COMMENTARII EVTOCII ASCALONITAE IN PRIMVM ARCHIMEDIS DE *Sphæra & cylindro.*

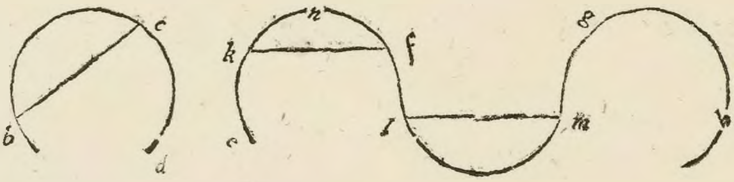
QVVM in Archimedis libro quem de ſphæra & cylindro cõfecit, eorum qui nos præceſſerunt neminem adhuc comperiſſem quippiam dignũ cõpoſuiſſe, idq́ ab eis prætermiſſum intelligerem non propter theorematum, quæ illic habentur, facilitatem, quæ uti noſtis doctrina indigent exquiſitiſſima, & inſtructiſſima in primis excogitatione, aggreſſus ſum pro uirib. ea quæ in illis obſcura & perſpectu difficilia continentur declarare. adductus ad hoc magis, quod neminem fortè in hanc comprehenſionem deſcenſurum cernerem, quod rerum iſtarũ difficultate deterritus ſim. Simul etiam Socraticum illud mecum reputans, Deo coadiutore nos commodè admodum & ad perfectionem ſtudij noſtri peruenturos:

DECLARATIO TERMINORVM.

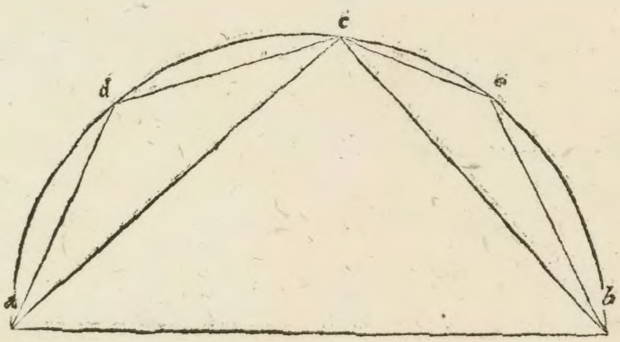
PRAENVMERANS ea quæ ab ipſo exponenda ſunt theoremata, ut conſuetum eſt omnibus Geometris in expoſitione, ſeruans quoq; appellationes quibus ipſe per licentiā uſus eſt: primò terminationes ſuppoſitionum, & ipſas quoq; ſuppoſitiones in initio ſcribendi uult declarare. & ait primū, Quaſdam eſſe in plano curuas lineas, quę lineis rectis earum terminos iungentibus, uel omnis in eandem partem uergūt, uel aliquid in alteram habent. Hoc autem quod dictum eſt, planum erit, ſi intellexerimus quas appellat in plano curuas lineas. Quare aduertendum eſt, curuas ab eo lineas appellari non ſimpliciter circulares, aut conicas, aut eas quæ continuitatem habent non fractam: uerum eas omnis ſimpliciter, quæ in plano cum ſint, nō in directum producantur, curuas uocat. Vnam autem lineam in plano quocunq; modo connexam, quāuis ſiue ex rectis pluribus connectatur, ſiue ex curuis, ſiue ex rectis & curuis, unam tamen eam ex ea connexione poſtulat appellari.

Hic deeſt una charta in exemplari græco.

ipſi a b c d. Verum quoniam uti ſuprà dictū eſt, curuas lineas uocat non quæ circumferentiam habent ſolas, uerumetiam eas quæ ex rectis componuntur: ex his erat collectio earum quæ in eadem cauæ habentur. Continget enim in quadam linea, quæ in eadem caua ſit, duo utcunq; puncta notari, ita ut linea recta quæ illa puncta iunxerit, in neutram prioris lineæ partem cadat, ſed ipſi coaptetur. Propterea dixit, lineam in eandē cauam eſſe uocari, in qua lineæ rectæ, per duo quæq; eius puncta ductę, aut omnis in eaſdem partes cadant rectæ lineæ, aut earum quędam in eaſdem partes quædam ſuper eam, & nulla in alterā partem. Eaſdem uero licet interpretari, & in ſuperficiebus.

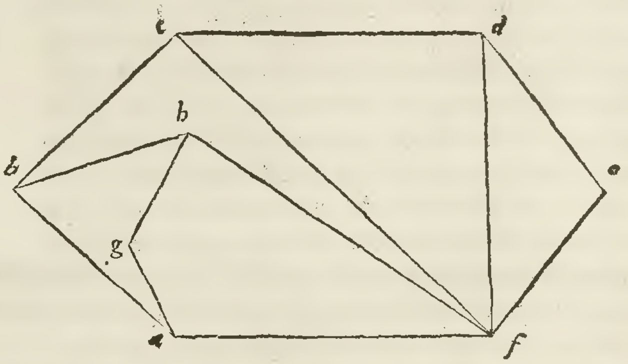


Deinde ex ordine nominat fruſtum ſolidum, & rhombum ſolidū, aperte declarans ſignificationem nominum. Poſt hęc petitiones quaſdam ſumit, quę ſunt ei opportunæ ad demonſtrationes ſequētes, quæ quidem ex ipſo ſenſu confeſſæ habentur: nihilominus tamen demonſtrari ex communibus conceptionibus, & ex his quæ demōſtrata ſunt in Elementis, poſſunt. Eſt autem petitionum prima huiuſmodi: Linearum omnium, quæ eiſdem terminis continentur, rectam eſſe breuiſſimam. Eſto enim in plano linea recta terminata hæc a b: & altera itē linea quædam a c b, eiſdē contenta terminis a b, poſtulat ſibi concedi ipſam a b minorē eſſe ipſa a c b. Dico igitur, quod hoc cū uerum exiſtat, petitū eſt. notetur itaq; in ipſa a c b, utcunq; punctum c: & iūgantur a c, c b, conſtat ergo, ipſas a c, c b eſſe ipſa a b maiores. Item ſumantur in ipſis

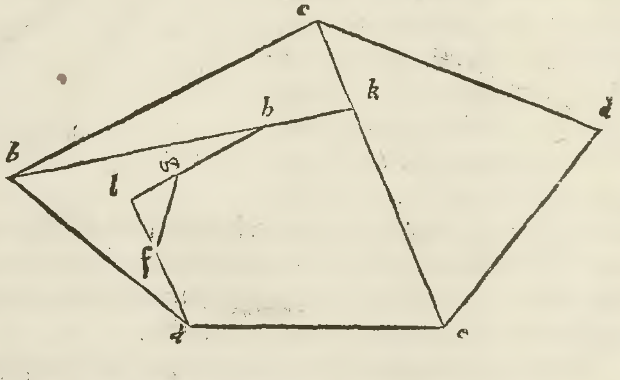


fis a c,c b lineis alia utcunque puncta d e,& iungantur a d,d c,c e,e b.similiter iam hic cõstat duas a d,d c esse maiores a c.& duas c e, e b maiores c b. Quare hæ a d, d c,c e,e b multo maiores erunt ipsa a b. Similiter autem & si alia puncta intermedia sumpta notauerimus,& iunxerimus rectas ad puncta nunc sumpta, inueniemus ipsas item maiores a b.et hoc assidue faciendo, quæ magis accesserint ad lineam a b recteque maiores inuenientur. quare constat ex his,eam a c b esse ipsa à b maiorem, cum possimus in tota ipsa punctum notare, & ipsam iungentes lineam ex rectis compositam,ut eam talem esse lineam ostendamus,quæ eadem ratione ipsa a b probetur maior.neque enim inconueniens est,in demonstrationibus eorũ quæ confessa habentur, huiusmodi assumere conceptiones.

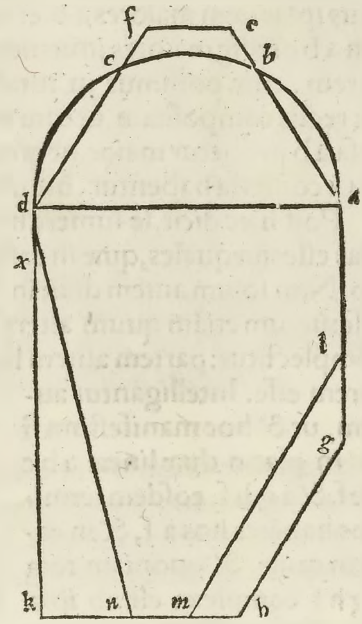
Post hæc dicit,se sumere hoc:earum quæ eosdem terminos habeãt linearum, illas esse inæquales,quæ in easdem cauas extiterint eo quo suprà dictum fuit modo. Non solum autem dixit in hoc inæquales esse,hoc quod est in easdem cauas esse: uerum etiam quum altera alteram, aut totam complectitur, aut eius partem complectitur: partem autem habet communem & complectentem complexa maiorem esse. Intelligantur autem, ut & hoc manifestum fiat, in plano duæ lineæ a b c d e f,& a g h f, eosdem terminos habẽtes hos a,f, & in eadem cauæ. & quoniam tota a g h f complexa est ab ipsa a b c d e f eosdem terminos habẽte hos a,f. dico istas inæquales esse,& quæ comprehendit comprænhensa maior est. Iungantur itaque b h, e f, d f. Quoniam igitur si intelligatur iuncta h a, ad unum laterum ipsius a b h, intus constitutæ sunt hæ a g,g h, his a b, b h,cõmuni posita h f. Hæ igitur a g,g h,h f, minores sunt his a b,b h,h f. Verum b h,h f,minores sunt his b c,e f.nam sunt intus rursus super unam b f cõstitutæ. multo magis ergo a b,b c,c f maiores sunt his a g,g h, h f. Verum hæc d, d f,maiores sunt hac e f.& hæ d e, e f, sunt ipsa d f maiores.multo magis ergo hæ a b c d e f, sunt his a g h f maiores.



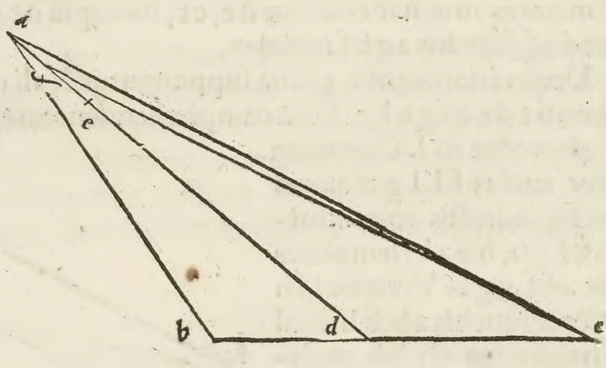
Declarationis enim gratia supponantur & aliæ lineæ similiter prædictis, uelut hæ a b c d e a f g h k e. Dico comprehendentem esse maiorẽ. Intelligantur enim a f,g h erectæ in l. Quoniam igitur rursus f l,l g maiores sunt f g, adiectis communibus a f,g h, hæ a l,l h maiores sunt a f,f g,g h. Verum a l,l h maiores sunt his a b,b h. multo magis ergo a b,b h maiores sunt his a f, f g,g h. adiecta communi h k,erunt a b, b k maiores his a f g h k. Verũ b h,h k minores sunt b c, c k. Multo magis ergo maiores a b c k, his a f g h k, adiecta communi k e,erunt hæ a b c k e maiores his a f g h k e. Verum hę c k,k e minores sunt his c d,d e,multo magis ergo hæ a b c d e, maiores sunt a f g h k e.



Et si circumferentiæ sint uel comprendentes uel comprensæ, aut utrumque, idem licet inspicere. nam si puncta cōtinuata in eisdem notentur, & in eadem iungantur, recte: sumentur lineæ ex rectis compositæ, quibus accommodabitur prædicta demonstratio, his quæ ex rectis componuntur quales illæ fuerint factis adiectis. unde & omnem lineam in continuatione punctorum existentiā habentem notato. Quod aūt conuenienter inæqualitatem linearum non solum ex hoc quòd in eadem cauæ sint, denotauit: uerum addidit etiam hoc, oportere alteram ab altera compræhendi, & ab ea quæ eosdem habeat terminos recta. nam nisi hoc fuerit, nō erit hoc utiq; uerū, omnino lineas tunc inæquales esse: uti conspicere licet in figuris infrascriptis. nam linea a b c d. & a e f d, eosdem terminos habent, & in eandem cauæ sunt: nec tamen constat, utra earū sit altera maior. nam potest esse ut æquales sint, & possint utræq; in eadem cauæ intelligi, & eosdem terminos habere. ambæ autem contraria inter se positione cōstitutæ, ut utrauis earum quæ sunt dictæ ipsi a g h k d: et ita incognitum est si inæqualitas aut æqualitas earum hoc pacto sequatur. quare opportunè adiectum est, aut totam alteram comprehendi ab altera recta oportere, quæ eosdē terminos habeat: aut partem quidem compræhendi, partem autem cum ea communem habere: sicuti in his a g h k d, & a l m n x d. in his enim quædam compræhenduntur, quædam communes sunt, uti a l m n.

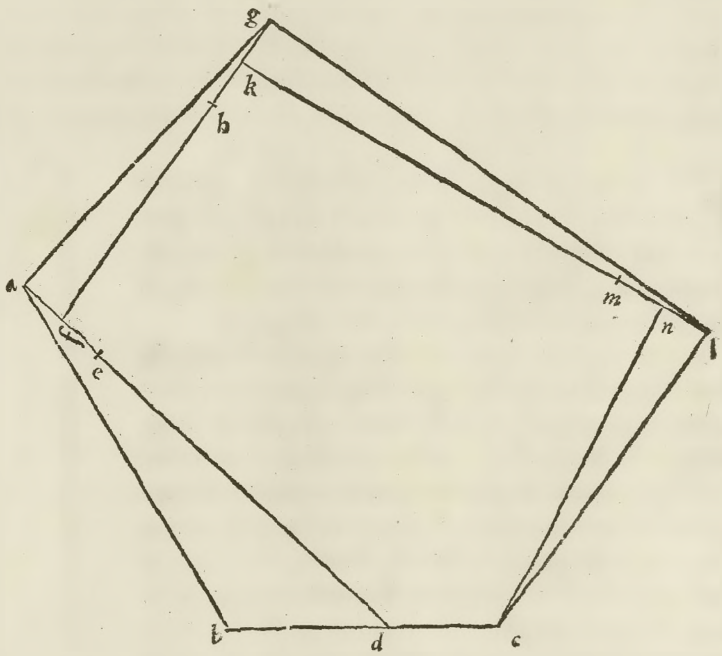


Opportunè autem admodum & illud ad inæqualitatis iudicium assumptum est, oportere lineas eosdem terminos habere. Si enim non fuerit illud, neq; altera alteram compræhendere poterit. Quomodo igitur inæquales erunt, nisi casu. nā quādoq; erunt æquales. & contingit esse comprænsam aliquando cōprændente maiorem. Vt autē hoc declaretur, intelligantur in plano duæ rectæ, a b, b c, obtusum angulum ad b continentes: & sumatur in b c punctū utcunq; d: iungantur a d, a c. Quoniam igitur a d, maior est ipsa a b, ponatur a b æqualis ipsi d e, & diuidat̄ a e in duo æqua puncto f, & iungatur f c. Quoniā igitur duæ a f, f c maiores sunt a c, & æqualis a f est ipsi f e, erit e f, f c maior ipsa a c, adiecta eorum a b, erunt hæ d f, f c maiores his b a, a c. quare linea b a c intellecta una esse, & in eadem caua, altera uero d f c comprænsa ab altera quæ eosdem terminos non habeat, non solum comprehendens non est maior cōprænsa, uerum ostenditur minor esse.



Et in lineis ex pluribus rectis compositis hoc idem licet inspicere. nam intelligantur in plano duæ rectæ hæ a b, b c: & pūctum d quodcunq; contingat, & iungatur a d, Rursus ponatur d e æqualis ipsi a b, & e a diuidatur in duo æqua puncto

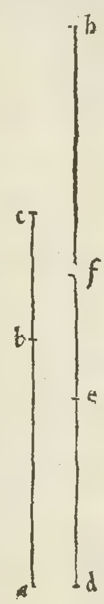
cto f, & ducatur a g ad angulos rectos ad ipsam a d, & iungatur f g. & ponatur f h æqualis ipsi a g. & item diuidatur h g in duo æqua puncto k, & ducatur g l ad angulos rectos ad ipsam f g, & iungatur k l. item k m ponatur æqualis ipsi g l, & diuidatur m l in duo æqua puncto n. & item ducatur l c ad angulos rectos, ad ipsam k l, et iũgatur n c. Ex prędemonstratis igitur cõstat, d f maiorem esse ipsa a b, & f k ipsa a g, ipsam k n ipsa g l, ipsam n c ipsa l c. quare et totã lineã d f k n c, maiorem ipsa a b g l c. Opportuné ergo adiectũ fuit, eas oportere eosdem habere terminos, in his



quæ esse debeant inæquales. Potest autem qui hæc considerarit, idem de superficiebus demonstrare omnibus, quando cum his quæ prædictæ sunt conditionib. superficies sumptæ, eosdem terminos cum planis habuerint.

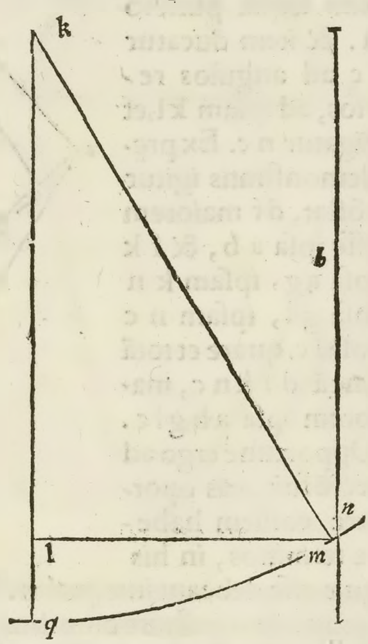
IN SECVNDVM THEOREMA.

At uero a c sibi ipsi supercompositum, excedet ipsum d, uidelicet sic: cum ipsum a b superparticulare aut superpartiens contigerit esse ipsius d. Si autẽ sit a b multiplex ipsius d, aut multiplex superparticularis, aut multiplex superpartiens, ablato ab ipso b c æquali d, reliquum c a superabit d, ita ut non amplius necesse sit sumi multiplex ipsi, uerum ut oporteat inde ponere a b æquale ipsi a c, & eandem accommodare demonstrationem. Et componenti ipsi f h ad f g minorem proportionem habet, quàm a b ad b c. nã si primum ad secũdum minorem habeat proportionem, quàm tertiũ ad quartum, componendo eadem proportio sequitur. Ostẽdetur autem sic. Sũto quatuor magnitudines a b, b c, d e, e f. & a b maiorem ad b c habeat proportionem, quàm d e ad e f. Dico igitur componẽdo, a c habere ad b c maiorem proportionem, quàm d f ad e f. Fiat enim sicut c b ad b a, ita f e, ad f h. Ecõuerso igitur, sicut a b ad b c, ita h f ad e f. maiorem aũt habet a b ad b c proportionẽ, quàm d e ad e f. igit̃ h f habet ad e f maiorem proportionem, quàm d e ad e f. quare h f maior erit ipsa d e, & totum h e maius toto d f. & propterea h e habet ad e f maiorem proportionem, quàm d f ad f e. Verũ sicut h e ad e f, ita a c ad c b, per compositionem. igitur a c ad c b maiorem habet proportionem, quàm d f ad e f. At uero a c habeat ad c b maiorem proportionẽ, quàm d f ad f e. Dico diuidendo, quod a b habebit ad b c maiorem proportionem, quàm d e ad e f. Rursus enim similiter, si faciamus sicut c b ad c a, ita f e ad e h, fiet ut h e sit maior d f. quare communi e f ablata, erit h f maius d e, quare h f habebit ad f e, quę est sicut a b ad b c,



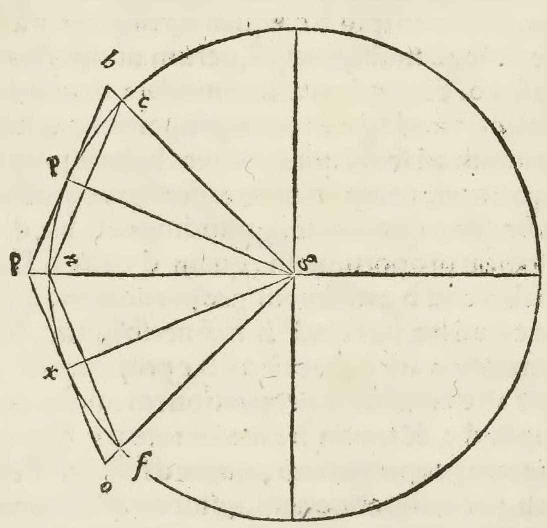
diuidendo maiorẽ proportionẽ, quàm d e ad e f. & cõponendo, & item diuidendo eadem proportio sequet̃. Ex eisdem aũt euersa proportio constat. habeat enim a c maiorem ad b c proportionem, quàm d f ad f e. Dico quod euertendo c a habebit ad a b proportionem minorem, quàm f d ad d e. Quoniã enim a c habet ad b c maiorem proportionem, quàm d f ad f e: & diuidenti a b habebit ad b c maiorem proportionem, quàm d e ad e f. E conuerso b c ad b a habebit minorem proportionem, quàm f e ad e d: & cõponenti, c a ad a b minorem habebit, quàm f d ad d e.

IN TERTIVM THEOREMA.



ET ab ipso k ducatur æqualis ipsi h, quæ sit k m. hoc fieri potest producta k l ad q, & posita h æquali ipsi k q: & cẽtro quidem k, interuallo autem k q descripto, circulo uidelicet q m n, cõstat k m æqualem esse ipsi k q. hoc est ipsi h.

Latus ergo n c figuræ multiangulæ, & æquilateræ. Angulo enim recto in sesquiquartam proportionem adducto, & sectione per parem diuisionem facta à recto, constat quod circumferentia sesquiquarta in pariter pares numero distribuetur circumferentias. Quare recta quę uni ex illis circumferentijs subtensa fuerit, fiet figuræ multiangulæ & æquilateræ & parilateræ latus unum. Nam si angulo sub x g n, æqualem fecerimus angulum sub p g d, iungentes ab ipso p in g, & producamus usq; ad g h, ęqualem ipsi angulo sub p g d, constat p h esse æqualem ipsi p o, & attingere circulum. Quoniam enim ipsa x g æqualis est ipsi g d. nam ipsa g communis est: æquales enim complectuntur. Ergo basis x p æqualis est ipsi p d. & angulus sub p x g, rectus cum sit, æquatur angulo p d g. quare contingit ipsum p d. Quoniam enim qui ad d anguli recti sunt & qui sub p g d, d g h æquales: & est communis d g, quare g h æqualis est ipsi g p, & ipsa p d ipsi h d. Item ipsa x p ipsi p d ostẽsa est esse ęqualis. quare ipsa h p existit figuræ multiãgulæ æqui lateræ & parilateræ latus, descriptæ circa circulum. Quod autẽ similis figurę inscriptę fiat, inde constat. Cum enim ipsa h g sit æqualis ipsi g p, & ipsa c g ipsi g n, æquedistans est h p ipsi c n. eadem ratione & ipsa p o, ipsi n k. Quare angulus sub c n k, æqualis est angulo sub o p h. quare circũscripta figura est inscriptæ similis.



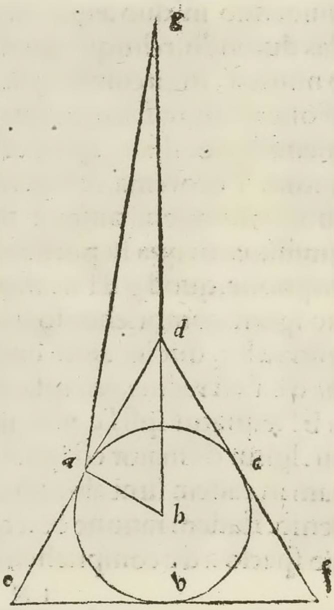
Cum enim angulus a d k c, maior sit angulo sub c g t, si angulo sub c g t constituamus æqualem angulum sub l k r, ipso k intellecto inter ipsa l m, triangulus l k r similis erit triangulo c g t. erit sicut r k ad k l, sic c g ad g t. quare m k ad k l, maiorem proportionem habet, quàm c g ad g t.

IN SEXTVM THEOREMA.

PRopter hoc minus est circumscriptum utroq; simul. Quoniam enim circumscriptum, ad inscriptum minorem habet proportionem, quàm utrumq; ad circulum, multo magis ergo circumscriptum habet ad circulum minorẽ proportionem, quàm utrumq; simul ad circulum. quare circumscriptum minus est utroque simul circulo, communi ablato, erũt reliqua circum residua spacio b minora.

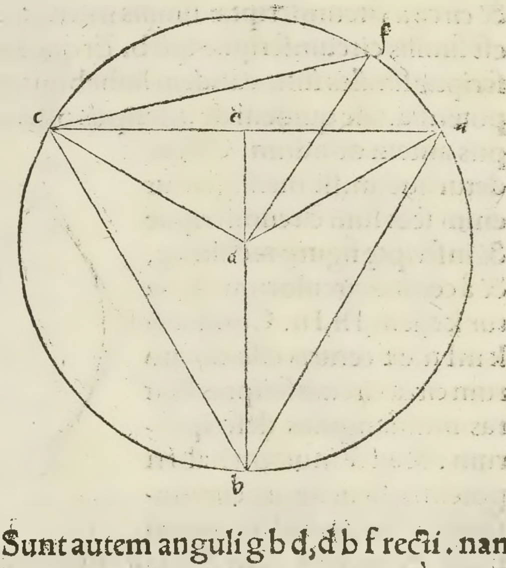
IN OCTAVVM THEOREMA.

PErpẽdiculares igitur à uertice ad a b c ductæ sunt super eas. Intelligatur enim conus seorsum, & esto uertex eius g, centrũ basis eius h, & ab h ad a iungatur h a, & a g, g h. Dico quod g a perpendicularis est ad ipsam d e. quoniam enim g h perpendicularis est ad circuli planum, & omnia secundũ eam plana. quare triangulus g h a erectus est ad basim: & stat erecta super communem sectionem planorum h a, in uno planorum ipsa d e. quare ipsa d e, super ipsam g h a planũ stat, ad angulos rectos: quare & super ipsam, g a. Similiter ostendentur illæ, quæ ad c, b, iunctæ sunt à uertice perpendiculares cũ sint super d f, e f. Sciendum aũt, quod in præmissa opportunè additum fuit hoc, oportere omnino pyramidem inscriptam habere basim æquilateram. non enim aliter à uertice ad basis latera ductæ possent esse æquales. In pręsenti non est additum, esse basim æquilateram. propterea utcunq; fuerit, idem sequetur.



IN NONVM THEOREMA.

MAiores igitur sunt trianguli a b d, b d c, triangulo a d c. Quoniam enim angulus ad d, solidus est, anguli sub a d b, b d c maiores sunt angulo sub a d c, & si à uertice ad sectionem basis in duo æqua iunxerimus d e perpendicularem super a c, erit angulus sub a d b maior angulo sub a d e. Constituatur itaq; angulo sub a d b angulus, sub a d f æqualis: & postea d f æquali ipsi d c, iungatur a f. Quoniam igitur duæ duabus æquales, & angulus angulo, & triangulus a b d triangulo a d f æqualis, qui est maior ipso a d e: quare triangulus a b d ipso a d e maior est. Similiter quoq; triãgulus a b c, ipso d e c maior. Igitur duo a d b, d b c, ipso a d b maiores sunt.

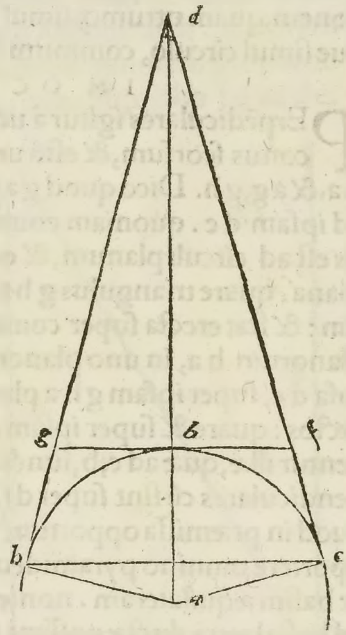


IN DECIMVM THEOREMA.

DVcatur enim g f e contingens circulum, & æquedistans ipsi a c, circumferentia a b c, in duo æqua diuisa puncto b. Quod enim sic ducta æquedistans fiat ipsi a c, ostendetur ductis à centro h, his h a, h d, h c. Quoniam enim a d est æqualis ipsi d c, & d h communis est, duæ duabus æquales, et basis a h basi h c, igitur & angulus angulo æqualis. Sunt autem anguli g b d, d b f recti. nam

à centro

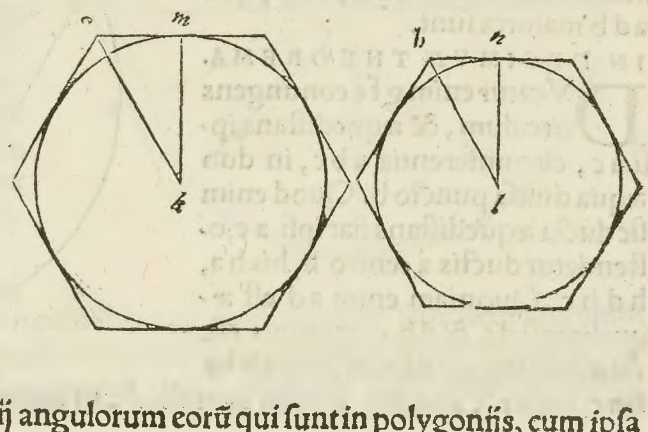
à centro ad contactum ducta est h b. quare reliquus angulus d g b, reliquo d f b æqualis est. idcirco ipsa g d, ipsi d f est æqualis: quare ipsa f g est æquedistans ipsi a c.



