibeant Multiplicandum.
- 2) Eis ad latus iunge unitatum La-  
 mellam, in triangula non distinctam  
 ob evitandum erroris periculum.
- 3) In hac quare dextram multipli-  
 catoris notam et
- 4) Ipse respondentes numeros ita expri-  
 be ut dextimi Trianguli numerus so-  
 litarius, deinde vero duorum subse-  
 quentium et quadrangulum obliquum  
 efficientium Numeri in surnam collec-  
 ti ponuntur, adjecta nota sinistimi,



Alii rotatoria, nisi quid ex connumerato  
ne supersit eidem addendum.

§ Eodem modo exscribe reliquos nume  
ros factis tamen ordinibus homogeneis  
Subscriptis § 82. 83.

§ Tandem facta partialia adde § 65.

Demonstratio.

J. J.

Fig 6

Et ipsa lamellatum constructione et  
Usu Pythagorici usque § 89. 95. patet

Schema falcu

$$907589 = M.$$

$$6954 = m$$

$$3630356$$

$$4832945$$

$$8168301$$

$$5445534$$

$$6311373906 = P.$$

§ 97 Scholion.

Subsecuti superioris initium hoc  
Multiplicationis artificium innotuit  
Auctore Joani Nepero Merchistonii  
Barone Scoti libello, peculiari

76  
Sub Rábdologio titulo cum orbe erudito  
comuni casum Lugd. Bat. 1626. 12.

898 Problema **XV**

Numerum datum per alium mino-  
rem dividere. Resolutio

Casus 1. Si Divisor sit Digitus.

1. Scribe Digitum ad eam Dividen-  
di et lunula ab eo distingue.

2) Spectabaei Pythagorici quare, quoties  
is in prima vel si major fuerit in dua-  
bus primis sinistimis notis Dividen-  
di contineatur.

3) Numerum qui hoc indicat ad dex-  
tram dividendi scribe, lunula pari-  
ter ab eo distinguendum obervitan-  
dum confusionem

4) Quotum hunc duc in Divisorem  
factumq; vel nota illi uni vel dua-  
bus subscribe et

5) Subtrahere 871

6) Differentia, si qua fuerit iunge



proximum a dextra dividendi numerum eandem operationem accipere  
 2. Per singulas Dividendi notas repetere

7) Quodsi contingat ut Divisor in nota adjuncta non contineatur, locum in Quoto cyphra designa. J. F.

Schema calculi

1) Si sinistra Dividendi nota Digitum contineat

p. M. 1 8/976592122074 p. M. 3.

p. M. 4 8 . . . . .  
 p. M. 5 6 . . . . .  
 16 . . . . .

p. M. 7 . . . . . 59  
 56 . . . . .

32  
 32

11) Si sinistra Dividendi nota non contineat Digitum s. Divisorem

956328487938808.

54. ....

23. ....

18. ....

52. ....

48. ....

48. ....

48. ....

48

48

0

### Demonstratio

Ea ipsa Operatione liquet numeri  
inventi partes indicare, quoties di-  
gitus in singulis partibus Dividendi  
contineatur, p. 52 h. e. in toto Divi-  
dendo Si sunt autem partiales illi duo.  
ti simul sumti invento numero a-  
quales 54. Quare cum illi indicent quo-  
ties Divisorem contineant Dividendi  
partes omnes p. 0. inde quidem et hic  
ostendit, quoties totus Divisor in  
toto Dividendo contineatur, erit  
itaque Quotus. 55 Q. E. D.



casus II. si Divisor pluribus notis  
constet.

- 1) Factis, quae ad M. 1. et 2. Casus I. proce-  
ta sunt.
- 2) Ape Abaci Pythagorici § 77. vel 80  
quare quoties quam proxime prima  
Divisoris nota in prima vel duabus  
primis / existente nimirum prima  
Dividendi nota minore Divisoris  
Dividendi contineatur.
- 3) Numerum inventum duc in singulas  
Divisoris notas.
- 4) Productum cum totidem notis Di-  
videndi confer, visurus, utrum subtrac-  
tioni locus sit.
- 5) Si majus fuerit inventum M. 2. Nu-  
merorum unitatibus minue, donec  
tandem factum Membris <sup>minu</sup> sit vel = totidem Dividendi notis.
- 6) Scribe in Quoti locum hunc in-  
ventum numerum.
- 7) Subscriptum autem ex hoc in-  
Divisorem, factum a Dividendi  
totidem notis, aufer § 71.



8) Observe si qua fuerit Differentia  
proximam notam Dividendi;  
eandem Operationem per omnes  
Dividendi notas repete.

9) Tandem si continuanti Operatio-  
nem contingat, ut Divisor non con-  
tineatur in Dividendo, loca Quoti-  
toties Cyphris reple, quoties Diviso-  
rem non continent Dividendi par-  
tes; post singulas Operationes una  
nota adjecta Quota; quoscilicet signifi-  
mis Quoti et Quotae loci valor serve-  
tur D. I.

Schema calculi

621) 9876384 (15904.

$$\begin{array}{r}
 621 \dots \dots \dots \\
 3666 \dots \dots \dots \\
 3105 \dots \dots \dots \\
 \hline
 5613 \dots \dots \dots \\
 6589 \dots \dots \dots \\
 \hline
 2484 \\
 2484 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 9832 \overline{) 98762440(10045} \\
 \underline{9832} \phantom{00000} \\
 44244 \phantom{00} \\
 \underline{39328} \phantom{00} \\
 49160 \phantom{00} \\
 \underline{49160} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 976532 \overline{) 7707767076(7893.} \\
 \underline{6835724} \phantom{00} \\
 8720430 \phantom{00} \\
 \underline{7812256} \phantom{00} \\
 9081747 \phantom{00} \\
 \underline{8788788} \phantom{00} \\
 2929596 \phantom{00} \\
 \underline{2929596} \\
 0
 \end{array}$$

Demonstratio  
 Coincidit fere cum Casus. Demonstratio, hoc uno notato, quod  
 cum ex abaco Pythagorico constare  
 re nequeat, quoties totus Divisor  
 in totidem Dividendi notis continetur,  
 neatur, supponamus toties illum  
 contineri in hoc, quoties primarius  
 lius nota in huius prima vel primis duabus



bus sinistimis notis continetur. Quo  
 licet suppositio saepius fallat, in erro-  
 rem tamen inducere nequit cum  
 facto mox examine h. e. Producto ex  
 hoc Quoto in Divisorem totum for-  
 mato, appareat subducere hoc eo  
 dividendo possit, an non? Imminu-  
 ritag hoc Quoto eo quidem usq. do-  
 ceo subductioni locus sit, idem ille  
 indicat, quoties latuerit Divisor in  
 dividendo §35. 36. Q. E. D.

§99 Scholion 1.

Encinne admodum Michael Rife-  
 rius in Arithmetica fol. 3 Resolutio-  
 nem Divisionis tribus litteris comple-  
 ritur istis: Q. M. S. quarum ista est  
 significatio: Quere; quiritur. inven-  
 tum Multiplica, per totum sc. Divi-  
 sorem, multiplicatum subtrahere.

§100 Scholion 2.

Revertati studentes alii Divisorem  
 a leva incipiendo totidem Dividen-  
 di notis subscrībunt, ut continetur



in ipsius Divisor, inventis loco  
debito scripti Quotiz, in singulas Di-  
visoris partes facta, mente formam  
formata subtrahunt, delectis  
neola minuendis in Dividendo  
aque ab subtrahendis in Divisor  
Differentiisq, supra scriptis post  
singulas operationes usq, ad finem  
Divisorem versus dextram uno loco  
promoventes.

Habet tamen istud hoc praxi  
commodi, quod, si quidem vel in  
ductione vel productorum forma  
tione erratum sit, difficile est  
detegatur et corrigatur ob num  
ros post subtractionem deletos  
En Schema

§101 Scholion 3.

43

Si in spatio superscribendarum differentiarum excludantur, Divisorem si §93 precepimus ad laevam scribunt, nec illius notas delent, sed residua subscribunt puncto numero dividendi qui divisorem continent, notant, idem in singulis operationibus uno loco promoventes, et reliqua ti §100. absolunt h. m.

9832 | 984 62 440 10045.  
~~44026~~  
~~88052~~  
~~176104~~  
~~352208~~  
~~704416~~  
~~1408832~~  
~~2817664~~  
~~5635328~~  
~~11270656~~  
~~22541312~~  
~~45082624~~  
~~90165248~~  
~~180330496~~  
~~360660992~~  
~~721321984~~  
~~1442643968~~  
~~2885287936~~  
~~5770575872~~  
~~11541151744~~  
~~23082303488~~  
~~46164606976~~  
~~92329213952~~  
~~184658427904~~  
~~369316855808~~  
~~738633711616~~  
~~1477267423232~~  
~~2954534846464~~  
~~5909069692928~~  
~~11818139385856~~  
~~23636278771712~~  
~~47272557543424~~  
~~94545115086848~~  
~~189090230173696~~  
~~378180460347392~~  
~~756360920694784~~  
~~1512721841389568~~  
~~3025443682779136~~  
~~6050887365558272~~  
~~12101774731116544~~  
~~24203549462233088~~  
~~48407098924466176~~  
~~96814197848932352~~  
~~193628395697864704~~  
~~387256791395729408~~  
~~774513582791458816~~  
~~1549027165582917632~~  
~~3098054331165835264~~  
~~6196108662331670528~~  
~~12392217324663341056~~  
~~24784434649326682112~~  
~~49568869298653364224~~  
~~99137738597306728448~~  
~~198275477194613456896~~  
~~396550954389226913792~~  
~~793101908778453827584~~  
~~1586203817556907655168~~  
~~3172407635113815310336~~  
~~6344815270227630620672~~  
~~12689630540455261241344~~  
~~25379261080910522482688~~  
~~50758522161821044965376~~  
~~101517044323642089930752~~  
~~203034088647284179861504~~  
~~406068177294568359723008~~  
~~812136354589136719446016~~  
~~1624272709178273438892032~~  
~~3248545418356546877784064~~  
~~6497090836713093755568128~~  
~~12994181673426187511136256~~  
~~25988363346852375022272512~~  
~~51976726693704750044545024~~  
~~103953453387409500089090048~~  
~~207906906774819000178180096~~  
~~415813813549638000356360192~~  
~~831627627099276000712720384~~  
~~1663255254198552001425440768~~  
~~3326510508397104002850881536~~  
~~6653021016794208005701763072~~  
~~13306042033588416011403526144~~  
~~26612084067176832022807052288~~  
~~53224168134353664045614104576~~  
~~106448336268707328091228209152~~  
~~212896672537414656182456418304~~  
~~425793345074829312364912836608~~  
~~851586690149658624729825673216~~  
~~1703173380299317249459651346432~~  
~~3406346760598634498919302692864~~  
~~6812693521197268997838605385728~~  
~~13625387042394537995677210771456~~  
~~27250774084789075991354421542912~~  
~~54501548169578151982708843085824~~  
~~109003096339156303965417686171648~~  
~~218006192678312607930835372343296~~  
~~436012385356625215861670744686592~~  
~~872024770713250431723341489373184~~  
~~1744049541426500863446682978746368~~  
~~3488099082853001726893365957492736~~  
~~6976198165706003453786731914985472~~  
~~13952396331412006907573463829970944~~  
~~27904792662824013815146927659941888~~  
~~55809585325648027630293855319883776~~  
~~111619170651296055260587710639767552~~  
~~223238341302592110521175421279535104~~  
~~446476682605184221042350842559070208~~  
~~892953365210368442084701685118140416~~  
~~1785906730420736884169403370236280832~~  
~~3571813460841473768338806740472561664~~  
~~7143626921682947536677613480945123328~~  
~~14287253843365895073355226961890246656~~  
~~28574507686731790146710453923780493312~~  
~~57149015373463580293420907847560986624~~  
~~114298030746927160586841815695121973248~~  
~~228596061493854321173683631390243946496~~  
~~457192122987708642347367262780487892992~~  
~~914384245975417284694734525560975785984~~  
~~1828768491950834569389469051121951571968~~  
~~3657536983901669138778938102243903143936~~  
~~7315073967803338277557876204487806287872~~  
~~14630147935606676555115752408975612575744~~  
~~29260295871213353110231504817951225151488~~  
~~58520591742426706220463009635902450302976~~  
~~117041183484853412440926019271804900605952~~  
~~234082366969706824881852038543609801211904~~  
~~468164733939413649763704077087219602423808~~  
~~936329467878827299527408154174439204847616~~  
~~1872658935757654599054816308348878409695232~~  
~~3745317871515309198109632616697756819390464~~  
~~7490635743030618396219265233395513638780928~~  
~~14981271486061236792438530466791027277561856~~  
~~29962542972122473584877060933582054555123712~~  
~~59925085944244947169754121867164109110247424~~  
~~119850171888489894339508243734328218220494848~~  
~~239700343776979788679016487468656436440989696~~  
~~479400687553959577358032974937312872881979392~~  
~~958801375107919154716065949874625745763958784~~  
~~1917602750215838309432131899749251491527917568~~  
~~3835205500431676618864263799498502983055835136~~  
~~7670411000863353237728527598997005966111670272~~  
~~15340822001726706475457055197994011932223340544~~  
~~30681644003453412950914110395988023864446681088~~  
~~61363288006906825901828220791976047728893362176~~  
~~122726576013813651803656441583952095457786724352~~  
~~245453152027627303607312883167904190915573448704~~  
~~490906304055254607214625766335808381831146897408~~  
~~981812608110509214429251532671616763662293794816~~  
~~1963625216221018428858503065343233527324587589632~~  
~~3927250432442036857717006130686467054649175179264~~  
~~7854500864884073715434012261372934109298350358528~~  
~~15709001729768147430868024522745868218596700717056~~  
~~31418003459536294861736049045491736437193401434112~~  
~~62836006919072589723472098090983472874386802868224~~  
~~125672013838145179446944196181966945748773605736448~~  
~~251344027676290358893888392363933891497547211472896~~  
~~502688055352580717787776784727867782995094422945792~~  
~~1005376110705161435575553569455735565990188845891584~~  
~~2010752221410322871151107138911471131980377691783168~~  
~~4021504442820645742302214277822942263960755383566336~~  
~~8043008885641291484604428555645884527921510767132672~~  
~~16086017771282582969208857111291769055843021534265344~~  
~~32172035542565165938417714222583538111686043068530688~~  
~~64344071085130331876835428445167076223372086137061376~~  
~~128688142170260663753670856890334152446744172274122752~~  
~~257376284340521327507341713780668304893488344548245504~~  
~~514752568681042655014683427561336609786976689096491008~~  
~~1029505137362085310029366855122673219573953378192982016~~  
~~2059010274724170620058733710245346439147906756385964032~~  
~~4118020549448341240117467420490692878295813512771928064~~  
~~8236041098896682480234934840981385756591627025543856128~~  
~~16472082197793364960469869681962771513183254051087712256~~  
~~32944164395586729920939739363925543026366508102175424512~~  
~~65888328791173459841879478727851086052733016204350849024~~  
~~131776657582346919683758957455702172105466032408701698048~~  
~~263553315164693839367517914911404344210932064817403396096~~  
~~527106630329387678735035829822808688421864129634806792192~~  
~~1054213260658775357470071659645617376843728259269613584384~~  
~~2108426521317550714940143319291234753687456518539227168768~~  
~~4216853042635101429880286638582469507374913037078454337536~~  
~~8433706085270202859760573277164939014749826074156908675072~~  
~~16867412170540405719521146554329878029499652148313817350144~~  
~~33734824341080811439042293108659756058999304296627634700288~~  
~~67469648682161622878084586217319512117998608593255269400576~~  
~~134939297364323245756169172434639024235997217186510538801152~~  
~~269878594728646491512338344869278048471994434373021077602304~~  
~~539757189457292983024676689738556096943988868746042155204608~~  
~~1079514378914585966049353379477112193887977737492084310409216~~  
~~2159028757829171932098706758954224387775955474984168620818432~~  
~~4318057515658343864197413517908448775551910949968337241636864~~  
~~8636115031316687728394827035816897551103821899936674483273728~~  
~~17272230062633375456789654071633795102207643799873348966547456~~  
~~34544460125266750913579308143267590204415287599746697933094912~~  
~~69088920250533501827158616286535180408830575199493395866189824~~  
~~138177840501067003654317232573070360817661150398986791732379648~~  
~~276355681002134007308634465146140721635322300797973583464759296~~  
~~552711362004268014617268930292281443270644601595947166929518592~~  
~~1105422724008536029234537860584562886541289203191894333859137184~~  
~~2210845448017072058469075721169125773082578406383788667718274368~~  
~~4421690896034144116938151442338251546165156812767577335436548736~~  
~~8843381792068288233876302884676503092330313625535154670873097472~~  
~~17686763584136576467752605769353006184660627251070309341746194944~~  
~~35373527168273152935505211538706012369321254502140618683492389888~~  
~~70747054336546305871010423077412024738642509004281237366984779776~~  
~~141494108673092611742020846154824049477285018008562474733969559552~~  
~~282988217346185223484041692309648098954570036017124949467939119104~~  
~~565976434692370446968083384619296197909140072034249898935878238208~~  
~~1131952869384740893936166769238592395818280144068499797871756476416~~  
~~2263905738769481787872333538477184791636560288136999595743512952832~~  
~~4527811477538963575744667076954369583273120576273999191487025905664~~  
~~9055622955077927151489334153908739166546241152547998382974051811328~~  
~~18111245910155854302978668307817478333092482305095996765948103622656~~  
~~36222491820311708605957336615634956666184964610191993531896207245312~~  
~~72444983640623417211914673231269913332369929220383987063792414490624~~  
~~144889967281246834423829346462539826664739858440767974127584828981248~~  
~~289779934562493668847658692925079653329479716881535948255169657962496~~  
~~579559869124987337695317385850159306658959433763071896510339315924992~~  
~~1159119738249974675390634771700318613317918867526143793020678631849984~~  
~~2318239476499949350781269543400637226635837735052287586041357263699968~~  
~~4636478952999898701562539086801274453271675470104575172082714527399936~~  
~~9272957905999797403125078173602548906543350940209150344165429054799872~~  
~~18545915811999594806250156347205097813086701880418300688330858109599744~~  
~~37091831623999189612500312694410195626173403760836601376661716219199488~~  
~~74183663247998379225000625388820391252346807521673202753323432438398976~~  
~~148367326495996758450001250777640782504693615043346405506646864876797952~~  
~~296734652991993516900002501555281565009387230086692811013293729753595904~~  
~~593469305983987033800005003110563130018774460173385622026587459507191808~~  
~~1186938611967974067600010062221126260037548920346771244053174919014383616~~  
~~2373877223935948135200020124442252520075097840693542488106349838028767232~~  
~~4747754447871896270400040248884505040150195681387084976212699676057534464~~  
~~9495508895743792540800080497769010080300391362774169952425399352115068928~~  
~~18991017791487585081600160995538020160600782725548339904850798704230137856~~  
~~37982035582975170163200321991076040321201565451096679809701597408460275712~~  
~~75964071165950340326400643982152080642403130902193359619403194816920551424~~  
~~151928142331900680652801287964304161284806261804386719238806389633841102848~~  
~~303856284663801361305602575928608322569612523608773438477612779267682205696~~  
~~607712569327602722611205151857216645139225047217546876955225558535364411392~~  
~~1215425138655205445222410303714433290278450094435093753910451117070728822784~~  
~~2430850277310410890444820607428866580556900188870187507820902234141457645568~~  
~~4861700554620821780889641214857733161113800377740375015641804468282915291136~~  
~~9723401109241643561779282429715466322227600755480750031283608936565830582272~~  
~~19446802218483287123558564859430932644455201510961500062567217873131661164544~~  
~~38893604436966574247117129718861865288910403021923000125134435746263322329088~~  
~~77787208873933148494234259437723730577820806043846000250268871492526644658176~~  
~~155574417747~~



dendi notas cum totidem Divisoribus  
aut ejusdem Multiplici notio.  
3) Proximè accedentes subscribe et au-  
fer uti 898 Multiplo Divisoris  
ejus Simplo in Locum Quoti scripo.  
4) Quod si eandem ad finem usque  
gem serves

Demonstratio  
Per se manifesta est toties eam  
visor ablatum est ex Dividendo, quoties  
in ipso latebat, & Op. fide qui Pe-  
Numerus, qui indicat, quoties sub-  
ctio hac facta sit, Quotus est 835. 36.

Schema calculi

Divisor

7893=1  
15786=2  
23679=3  
31572=4  
39465=5  
47358=6  
55251=7  
63144=8  
71037=9

770776707679765  
71037  
6.04.06  
55251  
6.15.57  
47358  
419.90  
39465  
25257  
23679  
15786  
15786

§103. Scholion  
Hanc dividendi methodum et meditan-  
di difficultatem et errandi facilita-  
tem tollere, cui obnoxia sunt praxi §98.  
pro. 101 bene monet Perill Wolf et L. §21  
addens tamen se nolle ut ab eo Pytha-  
goricus prorsus rejiciatur cum ejus in  
actionibus reducendis eximia sint com-  
moda.

§104. Problemata XVII.  
i Per Lamellas Neperianas absolvere Divi-  
sionem      Resolutio

In Fronte Lamellae Divisorem referant.  
Juncta digitorum indivisa Lamella  
ad Latus.  
Descendendo quare quot Divisoris no-  
ta totidem Dividendi characteribus mi-  
o a Linea facto respondeant vel praxi  
ne ad ipsos accedant, ut subtractioni  
eius sit.

Numerum hunc ex lamellis excerptu  
notis Dividendi subcribe et auferd  
Respondentes vero Numerum in



digitorum Lamella. Quoto adscribe.

Differentia, si qua fecerit junge pro  
mam dividendi notam; eamq; a  
3-6 praein usq; ad finem repele.

Demonstratio. l. fe. 9. 7

et ista ex constructione et bac Pythagorae  
ci tradita § 77. manifesta est.

Schema Calculi

Ergo Divisor = 90 75 89

Idus = 6.3.1.1.3.7.39.0.6.6.9.5.4

5 4 4 5 5 3 4 . . .

8 6 5 8 3 9 9 . .

8 1 6 8 3 0 1 . .

4 9 . 0 . 0 9 8 0 .

4 5 3 7 9 4 5 .

3 6 3 0 3 5 6

3 6 3 0 3 5 6

§ 105. Definitio XXII.

Quantitates signo + affecto dicuntur  
positive itemq; affirmativa Quantita-  
tes autem signo - affecto dicuntur  
negative itemq; privativa.

§ 106. Hypothesis 12.

Quantitates ab initio positae



licet signo affectu Positivarum Valorem  
habent. v. c.  $a, b, c$ , ab initio sunt Quanti-  
tates positivae. Ex adverso  $-d, -a, -m$ ,  
negativae.

### § 107 Problema XVIII

Quantitates indeterminatas addere  
Resolutio.

Casus I. Si omnes aggregandae Quanti-  
tates sint positivae.

Additio iisdem regulis absolvitur, quas  
§ 65. 66. tradidimus, hoc uno observato  
heterogeneas quantitates signo +  
h. e. additionis § 28 iungi

Schema Calculi

$$\begin{array}{r} \text{Sint aggregandae } 5a + 3b + 3c + h \\ \quad \quad \quad 6a + 5b + 1c + f \\ \hline \text{Summa} = 11a + 8b + 4c + f + h. \end{array}$$

Demonstratio.

coincidet cum Demonstratione § 65  
E. E. I.

Casus II. Si quantitates summandae  
neq. aliis mixtae fuerint;

Additio homogenearum diversis  
Signis adfectarum mutatur in sub-



tractionem 871 et Residuo praefigitur  
 signum majoris illius scilicet Quan-  
 titatis quae facta subtractione Residuo  
 adhuc aliquid habet. Heterogeneae autem  
 Quantitates signis sui praeficiis jungun-  
 tur Summae Homogenearum.

Schemata Calculi

$$\text{Sint aggregandae: } 4a - 8b + 5c - 7d,$$

$$3a + 5b - 3c - 3d$$

$$\text{Dico Summam } 7a - 3b + 2c - 10d.$$

$$\text{Sint aggregandae } 6a - 2b + 9c$$

$$2a + 4b - d$$

$$\text{Dico Summam } 8a + 2b + 9c - d$$

Demonstratio.

Si 3a, addas 4a Summam = 7a patet  
 ex casu I. hanc vero et justam majorem esse  
 elucet inde, quia antequam 4a et 3a  
 in summam coalescerent destruenda  
 us erant 8b. h. e. - 8b hinc illis destruc-  
 tis ex summa luv 7a habebitur  
 Summa = 7a - 8b; quae tamen  
 nunc justam minorem est cum ex ferit  
 inferiore iterum 8b aggreganda

accedant; cum itaq;  $sb$  tollant —  $sb$  ex  
 —  $sb$ . § 41 hinc legitima summa quanti-  
 tatum duarum primarum  $4a - sb$   
 et  $3a + sb$  est utiq;  $7a - 3b$ .

Eodem modo ostenditur summa addendo-  
 rum  $5c$   $lvv - 3c$ , ut illa sit cum  $7a - 3b$   
 $= 7a - 3b + 2c$

Tandem cum in utraq; summando jun-  
 otim destruendo s. q. i. e. auferendo vel  
 negando sent ad huc  $10d$  et  $sdh. e. 10d$ .

§ 42 ut summa:  $7a - 3b + 2c$  quae his  
 ipsi  $10d$  major est, vera obtineatur,  
 destruetur omnino signo negativo  
 — § 34. praefixo ut tandem obtinea-  
 tur vera summa  $= 7a - 3b + 2c - 10d$ .

Q. E. I. J.  
 Simili modo demonstratur signis  
 praefixis suis, summa Homogenea-  
 rum jungi Quantitates Heterogeneas

Q. E. II J.

§ 108. Scholion

Hac ut clarius pateant, exemplo  
 numerico illustrabimus.



sint a eturei Ludoviciani  
b Thaleri

c Bohoemici

d Nummi

Ergo

$A L'' Th'' D'' N''$

$A L'' Th'' D'' N''$

$4 - 8 + 5 - 7$  reducendo  $= 2'' 2'' 4'' 5''$

$3 + 5 - 3 - 3 = 3'' 4'' 26'' 9$

$7 - 3 + 2 - 10 = 6'' 2'' 1'' 2$

§109 Theorema

In subtractione Quantitatum signa

subtrahenda seriei mutantur in con-

traria npe  $+ in -$  et  $- in +$

Demonstratio

Casus I. Si auferenda Quantitates

sint positive

Esto  $M = a + b$

$S = c + d$

Dico  $D = a + b - c - d$

Cum enim Quantitates ex aliis

subtrahi nequeant si heteroge-

ne fuerint, quam prefixo signa

§34 omnino Differentia eor-

dem est  $a + b - c - d$ . Q.E.D.



Casus. si auferenda Quantitates  
positivae sint privativae mixtae.

91

$$\text{Est } M = a + b$$

$$P = c - d$$

$$12 + 9 = 21$$

$$7 + 8 = 15$$

$$\text{Sic } D = a + b - c + d$$

Quod si ex  $a + b$  auferenda Quanti-  
tas  $c$  residuum  $a + b - c$  p. Cas. 1.

Hoc autem residuum iusto minus  
esse patet, cum non tota Quantitas  
 $c$ , auferenda erat, sed  $c$  ex quo prius  
destruendum fuit, cum itaq; totum  $c$   
ablatum est, plus subtractum est  
iusto, ergo quod plus iusto subtrac-  
tum est addendum erit, inde quidem  
omni no vera Differentia  $= a + b - c + d$

Sic Problema XIX. E. C. D.

Quantitates indeterminatas subtra-  
here

Resolutio et Demonstratio.

Subscriptis minuendo Quantita-  
tibus subtrahendi

Huius partium signa mutata in con-  
traria § 109 et

Adde § 102, quae se mutuo tollunt de e

S. f. e. g. p.



## Schema calculi.

$$\text{Eto } M = ba - 3b + 20c + 3d$$

$$L = -ea + 2b + 2c + 3d.$$

$$J = 4a - 5b + 32c + 9d.$$

§ III Resolution

Manentibus iisdem libr a, b, c § 188.  
valoribus erit.

$$M = b - 3 + 20 + 3 \text{ reduc} = 5'' 2'' 20'' 3$$

$$L = 2 + 2 - 12 - 6 = 2'' 1'' 17'' 6$$

$$J = 4 - 5 + 32 + 9 = 3'' 1'' 2'' 9.$$

§ 112 Theorema 2.

In Quantitatum Multiplicatione si  
factorum uterq; fuerit positivus  
et factum positivum erit.

Demonstratio

$$g + b = 15 \quad \text{Eto } a + b = M \text{ de } b.$$

$$7 + 5 = 12 \quad c + d = M \text{ de } c.$$

$$7 \times 9 \text{ b } 7 + 9 \times 5 \text{ b } 5 = 130 \quad \text{Dico } a + b \times c + d = ad + bd + ca + cb$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 45 \\ 42 \\ 63 \\ \hline 180 \end{array}$$

Nam  
 $a + b = \text{omnibus } M \text{ di partibus } \S 44.$

Ergo  $a + b \times d = ad + bd \S 31.$  h.e. Factum  
ex una Mltoris parte in singulis  
Mlti di.



Cumq; Factores sint positivi p. H. ab.  
Sonum esset producta negativa fieri  
posse, cum tamen nulla negationis  
in utroq; Factore fiat mentio.

Similitudine demonstratur:

$$\begin{aligned} a + bxc &= ac + bc \text{ §. §. cc. Quare cum et} \\ a + bxd &= ad + bd \text{ p. d.} \end{aligned}$$

$$a + bxd + a + bxc = ad + bd + ac + bc. \text{ §. 107. 288.}$$

$$\overbrace{a + bxd + a + bxc}^{\text{verum}} = \overbrace{ad + bd + ac + bc}^{\text{p. Op. §. 31}}$$

$$a + bxc + d = ad + bd + ac + bc. \text{ §. 41}$$

L. C. D.

§. 113 Theorema 3.

In Multiplicatione Quantitatum  
si pars Multiplicatoris fuerit nega  
tiva et facti pars haec negativa est.

Demonstratio

$$\text{Rt Multiplicandus} = a$$

$$\text{Multiplicator} = b - c$$

$$\text{Dico factum} = ab - ac. \text{ Nam.}$$

Si b ducatur in a factum est ab §. 112

Sed quoniam b non totum sed pars

ejus solummodo quoddam n. q. b - c  
multiplicanda erat in a p. H. manifestum.



Factum ba majus esse vero quod de qua  
 dem liquet, id iterum ex factoba, au-  
 ferendum esse, quo verum factum ex-  
 dit; excedit autem verum factum fac-  
 to ca, quod si auferatur ex ba, habet  
 quod situm npe ba = ca. Q. E. D.

§ 114 Scholion

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Eto } a = 9 & \text{et reduc} & = 9 \\
 b - c = 5 - 3 & & = 2 \\
 \hline
 a \times b - c = 45 - 27 & & \\
 = 18. & & 18
 \end{array}$$

¶ Npe:  
 Quinario ducto in Novenarium  
 obtinetur factum = 45 §. 85 Verum  
 non integer Quinaris ducendus e-  
 rat in 9, sed tantum pars ejus npe 2,  
 hinc Novenarius ter justo plus sum-  
 tus est. Excedit itaq; factum 45, verum  
 productum, Novenario ter sumto ke.  
 $3 \times 9 = 27$ . quod si auferatur a facto,  
 verum excedente h. e. 45 habetis omni-  
 no verum Productum = 45 - 27 = 18.



Vel  
 Quia Additio iterata eiusdem Numeri  
 Multiplicationem absolvit § 30. Si Nove-  
 narius quinquies addatur, ut signum  
 iubet habebis  $9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45$  § 28. 65  
 et quia ut signum Multiplicatoris  
 alterum numero 3 praefixum iubet,  
 tres Novenarii quoque sed negative  
 addendi sunt § 105 i. e. Subtrahendi  
 vel destruendi; fieri iubetur:

$$-9 - 9 - 9 = -27 \text{ § 63. Unde quidem}$$

$$\text{additis totis } +45 \text{ id est } -27 = 18.$$

§ 115 Theorema 4.

In Multiplicatione Quantitatum si  
 pars Multiplicandi negativa fuerit,  
 pars facti si multiplicator sit po-  
 sitivus, negativa est

Demonstratio

$$\text{Sit Modus} = a - b$$

$$\text{Motor} = c$$

$$\text{Factum} = ac - bc.$$

Sic, ducatur in  $a$ , factum  $= ac$  § 112 sed fac-  
 tum  $ac$  majus est facto vero, ex  $a$  enim  
 destruendum prius erat  $b$ , quam

$$\begin{array}{r} 7-2 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56-16 \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9-6 \\ 7 \\ 63-42 \\ 21 \end{array}$$



Augetur  $c$ , in  $a$ . Quare cum  $c$ , vicibus  
 $b$ , plus sumtum sit, hoc utiq; factum  
 ex maiore ac auferendum est, quod  
 minus verum obtineatur Productum  
 $= ac - cb$

22. 8.

§116 Theorema 5

In multiplicatione Quantitatum, si  
 Motoris et illi fuerit negativa, factum  
 ex partibus negativis fit positivum.

Demonstratio

Est Motor  $a - b$

Motor  $c - d$

7 - 3  
8 - 2

56 - 24 - 14 + 6

Sic factum  $ac - cb - ad + db$ .

Nam

Si  $c$  ducitur in  $a - b$  factum  $= ac - cb$

§115. Si  $d$  ducitur in  $a$ , factum  $= ad$

§113. Enimvero plus iusto ex  $a$  destruc-  
 tum est destruendum enim erat  $d$  ex  
 $a - b$ , sed ex toto  $a$  destruximus istud

$d$ . Quod itaq; plus iusto ablatum est,  
 addendum sed  $b$  vicibus plus iusto  
 $d$  destructum est, Ergo  $bd$  adden-



um, Hinc verum factum  $2ac - bc$   
-  $ad + db$ .