Circumscribentes itaque multiangula circa portionem, similiter circumferētijs circumceptis in duo æqua diuisis, ductis lineis cōtingentibus, sumemus quædam residua minora spacio h. de inscriptis quidem ostensum est in Elementis, triangulos portionibus inscriptos maiores esse dimidio portionum illarum. Idcirco possibile fuit, diuidendo in duo æqua circumferentias, & rectas ducendo, relinqui quędam residua spacio dato minora. In circumscriptis autem nondum hoc est ostensum, in Elementatione. Quoniā enim in præmissa hoc dixit, quod est ipsum collegisse per sextum Theorema, colligendum & ostēdendum quod contingens auferat triangulum maiorem dimidia ea in qua fit portione: ueluti in eadem descriptione, quod g d f triangulus maior est dimidio spacio compræhenso sub a d, d c, & circumferentia a b c. ductis enim eisdem, quoniam angulus d b f est rectus, erit ipsa d f maior ipsa b f, & ipsa b f æquatur ipsi f c. nam utraque earum applicatur. Igitur d f maior est ipsa f c, quare triangulus d b f triangulo b f c maior existit, nam in eadem sunt altitudine. multo magis igitur maior est spacio b f c compræhenso. Eadem ratione & d b g maior est b g a. quare totum d f g, maius est dimidio spacio a d c compræhenso.

IN XIII THEOREMA.

Intelligatur itaque circulo b circumscriptum, & inscriptum, & circulo a circūscriptum simile circumscripto ipsi b. quemadmodum autem circulo dato fit figura inscribenda polygonia, similis indescriptæ alteri circulo, à Pappo dictum fuit in Cōmentarijs elementorum. Circulo autem dato circumscribere figuram polygoniam, similem circumscriptæ alteri circulo, nondum habemus ab aliquo traditū: quod nunc dicendum est. Nam circulo b inscriptæ similis circulo a inscripta fuit, & circa a circumscriptæ similis inscripta fuit ipsi a, ueluti in tertio Theoremate. & est similis circumscriptæ ipsi b. Et quoniam figuræ rectilineæ circulis a, b circumscriptæ similes sunt, eandem habebunt proportionem, quam illæ quæ ex centris potentia. tale quidem de inscriptis ostensum est in Elementatione. de circumscriptis autem nondum. Ostendetur autem. sic intelligantur enim seorsum circumscriptæ & inscriptę figurę rectilineę, & à centris circulorum iūgantur k e, k m, l h, l n. Constat iā k m l n, ex centris esse circuorum circa circumscriptas figuras multiangulas descriptorum: & ad se inuicem haberi potentia, sicut figurę circumscriptæ. Et quoniam contenti sub k e m, l h n, sunt dimidij angulorum eorū qui sunt in polygonijs, cum ipsa



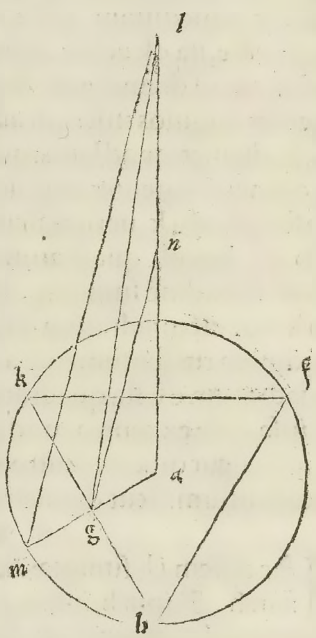
sint

sint similia, constat ipsos quoque æquales esse. At uero qui ad m, n, habentur, anguli recti sunt: quare trianguli k e m, l h n sunt æquianguli. & est sicut quadratum k e ad quadratum h l, sic circumscriptæ inter se figuræ. Ergo sicut quadratum k m, ad quadratum l n, sic figuræ circumscriptæ inter se habent. Triangulus igitur k d t, eandem proportionem habet ad rectilineam figuram circulo b circumscriptam, quam triangulus k d t, ad triangulum f r a. Quoniam enim rectilineæ figuræ circulis a, b inscriptæ se habent ad inuicem, sicuti quæ ex centro potẽtia, hoc est ipsa t a ad g potentia, hoc est t d ad r f longitudine: hoc est sicut triangulus k d t, ad ipsum f r l. Est autem ipsum k t d æquale circumscripto ad circulũ, ad circulum a. Est igitur sicut k t d, ad circa circulum b descriptum, ita triangulus k t d, ad triangulum f r l.

Igitur permutatim prisma habet ad cylindrum minorem proportionẽ, quàm multiangulum circulo b inscriptum ad circulum b: quod est inconueniens. nam si faciamus sicut superficies prismatis ad superficiem cylindri, sic inscriptum circulo b haberi ad quidpiam aliud, erit id minus circulo b, ad quod inscriptum habet maiorem proportionem, quàm ad circulum. hoc est superficies prismatis ad superficiem cylindri maiorem habet proportionem, quàm inscriptum ad circulum. & ostensum est habere minorem, quod admitti non potest.

IN XIIII THEOREMA.

IPsa c ad ipsam d maiorem proportionem habet, quàm polygonium inscriptũ circulo a ad superficiem pyramidis inscriptæ cono. nam quæ ex centro circuli ad latus coni maiorem habet proportionem, quàm quæ à centro ad unum latus polygonij ducta perpendicularis, ad perpendicularem ductam à uertice coni ad latus ipsius polygonij. Intelligatur enim seorsum descriptio in rationali, & polygonium f h k inscriptum circulo a, & à centro a ad unum latus h k polygonij ducatur perpendicularis a g. Constat iam quod superficies contenta sub perimetro polygonij, & sub a g, est dupla polygonio. Intelligatur item pũctum l uerticem esse coni, et ab ipso l ad g ducta l g est perpendicularis super h k, uti ostensum est, in limmate octaui Theorematis. Quoniam igitur inscriptum polygonium est æquilaterum, & conus est æquicruris, erunt omnis ductæ ab l ad unumquodque latus polygonij perpendiculares ipsi, æquales l g. nam unaquæque earum potest quadratum axis, & quadratum a g. Et propter hoc contentum sub perimetro polygonij, & sub l g, est duplum superficiei pyramidis. quod enim sub unoquoque latere, & sub perpendiculari ducta à uertice ad latus ipsum, quæ & æqualis ipsi l g, duplum est triangulo secundum ipsam. quare sicut a g ad g l, sic polygonium ad superficiem pyramidis, sumpta cõmuni altitudine perimetri ipsius polygonij ducta g n æquedistãte ipsi m l, fiet sicut a m ad m l, sic a g ad g n. Ipsa uero a g ad g n maiorem proportionem habet, quàm ad g l. nam l g maior est ipsa g n. igitur a m ad m l, hoc est c ad d maiorem proportionem habet, quàm a g ad g l, hoc est quàm polygonium ad pyramidis superficiem.



IN XVI THEOREMA.

ET quoniam contentum ſub b a,a g,æquatur cõtento ſub b d,d f,& contento ſub a d,& ſub utraq; ſimul d f,a g,cũ d f ſit æquediſtans ipſi a g. quoniã enim d f,eſt æquediſtãs ipſi a g, eſt ſicut b a ad a g, ſic b d ad d f,atq; idcirco cõtentũ ſub extremis b a,d f,æquatur contento ſub medijs b d,a g. Verum cõtentum ſub b a, d f,æquatur contento ſub b d,d f, & cõtento ſub a d, d f, per primum Theorema libri ſecundi Stoichioſeos. Igitur contentum ſub b d, a g,æquatur contento ſub b d,d f.& contento ſub a d,d f,adiecto communi contento ſub d a, a g, erit contentum ſub b d,& a g,cum contento ſub a d,a g:quod eſt contentum ſub b a,a g, æquale erit contento ſub b d,d f,& contento ſub a d,d f, & itẽ cõtento ſub a d,a g.

IN XXIII THEOREMA.

MVltitudo autem laterũ polygonij menſuretur quaternario. Vult latera polygonij numerari quaternario, quia circulo moto circa diametrũ a c,latera omnia ferentur ſecũdum conicas ſuperficies,cum hoc ſit ſibi uſui in ſequentibus. Nam ſi latera polygonij quaternario non menſuretur, quamuis parilaterum fuerit,non poſſunt omnia ferri ſecundum conicas ſuperficies,uti percipi poteſt in lateribus hexagoni.duo enim ex oppoſito latera eius,inuicem æquediſtãtia,contingit ferri ſecundum cylindricas ſuperficies: quod quidem ſibi non eſt uſui ad ſequentia,ut dictum eſt.

IN XXIX THEOREMA.

IPſa uero k h æqualis eſt diametro circuli a b c d.Si enim a puncto q iunxerimus ad punctum m,quo k f contingit circulum a b c d,quod ſit m.ſimiliter autem & ipſam q k:quoniam q k eſt æqualis ipſi q f,& anguli ad m ſunt recti. namq; k m, eſt æqualis ipſi m f.item ipſa f k ipſi q h eſt æqualis: igitur q m æquediſtans eſt ipſi k h.& idcirco eſt ſicut h f ad f q, ita k h ad k m.uerum h f dupla eſt ipſius q f,igitur k h dupla eſt ipſius q m,quæ eſt ex centro circuli a b c d.

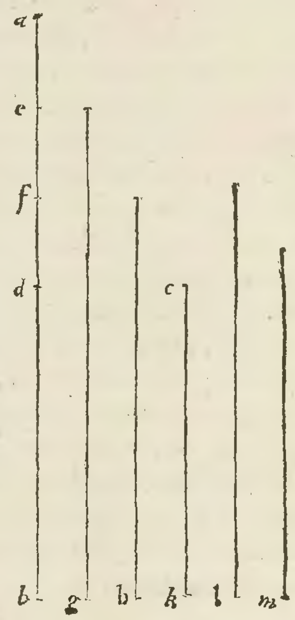
IN XXX THEOREMA.

HAbet autem diameter circuli m,ad diametrum circuli ipſius n proportionẽ, quam habet e l ad a k.nam ſi iungãtur hæ g l,c k,angulis ad k l factis rectis, & ipſa a k æquediſtans ipſi l e: triangulus enim g l e eſt æquiangulus. idcirco eſt ſicut g l ad l e,ita c k ad k a.uerum ſicut g l ad l e, ſic omnis iungentes angulos circumſcriptæ ad diametrum circuli circumſcripti. Sicut autem c k ad k a,ſic omnis iungentes angulos inſcripti ad diametrũ circuli a b c d. Sicut autem diametros ad latus,ſic diametros ad latus:quoniam & ſicut m e ad e l,ſic m a ad a k. & per æquã, ſicut omnes iungentes angulos circumſcripti ad e l, ita omnes iungentes angulos inſcripti ad a k.uerum ſicut omnes ad latus e l, ſic contentum ſub omnibus, & ſub e l: hoc eſt quadratum eius quæ ex centro m, ad quadratum e l,ipſa e l æqualem altitudinẽ ſumente. ſicut aũt omnes ad a k, ſic contentũ ſub omnibus,& ſub a k,hoc eſt quadratum eius quæ ex centro n ad quadratum a k, communem altitudinem rurſus ſumente a k.Eſt igitur ſicut quadratum eius quæ ex centro m ad quadratum e l: ita quadratum eius quæ ex centro n,ad quadratum a k. Igitur ſicut ipſa quæ ex centro m ad ipſam e l,ita quæ ex centro n,ad ipſam a k. Et permutatim,ſicut quæ ex centro m, ad eam quæ ex centro n,ita e l ad a k. Et duplæ antecedentium:ſicut diametros ipſius m ad diametrum ipſius n,ſic e l ad a k.

IN XXXII THEOREMA.

HAe autem i h ſumptæ,ſic ut æqualiter ſe ſuperent ipſa k ipſam i,& ipſa i ipſam h, & ipſa h ipſam g, propoſitum eſt duabus rectis datis duas medias proportionales inuenire in Arithmetica analogia:quod idem eſt, ut ſeſe æqualiter ſuperent. Hoc autem fiet hoc modo. Sint duæ rectæ datæ a b,c k inæquales,et ablata ab ipſa a b æquali ipſi c k,quæ ſit b d,reſidua d a diuidatur in tria ęqua punctis e,f.& ponatur g æqualis ipſi e b,& h æqualis ipſi b f. Erunt itaq; g h perficientes

tes, id quod propositum est. Dico quod a b, habet ad c k maiorem proportionem quàm triplam eius quam habet a b ad g. Fiat enim sicut a b ad g, sic g ad aliam quandam l. Et quoniam qua sui parte a b superat ipsam g: ipsa g superat eadem sui parte ipsam l. pars uero ipsius a b maior est parte illa ipsius g. Igitur a b maiori excedit ipsam g, quàm ipsa g ipsam l. Tanto autem ipsa a b superat ipsam g, quanto g ipsam h. Igitur ipsa g maiori excedit ipsam h, quàm ipsam l. quare l maior est ipsa h. Si rursus fecerimus sicut g ad l, sic l ad m, multo maior erit ipsa c k. Et quoniam sunt quatuor rectæ a b, g, l, m continuę proportionales, habebit a b ad m proportionem, a b ad g triplicatam. quare a b habet ad c k maiorem proportionem, quàm a b ad g triplicatam.



IN XXXV THEOREMA.

VErum contentum sub e h, & sub e f, c d, k a ostensum est æquale esse contento sub e l, k h. In uigesimo enim secũdo Theoremate ostensum est, quod e f, c d, k a ad h k eãdem proportionem habent, quam l e ad e h. quare contentum sub extremis est æquale contento sub medijs. cõtentum autem sub e l, k h minus est quadrato h a. Cum enim contentum sub l h, h k, sit æquale quadrato h a, uti constat, coniuncta a l: propterea quod triangulus h a k factus est similis triangulo h a l. Est enim sicut l h ad h a, sic a h ad h k, & ideo contentum sub extremis æquale quadrato mediæ.

IN XXXVII THEOREMA.

HAbebit iam idem centrum cum circulo a b. Si enim a d e iũgantur rectæ ad h e l, æquales erunt, propterea quod ductæ a d ad contactus rectæ sunt perpendiculares ad aptatas, & diuiduntur adaptatæ in duo æqua ad contactum. aut quando fiat maior enim est superficies superficie: quoniam enim m f secundum superficiem conicam fertur, secundum coluri coni superficiem feretur, quæ est æqualis circulo, cuius quæ ex centro sit media proportionalis inter f m, & dimidiã utriusque simul f g, & m n. Similiter & superficiei coluri coni factæ ab m a, æqualis est circulus, cuius quæ ex centro sit media proportionalis inter rectam m a, & dimidiam utriusq; simul a b & m n. Et ipsa quidem f m maior ipsa m a, & ipsa f g ipsa a b maior, igitur media, quare & superficies superficie. Superficies igitur contenta sub f m, m g, maior est superficie contenta sub m a, n b.

IN XXXVIII THEOREMA.

SVperficies igitur figuræ k f l maior est circulo, & cætera quæ sequũtur, obscure uidetur collegisse quod dictum est. Dicatur autem apertè hoc modo. Quoniam circulus n est æqualis superficiei figuræ. quæ autem ex centro ipsius n, potest contentum sub m h, f g: contentum autem sub m h, f g maius est cõtento sub c d, d x. nam m h ostensa est æqualis ipsi c d, & ipsa f g maior d x. Igitur circulus n maior est circulo cuius quæ ex centro potest contentum sub c d, d x. contentum autem sub c d, d x, æquatur quadrato d a. Igitur circulus n, hoc est superficies circumscripti, maior est circulo cuius quæ ex centro æqualis est ipsi d a.

IN XXXIX THEOREMA.

VErum spacia prædicta sunt ad inuicem, sicut quadratum lateris e k, ad quadratum lateris a l. Si enim iungatur d l k, cum e k sit ęquedistans ipsi a l, erit sicut e d ad d a, ita e k ad a l. Sicut autem e d ad d a, sic e f ad a c. igitur sicut e k ad a l, ita e f ad a c, & dimidia ipsius e f ad dimidiam ipsius a c. Similiter & in omnib. iungentibus angulos polygonorum ostendetur, quod eandem inter se habeant proportionem, quam e k ad a l. Igitur sicut unum ad unum, sic omnia ad omnia. quare sicut e k ad a l, sic omnis iungentes angulos polygoni circumscripti, cum dimidia base portionis maioris, ad omnes iungentes, cum dimidia base minoris portionis. quare sicut quadratum e k, ad quadratum a l, sic contentum sub e k, & omnibus, ad contentum sub a l, & omnibus. Figuræ enim rectilineæ similes sunt dupla laterum similium proportione, & proportionis e k ad a l dupla est quadrati e k ad quadratum a l proportio. Cōiungentium autem angulos maioris, ad cōiungentes angulos minoris dupla est ea quæ contenti sub e k, & omnibus, ad cōtentum sub a l, & omnibus. Similia enim & ipsa, cum habeant latera proportionalia. Et est sicut e k, ad eam quæ ex centro minoris sphæræ, sic a l ad ductam à centro ad a l perpendicularem. Si enim à centro ad contactum iungatur, recta erit ducta perpendicularis ad utrasque e k, a l. & est sicut e d ad d a, hoc est e k ad a l; sic quæ ex centro ad contactum ducta, hoc est quæ ex centro minoris sphæræ, ad eam quæ ex centro ad a l ducta est perpendicularis.

Ostensum est autem, sicut e k ad a l, sic quæ ex centro circuli m, ad eam quę ex centro circuli n. Quoniam ostensum est, sicut polygonium ad polygonium, sic circulus m ad circulum n: hoc est quadratum eius quæ ex centro m, ad quadratū eius quæ ex centro n.

IN XL THEOREMA.

VTraq; enim proportio dupla est eius quam habet latus circumscripti polygoni ad latus inscripti. Ostensum est enim in hoc, quod est sicut quæ ex centro circuli æqualis superficiei circumscripti, ad eam quæ ex centro circuli æqualis superficiei inscripti: sic latus circumscripti polygoni, ad latus inscripti. Circuli autem inter se sunt in dupla proportione suarum semidiametrorum. Superficies igitur ad superficiem, duplam habet proportionem eam, quā habet latus ad latus.

IN XLII. THEOREMA.

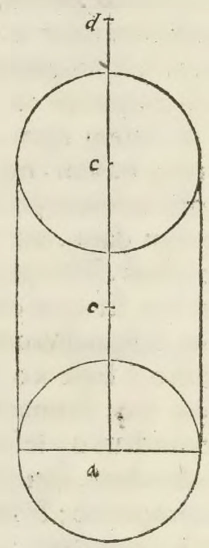
SOlidum igitur circumscriptum, ad inscriptū, minorem habet proportionē, quàm solidum frustum ad conum h. Si enim circumscriptum solidum ad inscriptum minorem habet, quàm triplicatam proportionē, eam quam habet b ad f, & ipsa d habet ad e minorem, quam eam triplicatam. circumscriptum igitur habet ad inscriptum minorem proportionem, quàm d ad e, & d habet ad e minorem proportionem, quàm frustum ad conum. Circumscriptum ergo ad inscriptum, minorem habet quàm frustum ad conum.

EVTOCII ASCALONITAE COMMENTARIVM, in primum traditionis Archimedis de Sphæra & cylindro, ascriptum Milesio mechanico Isidoro præceptori nostro, finit.

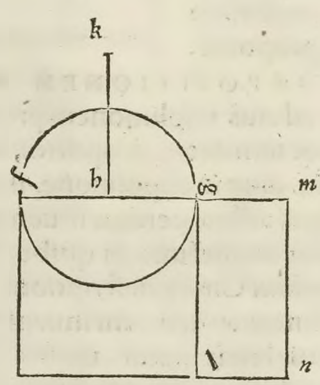
EVTO-

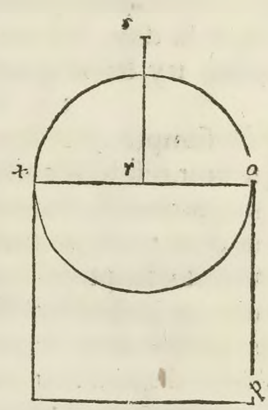
EVTOCII ASCALONITAE COMMENTARIVM IN SECVNDVM *de Sphæra & cylindro.*

QVVM ea quæ in primo libro continentur Theoremata, ſatis ſint à nobis explicata: conſequens inde accedit, ut eodem modo his quę in ſecundo libro theoremata habentur explicandis, ſtudium adhibeamus. Dicit in primo Theoremate: Sumatur dato cono, uel cylindro, ſeſquialter cylindrus. Hoc autem dupliciter fieri poteſt, aut ſeruata in ambobus baſe eadem, aut altitudine. Et ut apertius fiat quod dictū eſt, intelligatur conus, aut cylindrus, cuius baſis ſit circulus a, altitudo autē a c, & ſit inuenire eius ſeſquialterum cylindrum.



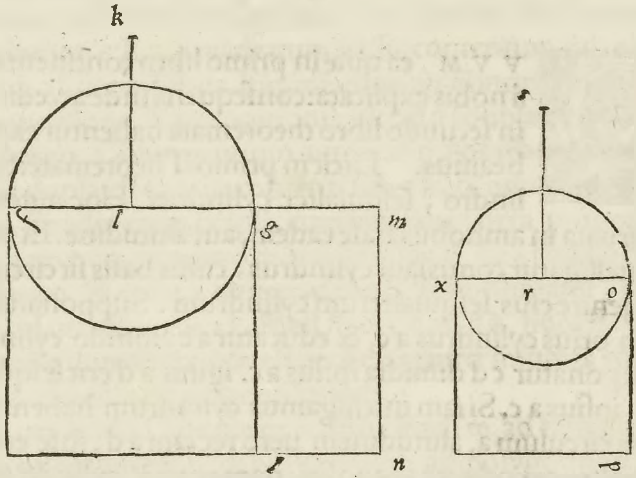
Supponatur autem prius cylindrus a c, & educatur à c altitudo cylindri, & ponatur c d dimidia ipſius a c. igitur a d erit ſeſquialtera ipſius a c. Si iam intelligamus cylindrum habentē baſem circulum a, altitudinem uero rectam a d, ipſe erit ſeſquialter cylindri a c propoſiti. nam coni & cylindri in eadem baſe conſtituti, habent ſe ad inuicem, ſicut eorum altitudines. Si autem conus ſit a c, diuiſa a c in duo æqua puncto e: ſi rurſus intelligatur cylindrus, qui baſem habeat circulum a, altitudinem autem a e, erit ſeſquialter coni a c. Cylindrus enim qui baſim habeat circulum a, & altitudinem a c rectam, triplus eſt coni a c, & duplus cylindri a e. quare conſtat cylindrum a e ſeſquialterum eſſe coni a c: cuius eadē baſe ſaluata, & in propoſito & in ſumpto efficietur problema. Licet autē idem fieri, & ſi baſim contigerit diuerſam eſſe, axe manente eodem. Eſto enim rurſus conus, aut cylindrus, cuius baſis circulus f g, altitudo h k recta, cuius opus eſt inuenire cylindrū ſeſquialterū, qui habeat altitudinē æqualem ipſi h k. Deſcribatur quadratū f l ab f g diametro circuli, & producta f g ponatur g m dimidia ipſius, & cōpleatur parallelogrāmū f n. Erit igitur f n ſeſquialterum ipſi f l, & ipſa f m ipſi f g. Cōſtituatur enim parallelogrāmo f n, æquale quadratum x p: & circa diametrum, unum laterum eius x o deſcribatur circulus. Eſt itaq; x o ſeſquialter ipſi f g. nam circuli ſic ſe habēt, ſicut quadrata ſuarum diametrorū.

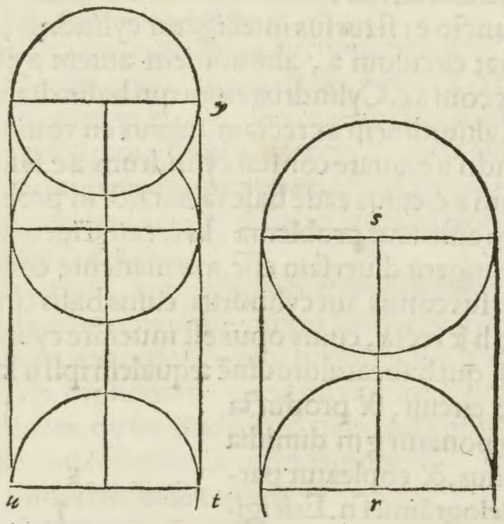




Item ſi intelligatur cylindrus, qui baſim habeat circulum x o, & altitudinem æqualem ipſi h k, erit ſeſquialter cylindri habentis baſim circulum f g, altitudinem uero h k. Si autem ſit conus, idem facientes, & conſtituentes quadratum x p, æquale tertiæ parti perallelogrāmi, & deſcribētes circa unū latus eius x o circulum, intelle-

intellexerimus ex ipſo cylindrum habentem altitudinem h k: habebimus eum ſeſquialterum coni propoſiti. Quoniam enim parallelogrāmum f n eſt triplum quadrati x p, & ſeſquialterum ipſi f l, erit f l duplum ipſi x p. quare & circulus circulo duplus, & cylindrus cylindro. Verū cylindrus habens baſem circulum f g, altitudinem uero h k, triplus eſt cono circa eādem baſim & altitudinē cōſtituto. Quare cylindrus baſim habens circulum x o, altitudinem uero æqualem h k, ſeſquialter eſt propoſito cono. Si autem oporteat neꝗ baſem, neque altitudinem eſſe eandem, rurſus hoc dupliciter fiet. aut enim baſim habebit æqualem datæ, aut axem cylindrus propoſitus. Eſto prius baſis data circulus x o. Et opus eſto cylindrum inuenire ſeſquialterum dato cono, aut cylindro à baſe x o, id eſt qui baſim habeat x o. Sumatur ut prædictum eſt, cylindrus u y ſeſquialter cono, aut cylindro dato, eandem baſim habens cum propoſito: & fiat ſicut quadratū x o ad quadratum t u, ſic altitudo u y ad ipſam r s. Erit igitur cylindrus ab x o baſe habēs altitudinem r s, ęqualis u y. nā baſes ſe habent mutuò ut altitudines, & factū erit imperatū. Si autem baſis non ſit data, ſed axis, eadē ratione prolato u y, fiet id quod proponit.



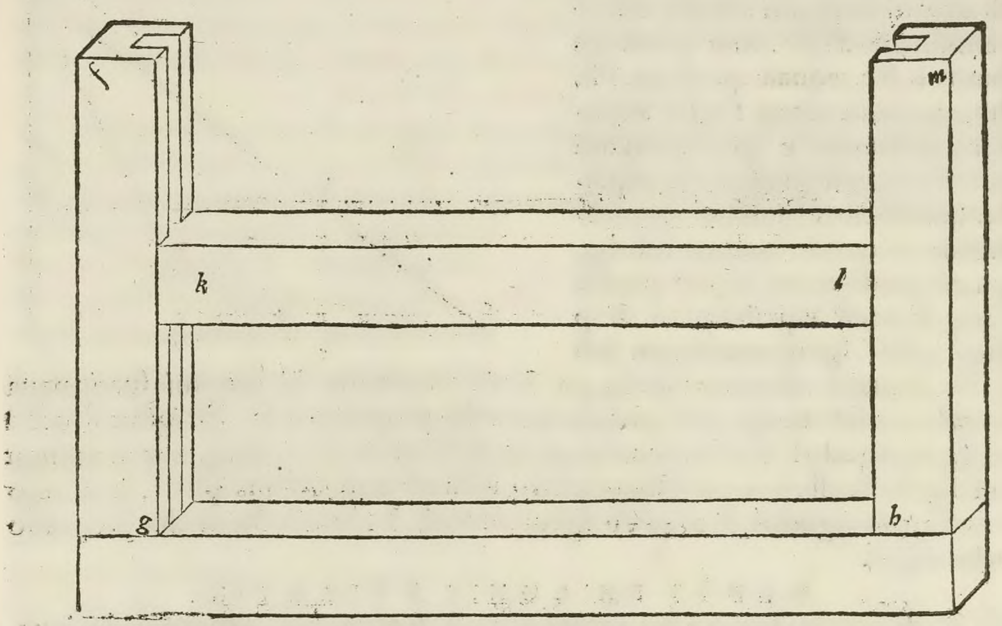


IN COMPOSITIONEM PRIMI.

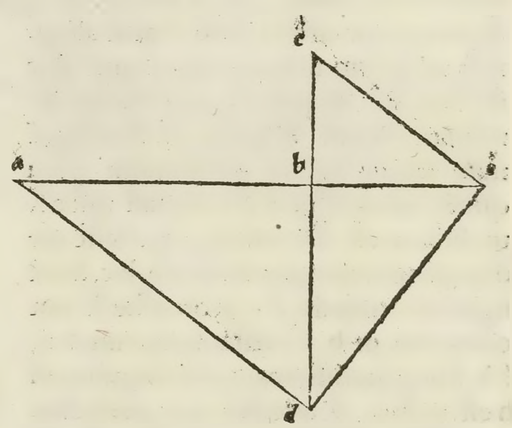
HOc ſumpto, quoniam ad eius reſolutionem proueniūt ea quæ in problemate ſunt, reſolutiōe ad hoc terminata, ut oporteat duab. rectis datis duas eis medias proportionales inuenire. dixit in cōpoſitione, inueniātur. Harum aūt inuentionem ab eo traditam nuſquā adhuc penitus inuenimus. multorum autem clarorum uirorum ſcripta in manus inciderunt, in quibus hoc problema tractatum inuenimus, ex quib. ſolam Eudoxi Cnidiꝫ deſcriptionē repudiauimus. Nam in proœmiꝫs quidem dixit ſe per lineas curuas eam inueniſſe. uerum in demonſtratione, præter id quod non curuis lineis utatur, uerum & diſiunctam proportionalitatem conſtituens, ea uti continua utitur, quod ſanè abſurdum eſt. Sed quid dico de Eudoxo, uerumetiam de quibuſdā qui mediocriter in Geometria uerſati ſunt. Vt autem eorum quæ ad nos peruenerunt hominum ſententiæ planè haberi poſſint, eorum uniuſcuiuſꝗ inueniendi modum iſtic deinceps deſcribemus.

MODVS PLATONIS.

DVabus rectis datis, duas rectas medias illis proportionales in continua proportionalitate inuenire. Sint duæ rectæ datæ a b, b c inuicem perpendiculares-res, quibus opus sit duas medias proportionales inuenire. Producantur in directū ad d, e: & paretur angulus rectus sub f g h : & in uno eius crure, puta f g, moueatur regula k l, in quodam constituto in f g, ita ut permaneat æquedistans



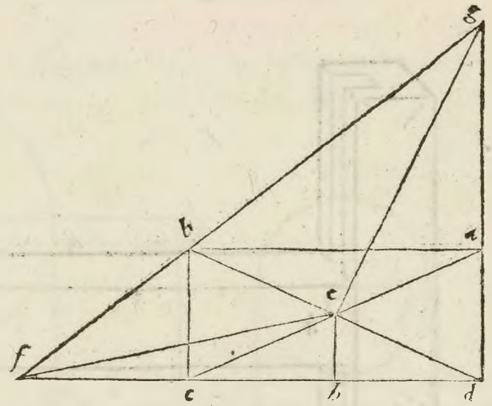
ipsi g h. Fiet autem hoc, si intelligamus alteram regulam confixam ipsi h g, æquedistantem ipsi f g, puta in Superioribus enim ipsarum f g, h m, superficiebus firmatis assialibus, & coaptatis ipsi k l, ad dictos erit tunc motus ipsius k, semper æquedistās ipsi g h. His ita paratis, applicetur unum crus anguli quodcunq;, puta g h, cōtingēs c: & regula attingat a, ita uti in descriptione habetur. fiat angulus rectus, portionem habens, puta c d e, & regula k l positionem habeat, puta e a. nam his ita confectis, propositum effectum est. Cum enim anguli ad d e, sint recti, erit sicut c b ad b d, ita b d ad b e, & e b ad b a.



MODVS HERONIS IN MECHANICIS INTRO- *ductionibus, & in telis fabricandis.*

Sint duæ rectæ datæ a b, b c: quibus opus sit duas medias proportionales cōstituere. disponantur ita, ut ambiant angulum rectum ad b, & compleatur b d parallelogrammū, & iungantur a c, b d. constat eas æquales esse, & se mutuò per æqualia secare puncto e. nam circulus circa alteram earum descriptus, per terminos alterius transibit, cum perallelogrammū sit orthogoniū. producantur hæ d c, d a usque ad f g, & intelligatur regula, puta f b g, mota circa quendam clauum fixum in b: & moueatur, donec abscidantur æquales ab e ductæ: hoc est e g, e f. & intel-

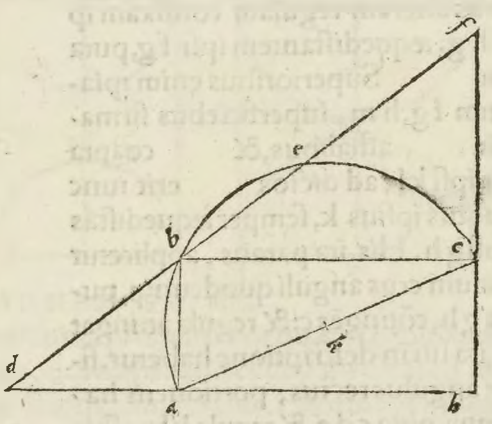
intelligatur sectio positionem habere, puta f b g, factis e f, e g æqualibus, ut dictũ est. Ducatur ab e perpendicularis ad c d, puta e h, constat eam secare ipsam c d in duo æqua. quoniam itaq; c d, in duo æqua secatur puncto h, & additur ei c f, fit ut contentum sub d f, c f, cum quadrato c h, æquetur quadrato h f, quadrato e h communi adiecto erit cõtentum sub d f, f c: cum quadratis harũ c h, h e, æquale quadratis f h, h e. quadratis autem f h, h e æquatur quadratum f e. Igitur contentũ sub d f, f c, cum quadrato c e, æquatur quadrato e f. Similiter autem ostendetur, quod cõtentum sub d g, g a, cũ quadrato a e, æquať quadrato e g, & a e est æqualis ipsi e c, & ipsa g e ipsi e f. Igitur contentum sub



d f, f c, æquatur contento sub d g, g a. Si aũt contentum sub extremis fuerit æquale contento sub medijs, erũt quatuor lineæ illæ proportionales. Est igitur sicut f d ad d g, ita a g ad c f. Verum sicut f d ad d g, sic f c ad c b, & b a ad a g. nam in triangulo f d g ducta est c b, æquedistans ipsi d g, item a b æquedistans ipsi d f. Sicut ergo b a ad a g, ita a g ad c f, & c f ad c b. Igitur inter a b, b c sunt factæ mediæ proportionales a g, c f.

MODVS PHILONIS BYSANTII.

Sint duæ rectæ datæ a b, b c, quibus opus sit duas medias proportionales inuenire. Disponantur ita ut ambiant angulum rectum ad b, & iuncta a c describatur super eam semicirculus a b e c: & ducatur a d secundum angulos rectos ad ipsam b a, & item c f ad ipsam b c. & applicetur regula mobilis ad b, secans a d, c f, & moueatur circa b, donec quæ ab ipso b ad ipsum d sit æqualis ei quæ ab e in f: hoc est, ei quæ est inter circumferentiam circuli, & ipsam c f. Intelligať itaq; regula habere positionem, puta quam habet d b, e f, d b æquali ipsi e f, ut dictum est. Dico itaq;, a d, c f esse medias proportionales inter a b, b c. Intelligantur enim d a, f c protractæ & concurrentes in h. Constat itaq;, cum b a, f h sint ęquedistãtes, quod angulus ad h est rectus, & circulus a e c perfectus transibit per h. Quoniam igitur d b est æqualis ipsi e f, igitur contentum sub

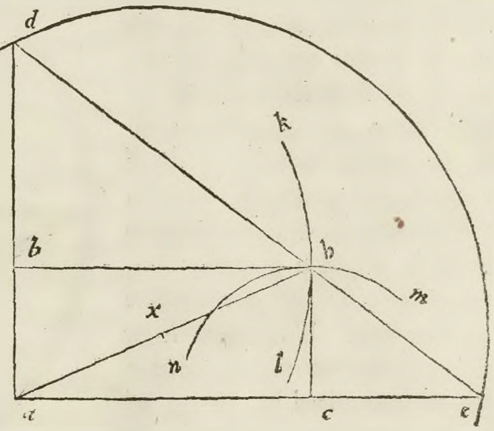


e d, d b est æquale contento sub b f, f e. Verum contentum sub e d, d b æquatur contento sub h d, d a. nam utrũq; est æquale quadrato cõtingentis à puncto d ductæ. Contentum autem sub b f, f e, æquatur contento sub h f, f c. nam utrumque similiter æquatur quadrato contingentis ductæ à puncto f. quare contentum sub h d, d a, æquatur contento sub h f, f c. Idcirco sicut d h ad h f, sic c f ad d a. Verum sicut h d ad h f, sic b c ad c f, & d a ad a b. nam in triangulo d h f, ducta est b c ęquedistans ipsi d h, item b a æquedistans ipsi f h. Est igitur sicut b c ad c f, ita c f ad d a, & d a ad a b: quod erat propositum. Sciendũ est autem, quod huiusmodi apparatus est idem ferè cum illo superiori Heronis. nam parallelogramum b h, idem cũ eo quod sumptum fuit in apparatu Heronis, & latera producta h a, h c eadem, & regu-

regula mota ad b. Hoc solum differunt, quod in illo quidem mouebatur regula donec ductæ à sectione ipsius a c, per æqualia, puta ab ipso k separarentur æquales coincidentes ad h d, h f, puta k d, k f. In hac uero mouetur, donec d b sit æqualis e f. in utraq; autem figuratione idem sequitur. Quod autem nunc dictum est, facilius in usu ponitur. nam ipsę d b, e f seruabũtur æquales, diuisa d f regula per æqualia & continua. hoc autem multo facilius est, quàm circino tentare eas quæ ab ipso k ad d & f ductæ fuerint, æquales facere.

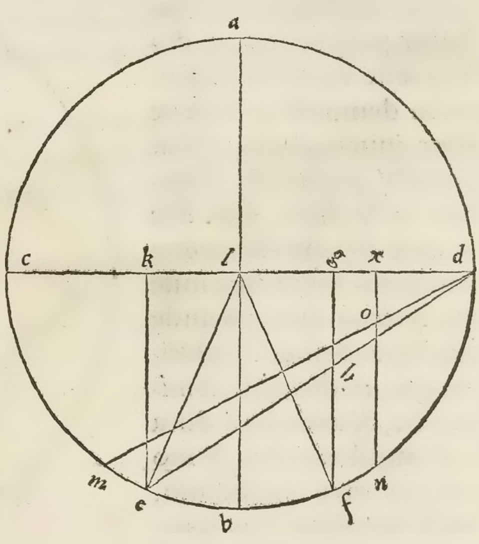
MODVS APOLLONII.

SInt duæ rectæ, quæ a b, a c: quib. opus sit duas medias proportionales inuenire, quæ ita aptentur, ut ambiãt angulum rectũ ad a. & centro b, interuallo a c describatur circumferẽtia circuli k h l. item centro c, interuallo a b, describatur circumferentia circuli m h n, quæ secet ipsam k h l in puncto h. & iungãtur h a, h b, h c. Igiť b a c h ęst parallelogrãmũ, cuius est h a diametros. diuidatur h a, in duo æqua puncto x, & centro x describatur circulus secans ipsas a b, a c, productas in punctis d e: ita ut puncta d e sint in eadem linea recta cum ipso h. quod utiq; fiet, cum regula mota circa h, & secãte ipsas a d, a e, & diducta, donec ductæ à puncto x ad puncta d e sint æquales. Hoc enim facto habebimus quæsitum. Ita utique figuratio eadem est cum illa Heronis & Philonis, & constat eandem demonstrationem adhiberi.

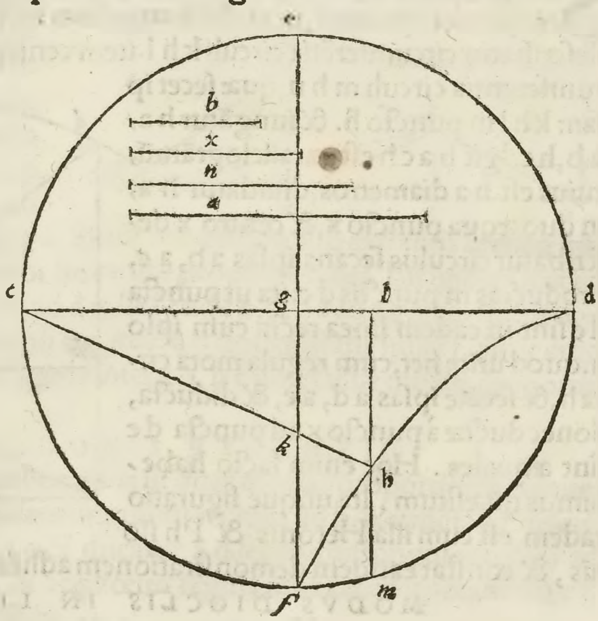


MODVS DIOCLIS IN LIBRO DE PIrijs *pulcherrimus.*

IN circulo ducantur duæ diametri ad angulos rectos a b, c d, & separentur duæ circumferentiæ æquales utrinq; ad b, hæ e b, b f. & per f ducatur æquedistãs ipsi a b, quæ sit f g, & iungatur d e. Dico quod inter c g, g h sint duæ mediæ proportionales hæ f g, g d. Ducatur enim per e linea e k, æquedistans ipsi a b. igitur e k æqualis est ipsi f g, & k c ipsi g d. Hoc autem constat, ductis à puncto l rectis ad e f. nã anguli c l e, f l d sunt ęquales. & recti ad k, g. igitur omnia omnibus, propterea quod l e æquatur ipsi l f. igitur reliqua c k est ęqualis ipsi g d. Quoniam igitur est sicut d k ad k e, sic d g ad g h. item sicut d k ad k e, ita e k ad k c. nã e k est media proportionalis harum d k, k c. Sicut ergo d k ad k e, ita e k ad k c: & sic d g ad g h. & d k est æqualis ipsi c g, & ipsa e k ipsi f g, ipsa k c ipsi g d. Igitur sicut c g ad g f, ita g f ad g d, & d g ad g h. Si item utrinq; ex b sumantur æquales circumferentiæ hæ m b, b n, & per n ducatur n x æquedistans ipsi a b, & iungatur d m, erũt rursus inter c x, x o mediæ proportionales hæ n x, x d. Pluribus itaq; hoc

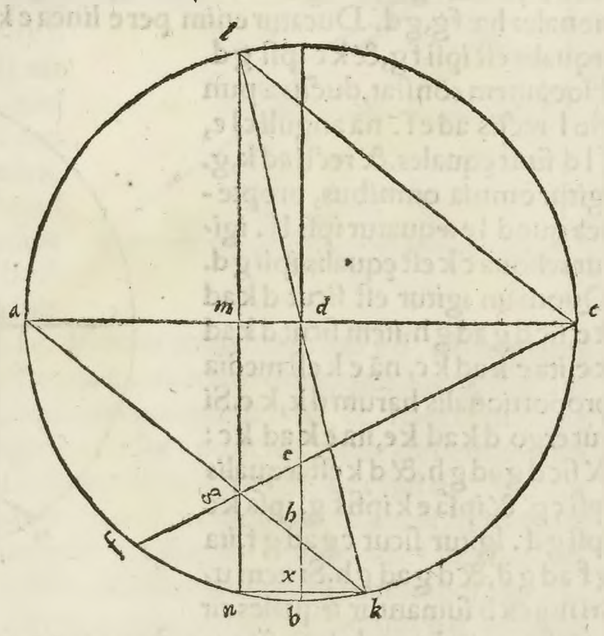


pacto æquediſtantibus continuis, productis inter b d, & circumferentijs depræhenſis ab illis uerſus b, ponendo alias æquales uerſus c, & ad puncta facta iungendo rectas lineas à puncto d, ita ut ſimiliter fiant ipſis d e, d m: diuidentur parallelæ quæ ſunt inter b d ſecundum quædam puncta, in propoſita deſcriptione, puncta o h: quibus regula applicata iungentes rectas, habebimus quandam lineam in circulo deſcriptam. in qua ſi ſumatur quodcunque punctum, & per ipſum ducatur æquediſtans ipſi l b, erunt ipſa ducta, & illa quæ abſcinditur ab illa, ex diametro uerſus d, mediæ proportionales, inter lineam ab eadem ex diametro uerſus c abſciſam, & partem eius contentam à puncto in illa ſignato ad diametrum.



Iſtis ita conſtitutis, ſint duæ rectæ a, b, quibus opus ſit duas medias proportionales inuenire: & ſit circulus, in quo duę diametri ſe ſecent ad angulos rectos c d, e f. & deſcribatur in ipſo d h f linea, per puncta continua, uti prædictum eſt, & fiat ſicut a ad b, ita c g ad g k: & iũcta c k, & producta diuidat lineam puncto h, & per h ducatur l m, æquediſtans ipſi e f. per præſcripta igitur inter c l, l h medię ſunt proportiõales hæ m l, l d. Et quoniam eſt ſicut c l ad l h, ita c g ad g k. Sicut autem c g ad g k, ita a ad b. Si autem in eadem proportione ipſarum c l, l m, l d, l h cõſtituamus inter a b, puta iſtas n, x, illæ ſumptæ erunt inter a b mediæ proportionales: quod erat inueniendum.

MODVS PAPPI IN MECHANICIS introductionibus.



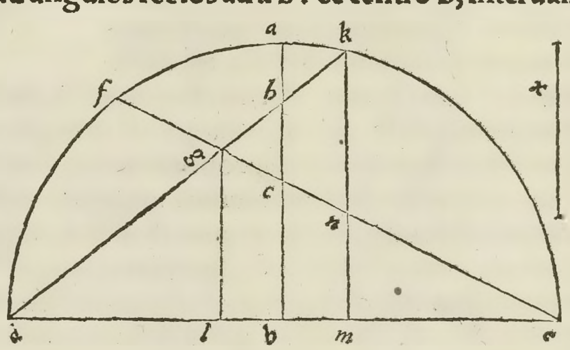
PRopoſuit Pappus inuenire cubũ, qui haberet ad cubum datum proportionem datã: & ſi quæ ad huiuſmodi proportionem demonſtrandam requiruntur, inuenerimus, cõſtat nos inueniſſe propoſitũ. Duabus enim rectis datis, ſi ex illis duabus, quæ debent eſſe mediæ proportionales, ſecundam inuenerimus, tertiam quoque deinde facile deprehendemus. Deſcribatur itaque, uti dicit ipſe, ſemicirculus a b c, & à centro d ducatur d b ad angulos rectos, & moueatur regula circa a punctum, ita ut unus terminus eius quodam clauulo circumponatur pũcto a. Eſto reliqua pars eius uti circa centrũ, circa clauulum moueatur inter b c. His conſtitutis, proponatur duos

cubos

cubos inuenire, habentes inter se datam proportionem, & fiat proportio b d ad d e, qualis est proportio data & iuncta c e. producatur ad f. adducatur iam regula inter b c, donec pars eius intercepta inter rectas f e, e b, æqualis sit rectę quæ est inter rectam b e, & circumferentiam b k c. Hoc enim tentantes, & regulam dimouentes, facile assequemur. Fiat iam, et positionē habeat, puta a k, ita ut g h, & h k ęquales sint. Dico quod cubus ab ipsa b d, ad cubum ab ipsa d h, proportionem habet propositam: hoc est eam quæ b d ad d e. Intelligatur circulus perfectus, & iuncta k d protendatur ad l, & iungatur l g, cui est æquedistans ipsa b d, quia k h est æqualis ipsi g h, & ipsa k d ipsi d l. iungatur ipsa a l, & l c. Quoniam enim angulus a l c est rectus, quia est in semirculo, & l m est perpendicularis, erit igitur sicut quadratum l m ad quadratum m a, hoc est c m ad m a, sic quadratum a m ad quadratum m g. Proportione igitur ipsius a m ad m g posita cōmuni, erit proportio cōposita ex proportione c m ad m a, & ex proportione a m ad m g: hoc est proportio c m ad m g, eadem est compositæ ex proportione quadrati a m ad quadratum m g, & ex proportione a m ad m g, quæ est eadem ei quam habet cubus ab a m ad cubum ab m g. Igitur proportio c m ad m g eadem est ei, quā habet cubus ab a m ad cubum ab m g. Verum sicut c m ad m g, sic c d ad d e. sicut autem a m ad m g, ita a d ad d h. igitur sicut b d ad d e, hoc est sicut data proportio, ita cubus ex b d ad cubum ex d h. Earum igitur quas opus erat medias proportionales inuenire, secunda fuit d h. & si fecerimus sicut b d ad d h, ita d h ad aliam quandam, erit tertia inuenta. Est autem aduertēdum, quod hæc descriptio eadem est ei quam Diocles suprà tradidit: hoc solum differens ab ea, quod ille solum lineam quādam per continua puncta describit intermedia ipsi a b, in qua sumebat g producta c e, & diuidente dictam lineam. In hoc autem datur g, per regulam a k, motam circa a. quod enim g sit idem, siue sumatur ut hic per regulam motam, siue sicut Diocles, ita discemus: producta m g ad n, iūgatur k n. Quoniam igitur k h est æqualis ipsi h g, & g n est æquedistans ipsi h b, & k x æqualis est ipsi x n, & ipsa x b communis est & ad angulos rectos. nam k n in duo æqua diuiditur, & ad angulos rectos ab ea quæ per centrum. Igitur basis æqualis basi: idcirco & circumferentia k b, ipsi b n. Igitur g est id quod est in linea Dioclis, & demonstratio eadem. Dixit enim Diocles, quod sicut c m ad m n, ita m n ad m a, & m a ad m g. Est autem m n æqualis ipsi m l. nam diametros secat eam ad angulos rectos. Est igitur sicut c m ad m l, sic l m ad m a, & m a ad m g. Igitur harū c m, m g, mediæ proportionales sunt l m, m a. Verum sicut c m ad m g, ita c d ad d e: sicut autē c m ad m l, ita a m ad m g: hoc est c d ad d h. & duarum mediarum, harum c d, d e secunda est d h, quàm Pappus efficiebat.

MODVS SPORI.

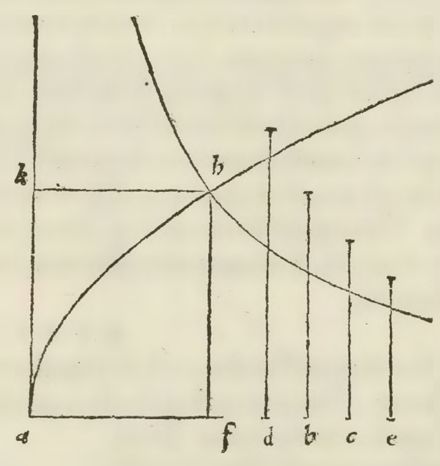
Sint duæ rectæ datæ a b, b c: quibus opus est duas medias proportionales inuenire. Ducatur ex b ipsa d b e, ad angulos rectos ad a b: & centro b, interuallo autem b a describatur semicirculus d a e: & ab e ad c iūgatur recta, & ducatur ad f: & ducatur ab ipso d recta quædam ita, ut g h sit æqualis ipsi h k. Hoc enim fieri potest, & ducantur à punctis g, k, perpendiculares ad d e, istæ g l, k m. quoniā igiť est sicut k h ad h g, ita m b ad b l, & ipsa k h est æqualis ipsi h g, igiť ipsa m b est æqualis ipsi b l: quare & reliqua m e ipsi l d. Tota ergo d m, est



æqualis ipsi l e. et propter hoc sicut m d ad d l, ita l e ad m e. Verum sicut m d ad d l, ita k m ad g l. Sicut autem l e ad m e, ita g l ad m n. Rursus quoniam sicut d m ad m k, ita k m ad m e. Igitur sicut d m ad m e, ita quadratum d b, hoc est quadratum a b ad quadratum h b. nam d b est æqualis ipsi a b. Rursus quoniam sicut m d ad d b, ita l e ad e b. item sicut m d ad d b, ita k m ad h b. Sicut autem l e ad e b, ita g l ad c b. Igit̃ sicut k m ad h b, ita g l ad c b. & permutatim, sicut k m ad g l, ita h b ad c b. Verum sicut k m ad g l, ita m d ad d l, hoc est d m ad m e: hoc est, quadratum a b ad quadratum h b. Igitur sicut quadratum a b ad quadratum h b, ita b h ad b c. Sumatur harum h b, b c media proportionalis hæc, x. Quoniam igitur sicut quadratum a b ad quadratum b h, ita h b ad b c. Verum quadratum a b ad quadratum h b, habet proportionem a b ad b h duplicatam, & h b ad b c. habet proportionē h b ad x duplicatam. Igitur sicut a b ad b h, ita b h ad x. Verum sicut a b ad x, ita x ad b c. Igitur a b ad b h, sicut b h ad ad x, & x ad b c. Cōstat autem, quod hæc quoque eadem est illi quæ à Diocle dicta fuit, & Pappo.

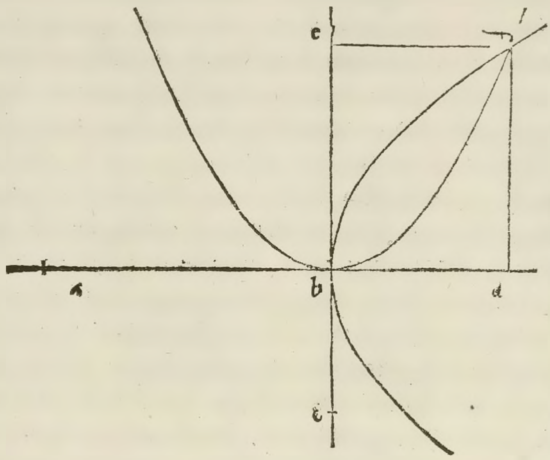
MODVS MENECHMI.

Sint duæ lineæ rectæ datæ a e, quibus iubemur duas medias proportionales inuenire. Esto hoc factum, & sint illæ b c. & ponatur recta positione hæc d g terminata ad d. & uersus d sumatur d f, æqualis ipsi c: & ducatur ad angulos rectos h f, quæ ponatur æqualis ipsi b. Quoniā igitur tres lineæ a b c rectæ sunt proportionales, contentū sub a c æquatur quadrato b. Contentū igitur d data, & c, hoc est a f, æquat̃ quadrato b, hoc est quadrato f h. quoniā rectāguli coni, in parabole. igitur punctum h, per punctum a d, secundum primam descripta ducātur æquedistantes h k, a k. & quoniam contentum sub b c est datum, cum sit æquale contento sub d e: contentum igitur sub k h, h f datum, quoniam hyperbole, igitur ipsum h in non coincidentibus cum his k a, a f. igitur h datum: quare & f datum. Componetur autem sic. Sint duæ rectæ datæ hæ d e, & positione ipsa a g terminata ad a, & describatur per a sectio rectanguli coni, cuius axis est a g, & rectū specie latus d. quæ autem ductæ sint ad ipsam a g ad angulos rectos possint spacia ipsi d, apposita latitudinē habētia abscisas ab eis uersus punctum a, describatur & esto a h, et erecta a k. & in non coincidētibus cum his k a, a f, describatur sectio obtusianguli coni: à qua ductę ęquedistātes ipsis k a, a f. facient spaciū ęquale spacio cōtēto sub d e. Scindet aūt sectionem rectanguli coni diuidat eam in puncto h, & ducātur h k, h f perpendiculares. Quoniam igitur quadratum f h æquatur contento sub d a, a f, erit sicut d ad f h, ita f a ad e. Verum sicut d ad f h, ita f h ad f a, & f a ad e. Ponatur itaq; g b æqualis ipsi f h, & c æqualis ipsi a f. erit igitur sicut d ad b, ita b ad c, & c ad e. igitur d b c e sunt continuę proportionales, quod erat inueniendū.



Aliter idem.

Sint duæ rectæ datæ ambientes angulum rectum a b, b c: & fiant earū mediæ proportionales d b, b e, ita ut quæ c b ad b d, ea sit b d ad b e, & b e ad b a: & ducantur ad angulos rectos d f, e f. Quoniam igitur est sicut c b ad d b, ita b d ad b e. Contentum igitur sub c b b e, hoc est cōtentum sub data, & b e, æquatur quadrato b d: hoc est ipsius e f. Quoniam igitur contentum sub data, & b e, æquatur quadrato e f, igitur f applicatur sectioni rectanguli coni circa axem b e constitutæ. Rursus, quoniam sicut a b ad b e, ita b e ad b d, contentum igitur sub a b, b d, hoc est sub daſub data,& b d æquat̃ quadrato e b,hoc eſt ipſius e f. Igit̃ f applicat̃ ſectioni re ctã-guli coni circa axem b d conſtitutę. Erat etiam applicatum alteri datæ,circa b f conſtitutæ. igit̃ pũctum f datũ, et perpendiculares f d,f e. igitur pũcta d e data. Cõponetur aũt ſic, ſint duæ rectæ datæ angulũ rectũ ambientes a b,b c: & educantur ab ipſo b in infinitũ, et deſcribatur circa axem b c ſectio coni rectanguli. Rurſus circa axem d b deſcribatur ſectio rectãguli coni, ita ut ductæ poſſint iuxta ipſam a b, ſectiones ductæ ſe mutuò ſecabunt. ſecent ſe in puncto f,

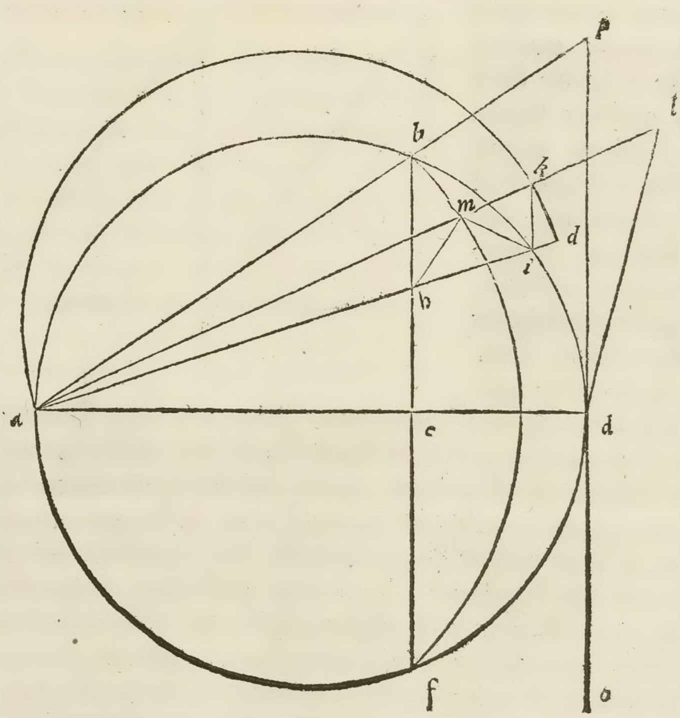


& ab ipſo f ducantur perpendiculares f d,f e. Quoniam igitur in ſectione rectanguli coni ducta eſt f e, hoc eſt d b, cõtentum ſub c b, b e erit æquale quadrato b d. Eſt igitur ſicut c b ad b d,ita b d ad b e. Rurſus quoniam f d ducta eſt in ſectione rectanguli coni,hoc eſt ipſa b e:contentum igitur ſub d b, b a,eſt æquale quadrato e b. Eſt igitur ſicut b d ad b e,ita b e ad b a. Verum ſicut d b ad b e,ita c b ad b d, eſt ſicut c b ad b d,ita b d ad b e,& e b ad b a, quod erat inueniendum.

Deſcripta eſt autem ſectio rectanguli coni cum diabeto,inuento à Mileſio mechanico Iſidoro magiſtro noſtro , cum ſit ab eo ſcriptum in Commentum camaricarum Heronis ſibi factum. Diabetum inſtrumentum eſt ſimile elemento græco λ.