L. E. J.

97

§ 117 Scholion 1.

Facile ex § 105 apparet, plures nondum  
posse fasus; aut enim uterq; factorum  
erit positivus aut negativus; aut easi-  
mente altero positivo alter negativus;  
vel in modo vel in Motore. § 112. 113. 115

16  
§ 118 Scholion 2.

Significative autem dico § 113. 115. 116.  
si pars modi aut Motoris aut utriusq;  
fuerit negativa: Per ill. enim Wolfius  
observavit § 34 et 36 et nalyo. finit. pri-  
vativam per privativam aut etiam  
privativam per positivam aut v. r.  
multiplicari proprie non posse cum  
privativa sint verarum h. e. positi-  
varum defectus c. fid. l. c. § 19.

§ 119 Theorema 6.

In Multiplicatione signis universa  
libus absolventa, eadem signa in  
modo et Motore dant +; diversa, dant -.



*Demonstratio.*

Demonstratio.  
Si Quantitates semet Multiplicantes  
sint positiva vel negativa factum  
positivum § 112. 116.

Quod si vero altera sit positiva altera  
negativa factum est negativum § 113.  
atq. 115. Ergo in multiplicatione eadem  
signa dant +; diversa — Q. E. D.

§120 Cholera

Elegantius quo Theorematis  
§42. 113. 115. 116. 119. demonstrata sunt  
illustrat Joh. Mich. Petrus in  
quintum seu Dubitationem zu  
unter dem goldenen zeigt u. bloß  
darfuntigsten Prinzipien  
p. 116. h. m.

Qui affirmat se affirmasse, iraffirmat

Ergo factum positivum  
Quia affirmat se negare, ille negat  
Ergo factum negativum.

Ergo factum negativum.  
Qui negat se affirmare, ille negat

Qui negat, et negasse ille affirmat  
Ergo factum negativum

# §121 Problema XX

99

Quantitates eisdem diversisq;  
signis affectas multiplicare.

Resolutio et Demonstratio

1) Duo singulas Motoris partes in  
singulas Modi §31.

2) Junge facta signis competentibus  
§119

Schema calculi

$$\text{Esto Modus} = a + b - c$$

$$\text{Motor} = a + d + c$$

$$ad + bd - dc + ac + bc - cc - ac + ab + aa =$$

$$ad + bd - dc + bc - cc + ab + aa. §104$$

Est in casu speciatim

$$\text{Modus} = 9 + 7 - 3 \text{ et resolu} = 13$$

$$\text{Motor} = 9 + 6 + 3 = 18$$

$$-27 + 54 + 42 - 18 + 27 + 21 - 9 = 104$$

$$+ 63 + 81 = 63 + 81 + 54 + 42 + 27 + 21 = 13$$

$$- 9 - 18 - 27 = 234$$

$$= 288 - 54 = 234 \text{ JJ.}$$



II

§122 Definitio XXIII

Ratio est ea Quantitatum homogenearum Relatio, quae Quantitatem unius determinat ea Quantitate alterius sine tertia homogenea, resumpta.

§123 Definitio XXIV

Relatio est, quod rei absolute non convenit, sed tum demum intelligitur, quando ad alterum refertur.

§124 Definitio XXV

Si Entia duo et et si simul consideramus atque inter ea, quae ipsae in se spectatis seu absolute conveniunt, perpendentes, porro inquirimus, quae inter ea quae ipsae conveniunt absolute quidpiam occurrat per quod aliquid de eis intelligi possit, quod de eis eo intelligi de ipso non poterat, apud non nisi presupposito. Si Entia referri dicitur ad alterum. Si eodem modo Entia referatur ad alterum.

§125 Definitio XXVI

Homogenea quae comparantur dicuntur



Termini rationis et quidem Antecedens qui refertur ad alteram, consequens ad quem alter refertur.

§126. Corollarium 1.

Si duae Quantitates inter se comparantur sine tertia homogenea assumpta, aut una alteri aequalis aut inaequalis §39 Hinc Ratio est vel de aequalitatis vel inaequalitatis.

§127 Corollarium 2.

Si Termini Ratiois fuerint inaequales aut minor refertur ad Majorem, aut major ad minorem; major n.p. ad minorem ut Totum ad partem; minor vero ad majorem ut pars ad totum §12. Hinc ratiois est determinare, quoties vel minus in majore contineatur, vel quoties majus ipsum minus contineat, id quod Divisio §35. prodit.

§128 Definitio XXVII.

Ratio majoris inaequalitatis est, quam habet majus ad minus v.c. q ad 3:12 ad 6. Ratio vero minoris



Inaequalitatis est, quam habet minus  
ad majus v.c. 2 ad b. 3 ad g.

§129 Hypothesis 13.

Si quatuor rationis sunt duo puncta ver  
tutiter inter antecedentem et consequen  
tem posita. v.c. A: B. g: 3. 12: 24. quib  
per A: B eloquimur. v.c. A: ad B. 12 ad 24.

§130 Definitio XXVIII.

Exponens Rationis s. nomen Rationis  
est Quotus qui ex Divisione Anteced  
entis per consequentem emergit v.  
Si fuerit Ratio 6: 3 erit  $\frac{6}{3}$  h. e. 2. Ex

ponens Denominator vero Rationis  
est Quotus emergens ex Divisione  
termini majoris per minorem.  
Si ratio 2: 6 erit  $\frac{2}{6}$  Denominator

§131 Corollarium.

Exponens est ad Unitatem et Anteced  
ens ad consequentem §35

§132 Definitio XXIX.

Rationes eadem sunt quarum mot  
ecedentes ad suos consequentes  
eandem rationem habent; seu qua  
rum Antecedentes per suos consequen  
tes dividantur Exponentes aequales.

## §133 Definitio XXX.

Similes partes sunt, quae in suis Totis  
~~hinc~~ aq. f. eodem modo continentur,  
 ut qualis pars sui Totius sit una, talis  
 quoque pars sui Totius sit altera.

## §134 Proollarium.

Rationes eadem sunt etiam similes,  
 et similes Rationes sunt eadem. Nam  
 Rationes discernuntur per Exponen-  
 tes §130 sed in Rationibus iisdem  
 Exponentes iidem sunt §132. Hinc in  
 Rationibus iisdem ea eadem sunt  
 per quae a se invicem discerni debe-  
 bant. §130. 132. Ergo Rationes eadem  
 sunt similes. Et similiter ostendi-  
 tur similes Rationes esse eadem.

## §135 Scholion

Rationes autem similes eadem,  
 aequales una eademq. significa-  
 tione accipimus.

## §136 Hypothesis 14

Rationum duarum Identitas signi-  
 ficatur ipso Aequalitatis signom-  
 et similes rationes; posito quod per



¶ T. A eloquimur v. c. sint A: D et B: D  
 Rationes similes scribemur ita:

§ 137 Definitio XXXI.  
 $A:D = E:D$

Rationum duarum Identitas vel  
 similitudo dicitur Proportio; et Quan-  
 titates eandem Rationem habentes  
 Proportionales dicimus. Quare si  
 $A:D = E:D$  erunt A, D, C, D Quantitates

Proportionales.  $9:3 = 6:2$  sine  $9:3, 6:2$  sunt proportionales.

§ 138 Definitio XXXII.

Proportio dicitur continua in qua  
 terminus consequens Rationis post-  
 oris idem est cum antecedente Rati-  
 nis posterioris v. c.  $A:D = D:C$

$$9:3 = 3:1$$

Terminum istum locum qui conse-  
 quentis in prima et antecedentis  
 in secunda Ratione tenet, medium  
 proportionalem dicimus.

Proportio dicitur discreta; in qua  
 Consequens Rationis primae differ-  
 ab Antecedente Rationis secun-  
 dae v. c.  $A:D = E:C$   $24:4 = 30:5$



§139 Hypothesis 15

Terminos autem continue propor-  
tionales ita significabimus:  $a, b, c$   
aut si  $9:18 = 18:36$  h. m.  $9, 18, 36$  etc.  
Abulio Cursus Gr. in Aristotelis.

§140 Definitio XXXIII

Rationum diversarum  $a, b, c$  Def. C. d  
Major dicitur illa  $a, b$  si  $a > b$  he.  
A prioris Exponens major postero-  
ris minor.  $12:2 > 10:3$

§141 Hypothesis 16

Commune itaq; Majorem et mino-  
rem Rationem significabimus h. m.  
 $a, b, c$  Def. C. d

§142 Definitio XXXIV

Ratio composita dicitur ex duabus  
vel pluribus aliis, quam habet tactus  
ex earum Antecedentibus ad tactum  
ex earum Consequentibus v. c. si  $a, b, c$  Def.  
C. d erit  $a, x, c$  Def. C. d Ratio compo-  
ta. Ratio duplicata dicitur, quae  
componitur ex duabus, triplica-  
ta, quae ex tribus, quadruplicata, quae  
ex quatuor, et in genere multipli-  
cata quae ex rationibus similibus  
componatur.



Ita et et: D. x B erit duplicata ex et: A  
et et: D. p.

§ 143 Axioma 10

Datis tribus Quantitatibus, A, B, C.  
Dabilis est quarta D, quæ ita sit ad  
tertiam C. uti secunda B ad primam  
A. vel ad quam tertia C. eam ratio-  
nem habet, quam prima A ad se-  
cundam B.

§ 144. Theorema 7.

Rationes similes eidem tertie  
similes sunt inter se. Et: similes  
Rationes similibus, sunt inter se si-  
miles. Demonstratio

$$\begin{array}{r} 15:5 = 20:4 \\ 45:9 = 20:4 \\ \hline 15:3 = 45:9 \end{array}$$

Membrum I. Si A: B = C: D et 2:1 = 100:50  
et F: G = C: D et 16:8 = 100:50  
et 2:1 = 16:8.

Sic et: A: B = F: G.  
Quod si enim A: B et F: G similes  
fuerint eidem tertie Rationi C  
p. 4. erunt illæ etiam eadem eidem  
tertie Rationi § 134. Ergo

$$A: B = F: G. \text{ § 32. C. 1}$$

Membrum II. Si A: B = C: D et 3:1 = 12:4  
et C: F = H: G et 24:8 = 12:4  
et H: G = C: D et 3:1 = 24:8.

$$\text{Sic et: A: B = C: F.}$$



$$\text{Nam } A:D = C:D \text{ p. 44}$$

$$dH:G = C:D \text{ p. 44}$$

$$A:D = H:G \text{ p. 1.}$$

$$\text{Per } C:F = H:G \text{ p. 44}$$

$$A:D = C:F \text{ p. 1.}$$

$$\text{Ex } C \parallel D.$$

§145 Theorema 8

Idem C. ad equalia A et B eandem  
Rationem habet.

Aequalia A et B ad idem C eandem  
Rationem habent.

Aequalia A et B ad equalia C et D  
eandem rationem habent.

Demonstratio.

Casus 1. Membrum 1. Quo ostenditur.

$$C:A = C:D$$

$$A = D \text{ p. 44}$$

$$C = C \text{ §40.}$$

$$\text{Ergo } A = D \text{ §46}$$

$$\text{Ergo 1: } \frac{A}{C} = \frac{D}{C} \text{ §37}$$

$$\text{et 1: } \frac{D}{C} = \frac{C}{D} \text{ §37}$$

$$C:A = C:D \text{ §144}$$

Q. E. I.

$$8 = 8$$

$$8:24 = 8:24.$$

$$99:99 = 99:99.$$



Membrum 2. Quo ostenditur:

$$A: C = D: C$$

$$A = D \text{ p. 44.}$$

$$C = C \text{ § 40.}$$

$$\text{Ergo } \frac{A}{C} = \frac{D}{C} \text{ § 45.}$$

$$\text{Hinc } \frac{A}{C}: 1 = A: C. \text{ § 35}$$

$$\frac{D}{C}: 1 = D: C. \text{ § c.}$$

$$A: C = D: C. \text{ § 144.}$$

Q. E. II.

Membrum 3. Quo ostenditur

$$A: C = D: D$$

$$A = D \text{ p. 44.}$$

$$C = D \text{ p. 44.}$$

$$\text{Ergo } \frac{A}{C} = \frac{D}{D} \text{ § 45.}$$

$$\text{Ergo } \frac{A}{C}: 1 = A: C. \text{ § 35}$$

$$\frac{D}{D}: 1 = D: D \text{ § c.}$$

$$A: C = D: D \text{ § 144.}$$

Q. E. III. D.

§ 146 Theorema 9.

Si fuerint:

$$A: D = C: D \text{ erit}$$

$$\text{ut VERTENDO } A = D: C$$

Demonstratio



$$A: B = C: D \text{ p. A.}$$

$$\text{Ergo } \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ § 132.}$$

$$\frac{1:2=6:12}{2:1=12:6}$$

$$\text{sed } 1: \frac{A}{B} = D: A \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{§ 37}$$

$$\text{et } 1: \frac{C}{D} = D: C \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{§ 37}$$

$$D: A = D: C \text{ § 144}$$

Q. E. D.

§ 144. Theorema 10.

Partes similes *P* et *p*. eandem Ratio-  
nem habent ad Totam *T* et *t*.

Si Totam *T* et *t*. ad partes *P* et *p*. ean-  
dem Rationem habent partes  
sunt similes. Et Totam ad partes  
similes eandem rationem habent.

Demonstratio

Membrum 1. Quo ostenditur.

$$R. \frac{P}{T} = \frac{p}{t}$$

$$\text{fore } P: T = p: t \quad \frac{8}{24} = \frac{2}{6}$$

Habeat enim n. fieri possit *p* ad *T* aliam  
Rationem quam *p* ad *t* partes *p* et *p*  
per Rationis diversitatem a se invi-  
cem discernentur § 133. erunt ergo  
dissimiles § 8. id quod contra Hypo-

thesin Theorematis.

$$\text{Ergo } P: T = p: t \quad \text{Q. E. I.}$$



Membrum 2. Quod demonstratur

$$S: T: P = t: p \text{ Hyp.}$$

$$\frac{24:8=6:2 \text{ Lore. } P \sim p}{24 \sim 2}$$

$$T: P = t: p \text{ p. 11.}$$

$$\text{Ergo } P: T = p: t \text{ § 146}$$

$$\text{Ergo } P \sim p. \text{ § 133}$$

Membrum 3 Quod demonstratur

$$\frac{8 \sim 2}{8:24=2:6 \text{ esse } S: P \sim p}$$

$$T: P = t: p$$

$$\text{Ergo } P: T = p: t. \text{ p. 11.}$$

$$\text{Ergo } T: P = t: p. \text{ § 146.}$$

Q.E. 111/2.

§ 148 Theorema 11

Partes similes sunt inter se ut tota

h. e.  $S: P \sim p$

Dico:  $P: p = T: t$

Demonstratio

Supponamus  $p$ . latere in  $P$

$$\text{Ergo } p \times o = P \text{ § 44.}$$

$$\text{Ergo } t: o = p: p \times o \text{ § 2931.}$$

Cumq;  $p$  sit pars ipsius  $T$ .



Supponamus ulterius hanc  
latere in vicibus  $m$ , Ergo  $P \times m = T. § 47$

Quarecum  $p \sim p.p.H.$

et ipsa quoque pars  $p$  in suo toto  $t$ , con-  
tinetur a vicibus  $m. § 133$

$$\text{Ergo } p \times m = T. § 47.$$

$$\text{Cum itaq; } p \times o = P.p.d.$$

$$\text{et } m = m. § 40$$

---


$$m \times p \times o = m \times P. § 44.$$

$$\text{Sed } m \times p = T.p.d.$$

---


$$m \times p \times o = T. § 41.$$

Quare

$$1:0 = m \times p: m \times p \times o. § 29. \text{ sed}$$

$$1:0 = p: p \times o. p.d.$$

---


$$p: p \times o = m \times p: m \times p \times o. § 144 h.c$$

$$p: P = t: T. § 10. \text{ Ergo tandem}$$

$$P: p = T: t. § 146 \quad \text{Q.E.D.}$$

§ 149 Scholion

Facile liquet Theorema suppo-  
nere tota homogenea, non enim  
intercedit inter Quantitates  
nisi fuerint homogenee Ratio § 122



## §150 Theorema 12.

Si fuerint:  $A:D = C:$  Derit et  
 $A:TER$   $B:D$  seu  $P:ER$   $M:V$   $T:O$   $N:D$

$$\frac{3:1 = 12:4}{3:12 = 1:4} \quad A:C = D:D$$

Dantur tres casus aut enim

- 1)  $A = D$ . Ergo  $C = D$
- 2)  $A < D$ . Ergo  $C < D$
- 3)  $A > D$ . Ergo  $C > D$

Quare in

$$\text{Casu I}^{\text{mo}} = A:D = C:D \text{ p. H.}$$

sed  $A = D$  et  $C = D$  p. H. h.

$$\text{Ergo } A:C = D:D \text{ §. 145}$$

$$\text{Casu II}^{\text{do}} = A < D \text{ et } C < D \text{ p. H. h. i. u. l. a.}$$

$$\frac{3:27 = 6:54}{3:6 = 27:54} \quad \text{Ergo } A \text{ et } C \text{ sunt partes uiv. } D \text{ et } D$$

$$\text{sed } A:D = C:D \text{ p. H.}$$

$$\text{Ergo } D:A = D:C \text{ §. 146}$$

$$\text{Ergo } A \sim C \text{ §. 147}$$

$$\text{Ergo } A:C = D:D \text{ §. 148.}$$

2. C. II

$$\frac{24:3 = 32:4}{24:32 = 3:4} \quad \text{Casu III}^{\text{ho}} = A > D \text{ et } C > D \text{ p. H. h. l.}$$

$$\text{Ergo } D \text{ et } D \text{ partes sunt uiv. } A \text{ et } C$$

§. 149



Cumq.  $A:D = C:D$  p. H.

Ergo  $D \sim D$ . §147.

Ergo  $A:C = D:D$ . §148

E. E. III D.

§151 Porollarium.

Esto Quatuor = 2

Divisor = d

Idus = D

$$\frac{20}{2} = 10$$

vel

Quia  $1:2 = d:D$  §. 34  $\frac{12}{2} = 4$

Ergo  $1:d = 2:D$  §150

§152 Theorema 13.

Quae ad idem eandem rationem b:3 = 3x2:3  
habent, equalia sunt.

Quae ad equalia eandem rationem  
habent equalia sunt.

Ad quae idem eandem rationem habet  
equalia sunt.

Ad quae equalia eandem rationem  
habent equalia sunt.

Demonstratio

Casus 1.  $A:D = D:D$  p. H. ~~b:3 = 3x2:3~~

$A:D = D:D$  §150

Ad  $D = D$  p. H. et §40

Ergo  $A = D$ . §132 E. E. I.



Casus II. Ego  $D = C$ Si  $A : D = D : C$  p. H.Dico  $A = D$  $A : D = D : C$  p. H. $A : D = D : C$  § 150sed  $D = C$  p. H. $A = D$  § 132 E. E. II.Casus III. Si  $D : A = D : D$  p. H.erit  $A = D$ 

Demonstratur uti casus I mus

DE III.

Casus IV. Si  $D = C$ et  $D : A = C : D$ fore  $A = D$ 

Demonstratur uti casus II mus

DE IV.

§ 153 Theorema 14

Quantitas  $A$  ducta in aliam  $D$   
 et simul per eandem divisa  
 manet eadem quo erat  $A$

$$\text{h.e. } \frac{A \times D}{D} = A$$

$$\frac{3 \times 7}{7} = 3$$



# Demonstratio

115

$$1: D = A: A \times D. \S. 29. 31$$

$$1: D = \frac{A \times D}{D}: A \times D. \S. 151$$

$$A: A \times D = \frac{A \times D}{D}: A \times D. \S. 144$$

$$A = \frac{A \times D}{D} \S. 152$$

Q.E.D.

§154 Corollarium

Quare si Productum  $P$  Divida-  
tur per multiplicandum  $M$  Quo-  
tus est, multiplicator  $m$ .

$$\text{Cum } P = M \times m \S. 29. 8$$

$$\frac{P}{M} = \frac{M \times m}{m} \S. 45. \frac{24}{24} = 3$$

$$\frac{P}{M} = m \S. 41.$$

Idem quoque eodem modo patet  
si Productum dividatur per  
Multiplicatorem  $m$ . Quotum fore  
equalem  $M$  id est.

§155 Scholion

Itaque inde verum Multiplicationis  
Examen innotescit, dividendo  $P$   
vel per  $M$  ut prodeat  $m$ , vel per  
 $m$  ut prodeat  $M$ . §. 98. 154.



§156 Theorema 15.

Si Quotus  $Q$  multiplicetur per  
 Divisorem  $d$ , Factum est Divi-  
 dus  $D$ .

$$\text{i.e. } Q \times d = D$$

Demonstratio

$$1 : d = Q : D \quad \S 151.$$

$$1 : d = Q : Q \times d \quad \S 29.$$

$$Q : D = Q : Q \times d \quad \S 144$$

$$\text{Ergo } D = Q \times d. \quad \S 152$$

Q. E. D.

§157 Scholion 1.

Hinc verum Divisionis Exam-  
 inotescit.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7 \overline{) 35} \\ \underline{14} \\ 21 \\ \underline{14} \\ 7 \end{array}$$

§158 Scholion 2.

De Probationibus per novenam  
 Abjectionem Multiplicationis et  
 Divisionis in vulgus notis, nihil  
 h.c. addimus, cum uti §mo osten-  
 sum est, Errori frequentiori obno-  
 xia sint.

§159 Theorema 16

Si Quantitates quascunque et et  
 per eandem tertiam  $C$  multiplicatae  
 facta  $A \times C$  et  $B \times C$  sunt inter se et et



h.e.  $P.A.$  et  $D$  ducatur  
in  $C = C$

erit  $C:A:D = A \times C:D \times C$

$$\frac{24}{4} : \frac{8}{4}$$

$$96 : 32 = 24 : 8$$

Demonstratio

$$1: C = A: A \times C \text{ § 29.}$$

$$1: C = D: D \times C \text{ §. c.}$$

$$A: A \times C = D: D \times C \text{ § 144}$$

$$C: D = A \times C: D \times C \text{ § 150.}$$

§ 160 Theorema 17.

Quantitates quatuor  $A, B, C, D$   
per eandem tertiam  $C$  dividas  
Quotifunt inter se ut  $A$  et  $D$  h.e.

$P.A.$  et  $D$

$$\text{erit } \frac{C}{C} : \frac{D}{C} = A: D$$

$$96 : 48$$

$$12 : 12$$

$$8 : 4 = 96 : 48$$

Demonstratio

$$1: C = \frac{A}{C}: A \text{ §. 151.}$$

$$\frac{24}{4} : \frac{12}{4}$$

$$1: C = \frac{D}{C}: D \text{ §. c.}$$

$$\frac{A}{C}: \frac{D}{C} = A: D \text{ §. 144.}$$

$$C: 2 = 24: 6$$

$$\text{Ergo } \frac{A}{C}: \frac{D}{C} = A: D \text{ § 150.}$$

$2.C.D.$



## §161 Theorema 18.

Si Rationum Similium et  $D =$   
 Antecedentes vel Consequentes per  
 idem  $E$  dividas; in casu 1. Quoti et  
 $E$  ad Consequentes  $D$  et  $C$ . In casu  
 2do Antecedentes et  $C$  ad Quota  
 $D$  et  $E$  eandem Rationem habent  
 h. c.

$$1. \text{ Si est: } D = C: D \text{ erit } 96:32 = 24:12$$

$$\text{et: } D = E: D \text{ erit } 12:12 = 1:1$$

$$II \text{ Si } A: D = C: D \text{ erit } 18:32 = 2:8$$

$$\text{et: } A: E = C: E \text{ erit } 300:125 = 24:10$$

$$\text{Demonstratio}$$

$$\text{Casus I. } A: D = C: D \text{ p. H.}$$

$$\text{Ergo } A: C = D: D \text{ §150}$$

$$\text{Ergo } E: E = A: C \text{ §160}$$

$$\text{Ergo } E: E = D: D \text{ §144}$$

$$\text{Ideo } E: D = E: C \text{ §150 et C. I.}$$

$$\text{Casus II } A: D = C: D \text{ p. H.}$$

$$\text{Ergo } A: C = D: D \text{ §150}$$

$$\text{Ergo } E: E = A: C \text{ §160}$$

$$\text{Ergo } E: E = D: D \text{ §144.}$$

$$\text{Ergo } E: D = E: C \text{ §150.}$$

$$\text{Q. E. D.}$$



§162 Theorema 19

Si Rationum similium et: D=C: D  
 Antecedentes vel consequentes per  
 idem E multiplicentur et in fa-  
 prius facta et xE et CxE ad Cye-  
 quentes D et D: in secundis an-  
 cedentes et et C ad facta Dx E et DxE  
 eandem Rationem habent.

h. e. / mo. si et: D=C: D fiat qz  $144:24=36:6$   
 $\frac{432:24=108:6}{3 \quad 3}$   
 et xE et CxE.

Si oct xE: D=CxE: D

11<sup>do</sup> si et: D=C: D fiat qz  $3330:555=126:21$   
 $\frac{3330:6660=126:252}{12 \quad 12}$   
 Dx E et DxE.

Si oct: Dx E=C: Dx E.

Demonstratio

Casus 1. et: D=C: D p. II.

Ergo et: C=D: D §150.

Ergo et: C=et xE: CxE §159.

Ergo et xE: CxE=D: D §144.

et xE: D=CxE: D §150 et 1.

et: D=C: D p. II

Ergo et: C=D: D §150

Ergo et xE: Dx E=D: D §159

Ergo et: C=DxE: Dx E §144

et: Dx E=C: Dx E §150 et 1.



## §163 Theorema 20

Si Rationum similium  $A:D = C:E$   
 C: de antecedentes per idem  $E$  et  
 sequentes per idem  $F$  multiplicatis  
 aut dividas; in casu I. facta in casu  
 II. Quoti sunt in eadem Ratione  
 h.e. 1<sup>mo</sup>  $A:D = C:E$   $D:24:8=12:4$   
 et  $E:F = C:F$   $8:2:16=32:8$

Dico  $A \times E : D \times F = C \times E : D \times F$

II<sup>do</sup> Si  $A:D = C:E$   $D:24:8=12:4$   
 et  $E:F = C:F$   $8:2:16=32:8$   
 $\frac{A:D}{E:F} = \frac{C:E}{F:F}$   $2:4=1:2$

## Demonstratio

Casu I.  $A:D = C:E$   $D:p.A$

$A \times E : D = C \times E : D$  §162.

$A \times E : D \times F = C \times E : D \times F$  §. 1.  
 Q.E.D.

Casu II.  $A:D = C:E$   $D:p.A$

$\frac{A:D}{E:F} = \frac{C:E}{F:F}$  §161.

$\frac{A:D}{E:F} = \frac{C:E}{F:F}$  §. 1.  
 Q.E.D.



§ 164 Theorema 21.

Par F. Antecedentis et in Ratione  
 majore et: D ad consequentem suam  
 eandem rationem habet, quam an-  
 te cedens C minoris Rationis ad suam  
 consequentem. Et Maius, M. Antecedente  
 C Rationis minoris C. D ad conse-  
 quentem suam D eandem Rationem  
 habet, quam C Antecedens et majoris  
 Rationis et: D ad suam consequentem D.

Demonstratio

Cui act:  $\frac{D}{C} > \frac{D}{C}$  Sp. H. § 141.  $\frac{12}{2} : \frac{2}{2} > \frac{8}{4} : \frac{4}{4}$

Ergo  $\frac{D}{C} > \frac{D}{C}$  § 140

Hinc ut Ratio et: D equalis fiat at-  
 ri C: D, opus est, ut minus quam D  
 dividatur per ipsum D. Et hoc est h.c.  
 Pars ipsius  $\frac{D}{C} = \frac{D}{C}$  Ergo  
 $\frac{D}{C} = \frac{D}{C}$  § 132.

Habeat C: D minorem Rationem,  $\frac{30}{5} : \frac{6}{2} > \frac{20}{5} : \frac{10}{2}$   
 quam et: D Ergo C: D et: D § 141  $\frac{30}{5} : \frac{6}{2} = \frac{20}{5} : \frac{10}{2}$   
 Et  $\frac{D}{C} = \frac{D}{C}$  § 140

Fit itaq, Ratio minor C: D equalis  
 fiat majori Rationi et: D. opus est  
 ut major quantitas quam C: D ir-  
 da-



turnper consequentem suam  $D:G$   
 itaque  $M:7:C$   
 Ergo  $M:D=A:D$  § 132  
 Q.E.D.

§ 16<sup>o</sup> Theorema 22.

Si fuerint Rationes quatuor, similes  
 $A:D, C:E, F:G, H:I$ , summa omnium  
 antecedentium est ad summam omni-  
 um consequentium, ut Antecedens  
 unius Rationis ad eum consequen-  
 tem. h. e. si

$$\begin{array}{l} 2:6 = 10:30 = 5:15 \\ 17:51 = 2:6 \end{array} \quad \begin{array}{l} A:D = C:E = F:G = H:I \text{ erit:} \\ A+C+E+G : D+E+F+H = A:D \end{array}$$

Demonstratio  
 Sit  $A \angle D$  Ponamus ut vicibus  
 in latere in consequente suo  $D$ .

Ergo in  $xA = D$  § 47.

Verum  $A:D = C:E = F:G = H:I$

Ergo  $A \sim C \sim E \sim G$  § 147.

Quare  $C, E, G$  in suis totis

$D, F, H$  vicibus in con-  
 tinentur § 133.

Quare cum fit:



$$m \times A = \text{d p. d.}$$

$$\text{ritet} m \times C = \text{d}$$

$$m \times E = F$$

$$m \times G = H$$

§47. 147

$$m \times A + m \times C + m \times E + m \times G = \text{d} + \text{d} + F + H. \text{ §42.}$$

$$\text{sed } m \times A + m \times C + m \times E + m \times G = m \times (A + C + E + G). \text{ §31.}$$

$$m \times A + C + E + G = \text{d} + \text{d} + F + H. \text{ §41.}$$

$$\text{sed } m \times A = \text{d p. d. Ergo}$$

$$m \times A + C + E + G: m \times A = \text{d} + \text{d} + F + H: \text{ §145. Verum}$$

$$m \times A + C + E + G: m \times A = m \times A + C + E + G: m \times A. \text{ §146}$$

$$\text{Ergo } m \times A + C + E + G: m \times A = \text{d} + \text{d} + F + H. \text{ §144.}$$

$$\text{h. e. } A + C + E + G: A = \text{d} + \text{d} + F + H: \text{ §153.}$$

$$\text{ad eor. } A + C + E + G: \text{d} + \text{d} + F + H = A: \text{ §150}$$

Q.E. 1.

Similis huius est Demonstratio

Si ponatur  $A > D$ 

Q.E. 18.



## Sub Theorema 23

Supponitur ut Totum  $A + C$  ad Totum  
 $D + D$  ita ablatum  $C$  ad ablatum  $D$   
 existetiam reliquum  $A$  ad reliquum  
 $D$  ut ablatum  $C$  ad ablatum  $D$  vel  
 ut totum  $A + C$  ad totum  $D + D$  h.e.  
 Si  $A + C : D + D = C : D$   
 erit vel)  $A : D = C : D$   
 vel)  $A : D = A + C : D + D$

## Demonstratio.

Dantur tres casus autem enim

1)  $A : D = C : D$   
 aut 2)  $A : D < C : D$  § 126. 128.  
 aut 3)  $A : D > C : D$   
 Et primo  $A : D > C : D$  sup. h. assumptam

Si ponatur  $F$  pars ipsius  $A$ .

erit  $F : D = C : D$  § 104.

Ergo  $F + C : D + D = C : D$  § 105.

sed  $A + C : D + D = C : D$  sup. h. Assumptam

$F + C : D + D = A + C : D + D$  § 104

Ergo  $F + C = A + C$  § 152

Adcoq.  $F = A$  § 43

sed  $F$  est pars ipsius  $A$  suppositum  
 nempe hinc  $F = A$  absurdum  
 § 47.

$$\begin{array}{r} 8 \quad 4 \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$\text{Hyp: } 842 : 4 + 1 = 2:1.$$

$$\text{Thesis } 8 : 4 = 2:1.$$

$$\text{Thesis } 8 : 4 = 10:5$$



Quare salva Theorematis Hypothesi

et:  $D > C$ : Desse nequit

Ecto  $D$  do et:  $D < C$ : Dp. Ha. f.

Ecto  $G > A$ . Ergo

$G$ :  $D = C$ : D. §164

Ergo  $G + C$ :  $D + D = C$ : D. §165

Sed  $A + C$ :  $D + D = C$ : Dp. Theorem.

$G + C$ :  $D + D = A + C$ :  $D + D$ . §144.

Ergo  $G + C = A + C$  §152

Ergo  $G = A$ . §43.

Sed  $G > A$  p. d.

Ergo pars = Toti. 1. Q. E. et. §47.

Adcoq. salva Theorematis Hypothesi

neq. et:  $D < C$ : Derit Q. E. ||

Quare cum

neq. et:  $D > C$ : Dp. C. 1.

neq. et:  $D < C$ : Dp. C. || hinc conuincit  
no

et:  $D = C$ : D adcoq. et

$A + C$ :  $D + D = A$ : D. §165

Q. E. D.



## §167. Theorema 24.

In Rationibus similibus  $A: D = C: D$ .  
 Differentia antecedentium  $A - C$   
 ad Differentiam consequentium  $D - D$   
 ut antecedens utriuslibet Rationis  
 ad suum consequentem, h.e.

$$64:32 = 16:8$$

$$64 - 16:32 - 8 = 64:32$$

$$48:24 = 16:8$$

$$\begin{aligned} & \text{si } A:D = C:D \text{ erit} \\ & \text{vel } A - C:D - D = A:D \\ & \text{vel } A - C:D - D = C:D \end{aligned}$$

Demonstratio

$$A:D = C:D \text{ p. H.}$$

$$\text{Ergo } A:C = D:D \text{ §150.}$$

Est  $A > C$ . id quod fieri possumus  
 debere patet, cum antecedentium  
 formanda sit Differentia.

$$\text{Ergo } A - C > D - D \text{ §132.}$$

$$\text{Ergo } A \text{ et } D \text{ sunt Totae, patium} \\ \text{tur } C \text{ et } D \text{ §. 7. 12.}$$

$$\text{Quare cum } A:D = C:D \text{ p. H. erit} \\ \text{omnino } A - C:D - D = A:D \text{ §166.}$$

$$\text{Ergo et } A - C:D - D = C:D \text{ §144}$$

$$C.E. t. et H. D.$$



§168 Theorema 25.

127

Si fuerit  $A:D=C$ : Derit et  $B:2=12:4$   
 Vel  $P:Q:R:S$  et  $A:D=C+D$ :  $C+2:B=12+4:12$   
 vel  $A+D:D=C+D$ :  $B+2:2=12+4:4$ .

Demonstratio.

Casus 1.  $A:D=C$ :  $D$  p.  $H$ .

Ergo  $A:C=D$ :  $D$  §150.

Ergo  $A+D:C+D=D$ :  $D$  §165.

Ergo  $A+D:D=C+D$ :  $C$  §150. 144.

Q. E. I.

Casus 2.  $A:D=C$ :  $D$  p.  $H$ .

Hinc  $A:C=D$ :  $D$  §150.

Sed  $A+D:C+D=D$ :  $D$  §165.

Ergo  $A+D:D=C+D$ :  $D$  §150. 144.

Q. E. II. D.

§169 Theorema 26.

Si fuerit  $A:D=a:b$  et  $g:3=12:4$

$A:C=a:a$   $g:27=12:36$

erit  $A+D+C=a:a+b$   $g+3+27=12:12+4+36$



## Demonstratio

$$et: D = a: b. p. H.$$

$$Ergo et: a = D: b. §150$$

$$Pecet et: C = a: c. p. H$$

$$Ergo et: a = C: c. §150$$

$$et: a = D: b = C: c. §144$$

$$et: a = et + D + C: a + b + c. §165.$$

$$et: et + D + C = a: a + b + c. §150.$$

E. C. D.

§170. Theorema 27.

Si sint Proportiones similes

$$et: D = C: D.$$

$$E: F = G: H.$$

$$I: K = L: M. p. H.$$

$$et + E + I: D + F + K = C + G + L: D + H + M.$$

## Demonstratio

$$et: D = E: F = I: K. p. H.$$

$$Ergo et + E + I: D + F + K = et: D. §165$$

$$C: D = G: H = L: M. p. H.$$

$$Ergo: C + G + L: D + H + M = C: D. §165.$$

$$Pecet et: et: D = C: D. p. H$$

$$et + E + I: D + F + K = C + G + L: D + H + M.$$

E. C. D.

$$3:1=15:5$$

$$12:4=24:8$$

$$6:2=9:3$$

$$21:7 \quad 48:16$$



§ 421 Theorema 28.

129

Liquor.

A: D = C: Vert 9:8 = 12:4

Si fuerit:  $A:D=C:Scit$   $9:8=12:4$   
 1) ~~INVERTENDO~~  $A:D=C:D$   $9:8=12:4$   
 2) ~~CONVERTENDO~~  $A-D=C-D$   $9-8=12-4$

2)  $\frac{1}{2} \text{ WERT } 20 \quad A - D: d = C - D: 9 \frac{3}{8} : 9 = 12 \frac{4}{8} : 12$

Demonstratio

Membr. l. A: D=C: D q. H.

Enao A: C=D: 2/8150.

Enzo et. D. C. = D. C. 167.

Eqn A -  $d:d = C:D:50$

R. E. 1.

Membr. 2. A: D = C: D n. 4.

Ergo  $A : C = D : \$150$ .

Erago A. - D. C. D. = A; C. \$167

$$E_{\text{qu}} A - D: A = C - D: C \$150$$

L. E. 11. 2.

§172 Theorema 29.

2. fuerit OR. H. N. T. C.

$$A: \mathcal{D} = \mathcal{D}: C. et$$

$\phi = \phi: \text{Fert. Fert. M.}$

A: C = D: F.

$$18:3 = 24:4$$

$$3:12 = 4:16$$

$$18:12=24:16$$

$$30:15 = 50:25$$

$$15:3 = 25:5$$

$$30:3 = 50:5$$



## Demonstratio

$$A: D = D: E \text{ p. 11.}$$

$$\text{Ergo } A: D = D: E \text{ §150.}$$

$$\text{Adet } D: C = E: F \text{ p. 11.}$$

$$\text{Ergo } D: C = E: F \text{ §150}$$

$$A: D = C: F \text{ §144.}$$

$$\text{Ergo } A: C = D: F \text{ §150}$$

Q. E. D.

§173 Corollarium 1.

$$\text{Si itaq. } A: D = D: E \text{ } 30:1550:25$$

$$C: D = F: E \text{ } 3:197=5:25$$

$$A: C = D: F \text{ } 30:3=50:5$$

$$\text{Num: } A: D = D: E \text{ p. 11.}$$

$$C: D = F: E \text{ p. 11.}$$

$$\text{Ergo } D: C = E: F \text{ §146}$$

$$\text{Ergo } A: C = D: F \text{ §172}$$

§174 Corollarium 2.

$$\text{Similiter si } D: A = E: D$$

$$\text{et } D: C = E: F \text{ p. 11.}$$

$$A: C = D: F$$

Num

$$15:30 = 25:50$$

$$15:3 = 25:5$$

$$30:3 = 50:5$$



$$\begin{aligned} D: A &= E: D. p. H. \\ \text{Ergo } A: D &= D: E. §146. \\ \text{Ad } D: C &= E: F. p. H. \\ \hline A: C &= D: F. §172. \end{aligned}$$

§175 Proollarium 3.

$$\begin{aligned} \text{Tandem si fuerit: } D: A &= E: D \\ \text{et } C: D &= F: E. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{erit } A: C &= D: F. \\ \text{Num: } D: A &= E: D. p. H. \\ \text{Ergo } A: D &= D: E. §146. \\ \text{Ad et } C: D &= F: E. p. H. \end{aligned}$$

$$15:30=25:50 \quad A: C = D: F. §173.$$

$$\begin{aligned} 3:15 &= 5:25 \quad \text{vel} \\ 10:3 &= 50:5 \quad D: A = E: D. p. H. \text{ et} \\ C: D &= F: E. p. H. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ergo } D: C &= E: F. §146 \\ \hline A: C &= D: F. §174. \end{aligned}$$

§176 Theorema 30.

Si fuerit PERTURBATA.

$$12:2=36:6 \quad A: D = E: F \text{ et}$$

$$2:8=9:36 \quad D: C = D: E. \text{ et } A: C = D: F.$$

$$12:8=9:6 \quad A: C = D: F.$$

$$18:3=54:8$$

$$3:24=6:48$$

$$18:24=6:8$$



## Demonstratio

$$A:D = E:F \text{ p. H.}$$

$$\text{sed } D:C = F:G \text{ §143.}$$

$$A:C = E:G \text{ §142}$$

$$\text{sed } D:C = D:E \text{ p. H.}$$

$$D:E = F:G \text{ §144}$$

$$\text{Ergo } D:F = E:G \text{ §150.}$$

$$\text{et } A:C = D:F \text{ §144. } 2. E.D.$$

§177 Corollarium 1.

$$\text{Quodsi } A:D = E:F$$

$$\text{et } C:D = E:F \text{ erit}$$

$$A:C = D:F.$$

$$18:3 = 24:3$$

$$24:3 = 24:3$$

$$18:24 = 6:6$$

Nam

$$A:D = E:F \text{ p. H. et}$$

$$C:D = E:F \text{ p. H.}$$

$$\text{Ergo } D:C = D:E \text{ §146.}$$

$$A:C = D:F \text{ §146}$$

§178 Corollarium 2.

$$\text{Similiter } D:A = F:E.$$

$$\text{et } D:C = D:E.$$

$$\text{erit } A:C = F:E.$$

$$3:18 = 8:48$$

$$3:24 = 6:48.$$

$$18:24 = 6:8$$



Nam

$$\begin{aligned} D:A &= F:E.p.H. \\ A:D &= E:F.S.146. \\ D:C &= F:E.p.H. \\ \hline A:C &= D:F \end{aligned}$$

§179 Corollarium 3.

$$\begin{aligned} D:A &= F:E. & 3:18 &= 8:48 \\ A:D &= E:Derit 24. & 3 &= 48^2 6 \\ \hline A:C &= D:F & 18:24 &= 6:8 \end{aligned}$$

Nam.

$$\begin{aligned} D:A &= F:E.p.H. \\ \text{Ergo } A:D &= E:F.S.146. \\ \text{Adet } C:D &= E:F.p.H. \\ \hline A:C &= D:F.S.177. \end{aligned}$$

Aut

$$\begin{aligned} \text{et } D:A &= F:E.p.H. \\ C:D &= E:F.p.H. \\ \text{Ergo et } D:C &= F:E.S.146. \\ \hline A:C &= D:F.S.178. \end{aligned}$$



§. 180. Corollarium 4.

Si idem  $C$  dividatur per  $A$  &  $D$   
erit  $\frac{C}{A} > \frac{C}{D}$   ~~$\frac{24}{12}$~~   ~~$\frac{24}{12}$~~   ~~$\frac{24}{12}$~~ 

$$1. \frac{C}{A} = A : C. \S. 37$$

$$1. \frac{C}{D} = D : C. \S. 37$$

$$12 = 12$$

$$6 > 4$$

$$\frac{12}{6} < \frac{12}{4}$$

$$2 < 3$$

$$\frac{C}{A} : \frac{C}{D} = D : A. \S. 178.$$

Verum  $D < A$  p. H.Ergo  $\frac{C}{A} < \frac{C}{D}$  §. 132.

§. 181 Theorema 31.

Majus  $A$  ad idem  $C$  majorem ratio-  
nem habet quam minus  $D$ h.e. si  $A > D$ erit:  $A : C > D : C$ 

$$6 > 4$$

$$12 = 12$$

$$\frac{6}{12} > \frac{4}{12}$$

Demonstratio

$$A : C = \frac{A}{C} : 1. \S. 131.$$

$$D : C = \frac{D}{C} : 1. \S. 131.$$

$$A : D = \frac{A}{D} : \frac{D}{C} \S. 173.$$

sed  $A > D$  p. H.Ergo  $A > D$  §. 132. h.e.

$$A : C > D : C. \S. 141. Q. E. D.$$







§ 184 Theorema 34.

et ad quod idem majorem Rationem  
habet quam ad alterum id altero  
minus est.

$$\text{he. } A: C: A > C: D \quad \frac{6:18 > 6:12}{18 < 12}$$

Dico et  $L.D.$

Demonstratio

$$C: A > C: D. p. H.$$

$$\text{Ergo patet } C: A = C: D.$$

$$\text{Ergo } C > D. p. 47.$$

$$\text{Ergo } D: A = C: D. § 164.$$

$$\text{et } D: C = C: A. § 150.$$

$$\text{Enimvero } p < C. p. d.$$

$$\text{Ergo } A < D. § 132. Q.E.D.$$

§ 185 Theorema 35.

Si duae Quantitates se invicem  
multiplicantes idem factum pro-  
ducunt.

$$\text{h.e. } A \times D = D \times A. \text{ Q.E.D.}$$

Demonstratio.

$$1. A = D: D \times A. § 29$$

$$1. D = C: A \times D. § 10.$$

$$1. A = D: C \times A. § 150$$

$$D: D \times A = D: C \times D. § 144$$

$$D \times A = A \times D. § 152 \quad C.E.D.$$



Poterat absq; Demonstratione  
 ritas propositionis concipi intel-  
 lectu scilicet multiplicationis Defini-  
 tione §. 29 allata. sum enim in pro-  
 ducto toties continueatur Factorum  
 alter, quoties in altero Unitas, per-  
 inde erit medium in antorem vel  
*contm*, duxisse.

§. 187. Theorema 36.

Sint quatuor quaecumq; Quantita-  
 tes proportionales sint totidem  
 alie inter se quoque proportiona-  
 les, si posteriores singulas in prio-  
 res singulas duas facta sunt pro-  
 portionalia. R.e.

Si  $A: D = E: C$ . Set  $12:4 = 18:6$   
 $E: F = G: H$ . Erit  $3:15 = 10:50$   
 $35:60 = 180:300$

$$A \times E: D \times F = C \times G: D \times H$$

*Demonstratio*  
 $A: D = E: C$  et  $E: F = G: H$   
 $E: F = E: F$   $C: D = C: D$

$$A \times E: D \times F = C \times E: D \times F \text{ et } C \times E: F \times D = G \times C: H \times D. \S. 163$$

$$\text{sed } C \times E = E \times C. \text{ et } D \times F = F \times D. \S. 185.$$

$$\text{Hinc } A \times E: D \times F = G \times C: H \times D. \S. 144$$

$$\text{Et autem } G \times C = C \times G \text{ et } H \times D = D \times H. \S. 185$$

$$\text{Ergo } A \times E: D \times F = C \times G: D \times H. \S. 10. \text{ Q. E. D.}$$



## §188 Theorema 87.

Rationis composita Exponens esse  
qualis facto, quod producant expon  
nentes simplicium.

Demonstratio.

$$\begin{array}{lcl} \text{3 Exponens 3} & \text{fit} & \text{Rationis A: D Exponens} = m \\ 8:2 = 4 & & \\ 6:1 = 6 & & \text{C: D} \dots = n \\ \hline 432:6 = 72 & & \text{C: F} \dots = o \end{array}$$

Ad huc  
 $m:1 = \text{et: D}$   
 $\text{et } n:1 = \text{C: D}$  §131.

$m \times n:1 = \text{et} \times \text{C: D} \times \text{D}$  §187.

Set  $o:1 = \text{C: F}$  §131.

$m \times n \times o:1 = \text{et} \times \text{C} \times \text{C: D} \times \text{D} \times \text{F}$  §187.

Quare

Cum  $m \times n \times o$  fit Exponens rationis  
composita  $\text{et} \times \text{C} \times \text{C: D} \times \text{D} \times \text{F}$ .  
et  $m \times n \times o$  fit factum ex Exponentibus  
simplicium, Ergo exponens Rationis  
composita est equalis facto.

C. C. D.



§189 Theorema 38.

Si fuerint plures Quantitates continue proportionales,  $A, D, C, D, E$ , prima est ad tertiam  $C$  in ratione duplicata ad quartam  $D$ . in ratione triplicata, ad quintam  $E$ . in ratione quadruplicata, primo  $A$  ad secundam  $D$ .

h. e.

Si  $A: D = D: C = C: D = D: E$ , erit.

1)  $A: C = A \times A: D \times D$

2)  $A: D = A \times A \times A: D \times D \times D$

3)  $A: E = A \times A \times A \times A: D \times D \times D \times D$

$81:27 = 27:9 = 9:3 = 3:1$

1)  $81:9 = 81 \times 81:27 \times 27$

2)  $81:3 = 81 \times 81 \times 81:27 \times 27 \times 27$

3)  $81:1 = 81 \times 81 \times 81 \times 81:27 \times 27 \times 27 \times 27$

Demonstratio.

$A: D = D: C$  p. H.

$A: D = A: D$  §145.

$A \times A: D \times D = A \times D: D \times C$  §187.

$A: C = A \times A: D \times D$  §144

h. e. posita Hypothesi, prima est ad tertiam  $C$  in ratione duplicata primo ad secundam §142.

Q. E. D.



Porro  
 $et: D = D: C: p. H.$

$Axet: Dx = A: C: p. membr. 1.$   
 $D: C = C: D: p. H.$

$A: D = C: D § 144.$

$Axetxet: Dx Dx D = Ax C: Cx D § 157$

$A: D = Ax C: Cx D § 160. 153.$

$A: D = Axetxet: Dx Dx D § 144.$

*h.e. in triplicata ratione prima  
 ad secundam §. 142. P. E. II.*

Porro  
 $A: D = D: C: D: p. H.$

$Axetxet: Dx Dx D = A: D: p. membr. 11.$

$et: D = D: C: p. H. et 144.$

$Axetxetxet: Dx Dx Dx D = Ax D: Dx C$

$Ax D: Dx C = A: C: §. 160. 153.$

$etxetxetxet: Dx Dx Dx D = A: C: § 144$

*P. E. III.*

*Similiratione Demonstratio  
 concinnatur si plures fuerint  
 Quantitates continuo.*



quantur quorum

§ 190 Theorema 39

Si fuerint quaecunque Quantita-  
tes continuae proportionales A, B,  
C, D, E, F, Ratio prima ad ultimam  
compositus ex Rationibus Quanti-  
tatum extremis interjacentium

$$\text{h.e. s. d. A: D} = \text{D: C} = \text{C: B} = \text{B: E} = \text{E: F} \quad 1:2 = 2:4 = 4:8 = 8:16 = 16:32$$

$$\text{erit A: F} = \text{A} \times \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} : \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} \times \text{F}$$

Demonstratio.

$$\text{Erit } 1:32 = 1:2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 : 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16$$

$$\begin{array}{l} \text{A: D} \\ \text{D: C} \\ \text{C: B} \\ \text{B: E} \\ \text{E: F} \end{array}$$

$$\text{A} \times \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} : \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} \times \text{F} \quad \S 142$$

Sed

$$\frac{\text{A} \times \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} : \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} \times \text{F}}{\text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} : \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E}} = \text{A} \times \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} : \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} \times \text{F} \quad \S 160$$

Ergo

$$\text{A: F} = \text{A} \times \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} : \text{D} \times \text{C} \times \text{B} \times \text{E} \times \text{F} \quad \S 153.$$

Q. E. D.



§191 Theorema 40  
Rationes compositae ex Rationibus  
quarum Anguli Angulis aequales  
sunt, aequales sunt inter se.

$$1:3=6:18$$

$$5:1=25:5$$

$$1:2=3:6$$

$$5:6=450:540$$

$$h.e. A:D = E:H$$

$$et F:G = H:K$$

$$et K:L = M:N$$

$$erit A \times F \times K : D \times G \times L = E \times H \times M$$

Demonstratio.

$$A:D = E:H$$

$$F:G = H:K$$

$$A \times F : D \times G = E \times H : D \times K$$

$$K:L = M:N$$

$$A \times F \times K : D \times G \times L = E \times H \times M : D \times K \times L$$

§192 Definitio XXXV

Numerus fractus, vel Fractio  
aut minuta, est, qui refertur ad  
Unitatem tanquam pars ad to-  
tum.

§193 Hypothesis 17.

Fractiones per duos numeros expri-



muntur, quorum alter Divisionis  
signo lineola nempe et transverse  
supra alter subscribitur. § 38.

Qui supra scribitur numerator au-  
dit, estque numerus qui partes in  
omni casu datas exhibet, s. enumerat.  
Qui subscribitur, Denominator dici-  
tur, atque definitur per numerum  
qui significat in quot equales par-  
tes integrum aliquod seu Totum sub-  
divisum sit.

§ 194 Proollarium 1.

Quoniam itaque in Fractioni-  
bus Relatio Numeratoris et Deno-  
minatoris sine tertio homogeneo  
intelligi potest. § 192. 193. erit illa  
Ratio § 122.

§ 195. Proollarium 2

Let  $a =$  numeratori  $\{ \begin{array}{l} \text{p. 41} \\ \text{p. 42} \end{array} \right.$   
 $b =$  Denominatori

erit itaq. Fractio  $= \frac{a}{b}$  § 193.

Quoniam itaque Fractio exprimit  
Relationem Numeratoris ad Denomi-  
natorem h. e. a : b § 149. Ergo

$\frac{a}{b} =$  Exponenti Relationis a : b. § 130



h. e. Fractio est ad Unitatem uti Numerator ad Denominatorem.

§ 196 Corollarium 3.

Ergo et Fractio aequabitur Numeratori per Denominatorem diviso.

§ 197 Theorema 41

Si Numerator est equalis Denominatori, Fractio equalis est Integro.

Si Numerator minor Denominatore, Fractio minor est Integro.

Si Numerator major est Denominatore, Fractio major est Integro. h. e.

Esto Fractio  $\frac{a}{b}$

$$\begin{array}{lcl} 1) b = 6 \text{ (ex. 1)} & \frac{6}{6} = 1 & \text{Si } a = b \text{ erit Fractio } \frac{a}{b} = 1. \\ 2) 5 < 12 & \frac{5}{12} < 1 & 2) a < b \dots \dots \dots \frac{a}{b} < 1. \\ 3) 11 > 4 & \frac{11}{4} > 1 & 3) a > b \dots \dots \dots \frac{a}{b} > 1. \end{array}$$

Demonstratio.

Cas. 1. Si  $a = b$  p. H.

$$\frac{a}{b} : 1 = a : b \quad \S 195$$

$$\frac{a}{b} : a = 1 : b \quad \S 150.$$

$$\text{Sed } a = b \text{ p. H.}$$

$$\frac{a}{b} = 1. \quad \S 152.$$

Q. E. D.



Casus II Si  $a < b$ .

$$\frac{a}{b} : 1 = a : b \text{ sigs}$$

sed  $a < b$  p. II

Ergo  $\frac{a}{b} < 1$ . §132

Q. E. II.

Casus III.

Si  $a > b$ .

$$\frac{a}{b} : 1 = a : b \text{ sigs}$$

sed  $a > b$  p. II.

Ergo  $\frac{a}{b} > 1$ . §132. Q. E. III.

§198 Definitio XXXVI.

Fractiões quæ vel integro æquæ  
vel majores sunt, dicuntur  
puræ.

§199 Problema XX

Invenire quot integra Fractio quæ  
major est integro, contineat.

Resolutio.

Si Fractio integra major =  $\frac{q \times a}{a}$

Numeratorem  $q \times a$  divide per  
Denominatorem. Dico quotum  
indicare quod petebatur.



Demonstratio.  
Est enim  $\frac{qa}{a} =$  Fractioni p.

$$\text{Ergo } \frac{qa}{a} = q. \S 153 \quad \text{Q. E. D.}$$

§ 200 Scholion.

Supponitur hic Fractio integra  
major cuius Denominator est  
pars aliquota Numeratoris.

§ 201. Problema XXI

Integros numeros reducere ad  
Fractionem Denominatoris dati

Resolutio et Demonstratio

1) Numerum integrum  $q$  duc in de-  
nominatorem datum  $d$ . § 88. 121.

2) Factum  $qx$   $d$  scribe in Numeratoris  
locum subscripto Denomi-

$$\frac{9 \times 7}{7} = \frac{63}{7} \quad \text{natore. § 193. h. e. } \frac{qx}{d}$$

Dico factum  
per § 153.

§ 202 Theorema 42.

Fractiones homogeneae aequales  
sunt, quarum Numeratores



ad suos Denominatores eandem  
 Rationem habent.

Major autem Fractio est, cujus Nu-  
 merator ad suum Denominatorem  
 habet majorem Rationem.

Eandem minor Fractio, cujus  
 Numerator minorem Ratio-  
 nem habet ad suum Denomina-  
 torem. h. e.

In Fractionibus homogeneis  
 si fuerit

$a:b = c:d$  erit fractio  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  § 112 =  $b:d$  Transp.  $\frac{b}{d}$   
 $a:b > c:d$  erit fractio  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$   
 $a:b < c:d$  erit fractio  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

Demonstratio.  
 Casus 1.  $a:b = c:d$  p. H.

Ergo  $\frac{a}{b}:1 = a:b$  § 195

$\frac{c}{d}:1 = c:d$  § 195

---

$\frac{a}{b}:1 = \frac{c}{d}:1$  § 144.

Ergo  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  § 152.

Q. E. D.



148.  $\frac{3}{6} \text{ et } \frac{15}{18}$

3: 6 =  $\frac{15}{18}$  : 18

Caput II.  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  sunt Fracti p. H.

$$\frac{a}{b} : 1 = a : b. p. § 195.$$

sed  $a : b > c : d. p. H.$

$$\frac{a}{b} : 1 > c : d. § 46$$

$$\frac{c}{d} : 1 = c : d. § 195$$

$$\frac{a}{b} : 1 > \frac{c}{d} : 1 § 46$$

$$\text{Ergo } \frac{a}{b} > \frac{c}{d} § 183.$$

Q. E. II.

Caput III. Simili quo secundus, modo demonstratur. Merque autem

3: 6 =  $\frac{15}{18}$  : 18 et  $\frac{15}{18}$  brevius ita:

$\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  sunt Fracti p. H.

Autem  $a : b > c : d. p. H.$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} § 140. 193$$

Q. E. D.

§ 203. Proollarium.

Facili Negotio concipitur fractiones fore aequales quarum et numeratores et Denominatores per eandem Quantitatem multiplicentur aut dividuntur. h. e.



1. Si Fracti  $\frac{a}{b}$  multiplicetur nume-  
rator et Denominator per idem  $c$ ,  
erit  $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$  §153

2. Si Fracti  $\frac{ad}{bd}$  numerator et Deno-  
minator dividatur per idem  $d$  erit.

$$\frac{\frac{ad}{d}}{\frac{bd}{d}} = \frac{a}{b} \text{ §153. } \frac{48}{60} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

§204. Problema XXII  
Fractionem propositam ad mino-  
res terminos reducere, h. e. propo-  
sita Fractionis loco invenire aliam  
quae illi sit equalis minoribus  
tamen numeris aut Quantitati-  
bus exprimitur.

Resolutio et Demonstratio.

Et Numerator et Denomina-  
tor Fractionis propositae per  
eundem tertium numerum  
dividatur exacte. Quoties Nume-  
ratoris et Denominatoris da-  
bunt Fractionem paucioribus  
Agnis ea pressam. §203

Q. E. R. D.



$$\frac{am}{bm} = \frac{a}{b} \cdot \frac{amg}{cmg} = \frac{a}{c} \text{ etc.}$$

$$\frac{144}{1728} = \frac{1 \times 144}{12 \times 144} = \frac{1}{12} \frac{48}{60} = \frac{4}{5} \text{ ss.}$$

§. 205. Scholion 1.

Dicimus autem Divisionem exactam, quæ sine ad hærenti sibi fractione Quotum exhibet. Unde quidem liquet, Fractionem propositam ad minores terminos reducere, dam supponere factorem et in Denominatore et in Numeratore eundem s. communem, quæ deficiente nulla datur Fractione ad minores terminos Reductio v. c.  $\frac{a.p.}{b.d.} \cdot \frac{cm}{cg} = \frac{13.25}{15.30} \text{ ss.}$

§. 206 Scholion 2.

Brevitati studentes, misceamus problema, quo duorum Numerorum mensura invenitur maxima, Mathematicis non infrequens. Præxi expeditiori satisfiat, si numeros fractos in maiores reducturi ope digitorum experiri



mur utrum in Numeratore et  
Denominator Factor occurrat  
communis, quo dempto, manifestum  
est, fractum esse reductum, §. 203.  
et §. 204. in Dispositio. Multifactorum,  
quia usq. ad 10000 Anatomiam quam  
vocat, numerorum factori Operis  
addidit, ex qua Factores numeri  
rum communes sine labore cognos-  
cuntur.

Schema Operationis.

$$\begin{array}{r|rr|r} 144 & 18 & 49 & 3 \\ 1728 & 216 & 24 & 12 \end{array} \text{ und eliquet } \frac{144}{1728} = \frac{1}{12}.$$

Similiter in aliis.

§ 207. **Problema XXIII**

Fractiones duas vel plures ad ean-  
dem Denominationem reducere;  
h. e. Fractiones datis aequales  
et ejusdem Denominatoris  
invenire

Resolutio et Demonstratio

Casus 1. Si duo fuerint Fractiones.

Denominator primo ducatur  
in numeratorem et Denomina-  
torem secunda ducatur in prime



fractionis Numeratorem et Denominatorem; erunt Fractiones et ejusdem Denominationis §185 et prioribus aequales §203. Q.E. I.  
 Casus II. Si plures fuerint Fractiones factum ex singulis reliquarum Fractionum Denominatoribus ducatur in Numeratorem et Denominatorem fractionis uniuscujusque, eruntque Fractiones emergentes ejusdem Denominationis §185 et prioribus aequales §203.

Q.E. II. R. et D.

Sunt  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  reducendo ad idem Nomen ergo  $\frac{ad}{bd} = \frac{ac}{bd}$  et  $\frac{c}{d}$ .

$$\text{et in Ex. } \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10} \quad \frac{6}{10}$$

Sunt plures  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{h}, \frac{o}{p}$ .

$$\text{fiat 1) } d h p \times \frac{a}{b} = \frac{a d h p}{b d h p}$$

$$2) b h p \times \frac{c}{d} = \frac{c b h p}{d b h p}$$

$$3) b d p \times \frac{e}{h} = \frac{e b d p}{h b d p}$$

$$4) b d h \times \frac{o}{p} = \frac{o b d h}{p b d h}$$



et in C.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ .

153

fiat  $60 \times \frac{1}{2} = 30$   $40 \times \frac{2}{3} = 26\frac{2}{3}$   $30 \times \frac{3}{4} = 22\frac{1}{2}$   $24 \times \frac{4}{5} = 19\frac{2}{5}$

h. e.  $\frac{60}{120} \frac{80}{120} \frac{90}{120} \frac{96}{120}$  p. l.

## § 208 Problema XXIV

Fractiones propositas addere.

Resolutio et Demonstratio.

Cum omnis additio sit Quantita-  
tum homogenearum § 26. hinc

1) Fractiones propositas reduc ad  
idem nomen § 207

Quia vero eodem s. Denominatores  
indignant tantummodo Unitates  
quarum sunt addenda partes § 193

2) Numeratores adde § 65. 66. 107

3) Denominatorem communem subscribe

S. F. E. et Q. Q. ?

Schema Operationis.

Sint addende  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{h}$ .

p. m. I.  $\frac{adh}{bdh} + \frac{cbh}{bdh} + \frac{ebd}{hbd}$

p. m. II. et III  $\frac{adh + cbh + ebd}{bdh}$



In l. S.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6} &= \frac{48}{72} + \frac{54}{72} + \frac{12}{72} \\ &= \frac{114}{72} = \frac{38}{26} = \frac{19}{13} \text{ § 206.} \\ &= 1 + \frac{6}{13} = 1\frac{6}{13}.\end{aligned}$$

§ 209. Proollarium.

Quodsi integri Fractio et v. r. addendi sint, integros reduc ad denominationis communis fractionem § 201. Reliqua fac ex Legib. §. anteced. v. c.

Esso  $a$  integer addendus fractio

 $\frac{b}{c} + \frac{d}{f}$ 

Hinc

$$\begin{aligned}a + \frac{b}{c} + \frac{d}{f} &= \frac{a}{1} + \frac{b}{c} + \frac{d}{f} \\ &= \frac{acf}{cf} + \frac{bf}{cf} + \frac{cd}{cf} \\ &= \frac{acf + bf + cd}{cf}.\end{aligned}$$

In l. S.

$$\begin{aligned}5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} &= \frac{30}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \\ &= \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6} \text{ etc.}\end{aligned}$$

§. 210 Problema **XXV**

Fractionum duarum minorem e majore subtrahere.



## Resolutio et Demonstratio.

Cum omnis Subtractio sit Quanti-  
tatum Homogenearum §32 et de-  
nominatoris nomina tantum Vi-  
tatum s. Integrorum quorum par-  
tes auferendo sunt exhibeant, p. §193  
Unde quidem

- 1) Fractiones reduc ad eandem de-  
nominationem. §207.
- 2) Numeratorem Fractionis subtra-  
hendo aufer a Numeratore Fra-  
ctionis minuendo. §71. 110.
- 3) Communem Denominationem  
Subscribe Differentia. S. F. E. et R. P.

Schemata Operationum  
Esto auferenda  $\frac{a}{b}$  ex  $\frac{c}{d}$ . Hinc

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} \text{ mbr. I.}$$

$$= \frac{ad - cb}{bd} \text{ mbr. II. et III.}$$

In f. S.

$$\frac{9}{11} - \frac{6}{15} = \frac{135}{165} - \frac{66}{165}$$

$$= \frac{69}{165} = \frac{23}{55} \text{ §206.}$$



§ 211. Corollarium:

Si Quantitas minuenda fuerit  
Integer auferend a vero Fractio;  
Integer reduc ad subtrahendo  
Fractionis Denominationem

§ 207. Reliquis factis secundum  
Resolutionem § 210. v. c.

Est Integer minuendus =  $a$   
Fractio subtrahenda =  $\frac{c}{b}$

$$\text{Quare } a = \frac{c}{b} = \frac{ab}{b} - \frac{c}{b}$$

Sic et in Numeris

$$9 - \frac{2}{5} = \frac{45}{5} - \frac{2}{5} = \frac{43}{5} = 8\frac{3}{5}$$

§ 212. Problema **XXVI**

Fractionem datam per aliam  
multiplicare.

Resolutio.

De Numeratorum pariter ac  
Denominatorum forma pro  
ducta. § 45. 121.