INVENTIO ARCHITAE, QVEMADMODVM *Eudemus tradit.*

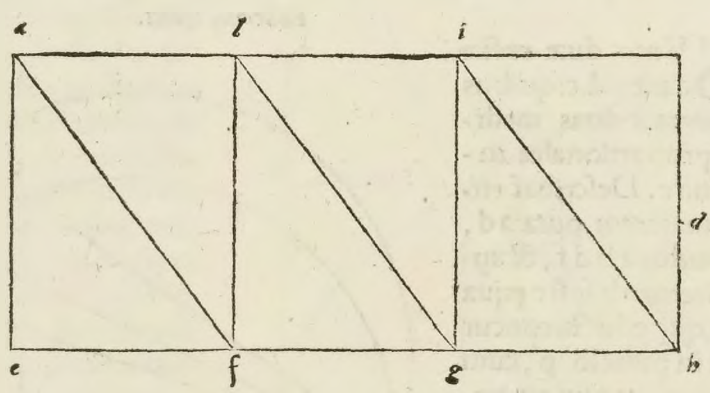
SVnto duæ rectæ datæ a d,c: quibus oporteat duas medias proportionales inuenire. Deſcribat̃ circa maiorem,puta a d, circulus a b d f, & applicetur a b ipſi c ęqualis,quę educta concurrat in puncto p, cum ea quæ contingit circulum in pũcto d. Ducatur autem b e f æquediſtans ipſi p d o, & intelligatur ſemicylindrus erectus ſuper a b d ſemicirculo,et ſuper a d ſemicirculus erectus in parallelogrãmo cylindri deſcriptus. Hic itaq; ſemicirculus circumductus,



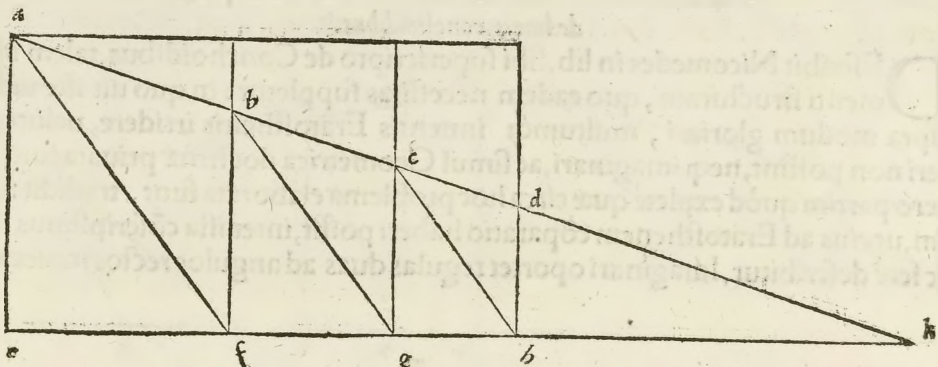
ab ipſo d in ipſum b,termino diametri quieſcente, diuidet ſuperficiem cylindri cam in circumuolutione, et in ea describet lineam quandam. Rursus si quiescente a d triangulus a p d circumferatur contrario semicirculi motu, faciet superficiẽ conicam. recta itaque a d circumuoluta concurrat cum linea cylindrica in quodam puncto, simul autem & ipsum b describet semicirculum in superficie coni. habeat iam positionem in loco cõcursus linearum semicirculus motus, hanc puta d k a, & triangulus in contrariũ motus habeat hanc d l a. punctum dicti concursus esto k. Est item semicirculus descriptus per b, iste b m f: & esto b f communis sectio eius, & circuli b d f a, & ducatur ab ipso k ad planum semicirculi b d a perpendicularis: cadet itaq; ipsa in circumferentia circuli, cum cylindrus sit erectus. incidat, & sit k i: & ducta ab i ad a, incidat in b f in puncto h, & ipsa a l incidat semicirculo b m f in puncto m. iungantur autem k d, m i, m h. quoniam igitur uterque semicirculorum d k a, b m f, est erectus super subiectum planum, erit eorum communis sectio m h, ad rectos angulos super plano circuli. quare & ad ipsam b f erecta est ipsa m h. Igitur contentum sub b h, h f, hoc est sub h a, h i, est æquale quadrato m h. Igitur triangulus a m i, similis est utriq; horum m i h, m a h: & angulus i m a rectus, item angulus d k a rectus: igitur k d, m i, sunt æquedistantes. & erit sicut d a ad a k, hoc est k a ad a i, ita i a ad a m, propter triangulorum similitudinem. Igitur quatuor hæ d a, a k, a i, a m, sunt consequenter proportionales: & a m est æqualis ipsi c, quia & ipsi a b. Duabus igitur rectis ad c datis, duæ a k, a i mediæ proportionales inuentæ sunt.

MODVS ERATOSTHENIS.

Regi Ptolemæo Eratosthenes lætari. Vetustissimorũ aiunt tragœdum quendam introduxisse Minoa, sepulchrum Glauco extruentem. Cum autem audisset illud centum undiq; pedum ambitu claudi, dixisse, Paruum utiq;. inde subiecisse, Regij ciron sepulchri duplũ esto. Videbitur errasse. lateribus enim duplatis, planum fit quadruplum, et solidum octuduplum. Quærebatur autem iam à Geometris, quonã pacto solidum datũ sub pristina figura ad duplum augeri posset. et appellabãt hoc problema, cubi duplatio. Supponẽtes enim cubum, tentabant ipsum duplum reddere. Cunctis itaq; multo tempore dubitantibus, Hippocrates Chius primus inspexit, quod si duabus lineis rectis, quarum maior esset minoris dupla, duę mediæ proportionales inueniuntur, tunc duplare posse cubum. quare dubium eius in nõ minus dubium uersum est. Tempore aũt quodã pòst ferunt Delios iussos per oraculum, duplare quandam aram, in hanc difficultatem incidisse. implorantes autem eos qui tunc apud Platonem erant in Academia Geometras, postulare, ut quæsitum ab eis inueniretur. Cum aũt illi diligenter sibi ipsis insisterent, & scrutarentur, quo pacto duabus rectis datis duas medias proportionales instituerent, Archita Tarentinus fertur eas per semicylindros inuenisse, Eudoxus autem per lineas quæ curuæ appellantur. Accidit autem omnibus his descripsisse demonstratiuè, uerum non posse, quæ inuenerant, manu efficere, & in usum deducere, præterquã in breuitate Menethmi:



mi: & hæc difficulter. Excogitata autem est à nobis quædam instrumenti structura facilis, per quam inuenire poterimus non solum duabus datis rectis duas medias, uerum quodcunq; quis iusserit. quo inuento, poterimus uniuersaliter solidum quodcunq; datum æquedistantibus lateribus contentum, in cubum reducere, aut ex altera in alteram figuram transformare, & similem ei facere, & ipsum augere retinendo similitudinem. quare & aras & templa poterimus, & humidorum & siccorum mensuras, puta medimnarũ metrum in cubum reuocare, & per huius latus dimetiri uasa horum receptiua, quantum capere possint. Vtile autem est excogitatum istud, his qui student impulsiua & expulsiua lapidum instrumẽta augere. nam oportet omnia illa proportionaliter augeri: & crassitudines, & magnitudines, & perforationes, & chienicidas, & neruos iniectos, si debeat & statuatur proportionaliter augeri. Hæc autem absq; mediarum inuentione fieri non possunt. Demonstrationem autem & structuram dicti instrumenti tibi descri-

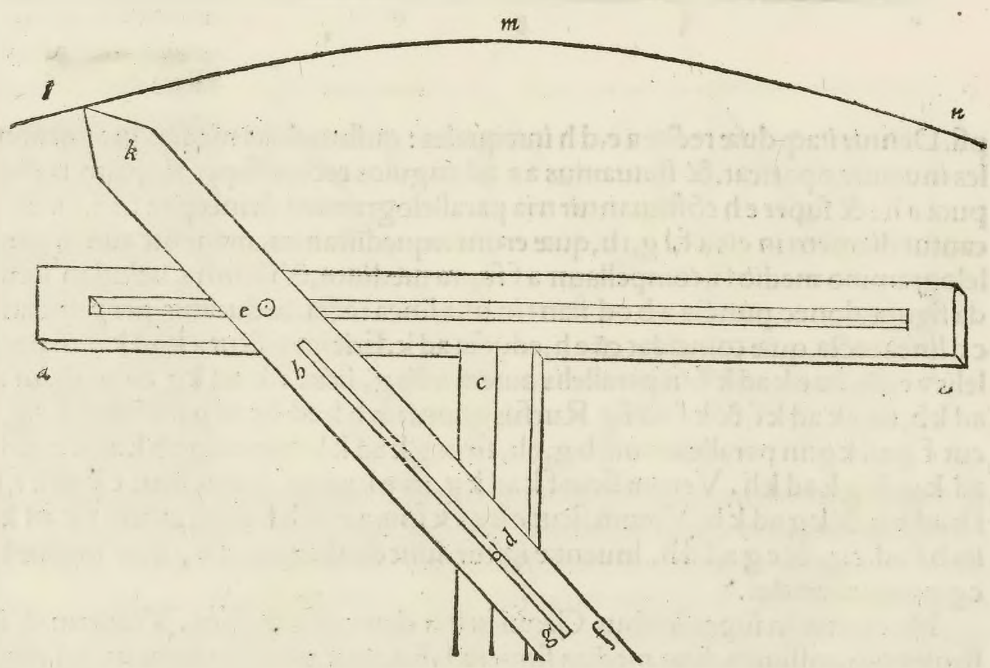


psi. Dentur itaq; duæ rectæ a e, d h inæquales: quibus duas medias proportionales inuenire oporteat. & statuamus a e ad angulos rectos super aliquam rectam, puta e h: & super e h cõstituantur tria parallelogramma deinceps a f, f i, i h. & ducantur diametri in eis a f, l g, i h, quæ erunt æquedistantes. manente autem parallelogrammo medio f i, compellatur a f supra medium, & i h infra, ueluti in secunda figura, donec puncta a b c d fiant in una linea recta. & ducatur per puncta a b c d linea recta, quæ coincidat cũ e h, educta ad k. Erit itaq; sicut a k ad k b, in parallelis a e, f b, ita e k ad k f. in parallelis autem a f b g, sicut f k ad k g. Sicut igitur a k ad k b, ita e k ad k f, & k f ad f g. Rursus quoniam b k ad k c in parallelis b f, c g, sicut f g ad k g: in parallelis autẽ b g, c h, sicut g k ad k h. Sicut ergo b k ad k c, ita f k ad k g, & g k ad k h. Verum sicut f k ad k g, ita e k ad k f. Igitur sicut e k ad k f, ita f k ad k g, & k g ad k h. Verum sicut e k ad k f, ita a e ad b f. Sicut autem f k ad k g, ita b f ad c g, & c g ad d h. Inuentæ igitur sunt duabus a e, d h, duæ mediæ b f, c g proportionales.

Hæc igitur in superficiebus Geometricis demonstrata sunt. Vt autem & instrumento possimus duas medias sumere, fabricetur plinthus ligneus, uel eburneus, uel æreus, habens tres tabellas æquales, & quàm leuissimas, quarum media confixa sit, reliquæ duæ pelli possint magnitudinibus & commensurationibus omnes sibijpsis consentiẽtes. Demõstratio autem similiter perficietur. Ad lineas uero certius sumendas, arte incumbendum est, ut inducta tabellarum omnia retineantur parallela, & non hiantia, et regulariter inuicem coaptata. In anathemate autem est instrumentum ęreum, & aptatum est sub coronam ipsius colũnæ, næ adnexum plumbo, sub ipso est demonstratio compendiosius expressa, & figura, post ipsum uero superscriptio epigramma. Hęc autem tibi scribuntur, ut habeas ea sicut in anathemate habentur. Duarũ aũt figurarum secũda est in columna descripta: duabus rectis datis, duas medias proportionales in proportione continua inuenire. Dentur duæ a e, d h. conduco itaq; tabellas in organo, donec pũcta a b c d sint in recta una. intelligantur sicut se habent in secunda figura. Est igitur sicut a k ad k b, in parallelis a e, b f, ita e k ad k f. in ipsis uero a f b g, ita f k ad k g. igitur sicut e k ad k f, ita k f ad k g. Sicut autem illę inter se, ita a e ad b f, & b f ad c g. Similiter autem ostendemus, quod sicut f b ad c g, ita c g ad d h. Igitur istæ a e, b f, c g, d h sunt proportionales. Igitur duabus datis, duę mediæ inuentæ sunt. Quod si datæ nõ sint æquales ipsis a e d h, facientes illis proportionales has a e, d h, harũ medias sumemus, & inducemus ad illas, & fecerimus illud quod imperatũ fuit. Si autem plures medias iubeamur inuenire, ubi tabellas cõstituerimus in instrumento una plures, quàm sint mediæ inueniendæ, idem consequemur, & demonstratio prorsus est eadem.

MODVS NICOMEDIS IN LIBRO *de lineis conchoidibus.*

DEscribit Nicomedes in lib. sibi superscripto de Conchoidibus, talem instrumenti structuram, quo eadem necessitas suppletur: in quo uir iste uidetur supra modum gloriari, multumq; inuentis Eratosthenis irridere, ueluti quæ fieri non possint, neq; imaginari, ac simul Geometrica doctrina priuata sint. Hãc uero partim quòd explete quæ circa hoc problema elaborata sunt, tradidit: partim, ut eius ad Eratosthenem cõparatio haberi possit, inter ista cõscripsimus, quæ sic ferè describitur. Imaginari oportet regulas duas ad angulos rectos inuicem cõ-

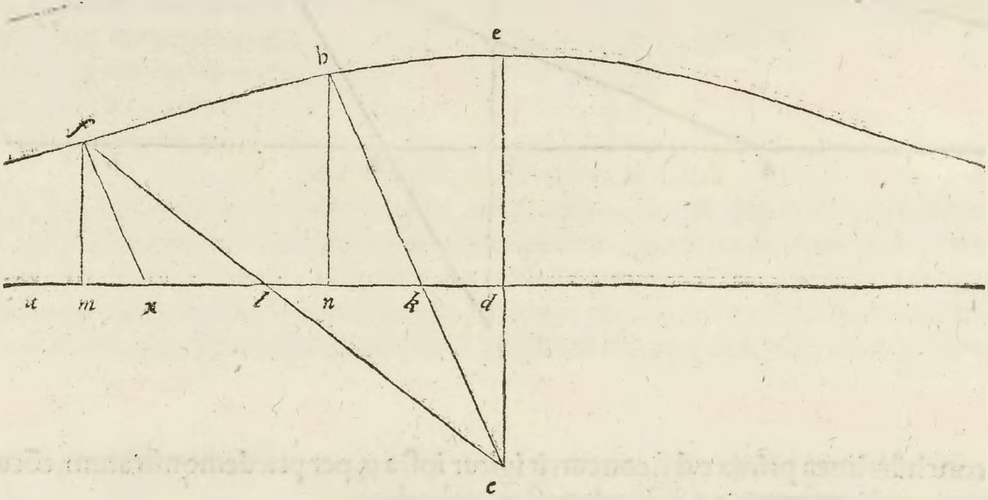


pactas, ita ut una sit earum superficies: ueluti sunt a b, c d, & in a b assialem, in quem percurrere possit. in ipsa uero c d, ad partem d, ad rectam quæ diuidit latitudinem eius, cylindrulus configatur regulæ, & parum excedat superficiẽ superiorem regulæ. alterã item regulam, puta e f post breue quoddam interuallũ ad terminum f, insecturam habentem, puta g h, quæ possit cylindrulo d inserto

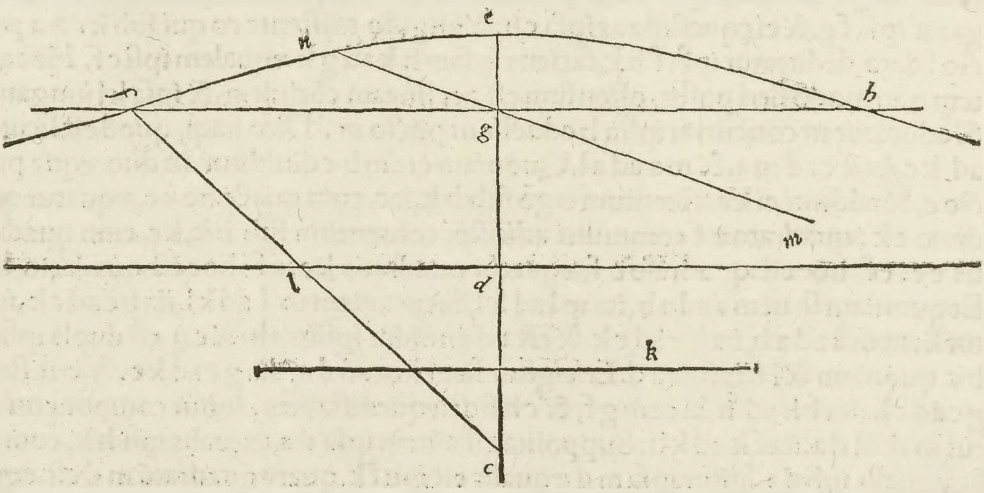
circum

circumuerti. ad ipsum e uero quæ incumbat in axem confixum percurrenti in solmo assiali existente in regula a b. insita itaq; regula e f per insecturã g h, in cylindrulo ad f statuto, & per e in axe confixo ipsi chelonario, si quis comprendens k extremum regulæ ipsam mouerit in partes a, deinde in partes d, punctum e semper in regula a b continebitur. ac uero g h in sectura mouebit, uersus cylindrulum d, semper recta regulæ e f media in motu intellecta secũdum axem qui est ad cylindrum d, & ipsa c k supereminentia regulæ semper manente eadem. Si itaq; intelligamus ad k graphium quoddam attingens pauimentum, describet quædã linea qualis est l m n, quã Nicomedes appellat conchilem primã lineam. & interuallum quidẽ eius lineæ est e k, magnitudo regulæ, polus uero d.

Hac itaq; linea contingit ostendere eam perpetuò minus accedere ad a b regulam, & quod omnis recta inter regulam a b, & ipsam lineam secat ipsam lineam. Primũ quidem accidens facile comprehenditur in altera descriptione, intelligendo regulam a b polo c, interuallo d e, linea cõchili f e h. procedãt ab ipso c duæ c h, c f, æqualibus uidelicet factis his k h, l f. Dico quod f m perpendicularis minor est perpendiculari h g. Cum enim angulus m l c, sit maior angulo m k c, reliquus relictus in duos rectos, puta angulus m l f, reliquo m k h minor est. Propterea cũ an-

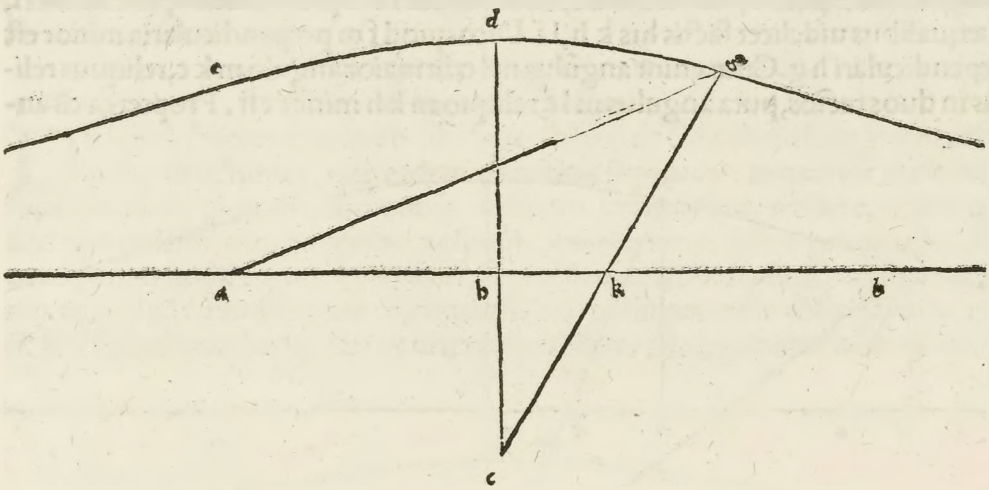


guli ad m, g sint recti, angulus ad f maior est angulo ad h constituto. & si angulus m f x, fiat æqualis angulo ad h, ipsa k h, hoc est ipsa l f ad h g, eãdem habebit proportionem, quam x f ad f m. quare f l ad h g, habet minorẽ proportionem, quàm ad f m. quare h g maior est ipsa f m.



Secundum autem fuit, lineam rectam ductam inter a b & lineam secare ipsam lineã. & hoc quoq; sic patebit. Ipsa enim ducta aut est æquedistãs ipsi a b, aut non. Esto prius æquedistãs, puta f g h: & fiat sicut d g ad g c, ita d e ad aliam quandã, puta k. & cẽtro c, interuallo k, circumferentia descripta secet f g, in puncto f, & iungatur c f. Est igitur sicut d g ad g c, ita l f ad f c. uerum sicut d g ad g c, ita erat d e ad k: hoc est ad ipsam c f. Igit̃ d e est æqualis ipsi l f, quod esse nõ potest. oporteret enim f esse ad lineam. At uero non sit ipsa ducta æquedistans, puta m g n, & ducatur per g æquedistans ipsi a b, puta f g. ipsa igitur f g concurret cum linea: quare multò magis ipsa m n. Cũ igitur hæc instrumento accidentia colligantur, eius ad propositum utilitas ita demonstrabitur.

Rursus angulo a dato, & puncto extra c ducere c g, & facere eam ęqualem datæ. ducatur perpendicularis a puncto c ad ipsam a b, quæ sit c h. & educatur, & esto d h æqualis datæ, & polo c, interuallo d h dato. regula uero a b describatur

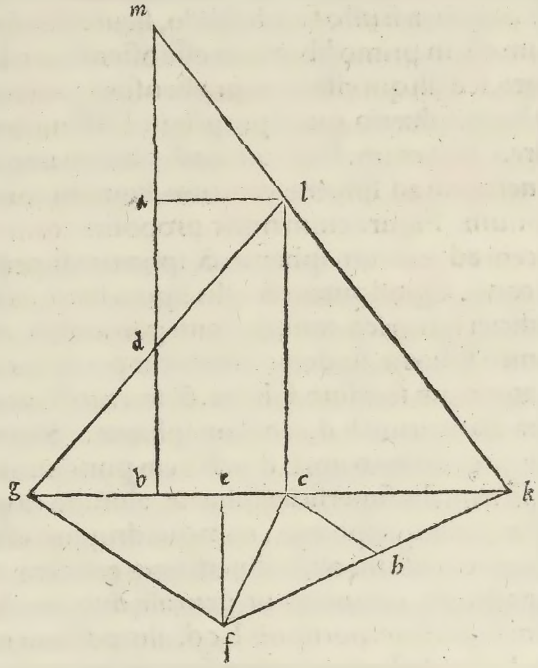


conchilis linea prima e d f. concurrit igitur ipsi a g, per prædemonstratum. cõcurrat in g, & iungatur c g. Igitur k g est æqualis datæ.

His demonstratis, dentur duæ rectæ c l, l a, ambientes angulum rectum, quibus oporteat duas medias continue proportionales inuenire, & compleatur parallelogrammum a b c l, & diuidatur utraq; harum a b, b c in duo æqua punctis d, e. & iuncta d l educatur, & cõcurrat cum ipsa b c, educta in puncto g, & sit ipsi c b ad angulos rectos ipsa e f. & producatur ipsa c f, quæ sit æqualis ipsi a d, & iungatur ipsa f g, & ei ęquedistans ipsa c h, & angulo existente eo qui sub k c h a puncto f dato, deducatur ipsa f h k, faciens ipsam h k ad g k æqualem ipsi c f. Hoc autem quo modo fieri possit, ostensum est per lineam cõchilem, & ipsa k l iungatur, & educatur ut concurrat ipsi a b eductæ in pũcto m. Dico itaq;, quod est sicut c l ad k c, ita k c ad m a, & m a ad a l. Quoniam enim b c diuiditur in duo æqua puncto e, & additur ei k c: cõtentum ergo sub b k, k c, cum quadrato c e, æquatur quadrato e k, quadrato e f communi adiecto, contentum sub b k, k c, cum quadratis e c, e f, hoc est quadrato c f, æquatur quadratis k e, e f: hoc est quadrato k f. Et quoniam sicut m a ad a b, ita m l ad k l. Sicut autem m l ad k l, ita b c ad c k. igitur sicut m a ad a b, ita b c ad c k. & est a d dimidia ipsius a b, & c g est dupla ipsius b c. quoniam & l c, ipsius a d. Erit igitur sicut m a ad d a, ita g c ad k c. Verũ sicut g c ad c k, ita f h ad h k. cum g f, & c h sint æquedistantes. Igitur componenti sicut m d ad d a, ita f k ad k h. Supposita est autem ipsa d a æqualis ipsi h k, cum c f sit æqualis ipsi d a. Igitur ipsa m d æqualis est ipsi f k. quare quadratũ m d est æqua

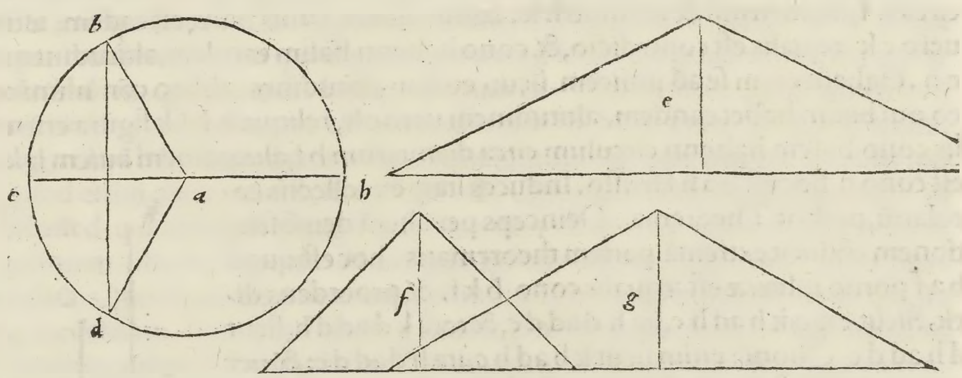
le

le quadrato f k. Est autem contentum sub b m, & m a, cum quadrato d a, æquale quadrato m d. quadrato autem f k ostensum est æquale esse contentum sub b k, k c, cum quadrato c f: quoniam quadratum a d, æquatur quadrato c f. nã ipsa a d supposita est æqualis esse ipsi c f. Igitur quod sub b m, m a æquatur contento sub b k, k c. Sicut ergo m b ad b k, ita k c ad a m. Verũ sicut b m ad b k, ita c l ad c k. Igitur sicut l c ad c k, ita c k ad a m. Est autem sicut l c ad c k, ita m a ad a l. Igitur sicut l c ad c k, ita c k ad a m, & a m ad a l, quod erat demonstrandũ. Duab. igitur rectis datis, duæ mediæ continuæ proportionales inuentæ sunt.



IN SECVNDVM THEOREMA.

ET componenti sicut ipsa d h ad h c, ita c a ad a e. hoc est quadratũ c b, ad quadratũ b e. Sicut enim in rationalis descriptione, quoniam in triangulo rectangulo c b a, ab angulo recto ad basem ducta est b e perpẽdicularis, distincti trianguli ad perpendicularẽ sunt inuicẽ similes, & toti, icc irco sicut c a ad a b, ita b a ad a e, & c b ad b e. quare sicut quadratũ c a ad quadratũ a b, ita quadratũ c b ad quadratum b e.



Verum sicut quadratũ c a, ad quadratũ b a, ita ipsa c a ad ipsam a e. Sicut enim prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum secundæ. Sicut ergo c a ad a e, ita quadratum c b ad quadratum b e. Eadem autem ratione ostenditur, quod sicut c a ad c e, ita quadratum a b, ad quadratum b e. Propter similitudinem enim triangulorum est rursus, sicut a c ad c b, ita b c ad c e: hoc est, sicut quadratum a c, ad quadratum c b, ita ipsa a c ad ipsam c e. Sicut autem quadratum a c ad quadratum c b, sic quadratum a b, ad quadratum b e. Igitur sicut a c ad c e, ita quadratum a b, ad quadratum b e. Postea deinceps tentãs ostendere conũ b k f, æqualem eſſe portioni ſphęræ b a f, exponens conũ n, qui baſim habeat æqualem ſuperficiei portionis, & altitudinẽ æqualem ei quæ ex centro ſphæræ, dixit conũ n eſſe æqualem fruſto f a b h ſolido, ſicut oſtenſum fuit in primo libro. Verum ſciendum eſt, in primo libro non eſſe oſtenſum tale fruſtum eſſe æquale cono taliter ſumpto, ſed illi qui eſſet comprædenſus à coni ſuperficie, & ſuperficie ſphęrica minore hæmiſphærio, quod proprie in Diffinitionib. uidebatur fruſtũ ſolidum appellare. Dixit enim: Fruſtum autẽ ſolidum uoco, cum ſphærã conus ſecet, qui habeat uerticem ad ſphæræ centrum, figuram comprehenſam à ſuperficie coni intra conum. Figura enim nunc propoſita continetur à conica ſuperficie, habente uerticem ad centrum ſphæræ, & ſphærica ſuperficie, ſed non à comprehenſa intus à cono. Quod autem & talis figura ſit æqualis cono habenti baſim æqualem ſuperficiei ſphæricæ complectenti portionem, altitudinem uero æqualem ei quæ ex centro ſphæræ, ſic demonſtrabitur per ea quæ in primo libro oſtenſa ſunt. Intelligatur enim ſeorſum ſphæra, & ſecetur plano quodam non per centrum circulo circa diametrum b d, centrum ſphæræ a: & intelligatur conus baſim habens circulum circa diametrum b d uerticem punctum a. Exponatur item conus e: cuius baſis, ſit æqualis ſuperficiei ſphæræ, altitudo ea quæ ex ſphæræ centro. Igitũ conus ille eſt æqualis ipſi ſphæræ. nam quadruplus eſt coni baſem habentis maximum in ſphæra circulum, altitudinem uero eandem, cuius quidem ſphæra eſt oſtenſa eſſe quadrupla. Exponantur item alij duo coni hi f g, quorum f baſem habeat æqualem ſuperficiei portionis b c d, altitudinem uero eam quæ ex centro ſphæræ. g uero baſem habeat æqualem ſuperficiei portionis b h d, & altitudinem eandẽ. Conus igitur f eſt æqualis fruſto cuius uertex eſt a, & ſuperficies ſphærica quę eſt ſecundum b c d. Quoniam igitur baſis e eſt æqualis baſibus conorum f g, & ſunt in eadem altitudine: igitur e conus, hoc eſt ipſa ſphæra, eſt æqualis conis f g. Verũ conus f oſtenſus eſt æqualis eſſe fruſto, quod eſt ſecundum b c d ſolido, uerticem habenti a. Igitur reliquus g conus æqualis eſt reliquæ portioni, baſem habenti ſuperficiem quæ ſecundum b h d portionem, altitudinem uero eam quæ ex centro. Deinde rurſus dixit, Aequalis eſt igitur conus n, hoc eſt fruſtum b h f d, figuræ b h f d. quoniam enim adductus eſt conus n æqualis cono cuius baſis eſt circulus circa b f, diametrum & altitudo h k: conus autem cuius baſis eſt eadem, altitudo uero e k, æqualis eſt cono dicto, & cono habenti baſim eandem, altitudinem uero e h. Habent enim ſe ad inuicem, ſicuti eorum altitudines: ablato communi cono, eo qui baſim habet eandem, altitudinem uero e h, reliqua b h f k figura erit æqualis cono baſem habenti circulum circa diametrum b f, altitudinem autem h k: hoc eſt cono n, hoc eſt b a h f fruſto. Inducẽs itaq; ex collectis corolariũ, perficit Theorema. Deinceps per alterã demõſtrationem cõducit extremã partem theorematis, hoc eſt quod b a f portio ſphæræ eſt æqualis cono b k f. & procedens dicit, Sicut ergo k h ad h c, ita h d ad d c, & tota k d ad d h, ſicut d h ad d c. Quoniã enim ſicut k h ad h c, ita h d ad d c: & per mutatim, ſicut k h ad h d, ita h c ad c d, & componenti. ſicut k d ad h d, ita h d ad d c hoc eſt k h ad h a. Erat enim ſicut k h ad h c, ita h d ad d c. Eſt autem h c æqualis ipſi h a. Et parum pòſt: Sicut ergo k h ad h d, ita a e ad e c. Sicut ergo quadratum k d ad contentum ſub k h, h d: ita quadratũ a c, ad cõtentum ſub a e, e c. Intelligantur enim ſeorſum poſitæ hæ k d, a c: & ſit ſicut k h ad h d ita a e ad e c. Dico quod eſt ſicut quadratum k d, ad cõtentum ſub k h, h d, ita quadratum a c ad contentum ſub a e, e c. Quoniã enim eſt ſicut k h ad h d, ita a e ad e c. & componenti, ſicut k d ad d h, ita a c ad c e. quare eſt quadratum k d

ad

ad quadratum h d, ſicut quadratum a c, ad quadratum c e. Rurſus quoniam eſt ſicut k h ad h d, ita a e ad e c. Verum ſicut k h ad h d, ita contentum ſub k h, h d ad quadratum h d, ſumpta h d altitudine communi. Sicut autem d e ad e c, ita contentum ſub a e, e c, ad quadratum e c, ſumpta rurſus altitudine cõmuni e c. Sicut ergo contentum ſub k h, h d, ad quadratum h d, ſic contentum ſub a e, e c, ad quadratũ e c. Oſtenſum eſt autem, ſicut quadratum h d, ad quadratum d k, ſic quadratum e c ad quadratum a c. Igitur per æquam, ſicut contentum ſub k h, h d, ad quadratum k d, ſic contentum ſub a e, e c ad quadratum a c: & econuerſo, quod erat demonſtrandum.