2. Facto priori subscribe proprietates § 103  
D. F.

Est Fractio mea =  $\frac{a}{b}$   
mens =  $\frac{c}{d}$

$$\text{Dico Factum } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$



# Demonstratio

1527

Ergo  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  sunt Fractiones p. H.

$$\frac{a}{b} : 1 = a : b \quad \text{§ 187}$$

$$\frac{c}{d} : 1 = c : d \quad \text{§ 195}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{a} : 1 = ac : bd \quad \text{§ 187}$$

$$\frac{ac}{bd} : 1 = ac : bd \quad \text{§ 131}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} : 1 = \frac{ac}{bd} : 1 \quad \text{§ 144}$$

$$\text{Ergo } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{§ 152.}$$

Q. E. D.

Aliter

$$\frac{ac}{bd} : \frac{a}{b} = \frac{ac}{bd} : \frac{ad}{bd} \quad \text{§ 126}$$

$$\frac{ac}{bd} : 1 = ac : bd \quad \text{§ 195}$$

$$\frac{ad}{bd} : 1 = ad : bd \quad \text{§ c.}$$

$$\frac{ac}{bd} : \frac{ad}{bd} = ac : ad \quad \text{§ 173.}$$

$$ac : ad = \frac{ac}{ad} : \frac{ad}{ad} \quad \text{§ 160}$$

$$\frac{ac}{bd} : \frac{ad}{bd} = \frac{ac}{ad} : \frac{ad}{ad} \quad \text{§ 144 Ergo}$$

$$\frac{ac}{bd} : \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{§ 203. 197. 29.}$$

Q. E. D.



§213 Rhotion

Hoc ut intelligantur facilius Exemplum  
lineari illustrare dicta liceat.

$$\text{Sit } AD = \text{modo} = \frac{af}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\text{et } \frac{af}{2} = \frac{3}{4} = \text{motori.}$$

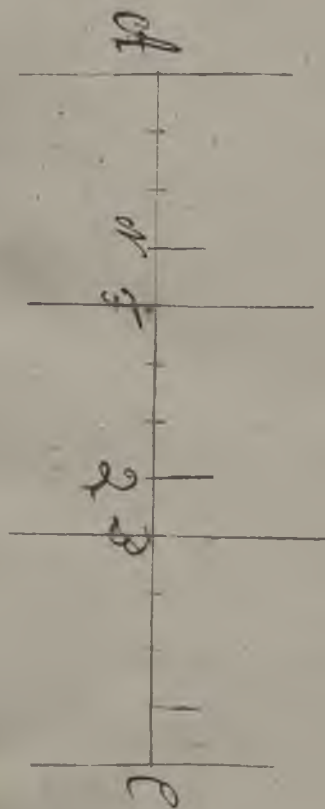
Sumatur itaq.  $AL$  Unitatis.  $S.$  Totius  
loco, quia duarum illarum tertiarum  
partes quoddam  $h.e.$  tres quarta sumen-  
do sunt, erit utique  $AF = \frac{1}{3}$   
 $FD = \frac{1}{3}$  hinc

$$AF + FD = AD = \frac{2}{3} \text{ §208.}$$

Dividatur itaq.  $AF$  in quatuor partes  
equales eritq.  $AN$  una tertia ~~tertius~~  
~~quartus~~ vicibus tribus quartis sumta,  
similiter et  $FD$  est altera illa una  
tertia, tribus quartis vicibus sumta.  
Ergo et  $AN + FD$  sunt duo tertii trium  
quartarum  $h.e.$  sex partes recte et  $AL$   
in duodecim partes subdivis.  $h.e.$   
 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$  §206. Similiter in aliis  
omnibus

§214 Protharium.

Si Numerus integer aut Quantitas





ducenda sit in fractum integer ille  
aut Quantitas in fracti Numerator  
torem ducitur. v. c. Ego a ducenda  
in  $\frac{a}{f}$ ; Dico factum  $= \frac{ac}{f}$ .  
Nam.

$$a = \frac{a}{1}. \text{ Ergo.}$$

$$a \times \frac{c}{f} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{f} \S 244.$$

$$\frac{a}{1} \times \frac{c}{f} = \frac{ac}{f} \S 212.$$

$$a \times \frac{c}{f} = \frac{ac}{f} \S 41.$$

Similiter in Numeris:

$$6 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}.$$

§ 218. Scholion.

Negue vero mirum est in Fracto.  
rum multiplicatione productum  
minus esse factore alterutro. Cum  
enim in omni Multiplicatione

$$1: M = m: p \S 29. 132.$$

$$\text{vel } 1: m = M: P. \S 150.$$

Fracti autem Unitate seu Integro  
sint minores § 192. Ratio 1: m vel 1: m  
majoris inaequalitatis est § 128.  
Ergo et altera m: p vel M: P majoris  
inaequalitatis erit § 132. adeoque



et  $m > p$ et  $m > p$ 

## §216. Problema XXVII

Fractionem per aliam dividere

Resolutio.

Sit Fractio Dividenda =  $\frac{a}{b}$ Dividens =  $\frac{c}{d}$ 

1) Fractionem dividendensem inverti,

hoc est, ex  $\frac{c}{d}$  fac  $\frac{d}{c}$ 

Inversam huc in dividendam §212. D. 7.

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

Demonstratio

Quia in omni Divisione.

$$Q:1 = D:d \text{ §.35.}$$

Ergo substituendo

$$Q:1 = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} \text{ Ergo}$$

$$Q:1 = \frac{ad}{bd} : \frac{cb}{ab} \text{ §203 sed}$$

$$\frac{ad}{bd} : 1 = ad:bd \text{ §195}$$

$$\frac{cb}{ab} : 1 = cb:db$$

$$\frac{ad}{bd} : \frac{cb}{db} = ad:cb \text{ §183. 173.}$$

$$Q:1 = ad:cb \text{ §144.}$$

$$\frac{ad}{cb} : \frac{cb}{cb} = ad:cb \text{ §16}$$

Ergo



$$Q:1 = \frac{ad}{cb} : \frac{cb}{cb} \S 144.$$

Verum  $\frac{cb}{cb} = 1$ . § 192 Ergo

$$Q:1 = \frac{ad}{cb} : 1. \S 10 \text{ Ergo}$$

$$Q = \frac{ad}{cb} \S 152.$$

$$Q = \frac{ad}{bc} \S 185.$$

Q. E. D.

§ 217. Scholion 1.

Mirum prima fronte videret-  
let, quod Divisor inversus<sup>o</sup> jubeatur  
in d dum duci et productum inde  
emergens Quotum Fractionum  
exhibere dicatur. Enim vero res ta-  
ra erit omnis attendendo ad ipsam  
Divisionis Notionem, quae eo con-  
tentum esse unius in altero sup-  
ponit § 25 hoc itaq; ut in Fractioni-  
bus obtineatur, evidens utique est,  
dici non posse quoties una Fractio  
alteram contineat, nisi reductis ad  
idem Nomen Fractionibus, id quod  
fit utrinq; b et d ducendo in alterutrum  
Fractionis Numeratorem et Deno-  
minatorem. § 207. h. e.



$a$  et  $c$  mutando in  $ad$  et  $cb$   
 $bd$  et  $cb$ .

Unde liquet non Denominatorum  
 in istius Divisionem, quippe qui iidem  
 sunt sed Numeratorum  $ad$  et  $bc$ . utom-  
 nino prodeat  $ad$  s. q. i. e.  $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

§218. Scholion 2.

Revocando dicta ad casus speciales;  
 ponamus  $ct = \frac{3}{4}$  dividendas per  
 $at = \frac{1}{2}$  Quare.

Reduc fractionem  $\frac{1}{2}$  ad nomen alteri-  
 us fractionis  $\frac{3}{4}$  id quod h. l. commo-  
 de sit in  $\frac{1}{2}$  multiplicando utrinque  
 et liquet  $ct = \frac{3}{4}$  continere in  $at$   
 totum et præterea ejus semissem.  
 h. e.  $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{4} = 1\frac{2}{4}$

¶ Sit  $at = \frac{4}{5}$  et  $ct = \frac{2}{3}$  hinc reducendo  
 $at$  et  $ct$  ad idem Nomen 15. §207  
 erit  $at = \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$   
 et  $ct = \frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ .



Ergo patet  $Ag$  continere ipsius  
 Totum una cum  $\frac{2}{72}$  partibus.  
 Similiratione ostenditur Quotus  
 si Divisor major fuerit Dividendo  
 quo in Casu pars tantum fractionis  
 Dividentis continetur in fractio-  
 ne dividenda

§219. Scholion 3.

Facile autem concipitur Quotum  
 ex Divisione Fractionum emergen-  
 tem esse posse unitatem vel ejus mul-  
 tiplicum adeoque majorem et dividende  
 et dividenda fractione. Sane au-  
 tem tres Casus autem

$$\left. \begin{array}{l} D = d \\ \text{aut } D > d \\ \text{aut } D < d \end{array} \right\} \S 39$$

Quare cum

$$1: d = 2: D. \S 151.$$

$$\text{si } d = D. \text{ p. H. Casus } 1^{\text{mi}} =$$

$$\text{erit } 1 = 2. \S 152.$$

$$\text{porro quia } 2: 1 = D: d. \S 35.$$

$$\text{si } D > d. \text{ p. H. c. } 2^{\text{di}} \\ \text{Erit } 2 > 1. \S 132.$$



Tandem quia  $2:1 = 2$ : d. §350  
 Si  $DL$  d. p.  $H-L$  <sup>iii</sup>  
 Erit  $2 < 1$ . §32.

Quo solum in Casu ultimo quatuor  
 Fractio:

§220. Proollarium.

Si Fractio  $\frac{a}{b}$  dividenda per integ  
 $c$ . ducitur ille in Denominator  
 dato Fractionis h.e.

$$\frac{a}{b} : c \text{ §38} = \frac{ac}{b}$$

Nam

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} : c \text{ §38} &= \frac{a}{b} : \frac{c}{1} \text{ §c.} \\ &= \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} \text{ §216} \\ &= \frac{a}{bc} \text{ §212.} \end{aligned}$$

Et si Integer fuerit dividend us  
 fractum, Denominator ejus divid  
 tus in integrum, factogq subscr  
 tus Numerator h.e.

$$a : \frac{b}{c} \text{ §38} = \frac{ac}{b}$$

Nam

$$\begin{aligned} a : \frac{b}{c} \text{ §c.} &= \frac{a}{1} : \frac{b}{c} \text{ §c.} \\ &= \frac{a}{1} \times \frac{c}{b} \text{ §216} \\ &= \frac{ac}{b} \text{ §212.} \end{aligned}$$



# 221 Problem a XXVIII

165

Dato Fractioni equalem invenire, cujus Denominator datur.

Resolutio.

Denominatorem datum multiplica in Numeratorem fractionis propositi.

Factum divide per ejusdem fractionis Numerum.

Dico Quotum exhibere Numeratorem fractionis cujus Denominator datur. Demonstratio.

Fit Fractio data  $\frac{a}{b}$   
Denominator alterius fractionis datur = d et Numerator quarendus = n

Ergo per conditiones Problematis:  $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

$$\frac{a}{b} = \frac{n}{d} \text{ p. 11}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 25 \\ \hline 6 & 30 \end{array}$$

$$\frac{da}{b} = \frac{dn}{d} \quad \$44.214.$$

$$\frac{dn}{d} = n \quad \$153.$$

---


$$\frac{da}{b} = n. \quad \$41. \quad Q.E.D.$$



§222. Definitio XXXVIII.  
 Si Quantitas aut Numerus ducatur in semetipsum, factum dicitur Quadratum ejusdem Numeri Quantitatis; ipse vero Factor Radix quadratica audit.

Sic e.g.  $a \times a$ .  $b \times b$ .  $c \times c$  sunt Quadrata  
 et in  $e$ .  $2 \times 2$ .  $3 \times 3$ .  $9 \times 9$  genant Quadrata  
 horum autem Quadratorum Radices  
 sunt  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , et  $2$ .  $3$ .  $9$ .

§223 Definitio XXXIX.  
 Quadrati factum in Radicem Quantitatis alicuius vel Numeri dicitur Cubus; ipsa vero radix terminata se ducta Cubum procedens Radix cubica nominatur. v.g.  $a \times a \times a$ .  $b \times b \times b$ .  
 sunt ubi et in  $e$ .  $2 \times 2 \times 2$ .  $3 \times 3 \times 3$   
 erunt cubi; horum autem cuborum Radices sunt Cubica  $a$ ,  $b$ , et  $2$ .  $3$ .

§224 Definitio XL.  
 Cum hoc ejusdem Quantitatis aut Numeri in se Multiplicatio toties repeti possit quoties libuerit, facta



inde orta dicuntur Gradus, Potestas, Potentia, Dignitates a Decentioribus. Ita quidem ut si Radix binaria seducta fuerit factum audiat Gradus Potestas, Potentia, Dignitas secunda vel secundana. Sicut G. Potest. Pot. Dign. tertia, tertiana si quaternaria. Pot. Pot. Dign. quarta, quartana si quinquies G. Pot. Pot. Dign. quinta, quintana.

Ipse vero radix ista dicitur Gradus, Potestas Potentia, Dignitas prima: G.

Radix = a. erit

|       | G. | Potest. | Pot. | Dign. | prima vel primana |    |
|-------|----|---------|------|-------|-------------------|----|
| aa    |    |         |      |       | secunda           | na |
| aaa   | "  | "       | "    | "     | tertia            | na |
| aaaa  | "  | "       | "    | "     | quarta            | na |
| aaaaa | "  | "       | "    | "     | quinta            | na |

et in C.S.

Eoto Radix = 3. erit

|     |   |   |   |   | prima   | na |
|-----|---|---|---|---|---------|----|
| 3   | " | " | " | " | secunda | na |
| 9   | " | " | " | " | tertia  | na |
| 27  | " | " | " | " | quarta  | na |
| 81  | " | " | " | " | quinta  | na |
| 243 | " | " | " | " |         |    |



## § 225 Hypothesis 18.

Potentias istas aliquando exprime-  
mus per Radices s. Potentiam  
primam, adscribendo ipsi ad-  
icem dextrorum, numerum qui  
indiciet, quoties in semetipsam  
ducta concipiatur. Sic r. e.  
aa seu Potentiam 2dam scribimus  
aaa f. . . . . 3tam  
aaaa f. . . . . 4tam

et in C. S.  
 $3 \times 3 = 9$  f. pot. 2dam "  $3^2$   
 $3 \times 3 \times 3 = 27$  f. " 3tam "  $3^3$   
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  f. " 4tam "  $3^4$

## § 226 Hypothesis 19.

Eadem scribendi ratione utemur  
Potentias Radicum composita-  
rum significaturi, adscriptota-  
men Multiplicationis vinculo  
§ 31 vel inclusa Radice Parenthesi

¶ ne Radice  
 $a \times b$  potentiam 2dam ita  $a \times b$  vel  $(a \times b)$   
 $a + b$  " 3tam ita  $a + b$  vel  $(a + b)$



Similiter Radices  
 $a+b+c$  Potentiam Edamita:  $a+b+c^2$  vel  $(a+b+c)^2$   
 $a+b+c$  Potentiam. 3iam ita:  $a+b+c^2$  vel  $(a+b+c)^3$

§227 Definitio XXXIX.

Decimus autem Radices com-  
positas; quae ex pluribus par-  
tibus exorta sunt. In specie  
 $a+b$  binomiam, quae duabus  
 $a+b+c$  trinomiam, quae tribus  
 $a+b+c+d$  quadrimomiam, quae quatuor  
et in genere Polynomiam quae plu-  
ribus partibus constat. Unde simul  
intelligitur Mononomiam dici una  
tantum parte constantem. Sic e.g. in C.

5 erit Radix mononomia  
 $26 = 2+6$  " binomia §ss  
 $379 = 3+7+9$  " trinomia §c

§228 Scholion.

Ut patet Numeros Arithmeti-  
cos decados ab 1-9 exhibere radices mononomias  
10-9 " " " binomias.



100 - 999. . . Trinomias  
 1000 - 9999 . . . quadrinomias  
 10000 - 99999 et infinita Polynomias  
 Denominatus a Numero partium  
 S. articulorum constituentium  
 primariorum

§229. Definitio XL.

Numerus Radicis<sup>o</sup> superius  
 adscriptus p. §225. dicitur Expo-  
 nens Gradus Potestatis Potentia<sup>o</sup>  
 vel Dignitatis sic in  $a^3$  erit 3.  
 Exponens potentia Potestatis  
 tertio. Similiter in  $a^4 b$  erit  
 Exponens Gradus secundi.

§230. Definitio XLII.

Radice Quadraticam aut  
 bicam aut potentia<sup>o</sup> cujusvis  
 alius extrahere est Numerum  
 Quantitatem invenire ex cujus  
 in semetipsum multiplicatione  
 Quadratum aut Cubus aut Po-  
 tentia illa producta est.

§231. Hypothesis 10.

Sufficit non nunquam Radicum



extractiones signotenus exhibuisse.  
 inserit his signum V Quantitatem  
 trahenda praeficiunt e lege ut si di-  
 vergentibus ipsius Veruribus,  
 nullus inscriptus fuerit Omenus  
 significetur extrahendam esse ra-  
 dicem potentiae secunda, h.e. quadra-  
 ticam; si ternarius extrahendam  
 esse radicem cubicam; si quaternarius  
 extrahendam esse radicem po-  
 tentiae quarto. h.e.  
 $V^2$ ,  $V^2$ ,  $V^2$  significat radices de-  
 plicetari quadraticas.  
 $V^3$ ,  $V^3$ ,  $V^3$ , quori radices cubicas.  
 $V^4$ ,  $V^4$ ,  $V^4$  radices quarti gradus  
 inveniendas esse.  
 Ad haec notamus, si ex Quantitati-  
 bus complexis et compositis enun-  
 da fuerint radices, hinc eodem quidem  
 signo V. sed supra scripto Multipli-  
 cationis, § 31. vinculo vel parenthesi  
 Quantitates extrahendas includen-  
 te utrasque esse; sic radicem  $\square$  cam ex  
 $a^2 - b^2$  ita significabimus  $V a^2 - b^2$   
 vel  $V a^2 - b^2$   
 $a + b + d$  ita:  $V a + b + d$  vel  $V a + b + d$



Radice cubicam ex  
 $a^3 - b^3$  vel  $\{ ita \frac{a^3}{3} - \frac{b^3}{3} \}$  vel  $\frac{a^3}{3} - \frac{b^3}{3}$   
 $a + b$  }  $\frac{a^3 + b^3}{3}$  vel  $\frac{a^3 + b^3}{3}$

Similiter in aliis.

§232 Scholion 1.

Formationem istam potentia-  
 rum §222-225 alii Genesim Po-  
 testatum. Involutionem dicunt,  
 et definiunt per continuam  
 alicuius speciei s.g. i.e. Quanti-  
 tatis vel numeri in Multiplica-  
 tionem. Evolutionem autem solum  
 ly in Potestatum nominant in-  
 ventionem Radicis imperato-  
 re Potentis datis §230. Potesta-  
 tes etiam §224. nobis dicto  
 ipsis eadem significatione Dimen-  
 siones alii dicunt, tandem Radi-  
 cem vocabulo ex Geometria de-  
 sumpto Latus nuncupant.

§233. Scholion 2.

Nomina quoque et characteres  
 Potestatum apud Arabes Fr. N. et  
 veteres Algebraicos Italos English et  
 et Gallicum multum differunt, collegit P. Wallis







## §235 proollarium 1.

Hinc facta ad arithmetica mater  
 cadicam applicatione, si a fuerit  
 decades, 6, digiti, Quadratum  
 primo partis a terminabitur,  
 in fentenariis, duplum factum  
 ex prima parte in alteram in  
 Secadibus, Quadratum autem  
 partis ultime b<sup>2</sup> in unitatibus  
 simplicibus §. 85.

## §236. proollarium 2.

Ad scribendo itaque indices ordi  
 num decadicorum §. 85. ex forma  
 ta:

$$a^2 + 2ab + b^2 \quad §237$$

$$\text{fiet: } a^2 + 2ab + b^2$$

## §237 proollarium 3.

Unde liquet Quadrata utriusque  
 partis terminari in locis impari  
 bus a dextra versus sinistram, du  
 plum autem factum ex prima par  
 te in alteram in loco pari §. 81.

## §238 proollarium 4.

Liquet etiam nota prima radiis  
 parte innotescere secundam, dividendo



np. Duplum factum primo par-  
tise in alteram per duplum fac-  
tum primo partise h.e.

$$\frac{18}{6} = \frac{2ab}{2a} = 6. \S 53$$

$\S 239$  Scholion.

Qua ad  $\S. 234$  demonstrata sunt ut  
patent uberius ea quibus quibusdam  
singularibus illustrabimus.

in  $\S. 234$  radia binomia = 13.

$$\text{Ergo } a' = 1' = 10. \} \S 55.$$

$$b' = 3' = 3$$

$$a + b' = 1 + 3 = 13 \S 42.$$

Quare.

$$a^2 = 1^2 = 100 \} \S 55$$

$$2ab = 2 \times 1 \times 3 = 60$$

$$b^2 = 3^2 = 9$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 3 + 3^2 = 169. \S 42.$$

Idem viro et ea communi Multi-  
plicatione patet:

$$\begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 169 \end{array} \S 55.$$



$$\frac{13}{13} = \text{Quadr. part. secundae \&c.}$$

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{9}{9} = \text{duplo facto ex prima pa}$$

$$1 \dots = \text{Quadr. part. primae \&c.}$$

$$169 = (13)^2 = \text{Quadr. radicis b}$$

Et radix = 39 inde quidem

$$a = 3 = 30 \quad \left. \begin{array}{l} \text{\&55} \end{array} \right\}$$

$$b = 9 = 9 \quad \left. \begin{array}{l} \text{\&55} \end{array} \right\}$$

$$a + b = 3 + 9 = 39 \quad \&42$$

$$\text{Et } a^2 = 3^2 = 900 \quad \left. \begin{array}{l} \text{\&55} \end{array} \right\}$$

$$2ab = 2 \times 3 \times 9 = 540 \quad \left. \begin{array}{l} \text{\&55} \end{array} \right\}$$

$$b^2 = 9^2 = 81$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 9 + 9^2 = 1521 \quad \&42$$

Et secundum vulgarem modum

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ \hline 391 \\ 117 \\ \hline 1521 \quad \&55 \end{array}$$



$$\frac{39}{81} = \text{Quadr. part. 2da §222.}$$

$$27.7 = \text{duplo fact. primae partis in secundam}$$

$$27.7 = \text{Quadr. part. 1ma §c.}$$

$$9. = \text{Quadr. part. 1ma §c.}$$

$$1821 = \text{Quadrato binomialis radicis 39.}$$

$$= (39)^2 \S 222. 226. 227.$$

§240 forollarium.

Donamus infra admiatos esse una  
um decadiibus etiam centenariis.

dicantur hi  $\begin{matrix} c'' \\ d'' \end{matrix} \} 15. 55.$   
illa  $\begin{matrix} c' \\ d' \end{matrix}$

$$\text{ergo } c' + d' = a. \S 47.$$

$$\text{adeoq. } (c' + d')^2 = a^2 \S 225. 226. 44.$$

Atq. inde formulabinomiali §234. 236.

$$a^2 + 2ab + b^2 \text{ per substitutionem abit in.}$$

$$(c'' + d'')^2 + 2 \times c'' + d'' \times b + b^2 \S 10$$

$$\text{sed } (c' + d')^2 = \text{Quadrato radicis binom §226. 227.}$$

$$= c'^2 + 2c'd' + d'^2 \S 234. 85. 55.$$

Ergo

$$c''^2 + 2c'd'' + d''^2 + 2 \times c'' + d'' \times b + b^2 = (c'' + d'' + b)^2 \S 226. 227.$$



Vnde Theorema:  
 Quadratum radicis trinomi  $(c + d + b)^2$  componitur ex quadratis  
 primae partis  $c^2$ ; duplo facto primae  
 partis in proxime consequentem  $2cd$   
 quadrato hujus partis  $d^2$ ; duplo facto  
 ex summa partium antecedentium  
 in proxime consequentem  $2cb$   
 et tandem ex Quadrato hujus partis  
 consequentis  $b^2$

Vel.  
 Quadratum Radicis Trinomi acco-  
 ponitur ex quadratis singularium  
 partium  $c^2$ ,  $d^2$ ,  $b^2$  atque duplis  
 ductis ex singulis antecedentibus  
 partibus: scilicet prima et con-  
 junctis primis duabus in proxime  
 consequentem. h. e.  $2cd$   
 et  $2cb$  et  $d^2$

§ 241 Corollarium 6.  
 Collatis itaq; § 235. 237. 238. demonstratur  
 patet.  
 Quadratum primo partis termi-  
 nari in decadibus et illenariis  
 duplum autem factum ex prima par-



in secundam in millenariis, reliqua  
partium loca ostendit § 235.

Quadratorum singularium par-  
tium loca esse in locis imparibus  
ad extra sinistram versus, duplicave-  
ro facta definire seu terminari  
in locis paribus cf. § 237.

Est prima radicis parte in no-  
tore secundam dividendo et d-  
per d. §. 153. et notis primis duabus  
partibus innotesceret tentiam b divi-  
dendo  $2xc + d \times b$ . per  $2xc + d$  §. hoc est  
 ~~$2xc + d \times d \times b = b$~~   
 $2xc + d.$

§ 242 Scholion.  
Isto in C. P. radia Trinomia = 345.

ergo  $\begin{cases} d = 300 = 3'' \\ d = 40 = 4' \\ b = 50 = 5'' \end{cases}$  § 55

$c + d + b = 345 = 3 + 4 + 5$ . § 42. Quare:

|                      |       |                           |                  |
|----------------------|-------|---------------------------|------------------|
| $c^2 =$              | 90000 | $= 3''^2$                 | } § 55. 240. 10. |
| $2cd =$              | 24000 | $= 2 \times 3 \times 4''$ |                  |
| $d^2 =$              | 1600  | $= 4'^2$                  |                  |
| $2xc + d \times b =$ | 3400  | $= 2 \times 34 \times 5'$ |                  |
| $b^2 =$              | 25    | $= 5''^2$                 |                  |

$c^2 + 2cd + d^2 + 2xc + d \times b + b^2 = 119025 = 3''^2 + 2 \times 3 \times 4'' + 4'^2 + 2 \times 34 \times 5' + 5''^2$



Idem quoque manifeste patet, ex vultu  
multiplicatione, missa tamen com-  
meratione;

$$R.m. \quad \overset{11}{a} + \overset{11}{d} + \overset{60}{b}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 9 & . & . & . & . & = & \overset{11}{a} \overset{11}{c} \\ 12 & . & . & . & . & = & \overset{11}{a} \overset{11}{d} \\ 15 & . & . & . & . & = & \overset{11}{a} \overset{11}{b} \\ 12 & . & . & . & . & = & \overset{11}{c} \overset{11}{d} \\ 16 & . & . & . & . & = & \overset{11}{d} \overset{11}{c} \\ 20 & . & . & . & . & = & \overset{11}{d} \overset{11}{b} \\ 15 & . & . & . & . & = & \overset{11}{a} \overset{11}{b} \\ 20 & . & . & . & . & = & \overset{11}{d} \overset{11}{b} \\ 25 & . & . & . & . & = & \overset{11}{b} \overset{11}{c} \end{array}$$

$$1190 \quad 25.$$

His exactis primo statione intuitu  
patet, adesse.

Quadrata singularum parti-  
locis imparibus terminata n.p.

$$\begin{array}{lcl} 1) \quad 9 = 3^2 = 90000 = \overset{11}{a} \overset{11}{c} \\ 2) \quad 16 = 4^2 = 16000 = \overset{11}{d} \overset{11}{c} \\ 3) \quad 25 = 5^2 = 25000 = \overset{11}{b} \overset{11}{c} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{S.S.S.}$$



Collectis in summam factis ex  
prima parte c in secundam d, h. e.

$$12 = 12000 = cd''' \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \S 55.$$

$$12 = 12000 = cd'''$$

$$24 = 24000 = 2cd'''$$

= dupl. facto ex pri-

ma parte in consequentem secun-

dam.  
Collectis in summam factis ex  
prima c, et secunda d, in tertiam  
b, h. e.

$$20 = 200 = db'$$

$$20 = 200 = db' \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \S 55$$

$$15 = 1500 = cb''$$

$$15 = 1500 = cb''$$

$$340 = 3400 = 2 \times cb'' + 2 \times db' \quad \S 42.$$

$$= 2 \times c7d' \times b \quad \S 31.$$

= duplo facto ex summa

antecedentium quarum in conse-

quentem similiter in aliis.

§ 243 proollarium?  
Denamus ipsi a quod pro eruenda  
Binomii formulâ assumimus § 234.  
præter decades et centenarias adherere



Millenarios; dicuntur hi m<sup>m</sup> manent  
~~centenariis~~ centenariis c<sup>c</sup>  
 decadibus d<sup>d</sup>

$$\text{ergo } m^m + c^c + d^d = a. \text{ ad c}$$

Binomi i formula §234.2

$a^2 + 2ab + b^2$  per §10 abit in

$$(m^m + c^c + d^d)^2 + 2x m^m + c^c + d^d \times b + b^2$$

Vorum

$$(m^m + c^c + d^d)^2 = \text{Quadr. radic. trinomi}$$

$$= m^m + 2mc + c^2 + 2xm + c^c \times d^d$$

quibus substitutis erit:

$$m^m + 2mc + c^2 + 2xm + c^c \times d^d + d^d + 2xm + c^c \times b + b^2 = (m^m + c^c + d^d + b)^2$$

Unde Theorema

Quadratum Radicis quadrinomi  
 componitur ex Quadrato primi  
 partis m<sup>m</sup>; duplo producto primi  
 partis in secundam c<sup>c</sup>; quadrato  
 secundae partis c<sup>c</sup>; duplo facto ex  
 summa partium antecedentium  
 duarum in consequentem tertiam  
 2x m + c<sup>c</sup> x d<sup>d</sup>; quadrato partis  
 consequentis d<sup>d</sup>; duplo facto



Summa partium antecedentium  
trium in consequentem, quartam  
 $2xm + c + dx + b$ , et quadrato partis  
huius consequentis  $b^2$

vel brevius:  
Quadratum Radicis quadrato-  
ni  $a, m + c + d + b$  componitur ex  
Quadratis singularum partium  
 $m^2, c^2, d^2, b^2$  atq; duplis productis ex  
singulis antecedentibus solitaria pri-  
ma, conjunctis primis duabus et  
conjunctis primis tribus in pro-  
xime consequentem, h. e.  $2mc, 2md, 2d$   
 $2xm + c + d + b$ .

§ 244. Corollarium 8.

Inde simili quo § 243 modo liquet:  
1) Quadratum primo partis termi-  
nari in millionibus, duplum autem  
factum ex hoc in proxime consequen-  
tem in centenariis millenariis.

Reliqua patent ex § 241

2) Quadrata singularum partium  
terminari in locis imparibus a  
dextra sinistram versus dupliciter  
facta illa in partibus. &c.



3 Notissima Radicis innotescit  
 secundam, dividendo 2<sup>m</sup> per  
 8153. reliqua ex eodem §. 241 man-  
 sunt.

§. 246 Scholion

Ergo Radice quadrinomia s<sup>o</sup> brg. b.

$$m'' = 5000 = 5''$$

$$c'' = 600 = 6'$$

$$d'' = 70 = 7'$$

$$b'' = 9 = 9'$$

§. 55.

$$m'' + c'' + d'' + b'' = 5679 = 5'' + 6' + 7' + 9'$$

Ergo

$$m'' = 25000000$$

$$2m'' = 50000000$$

$$c''^2 = 360000$$

$$2 \times m'' \times d'' = 700000$$

$$d''^2 = 4900$$

$$2 \times m'' \times b'' + d'' \times b'' = 102060$$

$$b''^2 = 81$$

$$(5679)^2 = 32251041$$

Idem quoque ostendetur ea mu-  
 tiplicatione vulgari §. 83 m<sup>o</sup>  
 tamen connumeratione cf. §. 83 et  
 h. m.



$$m + e + d + b$$

$$5679$$

$$5679$$

$$25 \dots \dots \dots = m^2$$

$$30 \dots \dots \dots = me$$

$$35 \dots \dots \dots = m^2 d$$

$$45 \dots \dots \dots = m^2 b$$

$$30 \dots \dots \dots = m^2 e$$

$$36 \dots \dots \dots = e^2$$

$$42 \dots \dots \dots = ed$$

$$54 \dots \dots \dots = eb$$

$$35 \dots \dots \dots = md$$

$$42 \dots \dots \dots = ed$$

$$49 \dots \dots \dots = d^2$$

$$63 \dots \dots \dots = db$$

$$45 \dots \dots \dots = mb$$

$$54 \dots \dots \dots = eb$$

$$63 \dots \dots \dots = db$$

$$81 \dots \dots \dots = b^2$$

---


$$32251041 = (5679)^2$$



Quibus ex factis a de se liquet  
 1. Quadrata singularum partium np.

$$25'' = 5''^2 = 25000000 = m^2$$

$$36'' = 6''^2 = 360000 = c^2$$

$$49'' = 7''^2 = 4900 = d^2$$

$$81 = 9^2 = 81 = e^2$$

2) Collectis factis homogeneis  
 & ex prima solitaria parte  
 consequentem.

$$30'' = 3000000 = m^c$$

$$30'' = 3000000 = m^c$$

$60'' = 6000000 = 2m^c$  h. e. ad  
 esse duplum factum ex prima  
 te in consequentem secundam.

3) ex conjunctis primis duabus  
 in consequentem <sup>tertiam</sup> np.

$$35'' = 350000 = md''$$

$$35'' = 350000 = md''$$

$$42''' = 42000 = cd'''$$

$$42''' = 42000 = cd'''$$

$$784 = \cancel{784000} = 2 \times md'' + 2 \times cd''' \\ = 2 \times m^c \times d'' \text{ s. 31.}$$



h. e. adesse duplum factum

ex conjunctis primis duabus in con  
sequenter tertiam partem.

ex conjunctis primis tribus in  
consequentem quartam.

$$48'' = 45000 = mb''$$

$$48''' = 45000 = mb'''$$

$$54'' = 5400 = cb''$$

$$54''' = 5400 = cb'''$$

$$63'' = 630 = db''$$

$$63''' = 630 = db'''$$

$$10286 = 102000 = 2 \times mb'' + 2 \times cb'' + 2 \times db'' \S 42 \\ = 2 \times m + c + d \S 31. \text{ hoc est.}$$

adesse duplum factum est  
summa partium antecedentium  
in procectione consequentem; id quod  
§ 243. ostensum fuit.

§ 246. forollarium q

Tandem cum ex § 234. 240. 243. pa  
teat accedente radici parte quadra  
tum radicis hujus semper augeri  
duobus factis quorum alterum est  
Quadratum partis accedentis  
alterum autem duplum factum



ex parte haa accedente in praemam vel solitariam vel antecessoribus junctam, cumq; ista sit constans et perpetua in omni casu p. d. ad § 8. c. c. Ergo patet Theorema.

Quadratum Radicis polynomii componitur ex quadratis singularum partium una cum duplici productis ex singulis antecedentibus partibus. solitaria prima conjunctis primis duabus conjunctis tribus primis quatuor primis etc. in proxi-  
tem ita Haufen Elem. Mathes. arithm. Propos. X.

§ 247. Corollarium 10

Postremo liquet collatis § 237. 241. 244. Quadrata singularum partium in locis ~~terminari~~ imparibus; dupla autem producta ex antecedentibus; solitaria prima, conjunctis primis duabus; primis tribus; in proxi-  
consequentes in paribus locis terminari.

§ 248. Corollarium 11

Ex hisdem § 237, 244 consequitur ultimum tot partibus absolvi radice, quot au-



sunt in Quadrato toto Quadrata  
partialia.

§ 249. Scholion

Quae a § 235. usq. ad 248. demonstra-  
ta sunt analytice potissimum exi-  
ta fuisse, primo statim intuitu  
patet, quam demonstrandi ratio-  
nem in doctrina pulcherrima sequi-  
ar, qua tamen ex parte atq. intricata-  
tione potiore synthetica duximus;  
et quid tamen desiderari jure possit  
idem § 246. Theorema omnia Qua-  
dratorum symptomatica singulorum  
plexum per synthesis ducit, hanc  
i. e. demonstrabimus.

§ 250. Theorema 45.

Si Numeri per ordines quatuordecim  
dicos expressi capiatur Quadrata,  
continebit Quadrata partium omni-  
um, una cum duplicis productis ex  
omnibus antecedentibus; solita  
via prima et conjunctio primis  
duabus, primis tribus, etc.; in  
proxime consequentes.



h.e. si Radix =  $a + b + c + d + e$   
 Sico Quadratum h.e.  $(a + b + c + d + e)^2 =$

Demstra

$$(a + b + c + d + e)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 +$$

h.e.  $a + b + c + d + e$

$a + b + c + d + e$

$ac + bc + ce + de + e^2$

$ad + bd + cd + d^2 + de$

$ac + bc + ce + cd + ce$

$ab + b^2 + bc + bd + be$

$a^2 + ab + ac + ad + ae$

$a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + 2ad + c^2 + 2bd + d^2 +$

Sed  $2ac + 2bc =$

Porro  $2ad + 2bd + 2cd =$

Tandem  $2ae + 2be + 2ce + 2de =$

Hic itaque factis infla

ordinem decadicum

$a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + 2ad +$



$$e^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2xa + bxc + c^2 + 2xa + b + c + d + d^2 + 2xa + b + c + d + e + e^2$$

ratio

$$x^2 a + b + c + d + e. \S 222. 226. 53.$$

$$de + 2ed + 2be + d^2 + 2ce + 2de + e^2. \S 121$$

- 2xa + bxc § 31
- 2xa + bxc § 55
- 2xa + bxc § 31
- 2xa + b + cxd § 55
- 2xa + b + cxd § 31
- 2xa + b + c + dxe § 55

ma Quantitatum multiplicatorum secundum

§ 50. 50. rite collocatis erit omnino

$$a + b + c + d + d^2 + 2xa + b + c + d + e + e^2. \S 10$$

Q. E. D.



## §251. Scholion.

Ita autem constet quo pacto cetera  
 ta partium summa colligantur  
 ad scopum facta pertinentia nota  
 dum est, primo oblecta esse, quae fiunt  
 ex suprema a in proximam b; de  
 inde quae fiunt a duabus primis  
 a et b, in proximam c, tertiam c;  
 porro quae fiunt a tribus primis  
 a, b, c, in proximam d; atque ita  
 deinceps.

## §252. Proollarium.

Quare cum per §50. Unitates senten-  
 tiarum Decades Millenariarum, et  
 liones, locis scribantur a dextra  
 versus sinistram imparibus, Quadratis  
 partium his ipsis terminari locis con-  
 stat §250.

Simili quoque ratione patet dupliciter  
 illa facta in locis desinere paribus.  
 Tandem etiam manifestum est, nota  
 prima radices parte secundam  
 notis primis duabus tertiam et  
 ita deinceps innotescere, quemad-  
 modum supra jam §. §. 235. 237. 238.  
 241. 244. ostensum est.



§253. Porcellarium 2.

Patet etiam formulam §.250. alla-  
tam quo-uoq; libuerit continuari pos-  
se, mutatis saltem ordinibus decadi-  
cis, quod si enim radici:  $a+b+c+d+e$   
acceperis pars quodamf manenti-  
bus omnibus quadrati §.250. parti-  
bus, accedet duplum factum ex sum-  
ma partium antecedentium in  
novam partem et huius ipso  
Quadratum h. e.

$2xa+b+c+d+e \times f + f^2$   
Pro minus evidens est, eandem  
symptomatic, Binomii, Trinomii  
Quadrinomiali cognoscendis inser-  
vire, mutatis solum modo ut ante  
dictum fudicibus ordinum decadi-  
corum §.55. Ponamus enim radi-  
cem esse binomiali decadicibus  
et digitis constantem; Ergo partes  
et digitis evanescent. h. e. = 0 fiunt, adeoq;  
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$  cf. §.234.

Ponamus radicem trinomiali  $a+b+c$   
evanescat ergo  $d+e$ . indequidem  
 $(a+b+c)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2xa + bxc + c^2$  §.245.



§254 Problema **XXIX**

Construere Tabulam inveniendam  
 Digitorum Quadratis et Cubis  
 accommodatum.

Resolutio.

1) Fac Quadrangulum secundum re-  
 ctas §117. ejusq. latus alterum in 9, al-  
 terum in decem partes subdivide.

2) Primo ferici inscribe digitos §118.  
 et secundo Quadrata §222  
 tertio cubos §223.

Factumq. erit ut Tabula adscripta  
 ostendit.

§255. Scholion

Quod si rectas §117 et §118 80 conti-  
 nues inq. continuatis equalia in-  
 tervalla sumas recta alia conjun-  
 genda, producasq. Quadrangulorum  
 singula latera, quibus si produ-  
 tum ex digitis in Quadrata quo-  
 Triangulis comprehenduntur in-  
 scribas, Tabula §254 constructa est ita

| Radices  | 1 | 2 | 3  | 4  | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|----------|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Quadrata | 1 | 4 | 9  | 16 | 25  | 36  | 49  | 64  | 81  |
| Cubi     | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 |



ut Radices mediam Quadrata su-  
premam sub infimam seriem occupent.  
§ 256. Problema **XXX**

Radioem quadraticam extra-  
here. Resolutio et Demonstratio

1) Fac ut in Divisione § 98 post datū  
Quadratum lunulam.

2) Quia singularum partium Qua-  
drata terminantur in locis impa-  
ribus § 252. lineolis verticalibus Qua-  
dratum propositum in classes diuide  
ad extra versus leuam assignando  
cuiuslibet duo signa numerica, in sinistri-  
ma vero et una tantum nota locum  
habere poterit.

3) Confer Classis sinistimo huius nu-  
meros cum Quadratis. § 254 et  
proxime ad ipsos accedens, vel si  
classis huius numeri unicorum  
aqualet fuerint, aequale subscri-  
be et auget § 41.

4) Radicem autem in Quoti locum  
transcribe.



§ Differentia N. 3. inventa sequitur  
 jungetur sumeros classis proximae  
 Quomodo duplicata partium ante  
 cedentium in proximae consequentibus  
 paribus in locis terminentur § 20  
 formatum duplum factum primae  
 partis § 88. pari hujus classis loco subscri  
 be versus laevam.  
 § Per hoc factum diuide duplum fac  
 tum partis antecedentis in conse  
 quentem § 98 et  
 § Quotum junge post Lunulam prioris  
 quippe qui secundam radicis par  
 tem constituit. § 252.  
 § Multiplica illam et in divisorem hu  
 jus classis h. e. in duplum factum  
 partis antecedentis et in semetipsum  
 § 88 facta locis competentibus, pri  
 mum n. p. loco part; alterum quod est  
 Quadratum hujus partis § 222. in pa  
 ri subscribe, add e et aufer § 71.  
 Quod si eandem a N. 5. g. Opera  
 tionem continues factam erit  
 quod petebatur.  
 Quia enim omnia in eadem par  
 tes



ex quibus coagmentata sunt resoluuntur, Quadrata vero omnia fiunt ex Quadratis singularum partium et duplis factis ex Antecedentibus in proxime consequentes §250 ablati omnibus Quadratis partibus istis, notatisq; partium Radicibus, inventa Radix est §203. 47.

§254. Scholion 1.

Ergo extrahenda radix est

cf §234. 253.

$$\begin{array}{r}
 15 \overline{) 216} \\
 \underline{15} \phantom{0} \\
 61 \\
 \underline{60} \\
 1 \\
 \underline{0} \\
 0
 \end{array}$$

$x^2 = 9$   
 $2a = 18$   
 $2ab = 36$   
 $b^2 = 81$   
 $2ab + b^2 = 117$

$x.p.M.1. §256$   
 $\beta \dots 2$   
 $\gamma \dots 3$   
 $\delta \dots 4$   
 $\epsilon \dots 5$   
 $\zeta \dots 6$   
 $\eta \dots 8$   
 $\theta \dots 9$

Examen

vel per §239  $\frac{39}{900} = a^2$   
 $27. \sqrt{\phantom{00}} = 2ab$   
 $27. \sqrt{\phantom{00}} = b^2$

$$\begin{array}{r}
 39 \\
 \underline{39} \\
 351 \\
 \underline{117} \\
 1521 = (39)^2 \text{ §222}
 \end{array}$$



198

Eoto extrahenda Radix

cf. §240

$$v. \overline{c} = \frac{119025}{2908}$$

$$\{ 2x'' = 6$$

$$\kappa \{ 2x''d = 24$$

$$\kappa \{ 2x''d + d^2 = 56$$

$$\theta. 2x''d = 68$$

$$w \{ 2x''d + d^2 = 34$$

$$b^2 = 25$$

$$2x''d + d^2 + b^2 = 34 \quad 25$$

$$0 \quad 0$$

L.) p. M. §250

$$B) \dots 2$$

$$V) \dots 3$$

$$A) \dots 4$$

$$G) \dots 5$$

$$J) \dots 6$$

$$H) \dots 8$$

$$K) \dots 9$$

$$L) \dots 5$$

$$O) \dots 6$$

$$u) \dots 8$$

$$w) \dots 9$$

Examina fiunt uti in casu hujus  
§yhi primo.



Extrahenda Radix est

199

$$\begin{array}{r} 3.2 \ 25 \ 10 \ 41 \ 75 \ 679 \\ \underline{25} \end{array}$$

$$7. \ 25$$

$$2m = (1 \ 0)$$

$$2m' = 60$$

$$c' = 36$$

$$2m' + c' = 636$$

$$89.10$$

$$2xmt = (11 \ 2)$$

$$2xmt + d = 1184$$

$$d = 49$$

$$xmt + d = 7889$$

$$10 \ 21 \ 41$$

$$2xmt + d = (1 \ 13 \ 4)$$

$$2xmt + d + b = 10206$$

$$b = 81$$

$$2xmt + d + b = 102141$$

$$0 \ 0 \ 0$$

Simili ratione adhibita formula §250 vel §253. extractio absolvi poterit.



## § 258 Scholion 2.

Neque vero hac longiore formula § 243. aut 250 opus est radicem trinomiali  
 quadrinomiali aut polynomiali  
 eruturis. Quod si enim Polynomi  
 ius vis æque ac trinomiali vel quadri-  
 nomiali primam partem a et secundam b,  
 dam b, duas primas a et tertiam b,  
 tres primas a et quartam b, atq; ita  
 deinceps constituas sufficiet in omni  
 casu formula § 234 demonstrata. *Al-*  
*latis enim §§. 234. 240. 243. 250. patet*  
 Quadratum additis tamen addendis  
 excipere duplum factum idque qua-  
 dratum, quod denuo duplum factum  
 et hoc quadratum et ita deinceps  
 usq; ad Operationis finem sequitur.  
 Unde quidem omni quadratice ex-  
 tractioni satisfiet per formulam bi-  
 nomialem § 234.

## § 259 Scholion 3.

Quia  $2ab + b^2 = 2ab + b^2$  § 222  
 $= 2a + b \times b$  § 31,  
 Compendio locus erit, si Quadratum par



his consequentis cuiusvis invente  
 primo formes, deinde vero  $2ab$ .  
 cum in finem ut connumerationi  
 locus sit, atq. additionem per singu-  
 las operationes repetendam negli-  
 gere possis. Hunc in finem practici in vulgus duplo facto pri-  
 mo partis radicem in partis secundo adduunt ut ea  
 § 260. Scholion 4. praetius multiplicatio absolvaatur.

Est itaq. extrahenda radix ex  
 $32251041$   $\sqrt{5679}$  § 258.

$$a^2 = 25 \quad \begin{array}{r} 7.25 \\ \hline \end{array}$$

$$2a = (10)$$

$$2ab + b^2 = 636$$

$$\S 259 \quad \begin{array}{r} 89.10 \\ \hline \end{array}$$

$$2a = (112)$$

$$2ab + b^2 = 7889$$

$$\S c. \quad \begin{array}{r} 102141 \\ \hline \end{array}$$

$$2a = (1134)$$

$$2ab + b^2 = 102141$$

$$\S c. \quad \begin{array}{r} 000 \\ \hline \end{array}$$

§ 261. Scholion 5.  
 Est tandem extrahenda radix ex



$a^2 = 4$   $15678005962713396336$   $\begin{matrix} a+b \\ a+b \\ a+b \end{matrix}$   $213724135$

$$\begin{array}{r|l} 2a = & (4) \\ 2ab + b^2 = & 41 \end{array}$$

$$2ab + b^2 = \frac{1}{41}$$

$$2a = \overline{15} \quad 7.8$$

$$2ab + b^2 = \begin{array}{r|l} (42) & \\ \hline 12 & 69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2a = 3.09.00 \\ 2ab + b^2 = 42.69 \end{array}$$

$$2ab + b^2 = 29869$$

$$\begin{array}{r} 2a = 1.0 \\ 2ab + b^2 = (4 \quad 2 \quad 7 \quad 4) \end{array}$$

$$2ab + b^2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 2 & 4 \\ \hline 8 & 5 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$2a =$   
 $2ab + b^2 =$

$$2a = (42 \mid 74 \mid 4)$$

$$\begin{array}{r} 2a = 57.78071 \\ 2ab + b^2 = (427448) \end{array}$$

$$2ab + b^2 = (4 \ 2 \ 7 \ 4 \ 4 \ 8)$$

|               |     |     |    |     |     |
|---------------|-----|-----|----|-----|-----|
|               | 1   | 5.0 | 41 | 9.0 | 3.3 |
| $2a =$        | (42 | 74  | 48 | 8)  |     |
| $2ab + b^2 =$ | 128 | 23  | 44 | 69  |     |

$$2a = (42 \mid 74 \mid 48 \mid 2)$$

$2a =$   
 $2ab + b^2 =$

|    |    |    |     |    |
|----|----|----|-----|----|
| 22 | 18 | 45 | 64  | 96 |
| (4 | 24 | 44 | 88  | 6) |
| 21 | 37 | 24 | 13. | 25 |

$$2ab + b^2 = (4 \mid 27 \mid 44 \mid 82 \mid 6)$$

$$2ab + b^2 =$$

$$2ab + b^2 = \begin{pmatrix} 42 & 44 & 48 & 27 & 0 \\ 12 & 24 & 28 & 27 & 21 \end{pmatrix}$$

$$2ab + b^2 =$$

$$\begin{array}{r} 12a = \\ 2ab + b^2 = \end{array} \quad \begin{array}{r} (427 \\ 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4482 \\ 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 702 \\ 32 \end{array}$$

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 4 | 1 | 0 | 2 | 4 | 7 | 2 | 2 |
| 0 | 0 |   | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |



§262 Proollarium

Clarum est ubi habentur omnes  
partes radicis operationem desine-  
re debere et vice versa ubi definit par-  
tes omnes ad esse. Quoties itaq; opera-  
tio ~~non~~ nunquam definit, partium  
radicis multitudo omnem determi-  
nabilem superat; si enim determi-  
nabilis esset, haberentur tandem ali-  
cubi partes omnes et proinde ope-  
ratio finiret, contra Hypothesin.

§263. Theorema 45.

Cubus radicis binomiae compo-  
nitur ex cubo primo partis, ex triplo  
facto quadrati primo partis in al-  
teram ex triplo facto primo partis  
in quadratum alterius, atq; ex cubo  
partis alterius.

Demonstratio

Si Radix =  $a + b$ .

Dico

$$a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \S 225. 226$$



Nam:

$$a+b^3 = a+b^2 \times a+b. \S 223$$

$$\text{sed } a+b^2 = a^2+2ab+b^2. \S 234$$

$$\text{et } a+b = \frac{a+b}{1}$$

$$\frac{a+b^2 \times a+b}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3} \S 121. 225.$$

h.e.

185.

$$a+b^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3. \S 41.$$

Q.E.D.

§ 264 (prolharium)

Hinc facta ad Arithmeticeam decadicam applicatione adjectisq. Indicibus decadicis § 55. sunt a decades = a  
b digitus = b

ergo formula:  $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$   
abit in istam:  $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Unde liquet cubum primo parte  
 $a^3$  terminari in millenariis, tri-  
plum Quadrati primo partis in  
alteram  $3ab$  in centenariis, tripli  
primo partis



in Quadratum alterius, 3 ab inde-  
cadibus tandem partis hujus cu-  
lum  $b^3$ , in unitatibus.

§268. Corollarium 2.

Notat itaq; prima radice, patet,  
innotescit altera  $b$ ; dividendo per  
tripulum factum primo Quadrati  
partis, tripulum factum eiusdem  
prima partis Quadrati in alteram,  
h. e.  $3ab = b$ . §153.

§226. Scholion

Est radix = 45. Ergo:

$$\begin{aligned} a' &= 4' = 40' 55'' \\ b' &= 5' = 5'' \end{aligned}$$

$$a + b = 4' + 5' = 45' 54''$$

Ergo  $a^3 = 64000$  §254.50

$$3ab^2 = 24000. \alpha)$$

$$3ab^2 = 3000. \beta)$$

$$b^3 = 125$$

$$(a + b^3) = 91125$$

Idem quoq; patet ex vulgari  
multiplicatione mixta tam ex communi  
ratione h. m.

$$\begin{array}{r} \text{nam } a'' = 16 \beta) \quad 3a' = 12' \\ \quad \quad \quad 3 = 3 \quad \quad \quad 0b' = 25'' \\ \hline \quad \quad \quad 3a'' = 48'' \\ \quad \quad \quad b = 5'' \\ \hline 3a'b = 240. \quad 3ab^2 = 300 \end{array}$$



206

$$\begin{array}{r}
 a' + b^0 \\
 45 \\
 45 \\
 \hline
 25 = b^2 \\
 20 = ab \\
 20 = ab \\
 16 = a^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 45 = Rad. \\
 \hline
 125 = b^{30} \\
 100 = ab^2 \\
 100 = ab^2 \\
 88 = a^2 b'' \\
 100 = ab^2 \\
 80 = a^2 b''' \\
 80 = a^2 b'''
 \end{array}$$

addendo erit  $64 = a^3$ . Ergo homogene

$$91125 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

hoc est  $(45^3) = 91125$   
 Similiter in omnibus aliis

§ 267, Corollarium 3

Ponamus ipsi  $a$  adherere un  
 cum decaditus et centenariis, dicat  
 hi e'



$$\begin{aligned} \text{ergo } c'' + d' &= a' \\ \text{et } (c'' + d')^2 &= a'^2 \\ \text{et } (c'' + d')^3 &= a'^3 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{§ 225. 226}$$

$$\text{ergo } (c'' + d')^3 = c''^3 + 3c''d' + 3c'd'^2 + d'^3 \quad \text{§ 263.}$$

inde quidem formula § 263 et 264.

$a'^3 + 3a'^2b + 3a'b^2 + b^3$  per § 10. mutatur in:

$$c''^3 + 3c''d' + 3c'd'^2 + d'^3 + 3xc + d^2xb + 3xc + d^2xb + b^3 = (c'' + d' + b)^3$$

Hinc Theorema

Cubus Radicis trinomio  $(c'' + d' + b)^3$   
 componitur ex cubo primo par-  
 tis  $c''^3$ ; triplo facto. Quadrati primo  
 partis in secundam,  $3c''d'$ ; triplo  
 facto primo partis in secundo  
 Quadratum,  $3c'd'^2$ ; cubo secundae par-  
 tis  $d'^3$  triplo facto quadrati ex  
 summa partium antecedentium du-  
 arum in consequentem tertiam,  
 $3xc + d^2xb$ , triplo facto ex summa  
 partium antecedentium duarum  
 in consequentis tertie Quadratum,  
 $3xc + d^2xb^2$ ; et cubo partis tertie  $b^3$



Subus radiis Trinomia componuntur  
 ex cubis singularum partium unius  
 cum triplicis productis, quae fiunt  
 ex quadratis antecedentium parti-  
 tium in proxime consequentes,  
 ex antecedentibus partibus in qua-  
 drata consequentium: utrinque  
 existente solitaria prima conjuncta  
 q<sup>3</sup> primis duabus:)

§ 268. Scollarium 4.

Quare cum omnes Numerorum  
 partes componantur a dextra sinis-  
 tram versus pergendo ex Unitati-  
 bus, decadiabus, et centenariis,  
 nominatis vel ab unitatibus plu-  
 plicibus, vel millenariis, vel  
 lionum, millenariis, Millionum  
 Billionum etc. in inf. § 52. eviden-  
 ter est subdiviso in classes tres numeri  
 complexio, radiis Trinomia cubi  
 dextra sinistram versus: scilicet  
 te in classe sinistima vel una vel duabus no-







et conjunctis duabus primis  
in consequentium Quadrata in  
decadibus suarum classium defi-  
nuntur. Decadibus millenariis  
et Unitatum simplicium  
§ 269. prolatissimis.

Pater etiam nota prima radiorum  
parte c innotescere reliquas, divi-  
dendo  $3cd$  per  $3c^2$ ; et  $3xc + d^2$  per  $3xc + d^2$   
§ 153.

§ 170. Sololion

Esto radisc 958. Ergo  $c'' = d'' = 900$   
 $d = 50$   
 $b'' = 8 = 8$   
 $c'' + d'' + b'' = 958$

Hinc:

$$\begin{aligned} c''' &= 729000000. \text{ § 268. 254.} \\ 3cd &= 121500000. x) \\ 3cd^2 &= 6750000 \text{ § } \\ d''' &= 125000 \text{ § } 800. \\ 3xc + d^2xb &= 21660000. \text{ § } \\ 3xc + d^2xb^2 &= 182400 \text{ § } \\ o/b^3 &= 512 \text{ § } 800. \\ (c'' + d'' + b'' = 958) & \end{aligned}$$



$$\alpha \text{ Quia } c'' = g''$$

$$\text{ergo } c''^2 = 81'' \cdot 844$$

$$\text{Cumq. } 3 = 3 \cdot 840$$

$$3c''^2 = 243 \cdot 844$$

$$\text{sed } d' = 5$$

$$3c''d' = 1215 \cdot 80.$$

$$\beta) \begin{array}{l} b'' = g \\ 3 = 3 \end{array}$$

$$3c'' = 27$$

$$d'' = 25$$

$$134$$

$$54$$

$$3c''d'' = 675''$$

$$\gamma) \begin{array}{l} c'' = g \\ d = 5 \end{array}$$

$$c + d' = 95'$$

$$c + d' = 95'$$

$$475''$$

$$855''$$

$$c + d' = 9025''$$

$$3 = 3$$

$$3xc + d' = 27075''$$

$$b'' = 8$$

$$3xc + d'b'' = 216600''$$

$$\delta) \begin{array}{l} c + d' = 95 \\ 3 = 3 \end{array}$$

$$3xc + d' = 285'$$

$$o \cdot \frac{1}{2} = 64'$$

$$1140$$

$$1710$$

$$3xc + d'b'' = 18240$$







$3x m^2$ ;  $3x m + c^2 d$ ;  $3x m + c + d^2 x b$ ; et ex  
 singulis antecedentibus partibus so-  
 litaria prima, conjunctis primis qua-  
 bus, primis totibus in proxime conse-  
 quentium Quadrata. np.  $3m^2$ ;  $3x m + c^2 d$ ;  
 $3x m + c + d^2 x b$ .

**Corollarium. 7.**

Patet etiam

1) Cubum millenariorum in  $1x^3$  in unita-  
 tibus quarta classis, millenariorum  
 scilicet millionum §52.

2) Triplum factum ex quadrato mil-  
 lenariorum in centenarios.  $3m^2$  in  
 centenariis tertia classis, h.e. mil-  
 lionum §50.

3) Triplum factum ex millenariis  
 in centenariorum quadratum 3 in  
 decadibus ejusdem classis np. millio-  
 num terminari &c. Reliqua loca  
 patent ex §268.

§273. Corollarium 8.

Nota quoque prima radicis parte in  
 notescet secunda, dividendo  $2m^2$  per  $2m^2$  §153.



Reliquae partes inveniuntur per 1)

8269

8274. Echolion

Est in l. s. Radix 9876. Ergo

$$\begin{array}{rcl} m''' = 9''' = 9000 & & \\ c'' = 8'' = 800 & & \\ d' = 7' = 70 & & \\ b^0 = 6^0 = 6 & & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 9876$$

$$m''' + c'' + d' + b^0 = 9''' + 8'' + 7' + 6^0 = 9876. 342$$

Hinc

$$\begin{array}{rcl} 1) \dots 3m''' & = & 72900000000000 \\ 2) \dots 3m''c''' & = & 19440000000000 \\ & c''' & = 8120000000 \\ 3) \dots 3xm''c''d' & = & 201684000000 \\ 4) \dots 3xm''c'd'' & = & 14406000000 \\ & d''' & = 343000 \\ 5) \dots 3xm''c + d'x''b & = & 1753504200 \\ 6) \dots 3xm''c + d'x^0b^2 & = & 1065960 \\ & 0b^3 & = 216 \end{array}$$

$$(m''' + c'' + d' + b^0 = 963259373376$$



$$\begin{array}{r}
 1) \quad m' = 81 \\
 3 = 3 \\
 \hline
 3m' = 243'' \\
 c'' = 8'' \\
 \hline
 3m'c'' = 1944'''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad 3m' = 243'' \\
 c'' = 64'' \\
 \hline
 108 \\
 162 \\
 \hline
 3m'c'' = 1728'''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad m''' = 9''' \\
 c'' = 8'' \\
 \hline
 m+c'' = 98'' \\
 m+c'' = 96'' \\
 \hline
 784 \\
 882 \\
 \hline
 m+c'' = 9604'' \\
 d'' = 7'' \\
 \hline
 m+c''d'' = 67228'' \\
 3 = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3xm+c''d'' = 201684''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4) \quad m+c'' = 98'' \\
 3 = 3 \\
 \hline
 3xm+c'' = 294'' \\
 d'' = 49'' \\
 \hline
 2846 \\
 1176
 \end{array}$$

$$3xm+c''d'' = 14406''$$

$$\begin{array}{r}
 5) \quad m+c+d' = 987' \\
 m+c+d' = 987' \\
 \hline
 6909 \\
 7896 \\
 8883
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 m+c+d'' = 974169'' \\
 60 = 60
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 m+c+d \times b' = 5845014'' \\
 32 = 3
 \end{array}$$

$$3xm+c+d \times b' = 17535042''$$

$$\begin{array}{r}
 6) \quad m+c+d' = 987' \\
 3 = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3xm+c+d' = 2961' \\
 620 = 360
 \end{array}$$

$$17796'$$

$$8883$$

$$3xm+c+d \times b' = 106596'$$

Similiter in aliis omnibus.



§275 Corollarium g.

Cum ex §263. 267. 271. patet, accedere  
radici parte, cubum radicis huius  
semper augeri tribus factis quorum  
primum est cubus partis accedentis,  
secundum triplum. factum ex  
quadrato partis accedentis in pro  
me antecedentem, tertium autem  
plum factum ex accedente hac parte  
in antecedentis quadratum, idque  
semper fiat.

Ergo Theorema

Cubus radicis Polynomiae compo  
nitur ex cubis singularum par  
tium, ex triplis factis quadratorum  
antecedentium partium, solitariis  
primis, conjunctarum duarum pri  
marum, primarum trium, primarum  
quatuor etc. in consequentibus  
et ex triplis factis antecedentium  
partium, solitariis primis con  
junctarum primarum duarum,  
primarum trium, in quadrata  
proxime consequentium.



§ 276. Proollarium 10

Unde liquet ubi est § 264. 269. 272.  
 ubos singularum partium unitati.  
 bus singularum classium tria signa  
 numerica capientium, tripla vero  
 facta ex antecedentium Quadra-  
 tis in proxime consequentes in  
 centenariis, tripla tandem facta  
 ex antecedentibus in Quadrata  
 consequentium, in decadi bus sin-  
 gularum classium terminari.

§ 277. Proollarium 11.

Tandem evidenter patet esse Rad-  
 ci partes, quod sunt cubi partiales.

§ 278. Scholion.

Quo § 263. 277 analytice eruiimus  
 et Synthetice duce Leprieu laudato.  
 Hauser l. c. Propos. XIII. demonstrabimus.

§ 279. Theorema 46

Si Numeri per ordines quoties  
 decadicos expressi capiatur subus;  
 continebuntur subus partium omni-  
 um deinde tripla producta ex  
 omnibus antecedentium quadra-



1. solitaria prima et conjuncta  
in proximae consequentes, et  
quentium solitaria in omni

Si  $a''' + b'' + c' + d$  fuerit Quantitas  
Dico.  $(a''' + b'' + c' + d)^3 = a'''^3 + 3a''b'' + 3a'b''^2 + b''^3 +$   
Cum  $(a''' + b'' + c' + d)^3 = (a''' + b'' + c' + d)^2 \times$   
verum  $(a''' + b'' + c' + d)^2$   
et  $a''' + b'' + c' + d$

$$a''^2 + 2a''b'' + b''^2 + 2a'b'' + 2a'b''^2 + b''^3 +$$

$$a'''^3 + 3a''b'' + 3a'b''^2 + b''^3 + a''^2 + 2a''b'' + b''^2 + 2a'b'' + 2a'b''^2 + b''^3 +$$

Enon

$$a''^2 + 2a''b'' + b''^2 + 2a'b'' + 2a'b''^2 + b''^3 +$$

Porro:



um primarum, duarum, trium, &c.  
 producta ex quadratis confe-  
 antecedentes conjunctas et solitarias  
 ratio.

primam.

Numerus per ordines quatuordecim de adicos expressi  
 $+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3d+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3d^2$   
 $+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3d^2+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3d^2+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3d^2+3x\bar{a}+b^2x\bar{c}+c^3d^2$

$$(\bar{a}^2 + 2\bar{a}b + b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3d + c^3d^2) \S 223. 226.$$

$$(\bar{a}^2 + 2\bar{a}b + b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3d + c^3d^2) \S 250$$

$$= \bar{a}^2 + 2\bar{a}b + b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3d + c^3d^2 \S 40$$

$$\bar{a}^2d + 2\bar{a}b\bar{d} + b^2\bar{d} + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}d + c^3d + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}d + c^3d^2 + \bar{a}d^2$$

$$b^2\bar{c} + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}d + c^3d^2$$

$$b^3 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}b + c^3b + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}db + b^2d^2$$

$$b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}ac + \bar{a}c^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}ad + \bar{a}d^2$$

$$\bar{a}^2b + \bar{a}c^2 + c^3b + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + c^3 + \bar{a}d^2 + 2\bar{a}b\bar{d} + b^2\bar{d} + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}d + c^3d + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}d + c^3d^2 + \bar{a}d^2 + b^2d^2 + c^3d^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c}d^2 + c^3d^2 \S 121.$$

$$b^2c = (\bar{a}^2 + 2\bar{a}b + b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c} + 2\bar{a}b^2x\bar{c})x\bar{c} \S 31.$$

$$= (\bar{a}^2 + b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c})x\bar{c} \S 31. 234. 226.$$

$$= (\bar{a}^2 + b^2 + 2x\bar{a} + b^2x\bar{c})x\bar{c} \S 31. 222. 226.$$

$$= 3x\bar{a} + b^2x\bar{c}$$



$$\begin{aligned}
 & \check{a}d + 2\check{a}db + b^2\check{d} + 2x\check{a} + b'''x\check{c}d + \check{c}d + 2\check{a}b''' \\
 &= (\check{a}^2 + 2ab + b^2 + 2x\check{a} + b'''x\check{c} + \check{c}^2 + 2x\check{a} + \check{c}^2) \\
 &= (\check{a} + b + \check{c})^2 + 2x\check{a} + b'''x\check{c} (\check{a} + b + \check{c}) \\
 &= (\check{a} + b + \check{c} + 2x\check{a} + b'''x\check{c})^2 \times \check{d} \quad \S 31. 22 \\
 &= 3x\check{a} + b'''x\check{c}^2 \times \check{d}. \quad \S 107.
 \end{aligned}$$

Denique

$$\check{a}d^2 + b^2d^2 + \check{c}d^2 + 2x\check{a} + b'''x\check{c} \times d^2 =$$

Quibus factis per  
 adjectisq, quos reduxisse oportet  
 erit omne

$$\check{a}^3 + 3\check{a}^2b + 3\check{a}b^2 + b^3 + 3x\check{a} + b'''x\check{c} + 3x\check{a} + b'''x\check{c}^2 + \check{c}^3 + \check{c}^2$$



$$\begin{aligned} a''c^2 &= (a''b'' + 2x\bar{a}''b'')x''c^2 \S 31 \\ &= 3x\bar{a}''b''x''c^2 \S 107. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 2x\bar{a}''b''c''x''d + 2x\bar{a}''b''c''x''b''d + 2x\bar{a}''b''c''x''c''d \\ &+ 2x\bar{a}''b''c''x''a'' + 2x\bar{a}''b''c''x''b'' + 2x\bar{a}''b''c''x''c'')x''d \S 31. \end{aligned}$$

$$+ 1) x''d \S 31. \S 226. 240.$$

$$31. 222. 226$$

$$\begin{aligned} &+ 2x\bar{a}''b''c''x''d + 2x\bar{a}''b''c''x''b''d + 2x\bar{a}''b''c''x''c''d \\ &+ 2x\bar{a}''b''c''x''a'' + 2x\bar{a}''b''c''x''b'' + 2x\bar{a}''b''c''x''c'')x''d^2 \S 31 \\ &= 3x\bar{a}''b''c''x''d^2 \S 107 \end{aligned}$$

fundum ordinem decadicum. § 52 collectio  
non erat erubis; c et d, locis competentibus  
reins:

$$+ 2x\bar{a}''b''c''x''d + 2x\bar{a}''b''c''x''b''d + 2x\bar{a}''b''c''x''c''d + d^3 = \bar{a}''b''c'' + d^3 \S 310. 41.$$

E. E. D.



§ 280 Scholion.