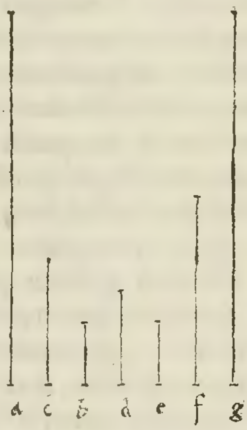
IN TERTIVM THEOREMA.

Sicut autem dicti circuli ad inuicem, ita quadratum a d, ad quadratum d b, hoc eſt ipſa a c ad ipſam c b. Sicut enim in ipſa rationalis deſcriptione, quoniã in triangulo rectangulo a d b ducta eſt perpendicularis, ab angulo recto d c media proportionalis, inter baſis partes & trianguli ad perpedicularem inuicẽ ſunt & toti ſimiles. quare ſicut b c ad c d, ita b d ad d a. igitur & earum quadrata. Verũ ſicut quadratum b c, ad quadratum c d, ita prima b c ad tertiam c a. Sicut ergo b c ad c a, ita quadratum b d ad quadratũ d a. Proportio autem a c ad c b eſt data, quare punctum c eſt datum. quoniam ſupponitur ſphæra, igitur diametros eius a b data, & proportio a c ad c b eſt data. Si magnitudo data in proportionẽ datam diuidatur, utraq; partium eſt data. quare ipſa a c data, & a datum. nam in communi ſectione lineis poſitione datis, datum eſt c punctum.

IN QVARTVM THEOREMA.

Eadẽ ratione qua ſuprà ex apparatu, ſicut l d ad d k, ita k b ad b r, & d q ad q b. in præcedenti enim collectũ fuerat hoc modo: Quoniã eſt ſicut utraq; ſimul k d, d q ad d q, ita r q ad q b. & diuidenti, ſicut k d ad q d, ita r b ad b q: & permutatim, ſicut k d, hoc eſt k b ad b r, ita d q ad q b. Rurſus quoniam eſt ſicut l q ad q d, ita utraq; ſimul k b, b q ad q b. Diuidenti, & permutatim, ſicut l d ad d k, ita d q ad q b. Erat autem & ſicut d q ad q b, ita k b ad b r. Sicut ergo l d ad d k, ita d q ad q b, & k b ad b r. Tota igitur r l ad k l, ſicut k l ad l d. Sicut enim unum ad unum, ita antecedentia omnia ſimul, ad ſequentia ſimul omnia. Sicut ergo r l ad l d, ita quadratum r l ad quadratum l k. Quoniam enim eſt ſicut r l ad l k, ita k l ad l d. Sicut igitur prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad ſecundæ quadratum. Eſt igitur ſicut r l ad l d, ita quadratum r l ad quadratum l k. Verum ſicut quadratum r l ad quadratum l k, ita quadratum l k ad quadratum l d. Sunt enim proportionales. Sicut ergo r l ad l d, ita quadratum l k ad quadratum l d. ponatur b f æqualis ipſi k b. Quod enim extra r cadet, manifeſtũ eſt. Quoniam ſicut d q ad q b, ita k b ad b r. Eſt aũt d q maior ipſa q b. igĩ ipſa k b maior eſt ipſa b r. igitur f extra r cadet.

Quoniam autem proportio d l ad l q, & ipſius r l ad l q, & ipſius r l ad l d proportio data. Quoniam enim ſicut utraq; ſimul k b, b q ad b q, hoc eſt f q ad q b, ita l q ad q d: euertenti, ſicut q f ad f b, ita q l ad l d. Et econuerſo, ſicut b f ad f, ita l d ad l q. Proportio autem b f ad f eſt data, quoniam ipſa f b æqualis eſt ei quæ ex centro ſphæræ datæ. ipſa uero b q terminis eius b q datis, per ſuppoſitionẽ ſphæra diuiſa à plano per a c ducto, & ipſa d b ad angulos rectos ipſi a c exiſtẽte. Data eſt & idcirco tota q f, & proportio q f ad f b data, quare & proportio d l ad l q data. Rurſus quoniam proportio portionum eſt data, erit coni l a c, ad conum a r c proportio data. quare & proportio l q ad q r data. nam ſe habent inuicem, ſicut eorum altitudines. Totius ergo r l ad l q proportio eſt data. Quoniam igitur utriuſq; harũ r l, l d ad l q eſt proportio data, erit r l ad l d proportio data. nam quæ habent ad idem proportionem datam, habẽt quoque inter ſe proportionem datam. Quoniã igitur proportio r l ad l q coniungitur, ex proportione r l ad l d, & l d ad l q. quod quidem cõpoſitio proportionũ ſumatur, ſumpta media l d, ueluti & in Stoichioſi ſumebatur, conſtat. Quoniam autem indearticulatè quodammodo, & non ita ut mentem expleat dictum eſt, uti compræhendi poteſt his qui in Pappum & Theonem & Archadium inciderunt, in multis compoſitionibus non demonſtratiuè, ſed inductione hoc dictum conſtituunt. Nullum igitur inconueniens, ſi perpaululum in ratione uerſati hoc ipſum manifeſtius fecerimus. Dico igitur, quod ſi ſumantur duo numeri, uel duæ magnitudines, quibus aliquis medius terminus cōſtituatur, proportio prius ſumptorum numerorum, uel magnitudinum componitur ex proportione primi ad medium, & medij ad tertium proportione. Cōmemorandum tamē prius, quomodo proportio dicatur ex proportionibus componi. Sicut enim in libro Elementorum, quando quantitates proportionum in ſeipſas multiplicatę faciant quandam quantitatem, quātitate uidelicet dicta, ſecūdum eū numerū quo & denominatur proportio data, uti dicunt alij, & Nicomachus in primo de Muſica, & Heronas in Commentario in Arithmeticam introductionem. Idem autem eſt, ac ſi dicatur eodem numero multiplicato in terminum ſequentem proportionis produci antecedentem, & proprie magis in multiplicibus ſumetur quantitas. In ſuperparticularibus autem & ſuperpartientibus non iam quātitatem ſumi datur, cum ſit unitas indiuiſibilis. Quare in illis unitas eſt diuidenda. quanquā hoc minimè cōueniat Arithmeticæ, ſed ratiocinatiuæ, & computatiuæ attribuatur. Diuiditur autem unitas in partem, aut partes, à quibus proportio denominabitur: quemadmodum fit, ut apertius dicatur, ſeſquialteræ quantitas ad unitatem addit unitatis dimidium, & ſeſquitertiæ ad unitatem tertiam. Quare ſicuti ſuprà dictum eſt, conſtat proportionis quantitatem in terminū ſequentem multiplicatā producere antecedentē. Nouem enim ad ſex cum ſit proportio ſeſquialtera, cuius quātitas eſt unitas & dimidium, hæc multiplicata in ſenarium, producit nouenariū. & in alijs quoq; licet hoc inſpicere. His autem ita declaratis, redeundum eſt ad propoſitum. Sunto igitur duo dati numeri a b. ſumatur medius inter eos c, oſtendēdum quod proportio a ad b componitur ex proportione a ad c, & proportione c ad b. Sumatur enim quantitas a ad c, quæ ſit d, & eius quæ eſt c ad b ſit e. igitur c multiplicans d, producit a: et ipſe b multiplicans e producit c. ipſe uero d multiplicans e producat f. Dico quod f eſt quantitas proportionis a ad b: id eſt f multiplicans b producit a. nam b multiplicans f, faciat g. Quoniam igitur b multiplicans f facit g, & multiplicans e producit c: erit ſicut f ad e, ita g ad c. Rurſus quoniā d mulplicans e facit f, & multiplicans c facit a: erit ſicut e ad c, ita f ad a. Igitur permutatim, ſicut e ad f, ita c ad a: & econuerſo ſicut f ad e, ita a ad c. Verum ſicut f ad e oſtenſum eſt eſſe, ita g ad c. Igitur ſicut g ad c, ita a ad c. quare a eſt æquale ipſi g. Verum b multiplicans f producit g, igitur b multiplicans f producit a. quare erit f quātitas proportionis a ad b. Et eſt f productus ex d in e multiplicato, hoc eſt ex quantitate proportionis a ad c, in quantitatem proportionis c ad b. Igitur proportio a ad b componitur ex proportione a ad c, & ex proportione c ad b. Quod erat demonſtrandum. Vt autem exemplo quoq; hoc quod dictum eſt fiat manifeſtum, incidat inter duodenum & binū medius quaternus. Dico itaq;, quod duodecim ad duo proportio eſt compoſita ex proportione duodecim ad quatuor, & quatuor ad duo. Id eſt proportio ſextupla componitur ex tripla, duodecim ad quatuor, & dupla quatuor ad duo. Si enim quantitates proportionum inuicem multiplicemus, hoc eſt tria in duo, fient ſex, qui eſt quantitas duodecim



ad

ad duo proportionis quæ eſt ſextupla, quod propoſitum fuerat declarare. Si autẽ qui incidit non fuerit maior minore, & minor maiore, ſed aut econuerſo, aut maior aut minor utroq;, & hoc modo prædicta compoſitio conſequetur. Nam inter nouem & ſex cadat medius duodecim, utroq; illorum maior. Dico igitur quod ex ſubſeſquitertia, quæ eſt nouem ad duodecim proportione, & ex dupla quæ eſt duodecim ad ſex, componitur ſeſquialtera, quę eſt nouem ad ſex. Quantitas enim quæ eſt nouem, ad duodecim eſt tres quartæ, hoc eſt dimidium & quarta. Quãtitas autem quæ eſt duodecim ad ſex, eſt binarius. Si igitur multiplicauerimus binarium in dimidium & quartam, fit unitas & dimidium, quæ quantitas eſt ſeſquialterę proportionis, quam habent nouem ad ſex. Similiter autem ſi inter nouẽ & ſex quatuor medius incidat, ex dupla ſeſquiquarta & ſubſeſquialtera componitur ſeſquialtera. Rurſus enim quantitatem duplæ ſeſquiquartæ, quæ eſt nouem, ad quatuor multiplicemus, in quantitatem ſubſeſquialteræ, quæ eſt duæ tertiæ, & habebimus unum & dimidium, quod eſt quantitas ſeſquialteræ, ut dictum eſt. & ſimiliter in omnibus eadem ratio accommodatur. Conſtat autem ex dictis, quod ſi duorum numerorum datorũ aut magnitudinum non fuerit unus medius, ſed plures medij termini ſumantur, extremorum proportio componitur ex omnium intermediorum proportionibus, incipiendo à primo, & procedendo ad ultimum, ſecundum ordinem ſe ſequentium. Duobus enim terminis a b incidant plures uno c d. Dico quod proportio a ad b cõponitur ex proportione a ad c, & c ad d, & d ad b. Quoniam enim a ad b componitur ex a ad d, & d ad b, uti dictum eſt ſuprà: & a ad d componitur ex a ad c, & c ad d. Igitur a ad b, proportio componitur ex ea quæ eſt a ad c, c ad d, d ad b. Similiter autem & in reliquis oſtendetur.


a c d b

Item in rationali dixit: Verũ ſicut r l ad l d oſtẽſum eſt, ita eſſe quadratum b d ad quadratũ d q. Quoniam enim oſtenſum eſt, ſicut r l ad l d, ita quadratum l k ad quadratum l d. Sicut autem quadratum l k ad quadratum d l, ſic quadratum b d ad quadratum b q. Oſtenſum eſt enim, ſicut k l ad l d, ita b d ad d q, propter compoſitionem. Igitur ſicut r l ad l d, ita quadratum b d ad quadratum d q. Fiat autem ſicut r l ad l q, ita b f ad f h, utcunq; punctum h ceciderit, quomodocunq; quidem ſi poſitum ſit, quantum ad conſequentiam demonſtrationis nullum affert rationi impedimentum. Quod autem ſi quemadmodum in deſcriptione fit ponatur, ſemper cadet inter b r, ſic declaratur. Quoniam enim ſicut l k ad d k, hoc eſt ad k b, ita k r ad r b. Sicut ergo unum ad unũ, ita omnia ad omnia: ſicut r l ad r k, ita k b ad r b. Maiorem autem proportionem habet r l ad r q, quàm r l ad r h. igitur l r ad r q maiorem habet proportionem, quàm k b ad b r, hoc eſt f b ad b r. Euertẽti r l ad l q, minorem habet proportionem, quàm b f ad f r. Si enim fecerimus ſicut r l ad l q, ita b f ad quandam aliam maiorem f r, manifeſtũ inde eſt quod f h maior eſt ipſa h b. Quoniã enim oſtenſum eſt, ſicut l d ad d k, ita d q ad q b, & k b ad b r. Eſt autem d q maior ipſa q b. igitur l d maior eſt ipſa d k, & k b ipſa b r. quare & l d ipſa b r. Tota igitur l q maior eſt ipſa q r. quare & h f maior ipſa h b.

Reliquum igitur eſt, ſicut quadratum b d, quod eſt datum, ad quadratum d q, ita f q ad f h. Quoniam enim portioni b f ad f h oſtenſum eſt eandem proportionem componi ex proportione quadrati b d ad quadratum d q, & ipſius b f ad f q. Eadem uero ei quæ eſt b f ad f h eſt, & compoſita ex proportione b f ad f q, & ex q f ad f h. Compoſita igitur ex proportione quadrati b d ad quadratum d q, & ex b f ad f q, eſt eadem proportioni compoſitæ ex b f ad f q, & ex q f ad f h. Si igi

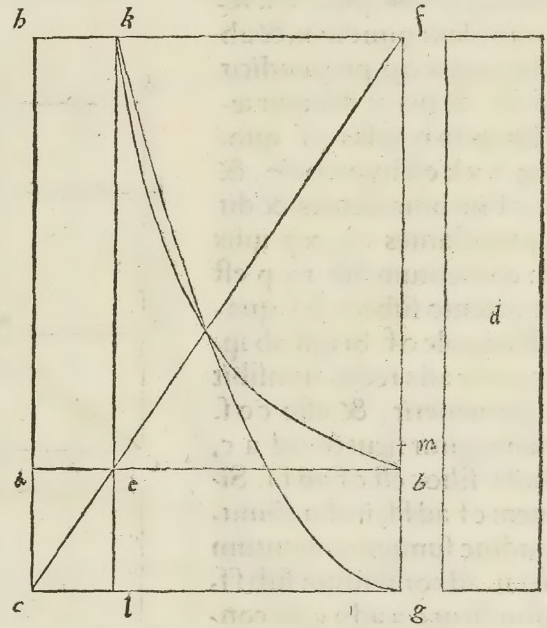
tur

tur communem in ambabus proportionem b f ad f q auferamus, reliqua quadrati b d ad quadratum d q proportio eadem est ei quæ est q f ad f h. & est datũ d f diuidere puncto q, & facere sicut q f ad datam, hoc est ad f h, sic datum, hoc est quadratum b d ad quadratum d q. Hoc autem sic simpliciter dictum, habet determinationem, adhibitis quæ istic habentur problematis: hoc est, ipsam d b duplam esse ipsius b f, & ipsam b f maiorem esse ipsa f h. Quãtum autem ad resolutionem, nõ habet determinationem, & est problema tale.

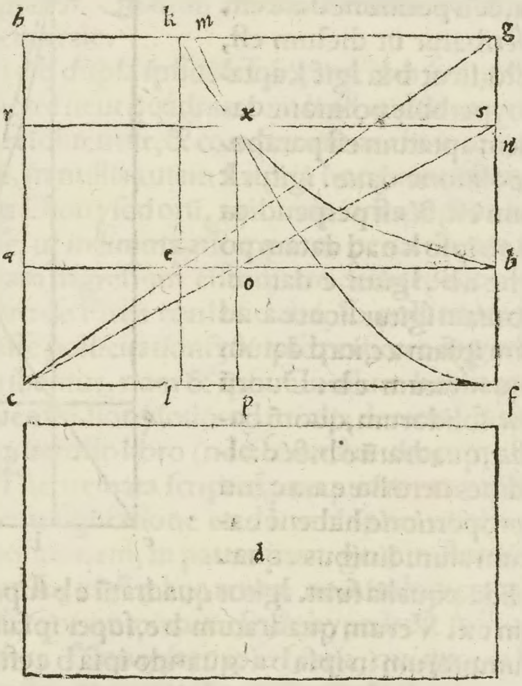
Duabus rectis datis d b, b f, & ipsa d b dupla ipsius b f, & puncto h sumpto, in b f diuidere ipsam d b puncto q, & facere sicut quadratum d b ad quadratum d q, ita q f ad f h. Vtraq; enim hæc in fine resoluentur, & componentur. In fine quidẽ antedictum pollicebatur se ostensurũ, in nullis autem scriptis hoc promissum inueniri potest. Nihil etiam inuenimus Dionysodorũ, ne quidpiam quidem horũ attigisse, uerum putare fieri non posse, ut in limma assumptum perueniatur, atq; idcirco alteram totius problematis uiam ingressum esse, quam deinceps conscribemus. Diocles quidem & ipse in libro de Pirijs confecto ab ipso, pollicitum fuisse existimans Archimedem non fecisse pollicitationẽ, & ipse perficere aggressus est, & eius epicherima deinceps describemus. nam & ipsum nullum habet ad assumptã rationem. Similiter autem euenit Dionysodoro, qui alia demonstratione construit problema. In quodam utiq; uetusto libro (non enim à multorum abstinuimus inquisitione) incidimus in Theoremata scripta, quæ quidem ex ptesmatibus obscuritate magna tenebantur: in figuratione errore multiplici constituta, quæsitorum quidem habebant suppositionem, in parte autem gratam Archimedi linguam doricam seruabant, & consuetis Archeõ rerum nominibus erant inscripta, ubi parabole sectio rectanguli coni nominata est, & hyperbole sectio coni ambligonij, ita ut ex ipsis intelligatur. Non igitur ipse fuerit, qui quæ in fine promissa sunt, describi sit prosecutus. Vnde studiosius incumbentes, ipsum quidem rationale, uti scriptum fuit, propter errorum multitudinem, ut suprà dictum fuit, difficile inuenientes, ipsam ferè mentem denudantes, communius & apertius quantum fieri potuit dictio, conscripsimus. Vniuersaliter autem primũ Theorema scribetur, ut quod de eo dictũ est, declaretur circa diffinitiones. Deinde & his quæ in problemate resoluta sunt, accommodabuntur.

Recta data a b, item altera a c, & spacio d, proponatur in a b sumendum punctum, puta e, ita ut sit sicut a e ad a c, ita spacium d ad quadratum e b. Factum sit, & ponatur a c ipsi a b ad angulos rectos, & iuncta c e producatur in f, et ducatur per c æquedistans ipsi a b, ipsa c g, & per b ducatur æquedistans ipsi a c ipsa f b g, cõcurrens cum utraque harum c e, c g, & compleatur g h parallelogrammum. Et per e ducatur k e l, æquedistans utriuis harũ c h, g f. Et sit contentum sub c g, g m æquale ipsi d. Quoniam igitur sicut e a ad a c, ita d ad quadratum e b. Sicut autẽ e a ad a c, ita c g ad g f. Sicut autem c g ad g f, ita quadratum c g ad contentum sub c g, g f. Igitur sicut quadratum c g ad contentum sub c g, g f, ita d ad quadratum e b, hoc est ad quadratum k f. & permutatim, sicut quadratum c g ad d, hoc est ad contentum sub c g, g m, ita contentum sub c g, g f ad quadratum f k. Verum sicut quadratũ c g ad contentũ sub c g, g m, ita c g ad g m. Igitur sicut c g ad g m, ita contentum sub c g, g f ad quadratũ f k. Verum sicut e g ad g m, ipsa f g sumpta cõmuni altitudine, ita contentũ sub c g, g f, ad contentũ sub m g, g f. Sicut igitur contentũ sub c g, g f ad contentũ sub m g, g f, ita contentũ sub c g, g f ad quadratum f k. Igitur quadratũ f k, est æquale contento sub m g, g f. Si igitur circa axem f g describatur parabole per g, ita ut ductæ æquedistantes ipsi c g possint secundum g m, ipsa ibit per k: & erit positione data, cum g m sit data magnitudine, quæ cum g c data continet datum d. Igitur punctum k aptatur positione datæ parabolæ. Describatur igitur uti dictum est, & esto sicuti g k. Quoniam rursus spacium h l, æquatur

tur ſpacio c b : hoc eſt contentum ſub h k, k l, contento ſub a b, b g. Si per b circa inconcurrentes has h c, c g deſcribatur hyperbole, tranſibit per k ex conuerſo octaui theorematis libri ſecundi Elementorum conorum Apollonij: & erit poſitione data, cum utraq; harũ h c, c g ſit data. amplius quidem, & b poſitione datũ eſt. Deſcribatur ut dictum eſt, & eſto ſicut b k. Igit̃ k aptatur hyperbolę poſitione datę. Item aptatum eſt parabolæ, poſitione datæ. igitur k datum eſt, & eſt perpendicularis ab ipſo k e ad datam poſitione a b. Igitur e datum. Quoniam igitur ſicut e a ad datam ipſam a c, ita d datum ad quadratum e b. Duorũ igitur ſolidorum, quorũ baſes hæ, quadratũ e b, & d: altitudines uero hæ e a, a c, mutua proportione habent̃ baſes cum altitudinibus. quare ſolida æqualia ſunt. Igitur quadratũ e b ſuper ipſam e a, eſt æquale d dato ſuper ipſam c a. Verum quadratum b e, ſuper ipſam e a, eſt maximum omnium ſimiliter ſumptorum in ipſa b a. quando ipſa b e eſt dupla ipſi e a, uti demonſtrabitur. Oportet igitur datum ſuper datam non maius eſſe quadrato b e ſuper ipſam e a.



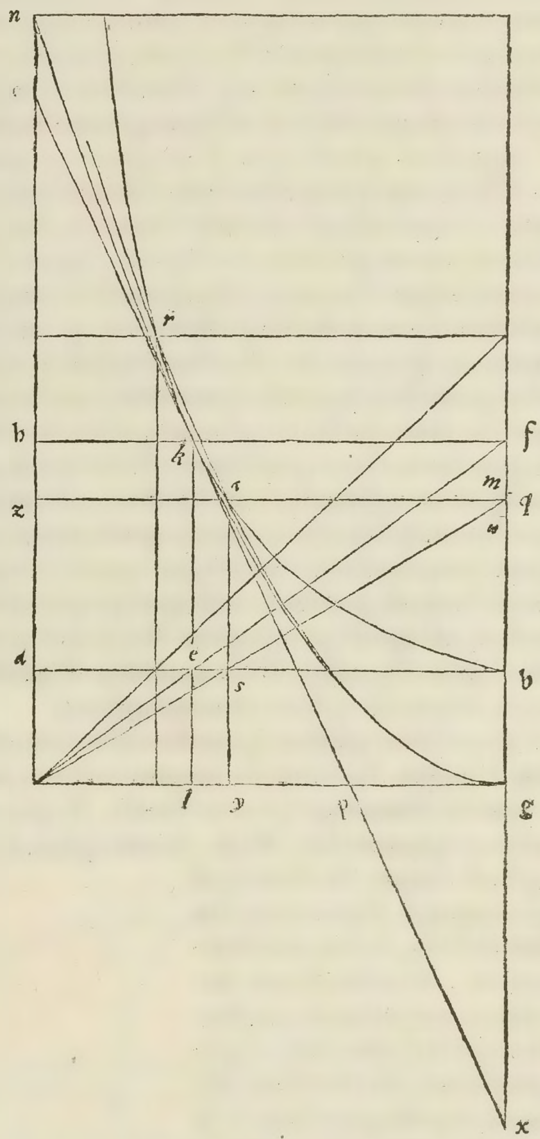
Componetur autem ſic. Eſto data recta a b, & alia item data a c. & ſpacium datum d, & opus ſit ſecare ipſam a b, ita ut ſicut una pars habeat ad datam a c, ita datum ſpacium d ad quadratum reliquæ partis. Sumatur ipſius a b tertia pars a e. Igitur d ſuper ipſam a c, aut maius eſt quadrato b e ſuper ipſam e a, aut æquale ei, aut minus eo. Siquidem igitur maius eſt, non componetur, ut in reſolutione oſtenſum eſt. Si autem æquale punctum e, efficiet problema. nam ubi ſolida ſunt æqualia, baſes altitudinibus habent̃ mutuæ: & erit ſicut e a ad a c, ita d ad quadratum b e. Si autem minus eſt d ſuper a c, quadrato b e, ſuper e a componetur, hoc pacto. Statuatur a c ad angulos rectos ad ipſam a b, & ducatur per c æquediſtans ipſi a b ipſa c g. Et per b ducatur b f æquediſtans ipſi a c. educat̃ ad g, & compleatur parallelogrammum f h, & per e ducatur k e l æquediſtans ipſi f g. Quoniam igitur d ſuper ipſam a c minus eſt quadrato e b ſuper ipſam e a: erit ſicut e a ad a c, ita d ad minus quidpiam quadrato e b, hoc eſt quadrato g k. Eſto igitur ſicut e a ad a c, ita d ad quadratum g m, & ipſi d ſit æquale contentum ſub c f, f n. Quoniam igitur ſicut e a ad a c, ita d, hoc eſt contentum ſub c f, f n ad quadratum g m. Verum ſicut e a ad a c, ita c f ad f g. Sicut autem c f ad f g, ita quadratum c f ad contentum ſub c f, f g. Ergo quadratum c f, ad contentum ſub c f, f g, ita contentum ſub c f, f n ad quadratum g m: & permutatim, ſicut quadratum c f ad contentum ſub c f, f n, ita contentum ſub c f, f g, ad quadratum g m. Verum ſicut quadratum c f ad contentum ſub c f, f n, ita c f ad f n. Sicut autem c f ad f n, f g communi altitudine ſumpta, ita contentum ſub c f, f g, ad contentum ſub n f, f g. Sicut igitur contentum ſub c f, f g, ad contentum ſub n f, f g, ita contentum ſub c f, f g ad quadratum m g. Igitur quadratum g m æquatur contento ſub g f, f n. Si igitur per f circa axem f g deſcribamus parabolam, ita ut ductæ poſſint iuxta ipſam f n tranſibit per m, deſcripta ſit, & eſto puta m x f. Et quoniam am h l æquatur ipsi a f, hoc est contentum sub h k, k l, contento sub a b, b f: si per b circa incoincidentes h c, c f descripserimus hyperbolem, ipsa transibit per k, per conuersionem octaui theorematis secundi Elementorum conicorum Apollonij. Describatur, & esto puta b k secans parabolem puncto x, & ab ipso x ducatur x o p perpendicularis ad a b, & per x ducatur æquedistās ipsi a b, ipsa r x s. quoniā itaq; b x k est hyperbole, & ipse h c, c f incoincidentes, & ductæ æquedistantes r x, x p ipsis a b, b f: contentum sub r x p est æquale cōtento sub a b, b f. quare r o est æquale o f. Si igit ab ipso c iungatur ad s recta, transibit per o. peruenerit, & esto c o s. Quoniam igitur sicut o a ad a c, ita o b ad b s: hoc est c f ad f s. Sicut autem c f ad f s, ita f n cōmuni altitudine sumpta contentum sub c f, f n, ad contentum sub s f, f n. Igitur sicut o a ad a c, ita contentum sub c f, f n ad contentum sub s f, f n. Sed contentum sub c f, f n est æquale spacio d, & cōtento sub s f, f n æquatur quadratum s x, hoc est quadratum b o, propter parabolam. Vt igit o a ad a c, ita spacium d ad quadratum b o. Sumptum est igitur punctum o, quo problema perficitur.