Quoad adinet ad legem, secundum  
 quam tot producta collegimus,  
 ut tandem certus determinatus  
 Ordo inesse concipi possit nota-  
 mus, collecta esse, id quod et ipsum  
 Theorema innuit

- 1) Suprema Quantitatis<sup>o</sup> solitaria  
 & potentiam supremam h.l. (ubi)
- 2) Facta ex Quadrato primo hujus  
 a in solitariam b.
- 3) Facta ex solitaria prima a in Qua-  
 dratum secundum b.
- 4) Cubum secundum b.
- 5) Facta omnia ex solitaria tertia  
 c in antecedentes a et b.
- 6) Facta omnia ex Quadrato tertio  
 c in eadem antecedentes a et b.
- 7) Cubum tertium c
- 8) Facta omnia ex solitaria quarta  
 d, in antecedentes a, b. atq. c.
- 9) Facta omnia ex Quadrato quarto  
 d, in antecedentes eadem  
 a, b, atq. c.
- 10) Cubum quarto d.



§281 Corollarium 1.

Facile apparet eadem et hic symp-  
tomata adesse, quae § 268. 268. 269.  
272. 273. Et n. Demonstravimus.

§282. Corollarium 2.

Patet etiam formulam §. 279 con-  
tinuari posse, quousque libet ita ma-  
tatis solummodo de radicorum In-  
dicam Ordinibus adjiaciendo op.

1) Triplum factum ex Quadrato  
collectarum antecedentium parti-  
um in novam solitariam.

2) Triplum factum ex collectis an-  
tecedentibus in Quadratum acce-  
dentis seu Nova

3) Cubum huius accedentis.  
Eto r. c. accedens e. Ergo addendo  
partibus § phi 279 facta:

$$3xa + b + c + dxe \\ \text{et } 3xa + b + c + dxe^2$$

habebitur Cubus Radicis  $a + b + c + dxe$

*[Signature]*



Mutatis quoq; iisdem Indicibus  
 decadicis Theorema demonstratur  
 intelligendis suboritur Trinomia  
 Trinomia Radicis symptoma-  
 tis inferuire potest simili modo  
 quo ad § 253. usi sumus.

§ 283. Problema 31.

Ex subo proposito radicem ex-  
 trahere. ~~Resolutio~~ et Demonstratio

1) Fac post subum propositum  
 lunulam.

2) Quia sub singularum par-  
 tium in singularum classium  
 Unitatibus terminantur § 268  
 diviso in classes, tres notas conti-  
 nentes a dextra levam versus cu-  
 bo dato; manente sinistro in  
 classe vel duabus vel una solita  
 rila; lineolis verticalibus

3) Confer subos § 254 cum notis singu-  
 laribus, proximeq; ad illas acce-  
 dentem subscribe, radicem in Quoti-  
 locum transfer, subscriptumq; subtrahe  
 § 71.



4) Residua si quod fuerit, adju-  
ge sub sequentis classis numeros  
et quia in centenariis classis cu-  
juslibet pars radicis quodam ter-  
minatur. § 268. 276. Triplo parte  
prime Quadrato divide classis hu-  
jus centenariis ut inoteat pars  
radicis secunda § 269. in Quoti  
locum transcribenda.

5) Hanc multiplica in Divisorem  
factum ipsi Parenthesi in clavo  
subscribe; sub nota vero media  
ejusdem classis colloca triplum (quadrati)  
factum novi Quoti in proce-  
dentem, sub extrema vero hu-  
jus infus novi Quoti cubum § 268.  
276. 254.

6) Collecta hec tria facta § 66 sub.  
duc. § 71.

Quodsi eandem N. 4. C. operatio-  
nem ad finem usq. repetas § 72. P.  
Id quod simili ratione quam ad § 256  
ad duximus manifestum est.



§284 Scholion

Est radix extrahenda ex

$$\text{¶ } §263.264 \quad \sqrt[3]{a^3} = 64 \quad \begin{array}{r} 91125 \\ 27125 \end{array} \quad \begin{array}{r} a^3 \\ a^2b \\ ab^2 \\ b^3 \end{array}$$

|    |     |               |                        |
|----|-----|---------------|------------------------|
| 5  | ... | $3a^2 = (48)$ | $\alpha p. m. 1. §283$ |
| 24 | ... | $3a^2b = 240$ | $\beta p. ... 2$       |
| 0  | ... | $3ab^2 = 300$ | $\gamma p. ... 3$      |
|    |     | $b^3$         | $\delta p. ... 4$      |
|    |     | $125$         | $\epsilon p. ... 5$    |
|    |     | $27125$       | $\zeta p. ... 5$       |
|    |     | $0$           | $\theta p. ... 6$      |

Nam:

$$\begin{array}{r} 5 \quad a = 4 \\ \quad a^2 = 16 \\ \quad 3a^2 = 48 \\ 24 \quad b = 5 \\ \quad 3a^2b = 240 \\ \quad 3ab^2 = 300 \\ \quad b^3 = 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a = 4 \\ 3 = 3 \\ \hline 3a = 12 \\ b^2 = 25 \\ \hline 60 \\ 24 \\ \hline 3ab^2 = 300 \end{array}$$

Examen fit per §223. hoc est  
Radices in se multiplicando



Extrahenda Radix

227

879217912958

cf 8267

$$\sqrt[3]{c} = 729$$

$$\begin{aligned} \alpha) 3c^2 &= 150217 \\ \beta) 3cd &= 1215 \\ \gamma) 3cd^2 &= 675 \\ \delta) 3c^3 &= 125 \end{aligned}$$

$$128375$$

$$\begin{aligned} \alpha) 3xc^2d &= 21842912 \\ \beta) 3xc^2d^2 &= 216600 \\ \gamma) 3xc^2d^3 &= 18240 \\ \delta) 3xc^2d^4 &= 512 \end{aligned}$$

$$21842912$$

$$0 \quad 0$$

$$\eta) c+d' = 95$$

$$\begin{aligned} 3 &= 3 \\ 3xc+d &= 285 \\ b^2 &= 64 \end{aligned}$$

$$1140$$

$$1710$$

$$18240$$

$$3xc+d^2b^2 =$$

$$\alpha) c^2 = 81$$

$$3 = 3$$

$$3cd = 243$$

$$\beta d' = 5$$

$$3cd^2 = 1215$$

$$\gamma) 3c^2 = 27$$

$$d^2 = 25$$

$$135$$

$$54$$

$$3cd^2 = 675$$

$$\delta) c' = 9$$

$$d' = 5$$

$$c+d' = 95$$

$$c+d' = 95$$

$$475$$

$$855$$

$$c+d^2 = 9025$$

$$3 = 3$$

$$3xc+d^2 = 27075$$

$$\epsilon) b^2 = 8$$

$$3xc+d^2b^2 = 216600$$



$\phi 271.274.$

$\frac{1}{m}^3$

$96325937337679876$

$$\begin{aligned} 3m^2 &= 234259 \\ 3m^2 &= (243) \\ 3m^2 &= 1944 \\ 3m^2 &= 1728 \\ 3m^2 &= 512 \end{aligned}$$

212 192

22,067,373

$$\begin{aligned} 3xm^2 &= (28812) \\ 3xm^2 &= 201684 \\ 3xm^2 &= 14406 \\ d^3 &= 343 \end{aligned}$$

20 312 803

1 754 570 376

$$\begin{aligned} 3xm^2 + d^2 &= (2922507) \\ 3xm^2 + d^2 &= 17535042 \\ 3xm^2 + d^2 &= 106596 \\ d^3 &= 216 \end{aligned}$$

154 570 376

0 0 0



§285 Scholion 2.

Cum §phis 275 et 279. evicta sit lex  
constans et perpetua omnium cuborum  
expeditissime extractioni satisfiet  
per §263 primam radicis partem a,  
Secundam b, duas primas a, et tertiam  
b, tres primas a, et quartam b, et ita  
deinceps ponendo, atq, ex 3<sup>a</sup> b hoc est  
ex quadrato triplo omnium ante-  
cedentium in consequentem solita-  
riam partem radicis consequentem  
eruen-do p §153. Simili oratione  
ratione quam extrahendis polyno-  
miorum Radicum Quadratis.

§258. adhibuimus.  
v.c. Esto extrahenda radix ex

|                             |     |       |     |     |      |
|-----------------------------|-----|-------|-----|-----|------|
|                             | 125 | 450   | 540 | 216 | 5000 |
| a = 125                     |     |       |     |     | a+b  |
| α) 3a <sup>2</sup> = (75)   | 450 |       |     |     | a+b  |
|                             | 450 | 540   |     |     | a+b  |
| β) 3a <sup>2</sup> = (7500) |     |       |     |     |      |
| 3a <sup>2</sup>             | 450 | 540   | 216 |     |      |
| <del>3a<sup>2</sup></del>   |     | 75000 | 0   |     |      |
| 3a <sup>2</sup> b =         | 450 | 000   | 0   |     |      |
| γ) 3ab <sup>2</sup> =       |     | 540   | 00  |     |      |
| b <sup>3</sup> =            | 450 | 540   | 216 |     |      |
|                             | 0   | 0     | 0   |     |      |

|                          |
|--------------------------|
| α) a = 5                 |
| 3a = 15                  |
| 3a <sup>2</sup> = 75     |
| β) a = 50                |
| 3a = 150                 |
| 3a <sup>2</sup> = 7500   |
| γ) 3a = 1500             |
| b <sup>2</sup> = 36      |
| 3ab <sup>2</sup> = 54000 |



8286. *Porollarium*.

Valent et hic ea que se be. dicimus

8287. Rhodion 3.

Quas versiculis Mnemonentibus autem  
cabulis technicis Quadratorum et fi-  
borum Extractions exhibuerunt L.  
Baronius in Arch. Logarithm. Ino geom.  
Tom. Matheſis p. 11. p. 21. 22. 24. Joſ. J. J. J.  
Lofe in Amſterdam Turonne p. 32. 42.  
G. C. Mina Truncandibz quibz Ingenia,  
p. 187. 196. Joſ. Gf. Roß ſanſu in prof.  
Ino nomenclaturam Mathematicam  
und Optiſch Curioſitatibus et ſane  
Auctoribus ſuis relinqui mus; ab  
omni Mathematicorum rigore  
demonſtrandis et Poëtarum pa-  
vitate abhorrentes. Nec eſt ut Viri  
ſummi Johani Neperi Extractionibus  
Lancetarum ope abſolvere diſimo-  
remus, qui propter quoque et intricati-  
res ſunt, et pluribus regulis  
nitiuntur; et illius Rhabdologiam  
L. I. p. 25, 37.



§298. Problema 32.

Ex fractione data Radicem extrahere  
 Quadratam, cujus est Numerator et  
 Denominator est quadratus.

Resolutio et Demonstratio.

Quia factum fracti in fractionem  
 ex Multiplicatione Numerato-  
 ris in Numeratorem, et Denomi-  
 natoris in Denominatorem §212.

Quadratum autem fit ex multipli-  
 catione ejusdem Quantitatis per  
 eandem §222. Unde quidem Quadra-  
 tum fracti producitur ex Multi-  
 plicatione Numeratorum et De-  
 nominatorum §. §. c. c.:

Quare et ex Numeratoribus et  
 ex Denominatoribus extrahen-  
 do quadraticam §261.

F. L. et R. P.

Schema Calculi:

$$\sqrt{\frac{9}{81}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \S 254. 204. 231.$$

$$\sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13} \quad \S 261. 231.$$



## §289 Problema XXXIII

Radice[m] cubicam ex fractione  
 nibus extrahere quarum et Numeratores  
 ratores et Denominatores sunt.

Resolutio et Demonstratio.

Simili quo supra §288. modo parva  
 Radicem cubicam et ea Numeratores  
 bus et ea Denominatoribus extrahere  
 hendam esse, p. §288. Q. E. R. et

Sic in C. S.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{729}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \S 288. 204. 231.$$

$$\sqrt[3]{\frac{32734375}{53157376}} = \frac{375}{376} \quad \S 288. 231.$$

## §290 Theorema 47.

Si Numeri integri quicunque  
 potentia Radix non datur in  
 integris, nec dabitur illa in frac-  
 tionis

Demonstratio.

Quia Radix Numeri integri a  
 iustung, potentia non datur in  
 integris p. H. 3.

Ergo Radix integri x dabitur in frac-



gro et fracto simul

Ergo Radix haec nimirum integer  
cum fracto ductus in semetipsum  
producet Quadratum § 222 aut  
Cubum § 223 aut potentiam quam-  
vis § 224.

Enimvero fractus in se ductus sem-  
per fractum, cumq; semetipso  
minorem producit § 225. adeo-  
q; ad Integram irreducibilem  
§ 226. Quare potentia illa ex Radi-  
ce Integri cum fracto, quam poni-  
mus, formata, nunquam aequant  
Integro cuiuscunque Potentia,

Ergo fractus aut Integer cum  
fracto Integri ex Radice esse nequit.  
Q. E. D.

§ 229. Corollarium.

Quare cum omnes Numeri primi  
in se ex nullo alio Numero aliquoties  
in se ducto oriantur; ex Numeris  
primis in se perfecta Radix neg-  
per Integros neque per fractos dari  
potest. § 230. 230.



## §292 Definitio XLIII.

Dicimus autem Numerum  
inseparabilem cuius pars aliqua  
est sola Unitas.

## §293 Definitio XLIV.

Est Numerus qui Unitati est in com-  
mensurabilis irrationalis, vel surda  
aliquando Radicalem Geometricam  
aut Ineffabilem.

## §294 Definitio XLV.

Fractio seu Numerus decimalis  
est, cuius Denominator est articu-  
lus, quidam primarius. h. e. 10, 100  
1000 etc. aut.

Fractiones decimales sunt, quarum  
denominatores progrediuntur in  
ratione decupla: v. e.  $\frac{5}{10}$   $\frac{3}{100}$   $\frac{4}{1000}$   $\frac{9}{10000}$  etc.

## §295 Definitio XLVI.

Fractio. s. Numerus decimalis est  
exactus, qui veram rationem exhibet  
partis, quam designat ad totum.

$$v. e. \frac{4}{5} = \frac{8}{10} \quad \frac{3}{15} = \frac{2}{10} \text{ etc.}$$



§296. Definitio XLVII.

Fractio decimalis? approximans  
est, quæ rationem partium quorundam  
signat ad totum, prope veram eadē  
ut. n. vel vera majorem vel mino-  
rem defectu tamen vel ex ceptu infra  
unitatem nota ultima convenientem  
existente. v. c.

$$\frac{3}{7} \frac{742857}{100000} \quad \frac{3}{7} \frac{742858}{100000}$$

§297 Hypothesis 21.

Quia fractionum decimalium  
denominatores non alii sunt  
quam unitate et cyphris constant

§298 misis denominationibus  
supra scripto indice ordinis deca-

dicis ad quem referuntur scribe mus §33.  
¶ vero integros numeros a fractis  
§34. i. e. deadicis ad decimalibus  
discernamus ordinis deadicis ad  
quem referuntur indici semper signū  
minus h. e. — §34. adjiciemus sic

$$\begin{array}{r} \frac{7}{10} \text{ scribe mus: } 9 \text{ —} \\ \frac{8}{100} \text{ ita: } 8 \text{ —} \\ \frac{5}{1000} \text{ ita: } 5 \text{ —} \end{array}$$



§ 298 Rhodion

Patet autem hac scribenda ratione  
reduci decimales numeros ad Hypo-  
theses Decadicorum. § 50. 51. 52. 61.

§ 299. Hypothesis 22.

Sequitur tamen neglecta Hypothesis § 298  
initium decimalium significati multum  
puncto vel commate post Unitatis locum  
posito, quo enim a commate illo vel puncto  
oto numerorum multipla de extra muer-  
sus adsunt, Fractionum decimalium multi-  
tiplica erunt, quarum Denominatorum  
cum in decupla ratione se met ex aequo  
in vicem ut scribantur, opus non est, quod  
ex ipsa definitione § 295 coll: § 298 patet  
Unitates de extra tamen versus decades  
has centenarias etc sequi. Enimvero octo  
decimales non semper decadicis ad  
unitati cohereant, hoc adhuc unum nor-  
dum, locum unitatis cyphra cum puncto  
oto seu commate modo memorato  
significari et loca omnia fractionum  
decimalium deficientium, ut reli-  
rum valor ex loco servetur, cyphra replenda



af. § 297. Hinc

237.

6-1 scribemus: q. b. vel: o. b.

q-11 : q. o. q. vel: o. o. q.

q-111 : o. o. o. o. vel: o. o. o. o. q.

§ 300 Definitio ~~XXVIII~~

Decimales ejusdem ordinis dicuntur, quo ad eodem ordines decadi-  
cos referuntur. Ita q. q. et o. r. sunt  
ejusdem ordinis. Item o. s. b. r.  
et o. o. s. z. ejusdem ordinis erunt.

§ 301 Problema ~~XXIX~~ **XXXIV**

Fractiones decimales addere atq;  
minorem e majore subducere.

Resolutio et Demonstratio  
Quia decimalium denomina-  
tiones in decupla ratione progre-  
diuntur § 294. adeoq. ad decadico-  
rum Hypotheses reduci possunt  
§ 298. fractiones ejusdem ordi-  
nis subscrivere, et absolute additio-  
nem atq. subtractionem impere-  
re tam per §. §. 66, 71 notat. et tamen



Diligenter Imitatis loco § 299  
L.E.R. ad.

Schema Operationis  
Sint addendo: 1,4568

0,043  
3,05096  
0,04

Ergo Summa = 4,59076

Sint reducendo: 4,00898  
2,97542

Ergo Residuum = 1,03356

Vcl: 1,0.0.5.4.  
0,59768

Ref. = 0,40772

Vcl: 3,05678

1,5431  
Res. = 1,51368

§ 302. Problema XXXV

Fractiones decimales multiplicare.



## Resolutio et Demonstratio

Redactis ad formam numerorum  
 integrorum fractionibus § 299.  
 fiat ut in integris multiplicatio  
 § 85 notato tamen probe unita-  
 tis loco quem denominatorum  
 in se multiplicatio prodit, aut  
 quod idem est cyphris unus  
 denominatoris addendos cy-  
 phras alterius; tot enim loca  
 a dextra leuam reclusus effin-  
 des, quot cyphra ex additione  
 prodeant. § 42. Q. E. R. et D.

Sint multiplicando: 574831  
 84

219324  
 438048

Ergo factum = 4805804 et

determinando locum unitatis  
 = 04805804 Idem quoque evidens  
 est ex consuetudine fractionum mul-  
 tiplicatione § 212. h. m.



$$\begin{array}{r} 5,4831 = \frac{54831}{10000} \\ 0,084 = \frac{844}{1000} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 5,4831 \\ 0,084 \end{array}} \right\} 2998$$

Ergo

$$\begin{array}{r} 5,4831 \times 0,084 = \frac{54831 \times 84}{10000 \times 1000} \\ = \frac{4605804}{10000000} \end{array} \begin{array}{l} 844 \\ 212 \end{array}$$

= 0,4605804. §299

§303. Problema **XXXVI**

Fractiones decimales dividende

Resolutio et Demonstratio

Reductio ut in antecedentibus

Problematicis fractis huius ad in-

tegrorum formam §299. uti qui-

dem in his ita etiam in illis ab-

ut per §98 Divisionem deter-

minato tamen in Quotiente

Unitatis loco, §299 id quod fu-

denominatorem divisibiles

videndo per denominatorem

dividendi §203.

Schema Operationis

Sint per 5,4831 dñd. 0,4605804



Wine 898.

241

$$\begin{array}{r} 5,4831 \overline{) 0,4605804} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 438648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 219324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 219324 \end{array}$$

determinatio unitatis locquet

$$\text{Quotus} = 0,084.$$

Nam

$$\begin{array}{l} 0,4605804 = \frac{4605804}{10000000} \\ 5,4831 = \frac{54831}{10000} \end{array} \} 8299$$

Ergo

$$\frac{0,4605804}{5,4831} = \frac{4605804}{54831} \times \frac{10000}{10000000} = 848.216$$

$$= \frac{4605804}{54831} \times \frac{10000}{10000000} = 848.216$$

$$= 84 \times \frac{1}{1000} = 84.203.$$

$$= \frac{84}{1000} = 84.$$

$$= 0,084.8299.$$







Integris, quadraticam aut cubicam  
radicem si extrahere volueris tot  
classe duarum in quadraticis, tri-  
um in cubicis extractionis usque  
phrasum adice, quot adjecisse in  
casu quodam proposito e re judica-  
tur, atq; sine negotio per §. §. 261 et  
288 Radix per approximationem  
inotest. In quadraticis autem  
extractionibus binas semper cy-  
phras adiciendas esse, inde patet  
quia radicem in particulis deci-  
mis, centesimis, millesimisq;  
inventurus, opus habet, eandem  
ex centesimis, decies millesimis  
millionesimis eruat, id quod ex §. 247  
28. patet. Idem quoq; mutatio mu-  
tando de Cuborum per approx-  
imationem extractionibusque  
L. E. R. ex.

§ 306. Scholion.

Schema Operationis  
I. Pro surdis quadraticis.  
Esto extrahenda radix ex:



244

$$\begin{array}{r}
 17 \sqrt{4123105} \quad a+b \\
 \underline{a^2=16} \quad \quad \quad a+b \dots \\
 100 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2a = (8) \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2ab+b^2 = 81 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 \hline
 1900 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2a = (82) \quad \quad \quad a+b \dots \\
 1644 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2a = (824) \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2ab+b^2 = 24729 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 \hline
 87100 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2a = (8246) \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2ab+b^2 = 82461 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 \hline
 463900 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2a = (82462) \quad \quad \quad a+b \dots \\
 463900 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2a = (824620) \quad \quad \quad a+b \dots \\
 2ab+b^2 = 41231025 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 \hline
 5158975 \quad \quad \quad a+b \dots \\
 \hline
 \text{etc. infin. } p. 290
 \end{array}$$

Ergo  $\sqrt{17} = 4,1231057$



Profundis Cubicis  
Coto extrahenda radice cubica ex

$$a^3 = 64 \begin{array}{r} \text{atb} \\ 40207 \\ \hline 1000 \text{atb} \\ \hline 3a^2 = (48) \text{atb} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1008 \text{ } 000 \text{ } \\ 3a^2 = (480 \text{ } 0) \\ 3ab^2 = 960 \text{ } 0 \\ 3ab^2 = 480 \\ b^3 = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1964 \text{ } 808 \\ 3a^2 = (35 \text{ } 192 \text{ } 000 \text{ } - \text{ix}) \\ (48 \text{ } 481 \text{ } 2) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \text{ } 192 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ } - \text{xii} \\ 3a^2 = (4 \text{ } 848 \text{ } 120 \text{ } 0) \\ 3ab^2 = 33 \text{ } 936 \text{ } 840 \text{ } 0 \\ 3ab^2 = 5 \text{ } 909 \text{ } 40 \\ b^3 = 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \text{ } 942 \text{ } 749 \text{ } 743 \\ \hline 1 \text{ } 249 \text{ } 250 \text{ } 254 \text{ } - \text{xii} \end{array}$$

Ergo  $\sqrt[3]{65} = 4,0207 +$   
 8297  
 infinit  
 Ergo



§307. Scholion 2.  
 Examen legitime Extractionis  
 fit inventam radicem quadrati-  
 cam in semetipsam, cubicam au-  
 tem iterum seducendo §222. 223 et  
 particulas ex ultima extractio-  
 ne residuas adjiciendo §301.

Schema calculi  
 [ Pro Quadrato

of §306.

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 4123105         | 4123105         |
| 4123105         | 4123105         |
| 20615525        | 20615525        |
| 4123105         | 4123105         |
| 12369315        | 12369315        |
| 8246210         | 8246210         |
| 4123105         | 4123105         |
| 16492420        | 16492420        |
| 16999994841025  | 16999994841025  |
| 5158975         | 5158975         |
| 17,000000000000 | 17,000000000000 |

addendo res. §302 4841025

§301.

Similiter in aliis



## II Pro subo

$$\begin{array}{r}
 40207 \\
 40207 \\
 \hline
 281449 \\
 160828 \\
 \hline
 1616602849 \text{ §302} \\
 40207 \\
 \hline
 11316219943 \\
 3233205698 \\
 \hline
 6466411396 \\
 \hline
 64998750749743 \text{ §302} \\
 1249250257 \text{ XII} \\
 \hline
 65,00000000000000 \text{ §301}
 \end{array}$$

Similiter in aliis

§308 Scholion 3.

Ex fractis Numeratorum  
et Denominatorum surdorum  
quadratica et cubica radice  
eodem modo quo §306 usi sumus  
extrahitur per approximati-  
onem; ita fane

$$\sqrt[17]{\frac{4123105+}{5099019+}} \text{ \&c.}$$



## §309. Theorema 48.

Si fuerint quatuor Quantitates  
proportionales, factum extremarum  
equatur facto intermediarum. h.e.

$$\text{Sic } A:D = E:C$$

$$\text{Dico } A \times D = E \times C.$$

Demonstratio

$$A:D = E:C \text{ p. H.}$$

$$D \times C = E \times A$$

$$A \times D = E \times C \text{ §163.}$$

$$\text{Ergo } A \times D = E \times C \text{ §150}$$

$$\text{Verum } E \times D = A \times C \text{ §185}$$

$$\text{Ergo } A \times D = E \times C \text{ §152.}$$

Q.E.D.

## §310. Theorema 49.

Si fuerint Quantitates continue  
proportionales, factum extrema-  
rum equatur medio Quadrato.

$$\text{Sic } A:D = D:C$$

$$\text{Dico } A \times C = D^2$$

$$3:9 = 9:27$$

$$\frac{81}{81} = \frac{27}{81}$$

$$1:12 = 12:144$$

$$\frac{144}{144} = \frac{144}{144}$$

$$\frac{3:15 = 9:45}{\frac{9}{135} = \frac{3}{135}}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = \frac{3}{2} : \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{16}$$

$$\frac{3}{16}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{4} : \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16}$$



Demonstratio.

$$et: A = D. C. p. H.$$

$$Ax C = D x D \quad § 309$$

$$sed D x D = D^2 \quad § 225.$$

$$Ax C = D^2 \quad § 41.$$

Q. E. D.

§ 211. Theorema 50.

Si Quantitates  $A$  et  $D$  producta  
ex duabus aliis se mutuo multi-  
plicantibus et  $C$  fuerit equalis  
alteri  $D x C$  ex duabus aliis  $D$  et  $H$   
eodem modo producta erit:

$$A: D = C: D. h. e.$$

$$Si et  $A x D = D x C. p. H.$$$

$$Vico:  $A: D = C: D.$$$

Demonstratio

$$A x D et  $D x C$  sunt Facta  $p. H.$$$

Ergo

$$1: A = D: A x D \quad § 29$$

$$1: D = C: D x C$$

$$sed  $A x D = D x C. p. H.$$$

$$A: D = C: D. § 178. Q. E. D.$$

$$4 \times 12 = 3 \times 16$$

$$4:3 = 16:12$$

$$\frac{4}{3} = \frac{16}{12} = \frac{4 \times 4}{3 \times 4}$$

$$2 \times 72 = 12 \times 12$$

$$2:12 = 12:72$$

$$\frac{2}{12} = \frac{12}{72} = \frac{12 \div 12}{72 \div 12}$$



## §312. Problema XXXVIII

Inter duos numeros mediam  
proportionalem invenire

Resolutio et Demonstratio

1) Propositi numeri ducantur in se

2) Ex facto eruatur Radix quadrata

Dico inventum esse medium proportionalem

Q. E. D. et D.

Schema calculi.

Dantur 531441 et 81. quæritur medius

Ergo

531441

81

531441

4251528

43046721

$a^2 = 36$

704

2a = (12)

2ab + b^2 = 250

7967

2a = (130)

2ab + b^2 = 7836

13121

2a = (1312)

2ab + b^2 = 13121

Ergo

531441 : 6561 = 6561 : 81

ff

$$\begin{aligned} a:m &= m:b \\ \sqrt{ab} &= m \\ ab &= m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 36 \\ 2a &= 12 \\ 2ab + b^2 &= 250 \\ 2a &= 130 \\ 2ab + b^2 &= 7836 \\ 2a &= 1312 \\ 2ab + b^2 &= 13121 \end{aligned}$$

$$531441 : 6561 = 6561 : 81$$



§313. Scholion

Quod si medius inventus fuerit  
irrationalis per §293. per appropi-  
mationem eruitur prope verus.

§305. 306

§314. Problema **XXXIX**

Datio duobus, tertium; aut datio  
tribus, quartum et numerum vel quan-  
titaatem invenire.

Resolutio.

Secundus, in casu primo, ducatur  
in se ipsum: in casu secundo ter-  
tius ducatur in secundum §85.

Factum dividatur per primum §94.

Sic quotum esse invenientum in  
casu 1<sup>mo</sup> tertium } Numerum. Quantitatem.  
casu 2<sup>do</sup> quartum } Q. E. R.

Demonstratio.

Casus 1. Ponatur et et d dati  
queritur T. h. e. tertius.



Quia et:  $D = D: T. p. H.$

$$D^2 = A \times T. § 310.$$

$$\frac{A}{D} = T. § 45$$

Caput II. Sint et, D, C. dati  
quoritur quartus Q. Q. E. I.

Quia et:  $D = C: Q. p. H.$

$$D \times Q = A \times C. § 309$$

$$\frac{D \times C}{A} = Q. § 45.$$

A

Q. E. II. D.

Schema Operationis  
Dantur 81 et 729 quonitur T.  
h.e.  $81 : 729 = 729 : T$

$$\begin{array}{r} 729 \\ 6561 \\ \hline 1458 \\ 5103 \\ \hline 881441 \end{array} \quad 6561 = T.$$

Similiter si tribus datis in-  
veniendus sit quartus.



## §315. Definitio XLIX.

Proportionis Regula in vulgustri-  
um vel de tribus  $\text{p. n. p. terminis}$ .  
dicta, nec non aurea, est, qua dato  
tribus Quantitatibus  $\text{f. Numeris}$   
inventionem quarti docet. Du-  
plex autem illa est, altera Directa,  
in qua primus terminus dividit  
factum ex secundo in tertium ut  
eruaturs quartus; altera Inversa  
in qua tertius dividit factum ex se-  
cundo in primum ut inveniaturs  
quartus  $\text{pp. alio}$ .

## §316. Scholion 1.

Rec obsecrum est directam inter  
atq; inversam trium Regula modis  
crimen, quod si enim terminus  
per quem fit questio, quo  $\text{MOR}$   
est, eo  $\text{MOR}$  et quantum re-  
quirat, et quo  $\text{MOR}$ , eo  $\text{MOR}$ .  
 $\text{MOR}$ , directa utimur: ex adverso  
autem inversa, si terminus per quem  
fit questio quo  $\text{MOR}$  est, eo quar-  
tum  $\text{MOR}$  et quo  $\text{MOR}$ .



eo ellipsis OR Coll. postulet quartum.  
 Inde quidem ante circumspecte  
 sita de sunt datarum Quantita-  
 tum Relationes quam Inventa-  
 nem Quarta tenemus. cf. Wells  
 Numet spec: p. 129. Clauberg de math  
 tipis & Anfructus. § 905. 906.  
 § 317. Scholion 2.  
 Ipsum autem Problema §. 314. ex  
 prece supponit Terminos esse de-  
 bere ppales. Quare inveniendi  
 quarto locus non erit, nisi de Ter-  
 minorum proportionē consti-  
 rit. v. c. Ex quodam vase Aqua re-  
 to effluunt per Epistomium in  
 5 minuta, id canthari, quanto tem-  
 pore 400 effluent. Enimvero, ve-  
 Experientia constat Aquam flu-  
 initium celerius, post tardiū  
 ere, adeo fluxum et quo tempore  
 ri non esse ppalem hinc Quasi  
 ni huius per Trium Regulam  
 fieri nequit. cf. Clauberg Co  
 § 346. contra vero quo in comere  
 um veniat pretis sunt ppalia v. c.  
 Qui triplum solvit, triplum me-  
 accipit



## §318. Problema XL

Explicare leges et casus directo-  
trium regula.

Resolutio et Demonstratio.

1) Lex fundamentalis nititur §314.

§15. Proterea notes

2) Terminos datos tres esse vel  
simplices vel compositos h. e. quan-  
do unus aut duo aut omnes non  
uno sed pluribus, tanquam parti-  
bus constant. Quod si contingat  
prius quartum invenies peroll. 1.  
Si posterius, compositos revoca  
ad simplices reductione diversarum  
specierum ad eandem minorem vel  
minimam facta §46. ut scilicet Ratio-  
num Termini fiant homogenei  
§122. Reliqua fac uti oll. 1. hoc  
adhuc notato, quartum inventum  
terminum in specie minore per  
Divisionem §98. ad proximam ma-  
iorem et ita deinceps reduci §46

Schemata Calculi

1) Unus Gradus, coelestis, Circuli maximi



256.

ponitur in vulgus = 15<sup>o</sup> Milliar.  
 Germ. quot Milliar. Germana  
 tur 360 Gradus.