Quod autem ipsa b e existēte dupla ipsius a e, quadratum b e super ipsam e a maximū sit omniū similiū sumptorū super ipsam b a, hoc pacto demonstrabitur. Esto enim sicut in resolutione rursus recta data ad angulos rectos ipsa a c ipsi a b, & iuncta c e educatur, & concurrat lineæ æquedistanti ductæ per b ipsi a c in pūcto f: & per puncta c, f ducantur h f, c g, æquedistātes ipsi a b: & producatur c a ad h, & huic ducatur æquedistans k e l per punctum e, & fiat sicut e a ad a c, ita contentum sub c g, g m ad quadratum e b. Igitur quadratum e b super ipsam e a erit æquale contento sub c g, g m super ipsam a c, eo quod duorum solidorum bases altitudinibus mutuò afficiūtur. Dico igitur, contentum sub c g, g m super ipsam a c maximū esse omnium similium super ipsam b a sumptorū. Describatur enim per g, circa axem f g parabole, ita ut ductæ possint iuxta ipsam g m, ipsa transibit per k, sicut in resolutione ostensum est, & ipsa educta concurret ipsi h c æquedistanti diametro sectionis ex uigesimoseptimo theoremate primi libri Apollonij Elementorū conicorū. Educatur itaq;, & concurrat in puncto n, & per b circa incoincidentes has n c, c g describatur hyperbole, quæ trāsibit per k, sicuti in resolutione dictum est. Peruenerit igitur, puta b k, & ipsi f g productæ ponatur g x æqualis, & iungatur x k, & producatur in o. Constat igitur, quod cōtingit parabolam ex conuersione trigesimi quarti theorematis primi libri Elementorum conicorum Apollonij: quoniam b e dupla est ipsius e a. sic enim suppositum est: hoc est ipsa k f ipsius k h, & triangulus o h k similis est triangulo x f k, & ipsa x k dupla erit ipsius k o, & est ipsa x k dupla ipsius k p: quia ipsa x f dupla ipsius x g. & quia

pg

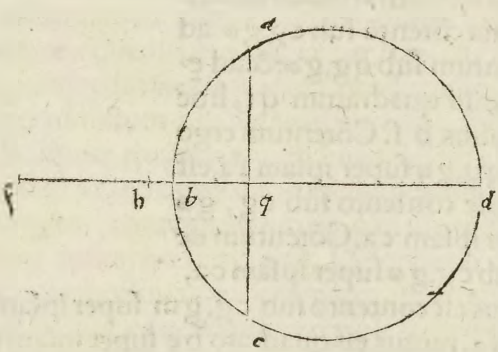
p g est æquedistans ipsi k f, igitur o k est æqualis ipsi k p. Igitur o k p contingens hyperbolem, & coniuncta & collibrata cum incoincidentibus in duo æqua diuiditur. applicatur igitur ipsi hyperbolæ, per conuersionẽ tertij theorematis secundi libri Elementorum conicorũ Appollonij. Applicabatur autem & ipsi parabolæ secundum idem k. Igitur parabola applicatur ipsi hyperbolæ in pũcto k. Intelligatur igitur & hyperbole producta, puta ad r, & sumatur in a b quodlibet punctum s, & ducatur per s ipsa τ s y æquedistans ipsi k l, & concurrat cum hyperbole in pũcto τ, & ducatur per τ ipsa z τ q æquedistans ipsi c g. propter hyperbolen igitur & incoincidẽtes, erit ż y æquale ipsi c b: ablato c s communi, fit z s æquale s g: & idcirco recta ab ipso c ad q producta permeabit per s. permearit, & sit puta c s q: & quoniam quadratum u q est æquale contento sub q g, g m propter parabolen: quadratum t q minus est contento sub q g, g m. Fiat igitur quadrato t q æquale cõtentum sub c g, g ω. Quoniã igitur est sicut s a ad a c, ita c g ad g q. Item sicut c g ad g q, ipsa g ω cõmuni altitudine sumpta, ita cõtentũ sub c g, g ω ad cõtentum sub q g, g ω: & ad ęquale illi quadratum q t, hoc est ipsius b s. Cõtentum ergo sub q g, g ω super ipsam s a, est æquale contento sub c g, g ω super ipsam c a. Cõtentum uero sub c g, g ω super ipsam c a, minus est contento sub c g, g m super ipsam c a. Quadratum igitur b s super ipsam s a, minus est quadrato b e super ipsam e a. Similiter autem ostendetur in omnibus punctis sumptis inter puncta, e, a. Verum sumatur inter puncta e b punctum s. Dico quod & hoc modo quadratũ b e super ipsam e a, maius est quadrato b s, super ipsam s a. Eisdem enim præparatis, ducatur per s ipsa s r æquedistãs ipsi k l, & concurrat cum hyperbole in R. concurrit enim ei propterea, quod æquedistans est incoincidenti: & ipsa r b ducta æquedistans ipsi a b per r cõcurrat ipsi f g eductæ in pũcto b. & quoniã rursus proptet hyperbolem ipsum c h est æquale ipsi a g, recta ab ipso c ad b iuncta permeabit per s. Permearit, et sit puta c s, b. Et quoniã rursus propter parobolen quadratũ a b æquatur cõtento sub b g, g m: erit quadratum r b minus contento sub b g, g m. Fiat contentum sub b g,



g ω æquale quadrato r b. Quoniã igitur est sicut s a ad a c, ita c g ad g b. Verum sicut c g ad g b, ita communi g ω altitudine sumpta, contentum sub c g, g ω ad contentum sub b g, g ω, hoc est ad quadratum r b, hoc est ad quadratũ b s. Igitur quadratum b s super ipsam s a, æquatur contento sub c g, g ω super ipsam c a, & contentum sub c g, g m maius contento sub c g, g ω. Igitur quadratum b e super e a maius est quadrato b s super s a. Similiter autem ostendetur in omnibus punctis inter e b puncta sumptis. Ostensum est autem & in omnibus sumptis inter e a, & in omnibus sumptis inter e b. Omnium igitur in ipsa a b similiter sumptorum maximum est quadratum b e, super ipsam e a, quando ipsa b e dupla sit ipsius e a.

Cognoscere aũt est opus, & ea quæ sequuntur secundum dictam descriptionem. Quoniam enim ostensum fuit quadratum b f super f a, & quadratum b s super s a, minus esse quadrato b e super e a, fieri potest, ut spacio dato, quod sit super datam minus quadrato b e super e a, per duo puncta diuisa ipsa a b, problema fiat ex principio. Hoc autem fiet, si intellexerimus circa diametrum q g descriptã parabolam, ita ut deductæ possint iuxta ipsam g ω. talis enim parabola transit omnino per r. & quoniam necessariò ipsam incidit in c n æquedistãtem diametro, constat quod secat hyperbolen in alio puncto superiore ipso k, sicuti istic in τ, & perpendicularis ducta ab ipso r ad ipsam a b, uti istic r s secat ipsam a b puncto s, ita ut punctum s faciat problema, & fiat quadratum b s super s a æquale quadrato b s super s a ueluti ex prædictis demonstrationibus patet. Quare cũ duo puncta possint in ipsa b a sumi quibus perficeretur quæsitũ, licet utrum libuerit cuiq; accipere, aut punctum inter e b, aut quod sit inter e a. Siquidem enim quod inter e b, ut dictum est, parabola descripta per puncta g t in duobus punctis secante hyperbolen, id quod propinquius fuerit ipsi g, hoc est axi parabolæ, inueniet id quod est inter e b: ueluti istic r inuenit s. id quod remotius est, inuenit id quod est inter e a, ueluti istic ipsum t inuenit ipsum f.

Vniuersaliter quidem igitur sic resolutum est, & compositum problema. Vt autem & uerbis Archimedis accommodetur, intelligatur ut in ipsa determinati descriptione diametros sphæræ ista d b, & quæ ex centro ista b f, & data f h. Descendimus igitur in hoc, dixit, Secare ipsam d f secundum q, hoc pacto, ut sicut q f ad datam, ita datum ad quadratum q d. Hoc autem simpliciter dictum, habet determinationem. Si enim datum super datam maius fuerit quadrato d b super b f, tunc fieri nõ potest problema, uti ostensum est. Si autem æquale punctum b faciebat problema, & hoc modo nihil pertinebat ad Archimedis ex principio propositionem. Sphæra enim hoc modo non diuideretur in proportionem datam.

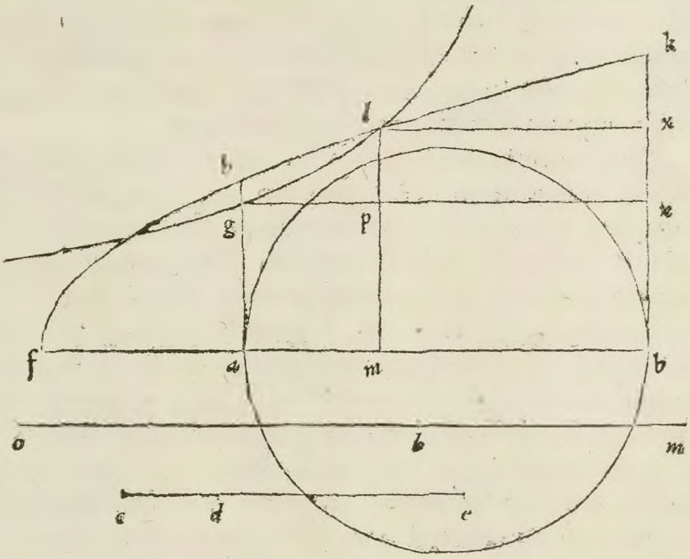


Simpliciter enim dictam habebat determinationem. Additis autem his problematibus istic existentibus, scilicet duplam esse ipsam d b ipsius b f, & hoc, ipsam b f maiorem esse ipsa f h, non habet amplius determinationem. nam quadratum d b datum, super f h datam, minus est quadrato d b super b f, quia b f maior est ipsa f h. quod cum esset, ostendimus tunc posse problema, & inde tunc prouenire. Animaduertendum est autem, & hæc quæ ab Archimede dicta sunt, consonare his quæ nos resoluimus. Primum quidem post suam resolutionẽ uniuersaliter id in quod incidit proferens, dixit, Oportet datam d f secare, & facere sicut q f ad ad datam, ita datum ad quadratum d q. Deinde dicens tanquam uniuersaliter dictum habeat determinationem: adiectis autem problematibus ab eo inuentis, hoc est ipsam d b duplam esse ipsius b f, & ipsam b f maiorem ipsa f h, non amplius habet determinationem magis particularē. Resumit problema, & dicit, quod est tale problema hoc: Duabus rectis datis his d b, b f, & ipsa d b dupla ipsius b f, & puncto in b f ipso h, secare ipsam d b pūcto q, non iam sicut prius ipsam d f dicens, sed d b oportere diuidi, propter id quod nos suprà demonstrauimus, quod ipse inspiciebat duo puncta sumpta esse in d f, quæ facerent problema: unum quidem inter d b, alterum uero inter b f, quorum quod est inter d b ad propositionem ex principio pertinebat.

Hæc igitur consentanea uerbis Archimedis, prout potuimus, apertè descripsimus. Quoniam autem, ut prędictū est, Dionysodorus nullo pacto descriptis in fine ab Archimede prænunciatis incidens: adnixus autem ad inuenienda, quæ non exposita essent, aliam uiam ingressus totius problematis, conscripsit haud indignum inuentionis modum necessarium: quem existimaui oportere istis connectere fideliter, quantum potuimus. nam & ipse nimia hominum negligentia magnam demonstrationum partem multitudine errorum deletam habens, in omnibus quibus nos incidimus scriptis ferebatur.

MODVS DIONYSODORI.

Datam sphæram plano ita secare, ut portiones eius habeant inuicem proportionem datam. Esto data sphæra, cuius diametros a b, & proportio data quam habeat c d ad d e. Oportet igitur spheram plano erecto ad ipsam a b secare, ita ut portio cuius uertex a, ad portionem cuius uertex b, habeat proportionem, quam habet c d ad d e. producatur b a in f, & ponatur a f dimidia ipsius a b. & quā proportionem c e habet ad d e, habeat eam f a ad a g, & sit ipsa a g ad angulos rectos ad ipsam a b, & sumatur a h media proportionalis istarum a f, a g. Igitur a h maior est ipsa a g, & circa axem f b per f describatur parabole, ita ut deductæ possint iuxta ipsam a g, quæ ibit per h, quoniam contentum sub f a, a g est ęquale quadrato a h. Describat itaq;, & sit puta f h k, & per b ducat k b æquedistans ipsi a h, & secet parabolam pūcto k, & per g circa incoincidentes has f b, b k describatur hyperbole, quæ diuidet parabolen inter h k: secet in puncto l, &



ducatur ab l perpendicularis ad a b ipsa l m: & per puncta g, l ducantur ipsi a b æquedistantes g n, l x. Quoniam igitur ipsa g l est hyperbole, & incoincidentes istę a b, b k, et æquedistantes ipsis a g, g n, istæ m l, l x, erit contentū sub a g, g n æquale contento sub m l, l x, ex octauo theoremate libri secundi Elementorum conicorum Apollonij. Verum ipsa g n est æqualis ipsi a b, & ipsa l x ipsi m b. Contentum igitur sub l m, m b, est æquale contento sub g a, a b. Et quia contentum ſub extremis æquatur contento ſub medijs, quatuor rectæ proportionales ſunt. Erit igitur ſicut quadratum l m ad quadratũ g a, ita quadratum a b ad quadratum b m. Et quoniam propter parabolen quadratum l m æquatur contento ſub f m, a g. erit ergo ſicut f m ad m l, ita m l ad a g. Sicut ergo prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, & quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ. Sicut ergo f m ad a g, ita quadratum l m ad quadratum g a. Verum ſicut quadratum l m ad quadratum a g, ita oſtenſum eſt quadratum a b ad quadratũ b m. Igitur ſicut quadratum a b ad quadratum b m, ita f m ad a g. Verum ſicut quadratum a b ad quadratum b m, ita circulus cuius quæ ex centro eſt ęqualis ipſi a b ad circulum cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi b m. & ſicut circulus cuius quæ ex centro eſt ęqualis ipſi a b, ad circulum cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi b m, ita f m ad a g. Conus ergo baſem habens circulum cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi a b, altitudinem uero ipſi a g, æqualis eſt cono habenti baſem circulum, cuius quæ ex centro æqualis eſt ipſi b m, altitudinem uero ipſi f m. Nam coni quorum baſes contrario altitudinibus afficiũtur, ſunt æquales. Verum conus habens baſem circulum cuius quæ ex centro æqualis eſt ipſi a b, altitudo autem ipſi f a, ad conum baſim habentem eandem, & altitudinem ipſam a g, ſe habet ſicut f a ad a g, hoc eſt c d ad e d. Quoniam enim baſes eaſdem habent, ad inuicem ſe habebunt ſicut altitudines eorum. Conus igitur baſim habens circulum, cuius quæ ex centro æqualis eſt ipſi a b, altitudinem uero æqualem ipſi f a, ad conum habentẽ baſem circulum cuius quæ ex centro æquatur ipſi b m, altitudinem uero ipſam f m, eſt ſicut c e ad e d. Verum conus habens baſem circulum cuius quæ ex centro æqualis eſt a b, altitudinem uero ipſam f a, eſt æqualis ſphæræ: & conus baſim habens circulum cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi b m, altitudinem uero f m, eſt æqualis portioni ſphæræ cuius uertex eſt b: altitudo uero b m, ſicuti deinceps oſtendetur. igitur ſphęra habet ad dictã portionem, eam proportionẽ, quam habet c e ad e d. & diuidenti portio cuius uertex eſt a, altitudo autem a m, ad portionem cuius uertex eſt b, altitudo uero b m, eam habet proportionem, quam c d ad d e. Planum igitur perductum per ipſam l m erectum ad a b ſecat ſphæram in proportionem datam: quod erat faciendum.

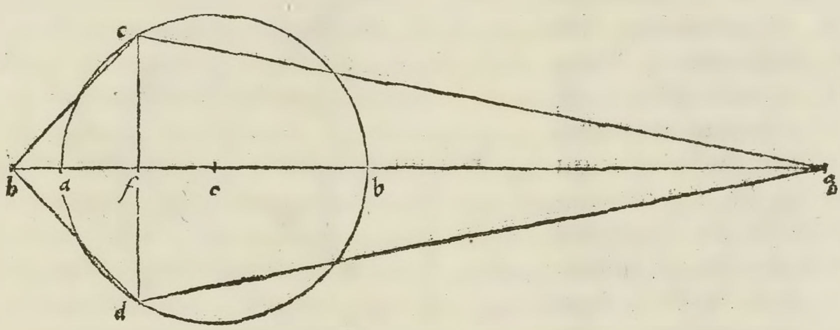
Quod autem conus baſem habens circulum, cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi b m, altitudinem uero ipſam f m, æquatur portioni ſphæræ cuius uertex b, et altitudo m b, hoc pacto demõſtrabitur. Fiat enim ſicut f m ad m a, ita o m ad m b. Igitur conus baſem habens eandem cum portione, altitudinem uero ipſam o m, æquatur portioni. Et quoniam ſicut f m ad m a, ita o m ad m b. & permutatim, ſicut f m ad m o, ita a m ad m b. Verum ſicut a m ad m b, ita quadratum p m ad quadratum m b: & ita circulus cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi p m, ad circulũ cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi m b. Sicut igitur circulus cuius quæ ex cẽtro eſt æqualis p m, ad circulum cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi b m, ita m f ad m o. Sic igitur conus baſem habens circulum, cuius quæ ex cẽtro æqualis eſt ipſi m b, altitudinem uero ipſam m f, æquatur cono habenti baſim circulum, cuius quæ ex centro eſt æqualis ipſi p m, altitudinem uero ipſam m o. nam baſes eorum altitudinibus contrario afficiuntur. quare & portioni eſt æqualis.

MODVS DIOCLIS.

SCribit autem & Diocles in libro de Pirijs, primum hæc dicẽs: In libro de ſphæra & cylindro Archimedes demonſtrauit, quod omnis ſphæræ portio æquatur cono baſem habenti eandem cum portione, altitudinem uero rectam quandã habentem proportionem ad perpendicularem ductam à uertice ipſius portionis ad baſem, quã utraq; ſimul ea quæ ex centro, & quæ permutatim habetur, ad portionem perpendicularis, ad perpendicularem permutatæ portionis. Vt ſi ſphæra ſit a b c, & ſecetur plano quodam circulo circa diametrum c d conſtituto, & diame

tro

tro a b, existente centro e: & fecerimus sicuti utraque simul e a, f a ad f a, ita g f ad f b. Item sicut utraque simul e b, b f ad f b, ita h f ad f a. Ostensum est portionem c b d sphæræ, æqualem esse cono, cuius basis quidem circulus circa diametrum c d con

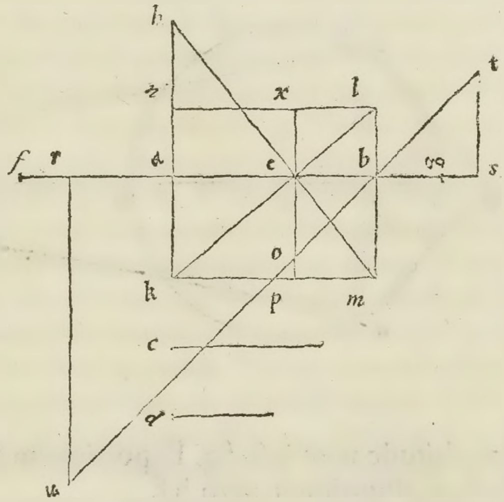


stitutus, altitudo uero ipsa f g. Et portionem c a d æqualem esse cono habenti eãdem basem, altitudinem uero h f.

Proposito itaque sibi hoc, datam sphæram plano secare, ita ut portiones sphæræ ad inuicem habeant proportionem datam, cõstruens ea quæ sunt dicta, ait: Proportio igitur data est coni basis, cuius est circulus circa diametrum c d, altitudo uero ipsa f h, ad conum cuius basis est eadem, altitudo uero ipsa f g. Etenim hoc demonstratum est: coni, qui in eadem base consistunt adinuicem se habent sicut eorum altitudines: igitur proportio h f ad f g data. & quia est sicut h f ad f a, ita utraque simul e b, b f ad f b: diuidẽti, sicut h a ad a f, ita e b ad f b. Eadem ratione sicut g b ad f b, ita ipsa eadem recta ad ipsam f a. Factũ est igitur problema tale: Recta a b positione data, & duobus punctis a b datis, & data e b, secare ipsam a b pũcto f, & adijcere has h a, b g, ita ut portio h f ad f g sit data. Item sicut h a ad a f, ita data recta ad ipsam f b. Sicut autem g b ad b f, ita ipsa data recta ad ipsam f a. Hoc autem deinceps est demonstratum. Archimedes enim longius hoc ostendens, & sic in alterum problema abigit, quod nõ demonstrat in libro de sphæra & cylindro.

Recta a b positione data, & duobus punctis a b datis, & proportione quã habet ipsa c ad ipsam d, diuidere ipsam a b pũcto e, & adijcere ei has f a, g b, ita ut sit sicut c ad d, ita f e ad e g. Item sit sicut f a ad a e, ita quędam recta data ad b e: & sicut g b ad b e, ita eadem recta data ad e a factum sit. et ipsi a b ad angulos rectos addãtur h a k, l b m, & ipsi rectæ datæ ponatur utraque æqualis a k, b m, & iunctæ hæ k e, e m educantur ad l, h. Iungatur autem & k m, & ducatur per l ipsa l n æquedistans ipsi a b, & per e ducatur x e o p, æquedistans ipsi n k. Quoniam igitur est sicut f a ad a e, ita m b ad b e, hoc enim supponitur. sicut autem m b ad b e, ita h a ad a e, propter similitudinem triangulorũ. Sicut ergo f a ad a e, ita h a ad a e. Igitur f a est æqualis ipsi h a: eadem ratione & b g ipsi b l. Et quoniam est sicut utraque simul h a, a e, ad utrãque simul m b, b e, ita utraque simul k a, a e, ad utramque simul l b, b e. utraque enim earum proportionum eadem est ei quę est a e ad e b. Contentum igitur sub utraque simul h a, a e, & sub utraque simul l b, e b, æquatur contento sub utraque simul k a, a e: & utraque simul m b, b e. Ponatur ipsi k a æqualis harũ utraque a r, b s. Quoniam igitur utraque simul h a, a e, æqualis est ipsi f e: utraque autem simul l b, b e æqualis ipsi e g: & utraque simul k a, a e æqualis ipsi r e: & utraque simul m b, b e æqualis ipsi s e. Et ostensum est, contentum sub utraque simul h a, a e, & utraque simul l b, b e, esse æquale contento sub utraque simul k a, a e, & utraque simul m b, b e. Contentum igitur sub f e, e g æquatur contento sub r e, e s. Propter hoc quando

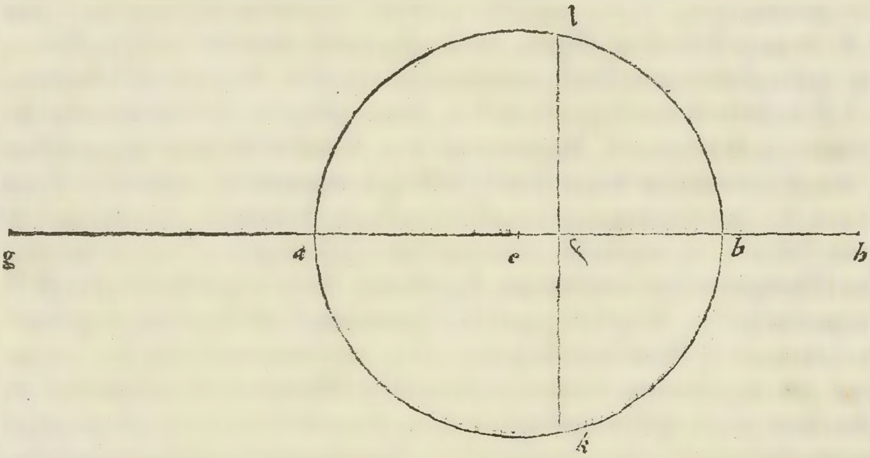
r ea-r cadit inter a f, tunc s exterius ipso g cadet, & ecõuerso. Quoniam igitur sicut c ad d, ita f e ad e g. Sicut autem f e ad e g, ita contentum sub f e, e g ad quadratum e g. Sicut ergo c ad d, ita contentum sub f e, e g ad quadratum e g. Contentum autem sub f e, e g ostensum est esse æquale sub r e, e s. Est igitur sicut c ad d, ita contentum sub r e, e s ad quadratum e g. Ponatur ipsi b e æqualis ipsa e o, & iuncta b o educatur utrinque, & à punctis s, r ductæ ad angulos rectos hæ s t, r y concurrant ei in pũctis y t. Quoniam igitur per b datum, ad positione datam a b ducta est t y, faciens angulum datũ hunc e b o dimidium recti, ipsa t y erit positione data. Et à datis r s positione, hæ r y, t s ductæ secant eã punctis t y. Igitur & puncta t, y data. quare et ipsa t y data, positione & magnitudine. & quia propter similitudinem triangulorum e o b, s t y est, sicut t b ad b o, ita s b ad b e: & cõponenti, sicut t o ad o b, ita s e ad e b. Verum sicut b o ad o y, ita b e ad e r. Igitur per æquam sicut t o ad o y, ita s e ad e r. Verum sicut t o ad o y, & s e ad e r, ita contentum sub t o y, ad quadratum o y. Sicut autem s e ad e r, ita contentum sub s e, e r ad quadratum e r. Sicut ergo contentum sub t o, o y ad quadratum o y, ita contentum sub e s, e r, ad quadratum e r. Et sicut ergo contentum sub t o, o y ad quadratum o y, ita contentum sub s e, e r, ad quadratum e r. Et permutatim, sicut contentum sub t o, o y ad contentum sub s e, e r, ita quadratum o y, ad quadratum e r. Quadratum autem o y duplum est quadrato e r. quandoquidem & quadratum o b duplum ad quadratum b e. Igitur contentum sub t o, o y, duplum est contento sub s e, e r. Contentum autem sub s e, e r ostensum est habere ad quadratum e g eam proportionem, quam habet ipsa c ad ipsam d. Et quadratum e g æquatur quadrato x o. nam utraq; e g, x o est æqualis utriq; simul l b, b e. Igitur contentum sub t o, o y habet ad quadratum x o eã proportionem, quam habet dupla ipsius c ad ipsam d. Proportio autem duplæ ipsius c ad ipsam d data est. Igitur contenti sub t o, o y, ad quadratum x o proportio data. Si igitur fecerimus sicut d ad duplam ipsius c, ita t y ad aliam quãdam, puta u. & circa ipsam t y describamus ellipsim, id est sectionẽ coni acutiãguli, ita ut deductæ in angulo sub x o b, hoc est in dimidio recti possint ea quæ iuxta u deficientia, simili contento sub t y, & u transibit per x per conuersionem uigesimi theorematis primi libri Elementorũ conicorum Apollonij. describatur, & sit puta y x t. Punctum igitur x applicatur ellipsi positione datæ. Et quoniam ipsa l k est diagonialis ipsius n m, parallelogrammum erit contentum sub n x p æquale contento sub a b, b m. Si igitur per b circa incoincidentes has h k, k m descripserimus hyperbolen, ipsa transibit per x, & erit positione data, quia b punctum positione datum est. & utraq; harum a b, b m. Et quia hæ h k m incoincidentes descriptę sunt, & esto puta x b. igitur punctum x aptatur hyperbolæ positione datæ. Aptabatur autem & ellipsi positione datæ. Igitur punctum x datum, & perpendicularis ab ipso x e. igitur e datum. Et quoniam est sicut m b ad b e, ita f a ad a e. & a e data est: igitur a f data, & eadem ratione ipsa g b data.



Componitur autem hoc modo. Sicut enim in eadem descriptione, esto data recta

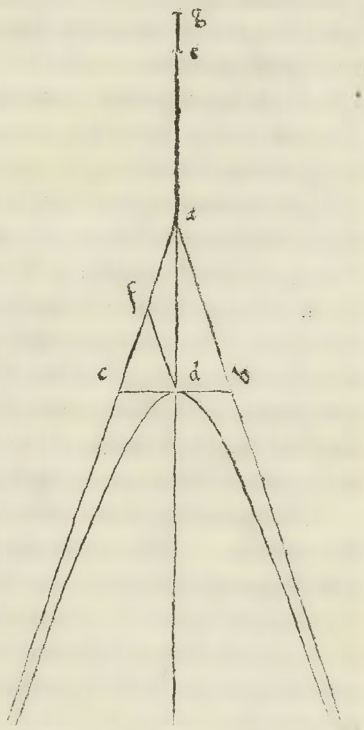
cta a b, quam oporteat diuidere, et altera data a k: proportio data sit c ad d. ducatur ipsi a b ad angulos rectos ipsa b m, æqualis ipsi a k: & iungatur k m, & ponatur utraque a r, b s æqualis ipsi k a. à punctis r s ducantur ad angulos rectos hæ r y, s t. Et ad punctum b constituatur dimidium recti anguli sub a b o, & educta b o in utramque partē, diuidat ipsas s t, r y, punctis t y: & fiat sicut d ad duplā ipsius c, ita t y ad ipsam u. & circa t y describatur ellipsis, ita ut eductæ in dimidio recti possint ea quæ adiaceant ipsi u deficientia simili contento sub t y, & u. Et per b circa incoinciden tes has a b, k m describatur hyperbole b x, secans ellipsim in x: & ducatur ab x per pendicularis x e ad ipsam a b, & educatur in p, & per x ducatur æquedistans ipsi a b ipsa l x n, & educantur k a, m b ad l, h: & ipsa m e iuncta, educatur & concurrat ipsi k n in h. Quoniam igitur b x est hyperbole, & incoincidentes hæ h k, k m, contentum sub n x, x p æquatur contento sub a b, b m, per octauum theorema secundi libri Elementorum conicorum Apollonij. Idcirco ipsa k e l recta est. Ponatur itaque a f æqualis ipsi h a, & ipsa b g ipsi l b. Quoniā igitur est sicut dupla ipsius c ad ipsam d, ita ipsa u ad t y. Sicut autem ipsa u ad t y, ita contentum sub t o, o y ad quadratum x o, per uigesimum theorema primi libri Elementorū conicorum Apollonij. Et ideo sicut dupla ipsius c ad ipsam d, ita cōtentū sub t o, o y, ad quadratū x o. Et quoniam est sicut t b ad b o, ita s b ad b e: & componenti, sicut t o ad o b, ita s e ad e b. Verum sicut b o ad o y, ita b e ad e r. Per æquam igitur, sicut t o ad o y, ita s e ad e r. Sicut ergo contentum sub t o, o y ad quadratum o y, ita contentum sub s e, r e ad quadratum e r: & permutatim, sicut contentum sub t o, o y ad contentū sub s e, e r, ita quadratum o y ad quadratum e r. Verum quadratum o y ad quadratum e r duplum est, quia & quadratum b o ad quadratum b e. nam b e æqualis est ipsi e o, quia uterque angulorum ad b & o est dimidium recti. Igitur cōtentum sub t o, o y duplum est contento sub s e, e r. Quoniam igitur ostensum est, sicut dupla ipsius c ad ipsam d, ita contentum sub t o, o y, ad quadratum x o, & antecedentium dimidia. Sicut ergo c ad d, ita contentū sub r e, e s, ad quadratū x o, & ad quadratū e g, cum x o æqualis sit ipsi e g, quia utraque earum est æqualis utrique simul l b, b e. Quoniam igitur est sicut utraque simul h a, a e, ad utramque simul m b, b e: sic utraque simul k a, a e, ad utramque simul l b, b e. Vtraque enim earum proportionum est eadem proportioni a e ad e b. Contentum igitur sub utraque simul h a, a f, & utraque simul l b, b e æquatur contento sub utraque simul k a, a e, & utraque simul m b, b e. Verum utrique simul h a, a e æqualis est ipsa f e: & utrique simul l b, b e æqualis est ipsa e g. utrique simul k a, a e æqualis est ipsa r e: utrique simul m b, b e æqualis est ipsa e s. Contentum igitur sub f e, e g æquatur contento sub r e, e s. Verum sicut c ad d, ita contentum sub r e, e s ad quadratum e g. Et sicut c ad d, ita contentum sub f e, e g, ad quadratum e g. Verum sicut contentum sub f e, e g ad quadratum e g, ita f e ad e g, & ideo sicut c ad d, ita f e ad e g. Et quoniam est sicut m b ad b e, ita h a ad a e, & h a æquatur ipsi f a. Sicut ergo m b ad b e, ita f a ad a e. eadem ratione sicut k a ad a e, ita g b ad b e. Recta igitur data ipsa a b, & altera itē data k a, & proportione c ad d, sumptum est in ipsa a b quoddam punctum, puta e, & adiectæ rectæ hæ f a, g b: & facta est f e ad e g in data proportione. Item sicut data m b ad b e, ita f a ad a e. Sicut autem ipsa k a data ad a e, ita g b ad b e: quod fuerat faciendum.

His igitur ita demonstratis, potest data sphæra secari in proportionem datam, hoc modo. Esto enim datæ sphæræ diametros a b, proportio autem quam opus sit partes sphæræ inter se habere, sit c ad d, centrum sphæræ sit c: & sumatur in a b punctum f, & adijciantur g a, h b, ita ut sicut c ad d, ita sit g f ad f h. Item ut sit sicut g a ad a f, ita e b data ad b f. ut autem h b ad b f, ita eadem data e a ad a f. Hoc autem quo pacto fieri possit, prius demonstratum est. & per ipsum f ducatur k f l ad angulos rectos ipsi a b, & per k l planum perductum erectum ad ipsam a b secet ipsam sphæram. Dico itaque, eas sphæræ portiones habere inuicem proportionem quæ est c ad d. quoniam enim est sicut g a ad a f, ita e b ad b f. componenti, sicut f g ad f a, ita utraque simul e b, b f, ad b f. Conus igitur basem habēs circulum circa diametrum k l, & altitudinem f g, æquatur portioni sphæræ basem eandem



habenti, altitudinem autem f a. Rursus quoniam sicut h b ad b f, ita e a ad a f. & componenti, sicut h f ad b f, ita utraq; simul e a, a f ad a f. Igitur conus basem habens circulum circa diametrum k, altitudinem ipsam f h, æquatur portioni sphæræ eandem basem habenti, & altitudinem ipsam b f. Quoniam igitur dicti coni eadem in base constantes, habentur inuicem sicut eorum altitudines, hoc est sicut h f ad f g, hoc est c ad d. Portiones igitur sphæræ inuicem habent proportionem datam, quod initiò fuerat faciendum.

Quo autem pacto per punctum datum describi circa datas incoincidentes hyperbole debeat, hoc modo ostendemus: quoniã non inde ponitur in conicis Elementis. Sint duæ rectæ c a, a b complexæ quemcunq; angulum ad a, & detur punctum quoddam puta d, & proponatur per d circa incoincidentes has c a, a b describere hyperbolen. iungatur a d, & ducatur a d e, & ponatur ipsa d a ęqualis ipsi a e, & educatur per d ipsa d f æquedistans ipsi a b, & ponatur f c æqualis ipsi a f, & iungaẽ c d, & educatur ad b: & quadratũ c b sit æquale contento sub d e, e g: & educta a d circa eam describaẽ hyperbole per d, ita ut deductæ possint ea quæ iuxta e g addētia simile cōtento sub d e, e g. Dico quod hyperbolæ descriptæ sũt incoincidẽtes c a, a b. Quoniã eñ d f est æquedistãs ipsi b a, & ipsa c f æqualis ipsi f a: igiẽ c d est ęqualis ipsi d b. Igiẽ quadratũ c b quadruplũ est quadrato d c, & quadratũ c b æquaẽ contento sub d e, e g. Igiẽ hæ c a, a b sunt incoincidentes ipsi hyperbolæ, per primum theorema secũdi libri Elementorum conicorum Apollonij.



IN COMPOSITIONEM QVARTI.

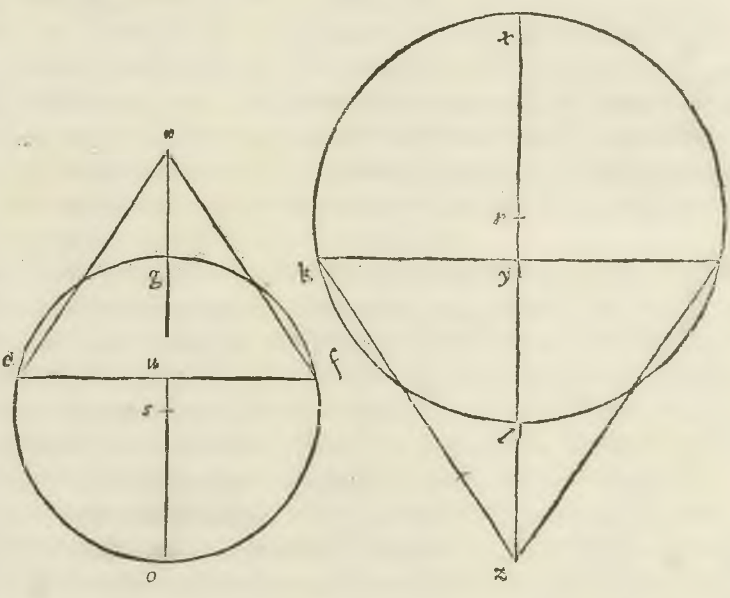
IN compositione autem producens diametrũ sphæræ ipsam d b, & ponens dimidium eius æquale ipsi b f, & diuidens eam in datam proportionem puncto h, & in d b sumens

mens q, ita ut sit sicut q f ad h f, ita quadratum b d ad quadratum d q, & eadem apparans quæ prius dicit, quod fiat sicut utraq; simul k d, d q ad d q, ita r q ad q b, & ponit ipsum r inter h f. Quod autem hoc sic habeatur, est ostendendum. Quoniam enim sicut utraque simul k d, d q ad d q, ita r q ad q b, diuidenti erit k d ad d q, sicut r b ad q b. Et permutatim, sicut k d ad r b, ita d q ad q b. Verum d q maior est ipsa q b. igitur k b maior r b, hoc est f b ipsa b r: quare punctum r inter ipsum b & f cadet. Quod autem & extra h, similiter ostendetur eis quæ in resolutione præcesserunt, in tota theorematis compositione. Colligitur enim, quod est sicut r q ad q l, ita f h ad h b. Quare componenti, & propterea fit consequens supradictis, & his quæ sunt istic dicta demonstratio.

Et per æquam in proportionalitate perturbata, &c. Perturbatã proportionalitatem in Elementis didicimus, quando tribus magnitudinibus, & alijs numero totidem sit, sicut antecedens ad consequens in primis magnitudinibus, ita in secundis antecedens ad consequens. Sicut autem consequens ad aliud quoddam in primis, ita in secundis aliud quoddam ad antecedens. & istic igitur ostensum est, sicut antecedens r l ad consequens l d, ita antecedens q f ad consequens f h. Sicut autem consequens l d ad aliud quoddam d q, ita aliud quoddam a f ad antecedens q f. Sequitur igitur, ut ostensum est per æquam in quinto Elementorum, sicut r l ad l q, ita b f ad f h.

IN QVINTO.

ET quoniam portio e f g est similis portioni h k l, conus igitur e f o similis est cono z h k. Intelligãtur enim descriptiones seorsum positæ, & iunctæ e g, g f, e o, o f, h l, l k, h x, x k. Quoniam igitur portiones e f g, h k l similes sunt inter se, erũt anguli e g f, h l k æquales: quare & eorum dimidia. & recti sunt hi, qui ad u, y. Igitur reliquus reliquo æqualis. igitur triangulus g u f est æquiangulus triangulo l y k. & est sicut g u ad u f, ita l y ad y k. Eadem ratione cum trianguli u f o, y k x sint inuicem æquianguli, erit sicut f u ad k y, ita f o ad k x, & u o ad y x. per æquam igitur sicut g u ad u o, ita l y ad y x. & cõponẽti, sicut g o ad o u, ita l x ad x y. & antecedentiũ dimidia sũt f o, & r x. quare per æquam. et cõponenti, sicut utraq; simul f o, o u, ad o u, hoc est ω u ad u g: sic utraq; simul r x, x y ad x y, hoc est z y ad y l. Verum sicut g u ad u f, ita l y ad y k. per æquam ergo, sicut ω u ad u f, ita z y ad y k: & consequentium dupla sunt e f, & h k. Sicut ergo ω u ad f e, ita z y ad h k. Conorum igitur ω e f, z h k axes sunt proportionales, et diametri basium. igitur coni sunt similes, quod fuerat demonstrandum.



Proportio autem ω u ad e f data. Quoniam enim portiones sphærarum datæ sunt, & diametri basium datæ, & altitudines portionum. quare e f data, & g u. Igi tur eorum dimidia data erunt: quare & quadrata earum, & quadratum e u æqua tur contento sub g u, u o. Si autem datum iuxta datam applicetur, facit latitudinẽ datam. igitur u o data. Verum & u g, igitur tota diametros sphæræ data: idcirco & eius dimidia s o data. uerum & o u data: igitur proportio s o ad o u data. & cõponẽti, utriusq; simul s o, o u ad ipsam o u, proportio data, hoc est ω u ad u g, & ipsa u g data. igitur & ω u data. Verum & e f data. quare & proportio ω u ad e f data. Eadem autem utiq; dicerentur in portione a b c, & colligetur proportio q t ad a b data. Et quia a b data est, igitur & q t data.

Quod autem si portiones datæ sunt, earum altitudines sint datæ, antea quidẽ constat. Verum ut hoc quoque coordinationi datorum consequenter colligi uideatur, dicetur. Quoniam enim portiones sunt datæ positione & magnitudine, & e f data, erit angulus in portione datus. Quare & eius dimidium. & si intelligamus iunctam e g, dato eo qui ad u recto, erit reliquus datus, & triangulus e g u datus specie. quare & proportio e u ad u g data erit. & e u data est, cum sit ipsius e f dimidia, igitur u g data. Licet autem & aliter dicere. quoniã e f est positione data, & à puncto u dato cum sit in duo æqua diuidens e f, educta est u g ad angulos rectos ipsi positione datæ, & circumferentia portionis positione data. Igitur g datũ est. Erat autem & u datum. quare & ipsa u g data.

Quoniam est sicut z y ad q t, hoc est quadratum b a ad quadratum h k, ita k h ad ipsam d. Quoniam enim factum fuit, sicut z y ad h k, ita q t ad d: erit permutatim sicut z y ad q t, ita h k ad d. Verum sicut z y ad q t, ita quadratum a b ad quadratũ h k. Conis enim existentibus æqualibus, bases eorum altitudinibus ecõtrario afficiunt. Sicut aũt bases ad inuicẽ, ita quadrata diametrorũ. Sicut ergo quadratum b a ad quadratũ h k, ita h k ad d. Et permutatim, sicut a b ad h k, ita 9 ad d. Quandoquidem proportio b a ad 9, ostensa est eadem proportioni quadrati a b ad quadratum h k, et item k h ad d, et b a ad 9, eadem est proportioni k h ad d. Quare permutatim, sicut b a ad h k, ita 9 ad d.

IN COMPOSITIONEM QVINTI.

QVoniam itaq; proportionales sunt a b, h k 9, d, erit sicut quadratum a b ad quadratum h k, ita h k ad d. Vniuersaliter enim si sint quatuor rectæ continuę proportionales, erit quadratum primę ad quadratum secundæ, sicut secunda ad quartam. Quoniam enim sicut prima ad secundam, ita tertia ad quartam, erit permutatim sicut prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum secũdæ. igitur sicut quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam.

IN SEXTVM THEOREMA.

QVoniam k l m portio similis est portioni a b c, erit sicut r l ad r n, ita b p ad p h. Si enim iungantur hæ m n, c h, quoniam portiones sunt similes, erunt anguli ad b & l æquales: & anguli ad m c sunt recti, igitur reliquus reliquo, & trianguli sunt æquianguli, & est sicut b h ad h c, ita l n ad n m. Verum sicut h c ad h p, ita n m ad n r, propter similitudinem triangulorum c p h, & m r n. per æquam igitur, sicut b h ad h p, ita l n ad n r. quare diuidenti, sicut l p ad p h, ita l r ad r n.

Proportio autem e f ad b c data, igitur utraq; earum data. Quoniam enim portiones sphærarum datæ sunt, & diametri basium datæ sunt, & altitudines portionum. quare ipsa a c data est, & eius dimidia p c data erit. & b p data est, & ambiunt angulum rectum: igitur b c data. Eadem ratione & e f data. quare & proportio b c ad e f data.

IN COMPOSITIONEM SEXTI.

POrtiones ergo circulorum quæ in k m, a c insistunt, similes existunt. Si enim sicut in resolutione, iungantur hæ c h, m n, quia anguli ad c m sunt recti: & c p, & m r sunt perpendiculares: erunt mediæ proportionales inter partes basium. quare erit sicut prima b p ad tertiam p h, ita quadratũ primæ b p ad quadratum

dratum secundæ c p. Eadem ratione sicut l r ad r n, ita quadratum l r ad quadratũ r m. Sicut ergo b p ad p c, ita l r ad r m, & latera circa angulos æquales sunt proportionalia: igitur trianguli æquianguli. igitur anguli ad b l sunt æquales: & eorum dupli, qui sunt in portionibus. igitur portiones sunt similes.

IN SEPTIMVM THEOREMA.

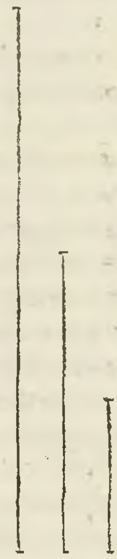
PRoportio igitur utriusque simul e d, d f ad d f data. Quoniam enim proportio utriusq; simul e d, d f ad d f est data, si magnitudo data habeat ad aliquam sui partem proportionem datam, & ad reliquam habebit proportionem datam: quare utraq; simul e d, d f ad e d habet proportionem datam. Quoniam igitur utraque e d, d f ad utramq; simul e d, d f, habent proportionem datam, habebunt etiam inter se proportionem datam. Proportio igitur data e d ad d f, & e d data. quare reliqua f e dabitur. Quare & contentum sub d f, f b, hoc est quadratum a f, & ideo a f data erit. quare & tota ipsa a c. Aliter autem, dixeris ipsam a c datam esse. Quoniam enim diametros data est d b positione, & punctum f datum, ut petitũ est: & a dato f ducta est a c ad angulos rectos, erit ipsa a c positione data. uerum & circuli circumferentia: quare ipsa a c puncta data, & ipsa a f c data est.

Et quoniam utraque simul e d, d f ad d f maiorem proportionem habet, quàm utraq; simul e d, d b ad d b. Quoniam enim e d maior est q̃ dimidia ipsius d f, erit utraque simul e d, d f, maior quàm sesquialtera ipsius d f. Verum utraque simul e d, d b est ipsius d b sesquialtera: igitur e d, d f ad ipsam d f maiorem proportionẽ habet, quàm e d, d b ad d b. Aut aliter, quoniam ipsa d b est maior ipsa d f, alia autem quædam e d: igitur e d habet ad d f maiorem proportionem, quàm e d ad d b. componenti utraq; simul e d, d f ad d f, habet maiorem proportionem, q̃ utraq; simul e d, d b ad d b. Cõpositio theorematis manifesta est per ea quę istic dicta sunt.

IN OCTAVVM THEOREMA.

IPsa h f ad ipsam f g minorem habet proportionem quàm duplicatam eam quã habet quadratum b a ad quadratum a d: hoc est ipsa b f ad f d. Quoniam enim in triangulo rectangulo ducta est ab angulo recto a f perpendicularis, cum trianguli ad perpendicularem similes existant, erit sicut f b ad b a, ita a b ad b d. Et sicut prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum secundæ, & quadratum secundæ ad quadratum tertiæ, uti superius ostensum fuit. Sicut ergo f b ad b d, ita quadratum a b ad quadratum b d. Verum sicut b d ad d f, ita quadratum b d ad quadratum d a. Sicut enim prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratũ secundæ. Et per æquam sicut quadratum b a ad quadratũ d a, ita b f ad f d. Colligetur autem idem & aliter hoc modo. Quoniam enim sicut b f ad f d, ita cõtentum sub f b, b d ad contentum sub b d, d f, ipsa b d cõmuni altitudine sumpta. Est autem contentum sub f b, b d æquale quadrato b a. Cõtento autem sub b d, d f ęquatur quadratum d a. Sicut ergo quadratum b a ad quadratum a d, ita b f ad f d. Et quoniam h f habet ad f k minorem proportionẽ, quàm h b ad b k. Vniuersaliter enim si sint duæ magnitudines inæquales, quibus aliæ æquales addantur, maior habet ad minorem maiorem proportionem, quàm compositum ad compositum. Sunt enim duæ rectæ inęquales a b, c d: quibus addantur b e, d f æquales. Dico quod a b ad c d maiorem proporнem habet, quàm a e ad c f. Quoniam enim maior est a b ipsa c d, a b ad b e maiorem habet proportionem, quàm c d ad b e, hoc est ad d f. Igitur & componenti, a e ad e b maiorem habet proportionem, quàm c f ad f d, ex prædemonstratis. & euersim, a e ad a b minorem, q̃ c f ad c d. quare permutatim constabit res ipsa.

Contentum igitur ſub h f, f g *minus eſt quadrato* f k.*Si enim ſint tres rectæ* continuæ, ſicuti hæ a b c, ita ut a habeat ad b minorem proportionem, quàm b ad c, contentum ſub extremis minus erit quadrato mediæ. Si enim fecerimus ſicut a ad b, ita b ad quandam aliam, ipſa erit maior ipſa c, ſiquidem debeat ad eam habere minorẽ proportionem, quàm c: & tunc erit cõtentum ſub a, & ſub maiore ipſa c, æquale quadrato k. quare contentũ ſub a c minus eſt quadrato b.



Contentum igitur ſub h f, f g *ad quadratum* f g, *mino*rem proportionem habet, quàm quadratum k f ad quadratum f g. Sicut enim h f ad f g, ita contentum ſub h f, f g ad quadratum f g. Contentum autem ſub h f, f g, quadrato f g minus eſt: maius autem ad idem maiorem habet proportionem, quàm minus.

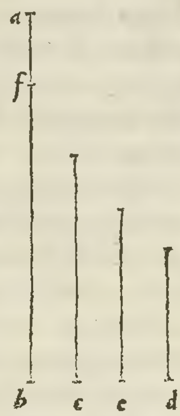
Et quoniam b e eſt æqualis ipſi d e, erit igitur conten*tum* ſub b f, f d *minus contento* ſub b e, e d. *contentum* autem ſub b e, e d æquatur quadrato e d. contentum autem ſub b f, f d, cum quadrato e f, æquatur eidem. Et cõſtat, quod quanto abfuit à bipertitione ipſum f maiori minus eſt, contento ſub æqualibus. Cum maiore enim eo quod fit ab intermedia diuiſionum, æquatur cõtento ſub æqualibus. quare recta, & ſi per ęqualia diuidatur, per pũctum aliud atq; aliud, contentum ſub partibus propinquioribus bipertitioni, maius eſt cõtento ſub partibus remotioribus. Igitur f b ad b e minorẽ proportionem habet, quàm e d ad d f. Vniuerſaliter autem ſi ſint quatuor termini, puta a b, b c, c d, d e: et contentũ ſub a b, d e minus ſit cõtento ſub b c, c d. tunc a b ad b c habet minorem proportionem, quàm c d ad d e. Eſto enim contentum ſub b c, c d, æquale contẽto ſub a b, d f. Eſt igitur ſicut a b ad b c, ita c d ad d f: & d f eſt maior d e: igitur c d habet ad d e maiorem proportionem, quàm ad d f. Quare a b habet ad b c minorem proportionem, quàm c d ad d e.

Eſt igitur ſicut h b ad b k, ita quadratum h n ad quadratum n k. Quoniam enim quadratum b n æquatur cõtento ſub h b, b k. erũt tres rectæ proportionales, ſicut h b ad b n, ita b n ad b k. & ſicut prima h b ad tertiam b k, ita quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ, hoc eſt quadratum b n ad quadratum b k, uti ſuperius demonſtratũ fuit. Rurſus quoniam eſt ſicut h b ad b n, ita b n ad b k. Componenti, ſicut h n ad b n, ita k n ad b k: & permuta*tim, ſicut* h n *ad* n k, *ita* b n ad b k. *Igitur ſicut quadratum* h n ad quadratum n k, ita quadratum n b ad quadratum b k. Verũ ſicut quadratum n b ad quadratum b k: ita eſſe oſtenſum eſt h b ad b k. Igitur ſicut h b ad b k, ita quadratum h n ad quadratum n k.

Quadratum autem h f, ad quadratum f k, maiorem habet proportionẽ, quàm quadratum h n ad quadratum n k. Rurſus duabus inæqualibus h f, k f adijciatur n f, & per ſupradictum habet h f ad f k, maiorem proportionẽ, quàm h n ad n k. *quare & earum duplæ. igitur quadratum* h f *ad quadratum* f k, *maiorem habet* proportionem, quàm quadratum h n ad quadratum n k, hoc eſt h b ad b k, hoc eſt h b ad b e, hoc eſt k f ad f g.

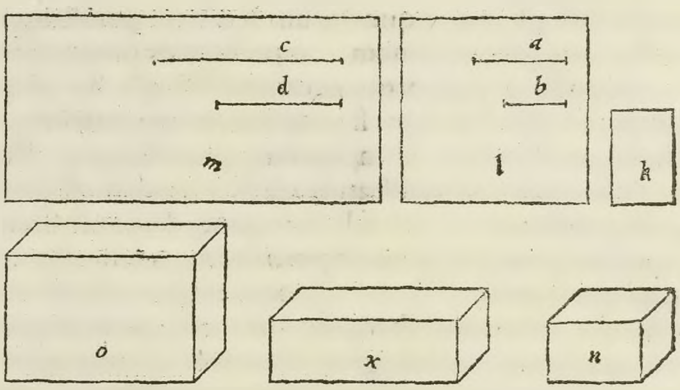
Igitur h f ad f g maiorem habet proportionem, quàm ſeſquialteram eius, quæ eſt k f ad f g. Intelligantur enim ſeorſum poſitæ rectæ, puta a b, c, d: ita ut quadratum

tum a b ad quadratum c maiorem habeat proportionẽ, quàm c ad d. Dico quod a b ad d maiorem habet, quàm ſeſquialteram eius quam habet c ad d. Sumatur enim media inter c & d proportionalis e. Quoniam igitur quadratum a b ad quadratum c maiorem proportionem habet, quàm c ad d. Verum quadrati a b ad quadratum c, eſt proportio dupla, eius quæ eſt à b ad c. Illa uero quæ eſt c ad d, dupla eſt eius quę eſt c ad e. Igitur a b habet ad c maiorem proportionem, quàm c ad e. Fiat autem ſicut e ad c, ita c ad b f. Et quoniam quatuor rectæ conſequenter ſunt proportionales b f, c, e, d: igitur b f habet ad d proportionem, quæ eſt b f, ad c triplicatam. Idem eſt c ad e. Habet autem & c ad d proportionẽ, quæ eſt c ad e duplicatam. Igitur b f ad d habet proportionem ſeſquialteram, eius quæ eſt c ad d. Quare a b ad d maiorem proportionem habet, quàm ſeſquialteram eius, quam habet c ad d.



LIMMA AD SEQVENTIA.

SVnto quatuor termini, a b c d. Dico quod proportio compoſita ex his, ex contento ſub a b, ad quadratum c, & ex proportione b ad d, eadem eſt proportioni collectæ ex contento ſub a b, ſuper ipſam b ad quadratum c, ſuper ipſam d. Eſto itaque contento ſub a b æquale k, & quadrato c æquale l, & fiat ſicut b ad d, ita l ad m. Igitur proportio k ad m componit̃ ex k ad l, hoc eſt contenti ſub a b ad quadratum c: & l ad m, hoc eſt b ad d. Etenim k multiplicans b faciat n, ipſa uero l multiplicans b faciat x, & multiplicans d faciat o.



Quoniam igitur contentum ſub a b eſt k, & k multiplicans b facit n: igitur n erit contentum ſub a b, ſuper b. Rurſus quoniam quadratum c eſt l, & l multiplicans d facit o, & multiplicans b facit x: igitur o eſt quadratum c ſuper d. quare proportio contenti ſub a b, ſuper b, ad quadratũ c ſuper d, eadem eſt proportioni n ad o. Oportet igitur oſtendere, quod proportio k ad m eſt ſicut n ad o. Quoniam uterq; k l multiplicans b, produxit utrumq; n x. Eſt igitur ſicut k ad l, ita n ad x. Rurſus quoniam l multiplicans utrumq; b d produxit, utrumq; x o erit ſicut b ad d, ita x ad o. Verum ſicut b ad d, ita l ad m. Igitur ſicut l ad m, ita x ad o. *Igitur hi k l m ſunt bini, & bini cum his n x o, in eadem proportione.* Per æquam igitur ſicut k ad m, ita n ad o. Et eſt k ad m proportio eadem compoſitæ ex cõtento ſub a b ad quadratũ c, & ex ea quam habet b ad d. Itẽ n ad o eſt eadem proportio proportioni contenti ſub a b, ſuper b, ad quadratum c ſuper d. Igitur proportio compoſita ex proportione contenti ſub a b ad quadratum c, & ex b ad d, eadẽ eſt proportioni contenti ſub a b ſuper b ad quadratum c ſuper d. Manifeſtum autem eſt, quod cõtentum ſub a b ſuper b, æquatur quadrato b ſuper a. Quoniam enim ſicut a ad b, ita contentum ſub a b ad quadratum b, ſumpta b communi altitudine

tudine: si quatuor termini fuerint proportionales, contentum sub extremis æquatur contento sub medijs. Contentum igitur sub a b super b, æquatur quadrato b super a.

IN ALITER OCTAVI.

DIctum est in præassumptis, quod si duarum magnitudinũ medium quoddam sumatur, proportio extremitatum componitur ex proportione primi ad medium, & medij ad tertium. Similiter fiet, & si multa media sumãtur extremitatum, proportio componitur ex proportionibus quas habent media consequenter collecta inter se. Et istic dicit, quod proportio portionis b a d ad portionẽ b c d cõponitur ex ea quam habet portio b a d ad conũ cuius basis circulus circa diametrum b d, uertex uero punctum a. Et idem conus ad conum basem eandem habẽtem uerticem punctum c. Et dictus conus ad portionem b c d, portione uidelicet d a b, & ipsa d c b extremis, sumptis medijs dictis conis. Verum portionis b a d ad conum b a d est proportio g h ad h c, per corolarium secundi theorematis secundi libri. Dicebatur enim, portionem ad conum in seipsa constitutum habere eã proportionem, quam habet utraq; simul quæ ex centro sphæræ, & altitudo reliquæ portionis ad altitudinem reliquæ portionis. Proportio autem coni b a d ad conum b c d est, quæ a h ad h c. Quoniam enim eiusdem basis existentes inuicem se habent sicut eorum altitudines: coni autem b c d ad portionem b c d, sicut a h ad h f, propter corolarium dictum conuersim sumptum. Quare proportio portionis b a d, ad portionem b c d, componitur ex proportione g h ad h c, & a h ad h c, & a h ad h f. Proportio autem composita ex g h ad h c, & a h ad h c, est sicut proportio contenti sub g h, h a ad quadratum h c. nam parallelogramma æquiangula habent inuicem proportionem compositam ex proportione laterum. Proportio autem composita ex proportione contenti sub g h, h a ad quadratum c h, & ex proportione a h ad h f eadem est proportioni contenti sub g h, h a in h a, ad quadratũ c h in h f, ut ostensum est in limmate præassumpto. Proportio autem contenti sub g h, h a in h a, ad quadratum c h in h f, eadem est proportioni quadrati a h in h g, ad quadratum c h in h f. Et hoc quoq; demonstratum fuit in præassumpto.
Proportio igitur portionis ad portionem, eadem est proportioni quadrati a h in h g, ad quadratum c h in h f. Quoniam igitur ostendere oportet, quod portio ad portionem minorem habet proportionem, quàm duplam eam quæ est superficiei ad superficiem: oportet igitur ostendere, quod proportio quadrati a h in h g, ad quadratum c h in h f minorem habet proportionem, quàm duplicatam eam quã habet superficies portionis b a d ad superficiem b c d, hoc est quam habet quadratum a b ad quadratum b c. Verum sicut quadratum a b ad quadratum b c, ita a h ad h c. Ostensum est enim hoc in theorematibus præcedentibus. Oportet igitur ostendere, quod quadratum a h in h g, ad quadratum c h in h f, minorem habet proportionem, quàm eam duplicatam quam habet a h ad h c. Verum proportionis a h ad h c dupla est proportio quadrati a h ad quadratum h c. Ostendere igitur oportet, quod quadratum a h in h g, ad quadratũ c h in h f, habet minorem proportionem, quàm quadratum a h ad quadratum h c. Verum sicut quadratum a h ad quadratum h c, sumpta h g communi altitudine, ita quadratum a h in h g ad quadratum c h in h g. Igitur ostendere oportet, quod quadratum a h in h g, ad quadratum c h in h f, minorem habeat proportionem, quàm idem quadratũ a h in h g, ad quadratum h c in h g. Ad quod autem habet idem minorem proportionem, ipsum est maius. Oportet igitur ostẽdere, quod quadratum c h in h f, maius est quadrato c h in h g, hoc est quod maior sit h f quàm h g. Est autem hoc manifestum. inæqualib. enim his a h, h c æquales sunt additæ f a, c g. Hęc dicens ipse quidem non induxit compositionem, nos autem eam apponemus. Quoniam f h maior est ipsa h g, erit quadratum c h in h f, maius eodem in h g. Quare quadrati

ti a h in h g ad quadratum c h in h f minorem habet proportionem, quàm idem ad quadratum c h in h g. Verum ſicut quadratum a h in h g, ad quadratum c h in h g, ita quadratum a h ad quadrarum h c. Igitur quadratum a h in h g, ad quadratum c h in h f, minorem proportionem habet, quàm quadratũ a h ad quadratum h c. Verum proportio quadrati a h, ad quadratum h c, dupla eſt eius quæ eſt a h ad h c. Quadratum igitur a h in h g, ad quadratũ c h in h f minorem habet proportionem, quàm eam duplicatam quæ eſt a h ad h c. Verum portionum proportio eſt oſtenſa eadem ei quæ eſt quadrati a h in o g h, ad quadratũ c h in h f. Et proportio ſuperficierum ea eſt, quam habet a h ad h c. Portio igitur ad portionem habet minorẽ proportionẽ, quàm ſit ea duplicata, quæ eſt ſuperficiei ad ſuperficiẽ.