Gr. Gi. Mh.

1: 360 = 15: Q p. H.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 1800 \\ 330 \\ \hline 5400 = Q. 8314. \end{array}$$

II 46 et 66 mancia veniunt 24  
 Thaler 16 Gross. quanti 12 Thet 24 se  
 mancia.

# Lv. H Lv. Th Gross

$$\begin{array}{r} 4'' 8: 12, 24 = 24'' 16: Q. \\ \hline 32 32 24 \\ 36 48 112 \\ 408 48 592 \\ 408 408 \\ \hline 4736 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2368 \\ 241836 \text{ firt 6 Grossi} \\ 11531 \\ 9426 \\ 238 \\ 132 \end{array} = Q.$$

Quos Grossos per 24 reducendos



Thaleros. h. m. 24 f 14 r 6 f 74

H. p. 39 Ergo

veneunt 12, 24 Thaleris 74.

H. Preius Th. Th.

$$4\frac{1}{4} : 12\frac{3}{4} = 24\frac{2}{3} : Q. \text{ p. H. Problematis}$$

$$\frac{17}{4} : \frac{51}{4} = \frac{74}{3} : Q. § 201$$

$$17 : 51 = \frac{74}{3} : Q. § 159. 153.$$

$$51 : 51 = 74 : Q. § 162.$$

$$\text{Ergo. } Q. = 74. § 153. 314.$$

§ 319. Scholion I.

Examen vel per conversionem  
Operationis fieri solet, vel homo-  
geneos majores Terminos per  
minores dividendo § 98. Quod si enim  
in utroq; casu idem gradeat Quotus  
seu fractus ille sit seu integer Expa-  
nentes sunt iidem § 130. adeoq; et Ra-  
tiones eadem atq; inde Termini pro-  
portionales § 137.



## Schema calculi

Pro Casu I

Th. Th. H Q.

$$74: 24\frac{2}{3} = 12\frac{3}{4}: Q.$$

$$222: 74 = 51\frac{1}{2}: Q. \S 201. 159.$$

$$888: 74 = 12: Q. \S 162. 153.$$

$$\begin{array}{r} 370 \alpha. 1. \dots \infty \S 88 \\ 3774 \overline{) 4222} \text{ h.e.} \\ 552 \quad 888 \\ 22 \end{array}$$

$$Q. = 4\frac{1}{4} \# \S 204.$$

Pro Casu II

$$\frac{74}{24\frac{2}{3}} \text{ et } 12\frac{3}{4} \frac{4}{1}$$

h.e.

$$74 \times \frac{3}{74} \text{ et } \frac{51}{4} \times \frac{4}{17} \S 201. 220. 216.$$

$$3 = 3 \S 153. 199.$$

Similiter in aliis.



§320. Scholion:

In vulgus Termini dati ita or-  
dinantur ut qui ingreditur questi-  
onem, rationis <sup>secunda</sup> ~~prima~~ statuat.  
~~consequens~~ <sup>ante cedens</sup>, contra rationis natu-  
ram, quae homogeneas Quanti-  
tates supponit §122. h.e. loco

Gr. Gr. Millier

$$1 : 360 = 15 : Q. \text{ cf } §318.$$

$$\text{ponunt } 1 : 15 = 360 : Q.$$

Quod licet in adurationem im-  
pingat Mathematicam ex cu-  
laris poterit, cum quartus ~~pp~~  
alis queratur in genere, cui in-  
vento nomen demum secundi tri-  
buitur

§321. Problema XII

Reges et Casus Regulatorium inven-  
ire explicare

Resolutio et Demonstratio

1) Dividendum ex primo in secun-  
dum per tertium terminum §98.  
Quotusq. erit quartus? §315.



2.) Quia vero illatio Regula  
trium in versa non in numeris  
absolute consideratis, sed ad res  
eandem postulantes adhibitis  
sita est, circumspice prius  
Circumstantia Problematis exa-  
mina, utrum Quantitates propo-  
sita admittant inversam istam  
illationem § 316.

3.) Reliqua facultas § 318 Mor. 2.  
Schemata calculi.

Wellr p. 129  
Crisis Praefectas Annona, quam  
habet, alere potest 7 Mensibus  
Praefidarios 1500. Igitur Mensibus  
12 quot alet Praefidarios? Ergo

$$7:1500 = 12$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 12 \overline{) 1500} \end{array} \begin{array}{l} 214 \\ 296 \end{array} \text{ Praefidarios}$$

§ 322. Protharium.

Esto Rationis in versa  
Terminus primus = d

$$\begin{array}{l} 2 \text{us} = 4 \\ 3 \text{us} = 6 \\ 4 \text{us} = 8 \end{array}$$



Ergo.

$$D \times C = Q. \S 321. 315.$$

$$\text{Ergo } D \times C = A \times Q. \S 45. 153.$$

$$\text{Ergo } A : D = C : Q. \S 311.$$

Quo ipso liquet illationem inversam  
mutari in directam termino tertio  
in locum primum; primo autem et  
secundo in secundum et tertium vel  
alterne § 150. transpositis; quem et  
nos inferendi modum sequemur. In-  
de quidem Perillust. Wolffius § 311  
Arith. Lat. Inversa non opus esse  
trium Regula, inquit, si numeri  
dati, prout Proportio exigit ordi-  
nentur. add. Well. p. 150.

Schema calculi.

Mens. Mens. Præsid.

$$V. 12 : 12 : 7 = 1500. Q. of \S 321$$

1000 of 75 Præsidarii  
750  
2



II Ponere te librum quotidie 4 pagi-  
nas legendo absolvere 45 diebus; quot  
legendas sunt ut 30 diebus absolvas?  
Hinc quo minus temporis datus,  
eo plus legendum; Ergo § 316. 322.

$30 : 45 = 4 : Q.$

$\frac{4}{1800} \text{ pagina} = 2.8314.$

$15) \frac{30}{2} : \frac{45^\circ}{3} = 4 : 2$  Q. p. 7  
 $\frac{7}{7} : 3 = 2 : 1$  Q. 8160  
 $\frac{7}{7} : 3 = 2 : 1$  C. 8162. 314.

III Ponamus Castello mensibus  
24. edificando sufficere un. Operari-  
os; quot opus erit ut mensibus 8  
absolvatur. Ergo per eundem sum.

322.  $\frac{M}{8} : \frac{M}{24} = 611 : Q.$  p. 116  
 $\frac{1}{1} : \frac{3}{3} = 611 : Q.$  8160.

$\frac{3}{1833} \text{ per.} = 2.9314$   
*Similiter in aliis.*



§323 Definitio L

Aurea Regula composita s. de quin-  
que est, in qua duobus Terminis  
primariis adherent duo alii ita  
ut ex quinque sextus eliciatur. Vel  
in qua duabus ex Proportionibus  
sextus quositus eruitur. Et ipsa du-  
plex est, alia directa, inversa alia:  
illa n.p. in qua directis, haec autem  
in qua vel directa prima, altera  
inversa; vel inversa prima, al-  
tera directa; vel duabus inversis  
proportionibus utimur, ut sextus  
Terminus inveniatur.

§324. Problema XLII

Leges Regulae compositae directae  
explicare. Resolutio.

Per factum ex primo in secundum  
Terminum divide factum ex ter-  
tio in quartum et quintum §98.

Dico Quotum exhibere sextum quositum.  
D. E. F.



## Demonstratio.

Sunt termini primarii et, D, L.  
inveniendus sextus.  $\frac{D}{L}$   
ad hanc ipsi et circumstantia  
D circumstantia  $\beta$

Ergo.  
 $A \text{ sub Circ. } \alpha: D \text{ sub Circ. } \beta = L: \text{sp.}$   
Pot.

Ergo per § 323.  
 $A: D = L: D \times L$  § 314

et  $\alpha: \beta = \frac{D \times L}{A}: L$  § 323.

$A \times \alpha: D \times \beta = L \times \frac{D \times L}{A}: \frac{D \times L \times L}{A}$  § 187

et  $A \times \alpha: D \times \beta = L: L$  § 160. 216. 153.

Ergo  $\frac{D \times \beta \times L}{A \times \alpha} = L$  § 314.

Q. E. D.

§ 325. proollarium.

Hinc Regula composita directa con-  
vertitur in simplicem statuendo  
factum esse primo in secundum,



67  
primo factum ex tertio in quartum,  
Secundo, et qui ingreditur Quæstio-  
nem, tertio loco.

§ 326. Scholion. I.

Atque duplici illatione s. propor-  
tione usi ad tres, terminos quarunt  
quartum atq. ad circumstantias  
et modo inventum denuo quartum

§ 314. equalem ipsi S. Enimvero,  
cum hoc modo sepius ex illatione  
prima transferatur fractio in  
Secundam proportionem molesti-  
us non nunquam reducenda, men-  
to Resolutio § 324. huic præfertur.  
~~§ 324 huic præfertur.~~

§ 327. Scholion E.

En! Casus speciales quosdam  
præcepta § 324. illustraturos

I Quatuor Academici expen-  
dunt tribus Mensibus centum Tha-  
leros, quot sex Academici expendunt  
duo decim Mensibus?



26. *600*  
*A. M. A. M. Thal.*

$$\frac{4_{11}}{1} : \frac{6_{11}}{1} = 100 : S.$$

$$1 : 6_{11} = 100 : 600 \text{ Sibi}$$

II Si 300 Thal. dentintra 2 Annis  
 Vvram 36 Thalerorum, quantur  
 dabunt 20000. intra 12. Annos.

$$\frac{\text{Th. An}}{300, 1, 2} : \frac{\text{Th. An}}{20000, 12} = \frac{\text{Vvram}}{36} : S.$$

$$\frac{1}{2} : \frac{200_{11}}{2} = 36 : S. 800.$$

$$\frac{2}{400} = 36$$

III Si 125 milites per 12 Menses valen-  
 tur 16500 Florenis, quot Florenis  
 valentur 2150 milites, per 30 Menses?

$$\frac{\text{Mil. Mens.}}{125_{11} \quad 12} : \frac{\text{Mil. Mens. Flor}}{2150_{11} \quad 30} = \frac{16500}{S.}$$

$$\frac{1500}{1} : \frac{64500}{43} = 16500 : S.$$

Similiter in aliis  $\frac{709500}{S. 314}$



## 8328. Problema XLII

Composita in versorium Regu-  
lae Leges explicare

Resolutio.

- 1) Accurate Problematis dati  
Circumstantias expendere utrum  
alterutra tantum Proportio an  
utraq; inversa sit.
- 2) Si prima directa, secunda fue-  
rit inversa, per factum ex primo  
in quartum Tertium, divide  
factum ex secundo in tertium et  
quintum.
- 3) Si prima inversa, secunda au-  
tem fuerit directa, per factum  
ex secundo in tertium, divide fac-  
tum ex primo in quartum et  
quintum.
- 4) Quod si tandem utraq; fuerit  
inversa, per factum ex tertio in  
quartum, divide factum ex  
primo in secundum et quintum.

S. F. E. L. P.



Demonstratio

Sunt termini A, B et C. inven-  
tus S. adhaereat ipsi A conditione  
ipsi B conditione

Ergo in omni fase

A subcond:  $\alpha$  - D subcond:  $\beta$ , C, L  
Casus 1.

Sunt conditiones  $\alpha$  et  $\beta$  inverse  
inferendae; Ergo

$A:D = C:D \times C$  p. 7118314.

$$eA \beta : x = \frac{D_x C}{A}; \text{ Sp. } 118323.322.$$

$$A \times B: D_x \alpha = \frac{C \times D \times E}{A}: \frac{D \times E}{A} \times B, 1870$$

$\Delta x \beta: D x \alpha = C.F. \$160.$

$$\frac{x x \text{ Dxl}}{A x \text{ f}} = \text{f. 9304}$$

Q. E. l.

Casus 2.

Manentibus valoribus et locis  
est Terminus et ad D. in vers.  
inferendus.



Ergo:  $D: A = C: \frac{A \times C}{D}$  p. H § 814.

209.

$\alpha: \beta = \frac{C \times C}{D}: S. p. H § 322.322.$

$\alpha \times D: A \times \beta = \frac{C \times A \times C}{D}: A \times C \times S. § 187.$

$\alpha \times D: A \times \beta = C: S. § 160.$

Ergo  $\frac{C \times A \times \beta \times C}{\alpha \times D} = S. § 314.$   
Q.E.II.

Casus 3.

Manentibus iisdem:

Sunt et ad D item  $\alpha$  et  $\beta$  termini  
inverse inferendi

Ergo  $D: A = C: \frac{C \times C}{D}$  p. H § 314.

$\beta: \alpha = \frac{C \times C}{D}: S. p. H § 322.322.$

$D \times \beta: A \times \alpha = C: S. § 187.160.$

$\frac{A \times \alpha \times C}{D \times \beta} = S. § 314.$

Q.E.III.



§329. Corollarium.

Mutatis in §325 mutandis liquet  
Regulam quoque compositam dnoer-  
tam mutari in Regulam triumdivi-  
tam.

§330. Scholion 1.

Evidens quoque est ex Demonstrati-  
one §320. duplici illatione inven-  
iri posse s. significatione, quam  
§326. enarravimus.

§331. Scholion 2.

In casibus ergo specialibus  
1 si 100 Thal. dent usuram 6 Thal.  
intra unum annum quot in an-  
no alteri mutuo dabo 650 Thal.  
enumerem usuram 312 Thalerorum  
Ergo p. M. 1. §328.

Si 100 Thaleros alteri mutuo den-  
tum s. subintelligendo ut lucrum  
6 Thaleros s. in quot tempus alter  
dabo 650 Thaleros s. subintelligendo  
idem 6 Thalerum lucrum.



Enimvero, quo plus est pecunie in  
foenus danda, eo minore tempore plus  
est ut lucrum proferat idem, quod  
pecunia minoris summa.

Ergo illatio prima est inversa §316.

Per hanc itaq illationem novi tem-  
pus quo 650 Th. dabunt 6 Thal. Vu-  
ram §314 §322.

Quoritur autem tempus quod dicti  
650 Th. dabunt 312 Th. Vsuram?

Quemadmodum itaq est Vura  
minor ad maiorem itaq, quo est  
tempus brevius, quo alteri conce-  
deram 650 Th. ut acquirerem 6  
Th. ad tempus longius quo acqui-  
ram 312 Thaleros.

Ergo illatio secunda est directa §316.

Satis fiet itaq Problemati coll. 3. §328.

Th. Vs. Th. Vs. et Ang.

100 " 6 : 650, 312 = 1 : S.

$$\begin{array}{r} 3900 \quad 31200 \\ 31200 \\ \hline 0. \end{array} \quad \begin{array}{l} 100 \\ 8 \text{ Anni} = S. \end{array}$$



II Si 36  $\text{lb}$  panis sufficiant 3 militibus in 6 dies; 180  $\text{lb}$  militibus 9 in quot dies sufficient? Ergo per Mem. 1. §328. 36 et panis sufficiunt in 6 diebus subintelligendo circumstantiam trium militum, in quot dies 180  $\text{lb}$  sufficient? subintelligendo eandem circumstantiam militum.

Ergo, Quo major panis est Quantitas eo longiori tempore sufficit. Ergo Illatio prima directa est. §36. Advocando autem et Circumstantias trium atque novem militum, liquet, quo plures sunt milites, eo minor sit panis Quantitas.

Ergo Illatio secunda est in viceversa.

Hinc per Membr. 2. §328.

$$\frac{36}{1} \text{ et } \frac{180}{3} \text{ et } \frac{9}{6} = 6:1$$

$$\begin{array}{r} 324 \dots \dots \dots 1080 \\ 324 \dots \dots \dots 3240 \\ \hline 324 \dots \dots \dots 3240 \\ \hline 0 \end{array} \text{ 10 Dies } = \text{L.}$$



Vel brevius factores plures  
in Ido et Divisores communes p. 316.

$$36'' 3 : 180'' 9 = 6 : 1$$

$$1'' 1 : 5'' 1 = 2 : 1$$

$\frac{2}{10}$  Dies ut ante.

III. Inminente Obsidione suffi-  
cit Annona Praefidiariis Militi-  
bus 3450 in 5 Menses, portione qua-  
vis 20, Vinciarum pondus equante;  
accedunt suppetia, ut Militum  
sint 4000, omnibus his copiis ea-  
dem Annona in Collenses sufficere  
debet, quot Vinciarum erit portio  
indies singulis distribuenda?

Patet autem ex Problematis  
datis.

I. Quod plures eadem Annona ve-  
lunt, sub intellecta conditione 5.  
Mensium, eo breviori tempore con-  
sumuntur, Ergo Illationem primam  
esse inverfam § 316.

II. Quod longius sit tempus in quod  
eadem Annona alias in 5 Collenses



Militibus 4000 suffectura, per Mationem  
primam, sufficere debet, eo minor  
fieri portiones indices distribuendas.

Ergo et

Mationem secundam esse Inversam S.C.

Ergo per M. 3 § 328.

$$\begin{array}{r} 3450 \text{ „ } 5^{\circ} : 4000 \text{ „ } 6^{\circ} = 20 \\ \hline 24000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3450 \text{ „ } 5^{\circ} \\ \hline 100 \\ \hline 345000 \end{array}$$

Similiter in aliis 2 h. e. 14  $\frac{3}{8}$  h. c.

§ 332 Scholion 3.

Pro diverso D et Satq. C. loco, in  
altera ratione fito § 150, variat  
Problematis Resolutio respectu ter-  
minorum Numeri, nobis arri-  
quo homogeneos terminos in u-  
nam rationem § 122 disponit.

§ 320.

§ 333. Definitio LA

Regula dicitur multiplex si ex  
pluribz proportionibus eliciatur



terminus quo fitur. In specie de  
Septem si ea terminis septem octa-  
vus; de novem, si decimus, qua-  
ratur. Et ipsa duplex est directa atq;  
inversa, illa, quo ex meris illationi-  
bus directis, hoc, quo ex directis  
atq; inversis simul vel meris inver-  
sis quaestum eruit.

### § 334. Problema XLIII

Legio Regule multiplicis exponere.

Resolutio.

I. Si fuerit directa.

- 1) Rationum homogenearum ter-  
minos subscribere
- 2) Productum ex consequentibus  
in terminum, cui ppalis qua-  
ritur dividere per Factum ex  
Antecedentibus. D. F.

II. Si fuerit inversa.

- 1) Probe examinatio Problema-  
tis conditionibus, ut quonam  
inversa inferendo sint, constet,



- 2) Inversas inverse directis si quo  
adquerint, Proportionibus subponi.  
3) Reliqua fac ut e Mbr. 2 Casus prioris

Demonstratio  
Casus 1. Sinto Terminii primarii A, B.  
quaerendus Q.  
adhareant l<sup>o</sup> A conditionis  
l<sup>o</sup> B conditionis

Ergo  
A: D = C: x p. H. § 314.  
§ 314.  
x: y = x: y. p. H. § 314.  
§ 314.  
x: y = y: Q. p. H. § 314. 339.  
A x x a: D x x b = C x x y. x x y x § 314.  
A x x a: D x x b = C: Q. § 314.  
D x x b x C = Q. § 314.  
A x x a = Q. C. l.

Casus 2. Di.  
Eadem est quo prioris demonstratio  
pro terminis inversorum Ratio-  
num rite collocatis. Q. C. l.  
§ 339 Corollarium  
Ex demonstratione eliquet Corollarium  
325.



regula quoque multiplici accommoda-  
ri posse.

§ 336. Scholion I.

In casu speciali quoritur.

I. 10 Operarii per 15 Hebdomadas  
6. singulis diebus horas, mercedem  
100 florenorum numerent, quot nu-  
merabunt 36. Operarii per 4 Hebd-  
omas singulis diebus 8 horas labo-  
rantes?

Siquet autem levi adtentione excutis  
propositi casus omnes illationes esse  
directas. § 316.

Quo enim plures sunt Operarii eo  
plus mercedis numerabunt sub  
intellecta conditione 15 Hebdoma-  
darum.

Enimvero cum Operarii, qui quasi  
onem ingrediuntur non 15 Hebdo-  
mas sed tantum 4 Hebdomadas  
laborent, ergo quo brevius est labo-  
rum. tempus, eo minus mercedis  
tollent, subintellecta 6 horarum con-  
ditione.

Est pretium se eam iusto minus tol-  
lere inde quidem patet, cum Operarii



quæstionem ingredientibus 8 horis  
indies laborent, illis autem mercedem  
sex horas tantum laborantibus dekre-  
minata sit,

Ergo, quo plus laborant, eo plus acci-  
piant opus est, ergo

Op. 20      36      Flor.

Feb 15 : 4 = 1000 : Q.

$\frac{1116}{8} = 139.5$

$\frac{1800}{2} = 900$

¶ 10. Fossore effodiant 48 perticas  
quadratas 2. pedes crassas, intra  
9. dies; quot diebus effodientibus  
respective quadratas 72. crassas  
3 pedes? Quare per Membr. 1. supra  
Edi § 334. Quo plures sunt Fossore eo  
breviore tempore Opus absol-  
vunt sub intellecta conditione  
pert. quadr.

Ergo illatio prima est inversa § 316



At non 48 perticae, sed 72 effodiende  
sunt, sub intellectu duorum pedum  
conditione a 16 Fossoribus qui n.p.  
Questionem ingrediuntur p. H. Hinc  
Quo plus effodiendum eo longius Tem-  
poris requiritur spatium

Ergo illatio 2da est directa § 316.

Tandem non 72 perticae duos pedes  
crassa sed tres pedes crassa effodien-  
da sunt a 16 illis Fossoribus. Quare  
Quo plus effodiendum, eo longius etc.  
Ergo Tertia quoque illatio directa est § 316.  
Hinc.

Foss. 16 10 dies  
Pert. 48 : 72 = 9 : 2.  
Ped. 2 3

$$1536 : 2160 = 9 : 2.$$

$$\begin{array}{r} 9840 \\ 4188 \\ 207 \\ 10 \end{array} \begin{array}{r} 12 \\ 1536 \\ 1008 \\ 126 \\ 192 \\ 21 \\ 32 \end{array}$$

h. e. 12  $\frac{21}{32}$  diei

Quod si  $\frac{21}{32}$  diei in horis et minutis  
sectando in minutis desideretur,  
voto satisfiet p. § 221.



§337 Scholion 2.

Sapientius compendioso locus est, quia  
enim factum ex intermedits Ter-  
minis dividendum est, per factum  
ex primo §335 si fuerit et in Dnd  
et in Dore factores quidam comen-  
nes, ante quidem auferri poterunt  
quam ipsa et Motio et Divisio pera-  
gatur, ut §153 ibi et ut si Rationum  
Datarum Termini Dividi queant  
per eundem tertium Numerum,  
ratio majoribus Numeris data ad  
minores redigi poterit per §160  
Ita sane in Problemate proximo  
erit

$$\begin{array}{l} 16:10 = 8:5 \\ 48:72 = 2:3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 16:10 \\ 48:72 \end{array}} \right\} \S 160$$

Inde quidem

8 5 dies

$$2:3 = 9:Q.$$

$$\frac{2}{32} : \frac{3}{45} = 9:Q.$$

$$\frac{9}{81} : \frac{21}{32} \text{ dies}$$

Similiter in aliis



§ 338 Definitio LII.

Regula Societatis vel Confortii  
est, cuius auxiliio communelucrum vel damnum inter plures  
rem sive negotium commune habentes distribuitur.

§ 339 Problema XLIV.

Regula Societatis Leges explicare.

Resolutio

Ad summam collati communis, collatum unius cuiusq; atq; Lucrum vel Damnum commune, quare per iteratam Trium Regula inquir.

§ 314. 318. vel permutari.

§ 315

Sic Summam inventorum = Lucro vel Damno communi

L. C. F.

Demonstratio

Conferat A pecuniam  $\alpha$

B . . . . .  $\beta$   
C . . . . .  $\gamma$

Ergo Summa collatorum =  $\alpha + \beta + \gamma = L$   
Ergo Lucrum vel Damnum commune =  $L$



$$\begin{array}{l} \text{Ergo} \\ S: L = \alpha: \frac{L \times \alpha}{S} \\ S: L = \beta: \frac{L \times \beta}{S} \\ S: L = \gamma: \frac{L \times \gamma}{S} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} S: L = \alpha: \frac{L \times \alpha}{S} \\ S: L = \beta: \frac{L \times \beta}{S} \\ S: L = \gamma: \frac{L \times \gamma}{S} \end{array}} \right\} \S 314.339$$

$$S: L = \alpha: \frac{L \times \alpha}{S} = \beta: \frac{L \times \beta}{S} = \gamma: \frac{L \times \gamma}{S} \quad \S 144$$

$$\text{Ergo} \\ S: L = \alpha + \beta + \gamma: \frac{L + \alpha}{S} + \frac{L + \beta}{S} + \frac{L + \gamma}{S} \quad \S 152$$

$$\text{Verum } S = \alpha + \beta + \gamma \quad \frac{L \times \gamma}{S}$$

$$\text{Ergo } L = \frac{L + \alpha}{S} + \frac{L + \beta}{S} + \frac{L + \gamma}{S} \quad \S 152.$$

Q. E. D.

§ 340. Scholion 1.

Hoc itaq inventa partialia vel  
 Lucra vel Damna addendo, si  
 Summa fuerit equalis Lucro vel  
 Damno communi, rite peracta  
 erit Operatio.

§ 341 Scholion 2.

Conferat Antonius Thalerarius  
 Bernhardus



$$\text{Cuius} \dots \frac{650}{1150}$$

$$\text{Ergo } S = 1150$$

$$\text{Ergo Lucrum} = 300. \text{ Ergo}$$

$$I. S. L = C$$

$$1150 : 300 = 150 : \text{Lucrum part } 18d$$

$$\begin{array}{r} 3.0 \\ 1150 \overline{) 17250} 15 \\ 1150 \\ \hline 5750 \\ 1150 \\ \hline 4600 \\ 1150 \\ \hline 3450 \\ 1150 \\ \hline 2300 \\ 1150 \\ \hline 1150 \\ \hline 0 \end{array} = \text{Lucro } 18d.$$

$$II. 1150 : 300 = 350 : \text{Lucrum part } 18d$$

$$\begin{array}{r} 3.0 \\ 1150 \overline{) 39750} 35 \\ 1150 \\ \hline 28250 \\ 1150 \\ \hline 16750 \\ 1150 \\ \hline 5250 \\ 1150 \\ \hline 4100 \\ 1150 \\ \hline 2950 \\ 1150 \\ \hline 1800 \\ 1150 \\ \hline 650 \\ \hline 0 \end{array} \text{ Thal} = L. 18d$$

$$III. 1150 : 300 = 650 : \text{Lucr. part } 18c.$$

$$\begin{array}{r} 3.0 \\ 1150 \overline{) 42250} 65 \\ 1150 \\ \hline 30750 \\ 1150 \\ \hline 19250 \\ 1150 \\ \hline 8000 \\ 1150 \\ \hline 6850 \\ 1150 \\ \hline 5700 \\ 1150 \\ \hline 4550 \\ 1150 \\ \hline 3400 \\ 1150 \\ \hline 2250 \\ 1150 \\ \hline 1100 \\ 1150 \\ \hline 500 \\ \hline 0 \end{array} \text{ Th.} = L. 18c.$$

$$\text{Ergo } S340 : 300 \text{ Thaleri}$$



§342. Scholion 3.

Facile patet idem Problema 339  
valere de omnibus & his citi libris  
secundum datam Rationem quod  
dam componendis.

Est medicina quoddam composita  
simplice & ingrediente 1. Semuncia

3) ingrediente 3. . . . .

4) ingrediente 4. . . . .

Ergo composita ex 8. Semunciis  
Preparanda est eadem medicina  
cundum eandem compositionem  
minoris Rationem sub Quantitate  
48. Semunciarum.

Hinc

$$I. \frac{8}{1} : \frac{48}{6} = 1:1 \text{ Ingred } \alpha$$

$$II \frac{8}{1} : \frac{48}{6} = 3:18 \text{ Ingred } \beta$$

$$III \frac{8}{1} : \frac{48}{6} = 4:24 \text{ Ingred } \gamma$$

Et per §340: 48. Semunciarum

Similiter in aliis



§ 348. Scholion 4.

Quae a §. 318, 342 prolata fuerunt,  
 dubio majoris momenti subesse vi-  
 dentur, cum quantitates heteroge-  
 neae in se ductae perquam aliam diviso-  
 fuerint, unde merito quaeritur, qui  
 possit heterogenea per heterogeneam  
 vel multiplicari vel dividi? Scilicet  
 sit v. c. ex §. 318. Gradus coelestes per  
 Milliaria Germanica multiplicare?  
 Qualis scilicet erit factus ille qui prodit  
 ex Gradibus coelestibus in Millia-  
 ria ductis? aut qualis? Quotus ubi  
 quaeritur, quoties Gradus coelestis con-  
 tineat miliaria Germanica? Dicitur  
 mus itaque cum E. Wölffex Wallisio  
 Arith. p. 150. omnino legendo, in hoc  
 Casu non tam comparari Gradus  
 coelestes ad Milliaria Germ. quo qui-  
 dem inter se sunt heterogenea, nec  
 inter se comparanda, sed rationem  
 quarum utriusque Quantitatum n. p.  
 Graduum coelestium et Milliarium  
 Germanicorum. Quae quidem omnino  
 inter se sunt rationes similes. Et de hoc cum dicitur.



$\alpha : \beta = A : B$  hoc tantum  
 innuitur Rationem  $\alpha : \beta$  aequalem  
 Rationem alteri  $A : B$  five  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{A}{B}$  cf  
 §§. 132. 230.

§344. Scholion 5.

Regulas, quo plures dantur e.g.  $A : B :: C : D$   
 gationis, cuius ope plura Quanta di  
 verso estimationis vel Valoris ad ter  
 tum eius estimatione datur referimus  
 vel alligamus; Falsi simplicis e.g.  $a : b :: c : d$   
 duplicis positionis, quam dicunt, cui  
 auxilio ex assumtis uno vel duobus  
 meris invenitur quositus consulto  
 pretermittimus, quippe quaruone  
 Symptomata facillime et in gener  
 uno alterove Problemate ex Analysis  
 innotescunt, quo non sine nausea  
 ritus illationibus in casu tantum spe  
 ciali quodam dato. inveniuntur.  
 Praxis, quam vulgo dicunt Italico  
 mentionem facimus, quo licet Pro  
 blemata miro sane compendio resolu  
 vere doceat, specialior est, magisq. alligat



toribus infervit, quam ut eadem vacare  
 liceat. Et præter innumeros alios  
 Joh. Frid. Weidlerus in Instit. Mathematic.  
 p. m s b - 60. Perill. Wolfius Arith. Lat.  
 § 316, 320 E. Wells p. 124, 151. Poetius in  
 du gaimf. Dialecticæ in du Dialecticæ  
 Philosophiæ p. 417, 430. breviter sed  
 pro more solide et nervose agentis.  
 Jussius Andr. Tacquet Arithmetica de  
 oris et praxis L. W. c. 4 - 6 fusissime  
 C. Llanibrog in du Demonstrati in  
 Dialecticæ et d. d. Arithmetica in du  
 Dialecticæ et Arithmetica in du  
 Dialecticæ, qui tamen non semper satis ad  
 citatus est.

§ 345. Definitio LIII.  
 Si in serie trium Quantitatum ea-  
 dem fuerit differentia primo ac secun-  
 da quantitatis, quæ est secunda ac  
 tertio, continue æqui differentes  
 illas vocabimus. Rursum in serie quatuor  
 Quantitatum eadem fuerit differentia  
 primo ac secundo, quæ est tertio ac quarto  
 discretim æqui differentes dicemus,



in ipsas autem Quantitates Terminorum.  
 Sic v. c. si inter  $a$  et  $b$  sit Differentia  
 $d$ , sitq; inter  $b$  et  $c$  eadem Differentia  
 $d$ , erunt Quantitates  $a, b, c$  conti-  
 nue equidifferentes.

Et in casu secundo si Differentia inter  
 $a$  et  $b$  sit  $d$ ; itemq; inter  $c$  et  $f$  sit  
 Differentia  $d$ , erunt  $a$  et  $b$  itemq;  $c$  et  $f$   
 discretim, equidifferentes.

§ 346. Corollarium 1.

In continue equidifferentibus, ter-  
 mini si crescunt, secundus est aggre-  
 gatium ex primo et Differentia, ter-  
 tius autem Terminus aggregatum  
 ex secundo et eadem Differentia.

Quod si vero decrescunt primus est  
 aggregatum ex secundo et Differentia  
 et secundus aggregatum ex tertio et  
 eadem Differentia § 347 et 1.

§ 347 Corollarium 2.

Eodem argumento in discretim  
 Differentibus; Terminorum si crescunt  
 secundus est summa ex primo et Differentia  
 quartus vero ex tertio et Differentia



Si vero dicuntur, primus est summa ex  
 secundo et differentia, tertius vero  
 ex quarto et eadem differentia. §. 34. coll.  
 §. 348. Hypothesis 23.

Quantitates vel continue vel discretim  
 aequi differentes significabimus signis  
 Differentie et Aequalitatis §. 34. ¶  
 interponendo illud inter primum et  
 secundum, itemq; tertium et quar-  
 tum Terminos, vel in continue  
 aequi differentibus, inter secundum  
 et tertium; hoc autem §. Aequalita-  
 tis inter secundum et tertium vel  
 in continuis inter medium aequi-  
 differentem. h. m.

Si ponatur a, b, c et f discretim  
 differentes: et a, b, c continue aequi-

$$a - b = c - f$$

$$a - b = b - c$$

Ista vero characteris ~~et~~ huius signifi-  
 catio, qualis est differentia  
 duarum quantitarum a et b; talis  
 quoque est aliarum duarum c et f vel b et c.



$$11 - 33 = 33 - 55$$

$$\frac{55}{66} = 2 \times 3$$

$$66 = 66$$

## §349 Theorema 51.

Si fuerint tres Quantitates continue sequi differentes erit Summa prima et tertia dupla medio, h.e.

$$\text{Si } a - b = b - c$$

$$\text{erit } a + c = 2 \times b$$

Demonstratio  
Dantur duo casus aut enim

1. Termini crescant adeoque a  $\angle$  b, b  $\angle$  c
2. Termini decrescant, adeoque a  $\angle$  b, b  $\angle$  c

Ponatur differentia = d.

Quare in

Casu 1.  $a - b = b - c$  p. H.

Ergo  $b = a + d$  §346

et  $c = d + b$  §c

cumq;  $a = a$

---


$$a + c = a + d + b. \S 42$$

sed  $a + d = b$  p. d.

Ergo  $a + c = b + b. \S 10$

h.e.  $a + c = 2 \times b.$

Q.E.D.



Casu 2do Quia  $a - b = b - c$  p. A.

Ergo  $b = d + c$  § 346

Et  $a = b + d$

sed  $c = c$  § 40

$$21 - 19 = 19 - 17$$

$$21 + 17 = 21 + 19$$

$$38 = 38.$$

---


$$a + c = b + d + c$$
 § 42

$$\text{sed } d + c = b. \text{ p. d.}$$

Ergo  $a + c = b + b.$  § 10

$$= 2 \times b. \text{ § 47.}$$

§ 350. Theorema LII. R. E. II. D.

Si fuerint quatuor Quantitates  
discretim equidifferentes,  $a, b, c, f$ ,  
summa primo et quarto equa-  
lis est summa secundo et tertio a. h. e.

Si  $a - b = c - f$  p. A

$$a + f = b + c.$$

Demonstratio

Dantur et hic Duo casus autem

1) Termini crescant aut

2) fidei decrescant.

Pronamus in utroque ut ante Diffe-  
rentiam = d Quare in



$$\begin{array}{r} 5-8=15-18 \\ \hline 18 \\ 23 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 23 \end{array}$$

Casul. Quia  $a-b=c-f$  p. H.  
 Ergo  $b=a+d$  § 247  
 sed  $f=c+d$   
 sed  $a=a$  § 40

$$a+f=c+d+a \quad § 42$$

$$\text{sed } a+d=b \text{ p. d.}$$

$$\text{Ergo } a+f=b+c. \quad § 10.$$

Q. E. I.

$$\begin{array}{r} 33-11=22-55 \\ \hline 55 \\ 88 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \hline 88 \end{array}$$

Casul. Quia  $a-b=c-f$  p. H.  
 Ergo  $a=b+d$  § 247.  
 $c=f+d$   
 sed  $b=b$  § 40

$$b+c=f+d+b \quad § 42$$

$$\text{sed } b+d=a \text{ p. d.}$$

$$\text{Ergo } b+c=a+f. \quad § 10$$

Q. E. II. §.

### § 351. Problema XLV

Inter duas<sup>o</sup> Quantitates me-  
 diam equi differentiam inven-  
 re.

Resolutio.

- 1) Adde datas<sup>o</sup> Quantitates.
- 2) Summam biseca.

D. F.



## Demonstratio.

Sint dato Quantitates  $a$  et  $c$ .Mediaeque differentia  $= m$ .Ergo  $a - m = m - c$  p. 11.

$$a + c = 2xm \text{ §349.}$$

$$\frac{a+c}{2} = m. \text{ §45. Q.E.D.}$$

In l. l. Dantur  $m$  et  $19$ 

Quoritur media

$$\text{Quare. } \frac{19+m}{2} - \frac{26}{2} = 13.$$

$$\text{erit } m - 13 = 13 - 19.$$

Similiter in aliis.

§352 Problema **XLVI**Datis tribus  $a, b, c$ , quartam equi-  
differentem Quantitatem  $q$  invenire.

Resolutio

1) Adde medias

2) Subtrahere ab et aggregato pri-  
mam. D. F.

Demonstratio

Quida  $b = c - q$ . p. 11

$$\text{Ergo } a + q = b + c \text{ §350}$$

$$\text{Ergo } q = b + c - a. \text{ §43. Q.E.D.}$$



In l. l. dentur 3, 8, 29 quonitur g.

$$\text{Ergo } 8 + 29 - 3 = 34 - 3 = 31$$

Inde quidem  $3 - 8 = 29 - 34$  etc.

§ 353. Definitio LIII.

Series Quantitatum juxta eandem rationem vel crescentium vel decrescentium dicitur, Progressio geometrica. v. c.

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 etc.

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187 etc.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}$  &c.

§ 354. Definitio LIV.

Series Quantitatum juxta eandem Differentiam vel crescentium, vel decrescentium dicitur Progressio arithmetica. v. c.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 etc.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23 etc.

12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 etc.

§ 355. Definitio LV.

Numeri in progressionem geometricam subscripti sunt totidem alii in progressionem arithmetica progredientes hi dicuntur illorum Logarithmi. v. c.



Numeri geometricae progressionis:

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. erunt. Morum

Logarithmico. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

§ 356. Corollarium 1.

Si Progressio arithmetica fuerit series Numerorum Naturalium a Cyphra incipientium, Logarithmi designant distantias Numerorum proportionalium ab unitate sic Logarithmus Numeri 128 n. p. 7. designat Numerum 128 esse septimum Terminum continue proportionalem ab Unitate, s. q. i. e. septem rationes ab unitate ad 128 numerari. h. m.

1:2 = 2:4 = 4:8 = 8:16 = 16:32 = 32:64 = 64:128.

§ 357. Corollarium 2.

Quoniam itaq. in Progressione geometrica ab Unitate incipiente Termini sunt dignitates ordine naturali semet excipientes, si Arithmetica Progressio sit Naturalium Numerorum atq. a Cyphra incipiat Logarithmi sunt Exponentes Dignitatum s. Terminorum Progressionis Geometricae § 225. h. m.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. et c.

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.



§358. Theorema 53.

Si Logarithmus Unitatis sit  $U$  erit  
 Logarithmus facti equalis Summa  
 logarithmorum factorum

Demonstratio.

Sit Factorum alter =  $F$ alter =  $f$ .Productum =  $P$ Logarithmus =  $L$ .

Quia.

1:  $f = F$ : P. §29 Ergo $L1 - Lf = LF - LP$  §355.Id  $LP = Lf + LF - L1$  §352.Est autem  $L1 = 0$  p. H.Ergo  $LP = Lf + LF$ . Q. E. D.

§359. Corollarium 1.

Hinc Logarithmus Quadrati dupli  
 est Logarithmi radicis.  $Q = 2R$

Quia 1:  $R = R$ : Q. §29.et  $Q = LR + LR$  §358Ergo  $Q = 2 \times LR$ .

$$L 128 = 7$$

$$L 64 = 6$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ 13 \end{array}$$

$$468$$

$$5192$$

$$L 1024 = 10$$

$$16 = 4$$

$$\begin{array}{r} 6144 \\ 14 \end{array}$$

$$1024$$

$$16384$$

$$L 64 = 6 = LR$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 256 \end{array} \quad \frac{2}{12} = 2R$$

$$384$$

$$4096$$



§360 Corollarium 2.

Item Logarithmus Cubi / L. C. aequalis  
est triplo, Logarithmus Potentia quar-  
ta (P4) est aequalis quadruplo, Logi-  
arithmus Potentia quinta / L. P. aequa-  
lis est quintuplo Logarithmo Radicis  
etc. Nam.

1: Q = L. 829.

2: Q = 2 x L. 8359.

Ergo 2 x L. R + L. R = L. C. 8358

h.e. 3 x L. R = L. C.

Similiter in reliquis

$$\begin{array}{r} L. 16 = 4 = LR \\ \underline{16} \quad \underline{3} \quad \underline{3} \\ 96 \quad 12 = 3 LR \\ \underline{16} \\ 256 \\ \underline{16} \\ 1536 \end{array}$$

§361. Corollarium 3.

Atq. inde in genere sequitur, si Loga-  
rithmum Potentia cujusvis aequa-  
lem facto ex Exponente Potentia  
illius in Logarithmum Radicis h. e. si

LP = Ex LR  
9 = 3 x 3  
demonstr.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{27} \\ 189 \\ \underline{54} \\ 729 \\ \underline{27} \\ 5103 \end{array}$$

erit LP = Ex LR. Quare cum

Potentia = 19683 = Ex LR  
12 = 3 x 4

et 4 x LP = Ex LR. erit

LP = Ex R  
12 = 6 x 2

1: E = LR: LP §311.

§362. Corollarium 4.

Inde quidem Logarithmus Radicis  
prodit Logarithmum Potentia divi-  
dendo per Exponentem ejus. Nam cum



$$298 \quad LR = \frac{LP}{E}$$

Probati:

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$\begin{array}{r} 10/24/32 \\ 17/4 \\ 6/1 \\ \hline 12/4 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{aligned} L 4096 &= 12 = LD \\ \frac{8}{256} &= 8 = Ld \\ \frac{4}{4} &= LQ \end{aligned}$$

~~496~~  
~~376~~

$$\begin{aligned} 1: E &= LR; LP. §361 \\ E \times LR &= LP. §309. \\ LR &= \frac{LP}{E} §45. \end{aligned}$$

§363. Theorema 54.

Si Logarithmus Unitatis = 0 erit  
Logarithmus Quotientis equalis Differen-  
tia Logarithmorum Dividendi atque  
Divisoris. Demonstratio.

Esto Dividendus = D

Divisor = d. Ergo:  
Quotus = Q.

d : D = 1 : Q. §359 adeq.

Ld - LD = L1 - LQ. Ergo

LQ = LD + L1 - Ld. §352.

sed L1 = 0. p. H. Ergo

LQ = LD + 0 - Ld. §10

LQ = LD - Ld. Q. E. D.

§364.

Vnde patet quare ratione Multiplicatio  
tio in additionem §358. Divisio in  
Subtractionem §363. Extractio Rad-  
cis quadratica in Dissectionem §364.



Reotio Radicis ad Quadratam in Du-  
plicationem §359 ad Cubum, in Triplica-  
tionem Logarithmorum Radicis §360  
mutetur.

§365. Problema **XLVII**  
Invenire Logarithmum alienius Nu-  
meri propositi n.c. Ternarii

Resolutio.

Assumpta Progressione geometrica  
1, 10, 100, 1000,

1) Subscribe Logarithmos. §355.

2) Numeros progressionales et aequi-  
distantes auge cyphris aliquot sed  
utrinque equalibus, ut in Operatio-  
ne fractionum decimales, ultimas ab-  
sensibili errore omitti possint.

3) Quare inter progressionales plu-  
res intermedios alios §312, donec ter-  
narius tot cyphris auctus prodeat  
quot fuerant numeri 1, 10, 100, adica-

te. §312  
4) De singulis istos medios propor-  
tionales quare medios aequidistantes  
§351 Ultimus, cui respondet Ter-  
narius ille inventus erit illius Logarithmus  
§355.



§. 366. Scholion.

Neg. vero omnes Logarithmi tan-  
 difficultate adinveniuntur, invento  
 enim ternarii Logarithmo habebit  
 novenarii Logarithmum illum bis su-  
 mendo et Logarithmum numeri 27.  
 ternarii Logarithmum tertio sumendo etc. u-  
 patet ex §. 359. 360. et in genere Logarith-  
 mum potentie cuiusvis ipsius ternarii de-  
 ducendo e exponentem potentie illius cu-  
 vis in Logarithmum ternarii. §. 361  
 Porro addendo Logarithmos 360 in-  
 nies Logarithmum numeri 30. §. 358. at-  
 inde liquet notis tantum primariorum  
 se Numerorum Logarithmis factis  
 gotio reliquorum omnium inveniri §. 362.  
 §. 363. Dicesimas autem primos in se pri-  
 meros qui nullam communem men-  
 suram habent propter unitatem seu  
 sola tantum unitate dividi possunt.

Schema Operationis.

0.4771213 = L. 3. duplicando erit  
 0.9542426 = L. 6. §. 359 addendo  
 1.4313639 = L. 27. §. 358 add. L. 360  
 1.9084852 = L. 81. §. c. ff.



## §367. Definitio L VII.

Nota characteristic est primus ille  
Numerus qui puncto vel comate a reli-  
quis separatur et indicat ad quamold-  
sem Logarithmus referri debeat. Weigler pag 63.

## §368. Resolution.

Assumpta itaq; geometrica progressionem  
decadica: 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000 et arithmetica num.

naturalium: 0, 1, 2, 3, 4, 5;

erit characteristic ab 1-10 = 0

$$10 - 100 = 1$$

$$100 - 1000 = 2$$

$$1000 - 10000 = 3$$

$$10000 - 100000 = 5$$

## §369 Problema XLVIII

Invenire Logarithmos pro Num-  
eris maioribus, quam quidem in ta-  
bula continentur, minoribus tamen

10,000000. Resolutio.

1) Refeca a dextra sinistram versus tot  
notas ut Numeri residui Logarithmus  
in Canone haberi possit, inventum ex-  
cerpe.

2) Characteristicam tot Unitatibus auge  
quot a dextra refecto sunt §. 368.



Logarithmum inventum subtra  
a proxime majore in Tabulis obvia  
jus tamen characteristica et ipsa ta  
Unitatibus augenda est, quot subtra  
da Logarithmo accesserunt.

Adhuc:

Ut se habet differentia Numerorum  
quorum Logarithmi inventi sunt  
ad notas residuas numeri dati, ita  
differentia Tabularis Logarithmorum  
ipsis respondentium ad differentiam  
Logarithmicam invenendam.

Hanc differentiam inventam ad  
Logarithmo minori percollemus et 2. annu

Qui prodit Logarithmus est quæsitus

Schema Operationis

Ut inveniendus Logarithmus numeri  
9205049 resecantur Ergo tres notæ: 049,

Quare.

$$\begin{aligned} L. 9205 &= 3.9640238. \text{ Ergo } L. 9205000 = 6.9640238. 8358 \\ L. 9206 &= 3.9640710. \text{ Ergo } L. 9206000 = 6.9640710 \end{aligned}$$

Ergo p. 4.

$$1000: 49 = 472:$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 4248 \\ 1888 \\ \hline 23128 \end{array}$$

Ani 9205049.

$$6.964061 = \text{Logarithmus}$$



Est inveniendus Logarithmus Nri  
17535 refecatur ergo una nota p. 5.

Quare

$$L. 1753 = 3.2437819. \text{ Ergo } L. 17530 = 4.2437819. 3358.$$

$$L. 1754 = 3.2440296. \text{ Ergo } L. 17540 = 4.244.0296. 35.$$

ergo p. 4

10

2477.

$$\begin{array}{r} 10 : 5 = 2477 \\ 2 : 1 = 2477 \\ \hline 1238. \end{array}$$

1238.

§370. Scholion.

$$\text{Log. Nri } 1735 = 4.2439057$$

Atque hoc artificio Logarithmos pro duode-  
cis maioribus quam in sanone habentur  
ad inveniendi, magni sanoneum Logarith-  
micorum exuctores illi usantur Henr. Dig-  
gius et Hadr. Placcus, hic tam in Trigono-  
metria artificiali p. 5. Gouda 1633 fol. quam  
in Tabulis Sinuum Tangentium atq. secan-  
tium p. 5. Hagae 1655. 8. Denedamen  
Illustr. Wolfius. Arith. Lat. §350 morem  
differentialis Logarithmicas non esse  
proportionales differentis ipsorum  
Numerorum. Cum vero in mini-  
mis sorupolgi adeo non firmus et methodus



prescripta ita quidem praescripta  
faciat, ut in majoribus etiam Tabulis  
exactiones Logarithmi inventis per  
§ 369 non reperiantur, merito im-  
lato quiescimus.

§ 371. Problema XLIX

Invenire Logarithmum Fractionis  
cuius Denominator maior est Num-  
ratore.

Resolutio.

1) Logarithmum Numeratoris subtra-  
he a Logarithmo Denominatoris.

2) Residuo praefige signum — §. 34

Demonstratio D. L.

$$F = \frac{P}{N} \quad §. 196$$

$$\text{Ergo } L F = L \frac{P}{N} \quad \text{sed}$$

$$L \frac{P}{N} = L P - L N \quad §. 363$$

verum  $N > P$

ergo  $L N > L P$

Ergo differentia  $L P - L N$  negativa  
est §. 105

Schema Operationis.



Si inveniendus Log. fractionis  $\frac{3}{7}$  Ergo

$$\begin{array}{r} L. 3 = 0.4771213 \\ L. 7 = 0.8450980 \\ \hline L. \frac{3}{7} = -0.3679767 \end{array}$$

Si inveniendus Log. fractionis  $\frac{2}{5}$  Ergo

$$\begin{array}{r} L. 2 = 0.3010300 \\ L. 5 = 0.6989700 \\ \hline L. \frac{2}{5} = -0.3979400 \end{array}$$

§ 372. Scholion.

Logarithmos Fractionum negativos esse debere facile concipitur ex eo, quod Logarithmus Unitatis = 0, hinc Logarithmi Numerorum Unitate minorum h. e. Fractionum etiam cyphra minorum erunt h. e. negativus §. 105

§ 373. Corollarium I.

Contra vero in Fractione spuria Logarithmus positivus est ad eam de nominatore ex Numeratore autem vendus. v. c.

Si inveniendus Log. fractionis  $\frac{25}{5}$  Ergo

$$\begin{array}{r} L. 25 = 1.3979400 \\ L. 5 = 0.6989700 \\ \hline L. \frac{25}{5} = 0.6989700 = L. 5 \text{ similiter in aliis} \end{array}$$



§374. Corollarium 2.  
 Cumq. integer cum adhaerente fractio-  
 ne ad propriam fractionem reduci  
 possit. §201. 198 illius Logarithmus  
 invenietur p. §373, v.e. sit inveniendo  
 Logarithmus integer cum adhaerente  
 fracto  $\frac{3}{5}$  h.e.  $7\frac{3}{5}$  Quia.

$7\frac{3}{5} = \frac{38}{5}$  p. §201 Inventa facilius  
 est Logarithmus  $\frac{38}{5}$  p. §373

§375 Problema I.

Invenire Numerum Logarithmo  
 respondentem, qui accuratus in Tabu-  
 lis non habetur.

Resolutio  
 Casus 1. Si Numerus cui convenit Lo-  
 garithmus inter 1000 et 10000  
 cadat h.e. si Characteristica ful-  
 rit 3.

1) Logarithmus proxime minor et ta-  
 bulis exceptus a proxime majore  
 eacerto auferatur.

2) Logarithmus idem proxime  
 minor auferatur a Logarithmo  
 dato.

3) Inferatur ut Differentia prior



N. 1. inventa ad posteriorem h. e. N. 2.  
inventum ita particula decimales,  
aut centesima aut millesima adpar-  
ticulas homogeneas decimales  
aut centesimasque invenientes.

¶ Particulas istas N. 3 inventas  
adde Numero, qui Logarithmo proxi-  
me minore in Tabulis respondet, in-  
ventusque est Numerus prope verus  
Logarithmo dato respondens.

Casus II. Si Numerus cui convenit  
Logarithmus inter 12000 cadat  
h. e. si Characteristica 0. vel 1. vel 2.  
ducta igitur Characteristica 0, vel  
fiat 3. Logarithmus inter 1000 et 10000  
queritur. Numerus enim respondens  
Logarithmo dato erit quesitus, tot  
fractiones decimales adiectas nume-  
rans, quot unitates acceperunt caracte-  
ristica.

Quod si vero fractiones h. m. inven-  
to nondum Problematis satisfecerint per  
Casum I. minores adhuc repedientur.  
¶ Schema Operationis ad Cas. I.  
Quoritur Numerus, cui respondeat Logarith-  
mus 3. 7580982.



308.

$\text{Log. pr. min} = 3,7589675$  cui repr. 57  
 $\text{Log pr mai.} = 3,75900632$   


---

 $757$  Différent.

Log datus = 3,7889982  
107 = 28  
 Ergo per Membr III,

$$757:107=100:$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 17.07.00 \div 14 \\ \underline{754} \\ 3130 \\ \underline{3028} \end{array}$$

102 quæ negliguntur.

Engineer Memb. 11

Numerus Logarithmodato resp.  $= 5^{\circ} 74 \frac{14}{100} +$

Idem vero accuratior prae dicitur, infere

$$175^\circ 7' 10'' = 100000'$$

$$\begin{array}{r}
 10700000 + 14134 \\
 757 \dots \\
 \hline
 3130 \dots \\
 3028 \dots \\
 \hline
 1020 \dots \\
 757 \dots \\
 \hline
 2630 \dots \\
 2271 \dots \\
 \hline
 3590 \\
 3028 \\
 \hline
 562 \text{ yd } 2 \text{ neg}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3840 \\ 3028 \\ \hline 562 \text{ quod negl.} \end{array}$$
 Numerus itaqz ad log. dat. add. eff. 741  $\frac{14432}{100000}$



# § 376. Problema. II

309

Invenire Numerum convenientem  
Logarithmo maiori, quam qui in  
Tabulis continetur.

Resolutio.

1) A Logarithmo dato subtrahere Loga-  
rithmum 10, 100, 1000, ut relinqua-  
tur Logarithmus ultimo Tabularum  
minor.

2) Quare huic invento Numerum  
respondentem § 375.

3) Duo illum vel in 10, vel 100, ut fractio-  
nis Denominator evanescat § 153.

Factum erit Numerus queritus.

Schema facienti

Datur Logarithmus 4,3010082.  
queritur Numerus huic Logarith-  
mo respondens.

Quare a Logarithmo dato 4,3010082 aufer  
Logarithmum 0.000000  
Ergo per Tabl. 33010082

Porro per Tabl. II. Log. pr. min = 3300812 & cui resp. 1999

Log. pr. mai = 3301.03.0.0  
et Log inventus = 3301.0.08.2  
2172 = Diff 1ma  
1984 = Diff 2da



Ergo 2172:1954-10

1954 of 9 fere sed ex ceptu  
19548hinc Numerus cui respondet L. 3, 301008  
convenit 1999  $\frac{9}{10}$  et reduc ad eandem nom.  
§ 20

$$1999 \frac{9}{10} = \frac{19990}{10} + \frac{9}{10} \text{ et pell. 3.}$$

$$10 \times \frac{19999}{10} = 19999 = \text{et respondenti L. 301008}$$

Ut supra § 269 quod autem hic ex ceptu  
peccetur inde fit, quia supra § 1. defectu  
peccavimus hoc in ipso speciali casu  
 $\frac{8}{10}$  negligentes

### § 311. Problema III

Invenire Numerum dato Logarithmo  
defectivo respondentem.

Resolutio.

1) Dato Logarithmo defectivo ad edo-  
garithmum Tabularum, vetimus.  
Numerum 000 h. e. illum ab hoc augm.

2) Logarithmo residuo quare est  
convenientem § 315. Hic erit Nume-  
rato Fractionis cuius Denominator  
est 10000

Demonsratio

$$1: \frac{L. 3}{L. 3} = \frac{D. 1}{D. 1} \text{ Ergo}$$

$$L. 1 - L. \frac{3}{3} = L. 3 - L. \frac{3}{3} \text{ atq. inde}$$

$$\frac{L. 3}{3} + L. 3 = L. 3 + 351.358.$$

L. 3. D.



Schema saluti

Datur Logarithmus  $-0,3679767$  quon-  
tur Fractio respondens hinc  $4,0000000$

Porro per Mbr. II.  $L.p.m = 2,6319508$  cui resp.  $4288$   
 $L.p.m = 3,632,0522$

Log inu  $= 3,632,0233$  — Diff. I.

$728 =$  Diff. II.

$1014:728 = 100:$

$72800$   $71$   $1006$  negliguntur  
 $1820$   $1014$

Invenit itaq Logarithmo  $3,6320233$

Numerus  $4288$   $71$  qui Numeratoris  
vix est hinc Logarithmus

$-0,3679767$  respondet Numero  
 $= 4288 + \frac{71}{100} = \frac{428800 + 71}{100}$   
 $\frac{10000}{10000}$   $\frac{10000}{10000}$

$= 428871$   $8220$   
 $1000000$

Inventam autem Fractionem appro-  
ximantem equivalere Fractioni  $\frac{3}{7}$   
cujus Logarithmum defectivum  
 $8371$  eruiimus  $-0,3679767$  patet ex

$8221$  h. m.  $\frac{3}{7} = \frac{3000000}{10000000}$

$3000000 =$   $N$   
 $428771 + =$   $N$  indeq  
 $428871 + = \frac{3}{7}$

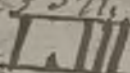
Ita invenienda Fractio, cui respondit Logarithmus

$-0,3679767$   
 $4,0000000$   
 $3,6320233$   
Ergo p. h. l.  $4000$



Proo per Mbr. 2. 3, 6020 600 respondet 10000  
 mero 4000 Numeratoris vires subeunt § 378  
 Quare cum denominator = 10000 p. d. Ergo  
 Fractio, cui convenit  $L = 0,2979400 = \frac{29794}{10000}$

Uti supra § 371.

§ 378 Problema 

Datis tribus Numeris Logarithmorum  
 morumque quartum proportionalem  
 rem invenire.

Resolutio et Demonstratio

Logarithmum Numeri 2i adde Loga-  
 ritmo tertii

De aggregato aufer Logarithmum primum

Differentia est Logarithmus quarti  
 Numeri invenendi proportionalis ut

liquet ex § 314. 358. 363. R. E. L. et d.

Sint dati Numeri 5, 20, 30 queritur 120

Hinc  $L. 5 = 0,6989700$

$L. 20 = 1,3010300$

$L. 30 = 1,4771213$

$L. 20 + 30 = 2,7781513$

$L. 20 + 30 - L. 5 = 2,0791813$  cui resp. 120

Inde quidem  $5:20 = 30:120$

Si duo fuerint Numeri dati iube-  
 aturq. inveniri tertius, a duplo medi  
 Logarithmi auferatur primus, reliqua  
 sunt et paulo ante LVIII

§ 379 Definitio

Fractioes exagessionales sunt quarum de-  
 nominatorum progrediantur in ratione



Sexagecupla v.c.  $\frac{60}{13600}, \frac{21600}{21600}, \frac{9}{12960000}$   
 8380 Hypothesis 24.

Sum ista Fractiones in ratione sexage-  
 cupla progrediantur pmissis Denominato-  
 ribus, integro s. Unitari ad apicem o sexa-  
 gen. primis, comma unum secundi duo,  
 tertiis, tria apponendo. Dicitur autem  
 sexagesimas primas, Minuta prima,  
 secundas minuta secunda, tertias  
 tertia minuta, saepius etiam brevius illi-  
 minuta et subintelligendo prima atq. se-  
 cunda tertia quarta quinta sexta, et subin-  
 telligendo minuta.

8381 Problema **LIV**  
 Fractiones sexagesimales addere atq.  
 a se invicem subtrahere.

Resolutio et Demonstratio.  
 Omnia sunt eodem modo, quod numeri  
 homogenei adduntur 866. 75. atq. a se in-  
 vicem subtrahuntur 571. 75.

Sint addendo sexagenis:  

$$\begin{array}{r} 3^{\text{h}} 55^{\text{m}} 37^{\text{s}} 12^{\text{ss}} 17^{\text{tss}} \\ - 12^{\text{h}} 29^{\text{m}} 18^{\text{s}} \\ \hline 7^{\text{h}} 33^{\text{m}} 19^{\text{s}} \\ - 18^{\text{h}} 58^{\text{m}} 33^{\text{s}} \\ \hline \end{array}$$

Sint subducendo:  

$$\begin{array}{r} 5^{\text{h}} 12^{\text{m}} 59^{\text{s}} 13^{\text{ss}} 9^{\text{tss}} \\ - 3^{\text{h}} 46^{\text{m}} 18^{\text{s}} 9^{\text{ss}} 54^{\text{tss}} 12^{\text{tss}} \\ \hline \end{array}$$

Ergo Residuum  $1^{\text{h}} 13^{\text{m}} 54^{\text{s}} 49^{\text{ss}} 18^{\text{tss}} 44^{\text{tss}} 9^{\text{tss}}$



§ 382. Problema **LIV**

Fractiones sexagesimales per se invicem multiplicare.

Resolutio et Demonstratio  
 Multiplicatio sexagenarum peragitur ut Decimalium § 302. Hoc uno observatu, ut ex specie minore toties abiciatur sexagenarius maior homogeneo addendus quoties fieri potest, quod divisio prodat.

Schema Multiplicationis.

$$\begin{array}{r}
 2^{\circ} \quad 1^{\circ} \quad 33^{\prime\prime} \quad 12^{\prime\prime} \\
 2^{\prime\prime} \quad - \quad 5^{\circ} \quad 14^{\prime\prime} \\
 \hline
 10^{\circ} \quad 2^{\circ} \quad 46^{\prime\prime} \quad - \\
 \hline
 10^{\circ} \quad 30^{\prime\prime} \quad 53^{\prime\prime} \quad 44^{\prime\prime} \quad 48^{\prime\prime}
 \end{array}$$

§ 383 Scholion. Non infirmam ergo laudem memuerunt, qui sexagenarum harum facta reducunt in sexagenarum considerunt.

§ 384. Problema **LVI**

Fractiones sexagesimales per sexagesimas dividere.

Resolutio et Demonstratio  
 Peragitur et hic Divisio in sexagesimalibus, inquit in Decimalibus, praeterquam quod



Quotus ducendus fuerit in Divi forem.  
 Quod si vero species prima dividendi  
 non sit specie Divisoris prima, illa  
 reducenda est ad proximam minorem se-  
 quentis, addenda, ut h. m. Divisioni  
 locus fiat.

Schema Divisionis

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 10354482} \\ 10 \end{array}$$

$$10 \overline{) 28}$$

$$2 \overline{) 53}$$

$$173 \overline{) 44}$$

$$173 \overline{) 42}$$

$$1 \overline{) 2}$$

$$62 \overline{) 48}$$

$$62 \overline{) 48}$$

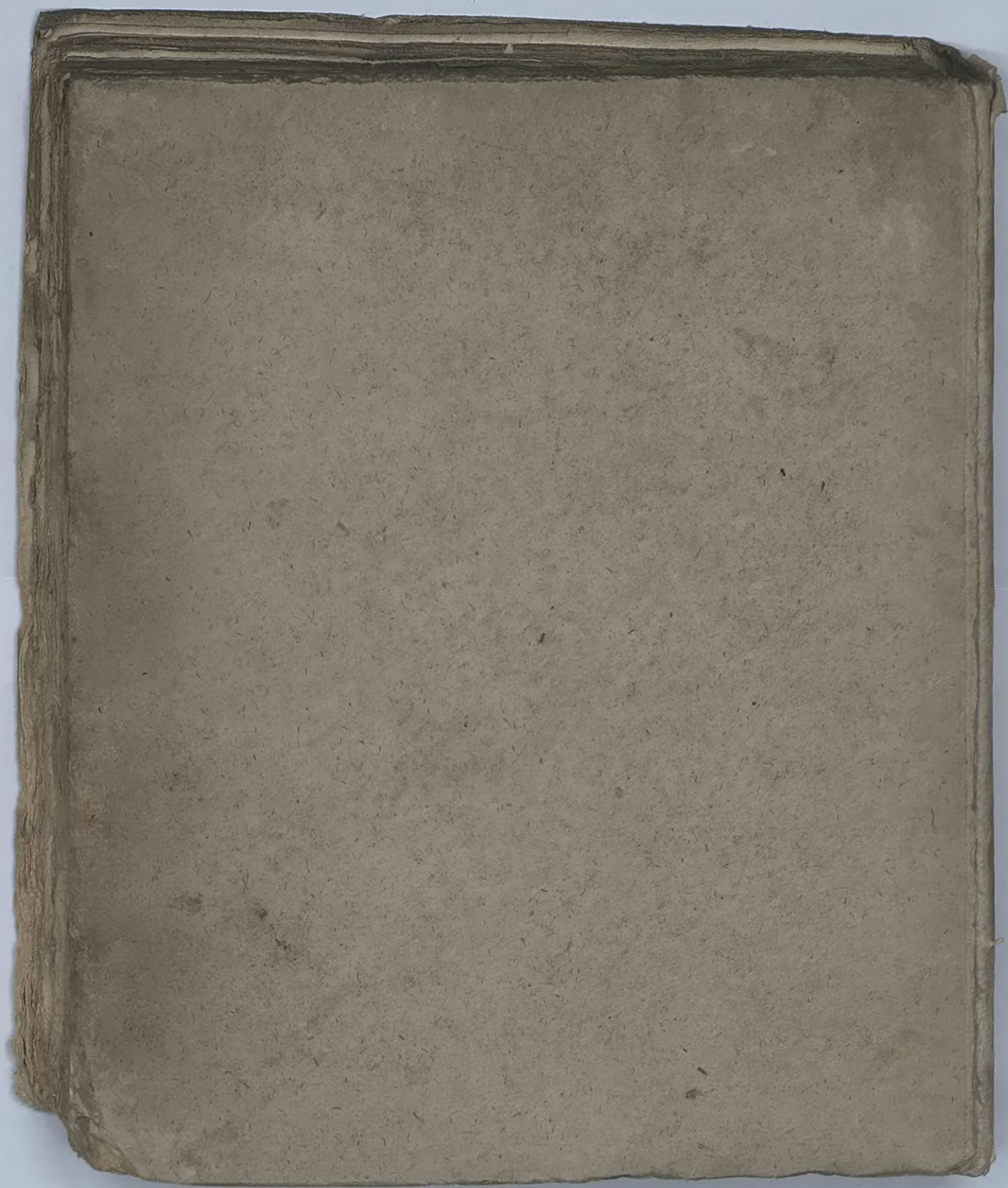
$$x \quad x$$

resolvendo minuta in secunda et  
 adduciendo 44 tertia

resolvendo secunda in tertia et  
 adduciendo 48.

Finis Arithmetices.









[ksiaznica@kc-cieszyn.pl](mailto:ksiaznica@kc-cieszyn.pl)