Deinceps autem reſoluens reliquam partem theorematis, inducit: Dixi iam quod portio maior habet ad minorem, maiorem proportionem, quàm ſeſquialteram eius quæ eſt ſuperficiei ad ſuperficiem. Verum portionum quidem proportio oſtẽſa eſt eadem illi quam habet quadratum a h in h g, ad quadratum c h in h f. Proportionis igitur ſuperficiei ad ſuperficiem illa eſt ſeſquialtera, quã cubus a b habet ad cubum b c. nam eius quę eſt a b ad b c, illa dupla eſt quæ eſt quadrati a b ad quadratũ b c. tripla uero quę eſt cubi a b, ad cubum b c. Sicut enim a b ad b c, ita a h ad h b, propter ſimilitudinem triangulorum a h b, a b c. Si autem ſint quatuor proportionales rectæ, ſolida quoq; ab eis ſimilia inter ſe & ſimiliter deſcripta ſunt proportionalia. quare cubus a h ad cubum h b habet proportionẽ ſeſquialteram eius quam habet quadratum a b ad quadratum b c. hoc eſt ſuperficies ad ſuperficiem. Verum ſicut portio ad portionem, ita quadratum a h in h g, ad quadratum c h in h f. Dico igitur, quod quadratũ a h in h g, ad quadratum c h in h f, maiorem proportionem habet, quàm cubus a h ad cubum h b, hoc eſt quàm quadrati a h ad quadratum h b, & ipſius a h ad h b. nam proportio quadrati a h ad quadratum h b, aſſumpta ea quæ eſt a h ad h b, eadem eſt ei quæ eſt cubi a h ad cubũ h b. nam utraq; eiuſdem eſt tripla. Proportio autem quadrati a h ad quadratum h b, cum proportione a h ad h b, eſt ea quæ eſt quadrati a h ad contentum ſub c h, h b. Quoniã enim proportio a h ad h b eadem eſt proportioni b h ad h c, ipſa b h media proportionali exiſtente, proportio quadrati a h ad quadratum h b, cũ proportione a h ad h b eadem eſt proportioni quadrati a h ad quadratum h b, cum portione b h ad h c. uerum proportio b h ad h c eadem eſt proportioni quadrati b h ad contentum ſub b h, h c, ſumpta b h communi altitudine. quare proportio quadrati a h ad quadratum h b, cum proportione a h ad h b, eadem eſt proportioni quadrati a h ad quadratum h b, cum proportione quadrati b h ad contentum ſub b h, h c. Verum proportio quadrati a h ad contentum ſub b h, h c, eſt compoſita ex proportione quadrati a h ad quadratum h b, & quadrati b h ad contentum ſub b h, h c, quadrato b h ſumpto medio. quare proportio quadrati a h ad quadratũ h b, cum proportione a h ad h b, eadem eſt proportioni quadrati a h ad contentũ ſub b h, h c. quadrati aũt a h ad contentum ſub b h, h c, proportio eadem eſt proportioni quadrati a h in h g, ad contentũ ſub b h, h c in h g, ſumpta cõmuni altitudine h g. Dico item, quod quadratũ a h in h g, ad quadratum c h in h f, maiorẽ habet proportionem, ꝗ quadratum a h in h g, ad contentũ ſub c h, h b in h g. Ad quod aũt idem maiorem habet proportionem, illud minus exiſtit. Oſtendendum igitur, quadratũ c h in h f eſſe minus contento ſub b h, h c in h g. Idẽ eſt ac ſi oſtendatur, quod quadratũ c h ad contentũ ſub c h, h b minorem habeat proportionẽ, ꝗ h g ad h f. Si enim fuerint quatuor termini, ueluti iſtic ſunt, quadratum c h contentum ſub c h, h b, & h g, et h f: & contentũ ſub extremis minus ſit contento ſub medijs, tunc primus ad ſecundũ minorem proportionem habet, quàm tertius ad quartum, uti ſuprà oſtenſum fuit. Rationabiliter autẽ oportuerat oſtendere, quadratum c h in h f maius eſſe contento ſub c h, h b in h g. quod idem eſt ac ſi demõſtretur quod quadratum c h ad contentum ſub c h,h b minorem habeat proportionem,quàm h g ad h f. Verum ſicut quadratum c h ad contentum ſub c h, h b, ita c h ad h b. Oportet oſtendere quod c h ad h b minorem habeat proportionem, quàm h g ad h f:hoc eſt h g ad h f maiorem habet proportionem,quàm c h ad h b. Ducatur ab e k ad angulos rectos ipſi e c, & ab ipſo b perpendicularis ſupra eam b l. Reliquum nobis eſt oſtendere,quod g h ad h f maiorem proportionem habeat,quàm c h ad h b. Eſt autem ipſa h f æqualis utriq; ſimul h a,k e.nam a f ęquatur ei quæ ex centro. Oſtendendũ eſt ergo,quod g h ad utramq; ſimul h a,k e maiorẽ habeat proportionem,quàm c h ad h b. Et ablata ab ipſa g h ipſa c h,& ab ipſa k e ipſa e l, æquali ipſi b h, oportebit oſtendere quod reliqua c g ad reliquam utrãq; ſimul a h,k l maiorem proportionem habet,quàm c h ad h b. Quoniam enim oportet oſtendere,quod g h ad utramq; ſimul h a, k e maiorem proportionem habeat quàm c h ad h b. Et permutatim,g h ad h c maiorem habeat proportionem, quàm utraq; ſimul h a,k e ad h b,hoc eſt ad l e. Et diuidenti g c ad c h maiorem habet proportionem,quàm utraq; ſimul h a,k l ad l e,hoc eſt b h. Permutatim quoque g c ad utramq; ſimul h a, k l maiorem habet proportionem, quàm c h ad b h. Item ſicut c h ad b h, ita b h ad h a,hoc eſt l e ad a h. Quoniam igitur g c ad utramque ſimul h a,l k maiorem habet proportionem, quàm l e ad a h. Et permutatim, quoniam c g,hoc eſt k e ad e l maiorem habet proportionem, quàm utraque ſimul k l,h a ad h a. diuidenti,k l ad l e maiorem proportionem habet, quàm ipſa k l ad h a,hoc eſt quod minor eſt l e ipſa h a.

Deinceps autem nos compoſitionem adijciemus. quoniam l e minor eſt a h, habebit k l ad l e maiorem proportionem,quàm k l ad a h. Componenti habet k e ad l e maiorem proportionem,quàm utraq; ſimul k l, h a ad h a. Ipſa uero l e eſt æqualis ipſi b h. Igitur g c ad b h maiorem habet proportionem, quàm utraque ſimul k l,a h ad a h. Permutatim igitur,g c ad utramq; ſimul k l, a h maiorem proportionem habet,quàm b h ad h a,hoc eſt c h ad h b. Permutatim ergo g c ad c h maiorem proportionem habet, quàm utraq; ſimul k l,a h ad h b. Componenti igitur g h ad h c maiorem proportionem habet,quàm utraque ſimul k l,a h,h b ad h b,hoc eſt utraq; ſimul a h,k e ad h b. Eſt autem k e æqualis ipſi a f,igitur permutatim g h ad h f maiorem proportionem habet quàm c h ad h b. Sicut autem c h ad h b,ita quadratum c h ad contentum ſub c h,h b. Igitur ipſa g h ad h f maiorem habet proportionem,quàm quadratum c h ad contentum ſub c h,h b. Et per prius dicta quadratum c h in h f minus eſt cõtento ſub c h,h b. Igitur quadratum a h in h g,ad quadratum c h in h f,maiorem proportionem habet,quàm ipſum quadratum a h in h g, ad contentum ſub c h,h b in h g: hoc eſt quadratum a h ad contentum ſub c h,h g. Proportio autem quadrati a h ad contentum ſub c h,h b,ſumpto medio quadrato b h, cõponitur ex proportione quadrati a h ad quadratum h b, & quadrati b h ad contentum ſub b h ,h c. Proportio autem quadrati b h ad contentum ſub b h,h c, eadem eſt proportioni b h ad h c,hoc eſt a h ad b h. Igitur quadratum a h in g h,ad quadratum c h in h f,maiorem habet proportionem , quàm quadratum a h ad quadratum h b cum proportione a h ad h b . Proportio autem compoſita ex proportione quadrati a h ad quadratum h b,& ipſa a h ad h b,eadẽ eſt proportioni cubi a h ad cubum h b, hoc eſt cubi a b ad cubum b c. Quadratũ igitur a h in h g , ad quadratum c h in h f,maiorem habet proportionem,quàm cubus a b ad cubum b c. Verum proportio quadrati a h in h g,ad quadratum c h in h f,eſt oſtenſa eadem eſſe proportioni portionum. Proportio uero cubi a b ad cubum b c oſtenſa eſt eſſe ſeſquialtera proportioni ſuperficierũ. Portio igitur ad portionem habet maiorem proportionem,quàm ſeſquialteram eius quæ eſt ſuperficiei ad ſuperficiem.

IN

IN NONVM THEOREMA.

Constat autem, quod ipsa b a minor est ipsa a k, quàm dupla potẽtia. ea uero quę ex centro, maior quàm dupla. Coniũcta enim ab ipso b ad cẽtrum b o, & angulo ad centrum facto obtuso b o a, erit quadratum a b maius quadratis late rum angulum obtusum complexorum. cumq́ꝫ sint ęqualia, quadrato unius eorũ, puta quæ ex centro eius, maius erit quàm duplum. Item cum quadratum a b sit æquale quadratis a k, b b, & quadratum a k sit maius quadrato k b, erit quadratũ ab minus quàm *duplum quadrati* a k. *Et hæc quidem in figura in qua est* signũ tale θ. In altera uero figura contraria istis conuenienter dicentur.

Esto e n æqualis ipsi e l, & à circulo circa h f diametrũ conus esto uerticem habens punctum n. Iste autem æquatur hemisphærio secundum circumferentiam h e f. Quoniam enim cylindrus basem habens circulum circa diametrum h f, alti tudinem d e, est triplus coni basim eandem & altitudinem æqualem habentis, & sesquialter hemisphærij, erit tale hemisphærium duplum eiusdem coni. Est autẽ conus basem habens circulum circa diametrum h f, et altitudinem l n, duplus eius dem coni. Igitur hemisphærium ęquatur cono, basem habenti circulum circa dia metrum h f, & altitudinem l n.

Contentum autem sub r c, a r, maius est contento sub a k, k c, quia habet latus suum minus latere minore alterius maius. Dictum est enim superius, quod si recta diuidatur in duo inæqualia, alio & alio puncto, contentum sub partibus propinquioribus bipertitioni, maius est contento sub remotioribus. Ac si dicat, quia latus minus suum habeat latere minore alterius maius. nam quanto minus habuerit, tanto discedet ab æquipartitione.

Quadratum aũt a r æquatur contento sub a k, c x, nam dimidiũ est quadrati a b. Si enim iungatur b c, quia in triangulo rectangulo ducta est à recto angulo perpendicularis b k, & *trianguli circa cathetum sunt similes inuicem* & toti, quod sub c a, a k continetur, æquatur quadrato a b. quare & contentum sub dimidia ipsius c a & a k, hoc est c x, a k, æquatur dimidio quadrati a b, hoc est quadrato a r. Maius est igitur utrumq́ꝫ simul utroq́ꝫ simul. quoniam contentum sub c x, a k, æquatur quadrato a r: & contentum sub a r, r c, maius est contento sub a k, k c. Si au tem inæqualibus æqualia addantur, tota fient inæqualia, & maius id quod antea fuerit maius. Contento igitur sub a r, r c si addatur quadratum a r, & cõtento sub a k, k c contentum sub c x, a k: *fiet contentum sub a r, r c cum quadrato a r, maius* contento sub a k, k c, cum contento sub c x, a k. Verum contentum sub a r, r c cum quadrato a r, æquatur contento sub c a, a r, per secundum theorema secundi libri Elementorũ. Et contentũ sub a k, k c, cũ contento sub c x, a k, æquatur contento sub a k, k x per primum theorema secũdi libri eiusdem. Igitur contentum sub c a, a r, maius est contento sub a k, k x. Cõtento autem sub x k, k a, æquatur contentũ sub m k, k c. Supponitur enim, sicut x c ad c k, ita m a ad a k. quare componenti sicut x k, k c ad k c, sic m k ad k a: & contentum sub extremis, æquatur contento sub medijs. Cõtentum igitur sub x a, a k, æquatur contento sub m k, k c. Verum contento sub x k, k a, maius est cõtentum sub a c, a r. Igitur contentum sub a c, a r, maius est contento sub m k, k c. quare maiorem proportionem habet ipsa a c ad c k, quàm m k ad a r. Quoniam enim lineæ quatuor rectæ a c, c k, k m, a r sunt, & contentum sub prima c a, & quarta a r, maius est contento sub secunda c k, & tertia k m: habebit prima a c, ad secundam c k, maiorem proportionem, quàm tertia k m ad quartam a r. Quam autem c a habet ad c k, hanc habet quadratum a c ad quadratum b c. iuncta enim b c. Quia itaq́ꝫ in triangulo rectangulo ab angulo recto est ducta cathetus, fit sicut a c ad c b, ita c b ad c k. Quare sicut prima a c ad tertiam c k, ita quadratum primæ a c ad quadratum c b. Sicut autem quadratum a c ad quadratum c b, ita quadratum a b ad quadratum b k, nam triangulus a b k similis est triangulo a b c. Est igitur sicut a c ad c k, ita quadratum a b ad quadratũ b k. At uero a c habet ad c k maiorem proportionem, quàm m k ad a r, & antecedentium dimidia, dimidium quadrati a b, quod est quadratum a r, ad quadratum b k, maiorem habet proportionem quàm dimidia ipsius m k ad ipsam a r, hoc est ipsa m k ad duplam ipsius a r. Verũ quadratum f l æquatur quadrato a r. quoniã ipsa a b posita est æqualis ipsi e f, & ipsa e f est ipsi r a potentia dupla. nam ipsa e l æqualis est ipsi a r. Et ipsa n l dupla est ipsius a r, quia & ipsius l f. Quare quadratum f l ad quadratum b k maiorem habet proportionem, quàm m k ad duplam ipsius a r, quæ est æqualis ipsi l n. maiorẽ ergo proportionẽ habet circulus circa diametrum h f constitutus, ad circulum circa diametrum b k, quàm m k ad n l. quare conus habens basem circulum circa diametrum h f, uerticem uero pũctum n, maior est cono basem habente circulum circa diametrum b d, uerticem uero m punctum. Si enim fecerimus sicut circulus circa diametrum f h, ad circulum circa diametrum b d, ita ipsam k m ad aliam quandam, erit ad minorem ipsa l n. Et erit conus habens basem circulum circa diametrum f h, altitudinem uero rectam minorem inuentam, æqualis ipsi cono m b d: quia eorum bases altitudinibus contrà afficiuntur. Et erit minor cono n h x, quia in eadem base ambo constituti habentur inuicem, uti eorum altitudines. Constat igitur, quod hemisphærium quod est secundum circumferentiam e f h, maius est portione quæ est secundum circumferentiam b a d.

EVTOCII ASCALONITAE COMMENTARII in secundum librum Archimedis de Sphæra & cylindro: expositione discursa Milesio Mechanico Isidoro nostro præceptori

EVTOCII ASCALONITAE COMMENTARII IN MENSVRATIONEM *circuli Archimedis.*

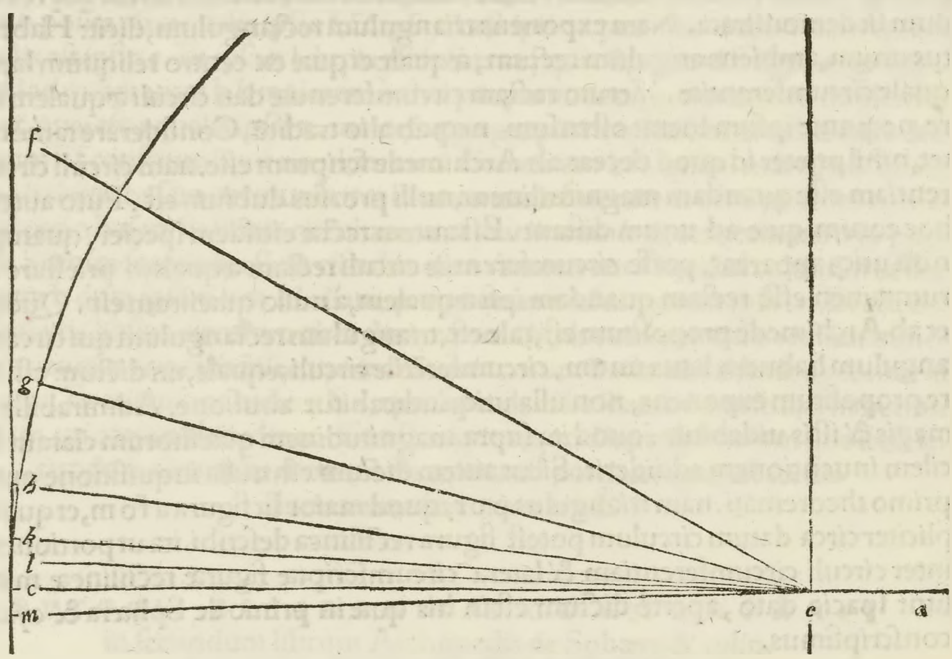
CONSEQVENS igitur fuit mihi, intentum meum prosequenti, qui ex his quæ ab Archimede scripta fuerũt, clarioribus & breuiori disciplina indigentibus inciderim, & ea quæ utcunque in eis discussione indiguerint, pro uirib. continua reddere eis, quæ à nobis in libro de Sphæra & cylindro scripta sunt. Cũ uotum sanè dignũ obtigerit, ut & maioribus, & quib. ampliori cura opus erit, nobis sit insistendũ: erit utiq; propositus nobis deinceps Archimedis libellus, cuius inscriptio est Circuli mensuratio, in quo uiri propositionem ex ipsa superscriptione percipimus. Vult enim ostendere, cui spacio rectilineo sit circulus æqualis, rem longè ante ipsum à clarissimis philosophis quæsitam. Constat enim hoc, id quæsitum esse quod Hippocrates Chius, & Antiphon cum studiosè inuestigassent, eos nobis paralogismos inuenerunt, quos illis exquisitè cognitos existimo qui Geometricam Eudemi historiam inspexerunt, & Ceria Aristotelica acceperũt. Verũ est quidem hic libellus, uti ait Heraclides in Archimedis uita, ad usum uitæ necessarius. Ostendit enim circumferentiam diametro triplam & minus septima parte, plus uero quantum sunt decem septuagesimæprimæ. Hoc autem, dicit, proximè demõstratum est: inuenta quidem uera est talis per quasdam spirales recta linea, quæ sit æqualis circumferentiæ dati circuli.

IN PRIMVM THEOREMA.

PRimum theorema his qui aliquantulum in mathematicis sint uersati, nullam uidetur habere difficilem perquisitionem, cum ipsa Archimedis uerba palàm exposita sint, & conclusionem propositioni restituant nulla parte neglecta parem. Videtur autem quadam re esse ad demonstrationem abusus, quę res nondum sit demonstrata. Nam exponens triangulum rectangulum, dicit: Habeat latus unum, ambiens angulum rectum, æquale ei quæ ex centro reliquum latus æquale circumferentiæ. Verum rectam circumferentiæ dati circuli æqualem sumere, neq; ante ipsum fuerat ostensum, neq; ab alio traditũ. Considerare tamẽ oportet, nihil præter id quod deceat, ab Archimede scriptum esse. nam circuli circumferentiam esse quandam magnitudinem, nulli prorsus dubium est. Puto autem, & hoc eorum quæ ad unum distant. Est autem rectæ eiusdem speciei, quanquam non utiq; appareat, posse circumferentiæ circuli rectam æqualem præstare. Verumtamen esse rectam quandam ipsi æqualem, à nullo quæsitum est. Quod igitũ et ab Archimede propositum est, tale est, triangulum rectangulum qui circa rectũ angulum habuerit latus unum, circumferẽtiæ circuli æquale, uti dictum est. Quare propositum exponens, non ulla utiq; iudicabitur abusione. Admirabilis autẽ magis & istis uidebitur, quod ita supra magnitudinem quæsitorum claram & facilem inuentionem addiderit. Sicut autem dictum est, nulla inquisitione opus est primo theoremati. nam triangulus p o r, quod maior sit figura a f o m, et quod simpliciter circa datum circulum potest figura rectilinea describi, ita ut portiones quę inter circuli circumferentiam & latera circumscriptæ figuræ rectilineæ minores sunt spacio dato, apertè dictum est in his quæ in primo de Sphæra & cylindro conscripsimus.

IN TERTIVM THEOREMA.

IN hoc theoremate continenter iubemur, numero quocunq; dato radicem quadratam inuenire. Hanc autem in numero nõ quadrato præcisam inueniri non est possibile. Numerus enim in se multiplicatus producit quendam numerũ quadratum: partes autem in se multiplicatæ, non explent numerũ, sed partes. Quemadmodum uero oporteat radicem proxime producentem datum numerum inuenire, dictum est ab Herone in metricis, dictum & à Pappo & Theone, & à multis alijs, qui magnam Claudij Ptolemæi compositionem exposuerunt. Quare nõ est opus in hoc nos laborare, cũ liceat studiosis illud ab illis petere. Et angulus c e f, est tertia pars recti. Si enim hexagoni circumferentiã bipertientes, eius dimidium ad tertiæ separantes iunxerimus ipsam e f, erit angulus c e f, tertia recti. nam circũferentia ad c assumpta, cum sit dimidia circũferentiæ hexagoni, est duodecima circuli pars. quare & angulus c e f, qui est ad centrum, est duodecima pars quatuor rectorum. quare est tertia unius recti. Igitur e f habet ad f c proportionem, quam 306 ad 153. Quod autem e f sit ipsius c f dupla, hinc manifestum est. Si enim expro ducentes ipsam f c in c, & æqualem ei constituentes iunxerimus ab ipso e, erit angulus apud e duæ tertiæ recti, & angulus ad f duæ tertiæ recti. Igitur trianguli æquilateri est dimidium triangulus c e f, & quia basis æquilateri æquatur ipsi e f, bipertietur puncto c. igitur e f est dupla ipsius f c. Habet autem ipsa e c ad c f proportionem, quam 265 ad 153. quia enim e f ponitur 306. Si ipsa in seipsam multiplicetur, fient 93636. Ipsa autem c f est 153. quare quadratum eius erit 23409. Quoniam igitur quadratum e f æquatur quadratis harum e c, c f, si à quadrato e f quod est 93636. auferamus quadratum ipsius c f, 23409. relinquetur quadratum e c, quod est 70227. Cuius latus quadratum est 265. Et item pars quædam minima & insensibilis. Deficit enim potentia horum 265, à præciso duab. unitatibus. Multiplicationes autem subijciuntur. Diuidatur itaq; angulus e f c in duo æqua, ducta e g. Est igitur sicut f e ad e c, ita f g ad g c, per tertium theorema sexti libri Elementorũ Euclidis: & cõponẽti, sicut utraq; simul f e, e c ad e c, ita f c ad c g. Et permutatim, sicut utraq; simul f e, e c ad f c, ita e c ad c g. Est autem utraq; simul e f, f e maior, quàm 571. Est autem f c, 153. Igitur utraque simul f e, e c ad e c, maiorem ha



bet proportionem, quàm 571 ad 153. quare e c ad c g maiorem proportionem habet, quàm 571 ad 153. Igitur e c ad g c potentia habet maiorem proportionem, quàm 349450 ad 23409. Concludetur autem hoc ita. quoniam enim ostensum est, quod e c ad c g maiorem habet proportionem, quàm 571 ad 153. si quis posuerit ipsam e c esse 571, & ipsam c g 153, erit quadratum ipsius e c 326041. & quadratũ c g 23409, cum utraq; simul sint æqualia, quadrato ipsius e g, quod est 349450. huius radix quadrata est 591, & $\frac{1}{8}$ proxime. nã quadratus huius 591 $\frac{1}{8}$ deest à præciso una & uiginti unitatibus & 59 sexagesimis quartis. Igitur e c ad c g habet potentia proportionẽ, quam 349450 ad 23409. longitudine uero, quam 591, & $\frac{1}{8}$ proxime ad 153. Multiplicationes autem subijciuntur.

Rursus in duo æqua diuidatur angulus g e c ducta h e, eadem ratione ipsa e c habebit ad c h maiorem proportionẽ, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Fit enim per bipertitionem anguli, sicut e g ad e c, ita g h ad h c. Et componenti, sicut utraq; simul g e, e c ad e c, ita g c ad c h: & permutatim, sicut utraq; simul g e, e c ad g c, ita e c ad c h. Et est quidem e c, 571, & pars quædam. At uero e g 591, & amplius quædã pars maioris. igit̃ sunt 1162 $\frac{1}{8}$. Est aũt g c 153. igitur utraq; simul g e, e c ad g c maiorem proportionem habet, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153.

Item h e, habet ad h c maiorem proportionem, quàm 1173 $\frac{1}{8}$ ad 153. quoniam enim ostensum est e c habere ad h c maiorem proportionem, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Si quis supposuerit eas sic habere, erit quadratum e c 1350534, & $\frac{3}{64}$. quadratum uero c h 23409. Quadratum ergo e h æquale quadratis harũ e c, c h erit 1373943, $\frac{33}{64}$ cuius latus est 1172 $\frac{1}{8}$ proxime. nam deest à præcisa potentia ipsius unitatibus 66, multiplicationes uero subijciuntur.

Item angulus h e c diuidatur in duo æqua, ducta e k. Igitur e c ad e k maiorem proportionẽ habet, quàm 2304 $\frac{1}{4}$ ad 153. Rursus enim propter bipertitionem anguguli h e c erit ſicut h e ad e c, ita h k ad c k. Et componenti, ſicut utraque ſimul h e, e c ad e c, ita h c ad c k. Et permutatim, ſicut utraque ſimul h e, e c ad h c, ita e c ad c k. Et quia oſtenſum eſt ipſam h e eſſe $1172\frac{1}{8}$. utraque ergo ſimul h e, e c, maior erit iſto $2334\frac{1}{4}$. & h c ponitur 153. Igitur utraque ſimul h e, e c ad h c maiorem habet proportionem, quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Igitur e k ad c k maiorem habet proportionem, quàm $2339\frac{1}{4}$ ad 153. Item quoniam ſupponit e c $2334\frac{1}{4}$, erit quadratum ipſius e c $5448723\frac{3}{16}$. Quadratum uero ipſius c k 23409. Iſtis autem æquatur quadratum k e, quod erit $5472232\frac{3}{16}$. cuius latus quadratum eſt proxime $2339\frac{1}{4}$. deeſt ab eius præciſo quadrato unitatibus $41\frac{1}{2}$. multiplicationes uero ſubijciuntur.

Item diuidatur angulus k e c in duo æqua, ducta e l. Igitur e c ad e l maiorẽ habet proportionem, quàm $460\frac{1}{2}$ ad 153. Rurſus enim propter bipartitionem anguli ſicut k e ad e c, ita k l ad l c. Et componenti, ſicut utraq; ſimul k e, e c ad e c, ita k c ad l c. Et permutatim, ſicut utraq; ſimul k e, e c ad k c, ita e c ad l c. & k e eſt $2339\frac{1}{4}$. & pars inſuper quædam. & e c, $2334\frac{1}{4}$, & particula inſuper quædam. Igitur utraque ſimul k e, e c ad k c maiorem proportionem habet, quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Sicut autem utraq; ſimul k e, e c ad k c, ita e c ad c l. Igitur e c ad c l maiorem proportionẽ habet, quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Quoniam igitur angulus f e c exiſtens tertia pars recti, eſt duodecima pars quatuor rectorum, eius dimidium erit g e c pars uigeſimaquarta, cuius item dimidium h e c erit quadrageſimaoctaua, atque item huius dimidium k e c erit nonageſimaſexta. rurſus huius dimidium centeſima nonageſimaſecunda. Ponatur, uti dicit, angulus c e m æqualis ei, & educatur f c a d m. Angulus igitur l e m exiſtens duplus anguli l e c, erit nonageſimaſexta rectorum quatuor. quare ipſa l m erit latus polygoni habentis latera 96 circa circulum deſcripti. Quoniam igitur e l ad c l oſtenſa eſt habere maiorẽ proportionem, quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 253. & eſt ipſa a c dupla ipſius e c, & l m ipſius l c. Igitur a c ad l m habet maiorẽ proportionem, quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Econuerſo igitur l m ad a l minorem habet proportionem, quàm 153 ad $4673\frac{1}{2}$. Et quoniam l m eſt latus polygoni habentis latera 96, igitur ambitus polygoni erit 14688. nam 96 multiplicatus in 153 dictum numeri producit. Igitur ambitus polygoni habet ad diametrum a c minorem proportionem, quàm 14688 ad $4673\frac{1}{2}$. Ambitus ergo polygoni erit triplus diametro circuli, & inſuper $667\frac{1}{2}$. hic autem minor eſt, quàm pars ſeptima ipſius diametri. Hic enim ſepties ſumptus producit $4672\frac{1}{2}$ qui minor eſt diametro unitate. Quoniam igitur polygoni ambitus minor eſt quàm triplus ſeſquiſeptimus diametro, & circuli ambitus ſit minor ambitu polygoni: multo magis igitur circuli circumferentia eſt minor, quàm tripla ſeſquiſeptima.

Deinceps uero conſtruens reliquam partem theorematis, dicit: Eſto circulus circa diametrum a c, & tertia pars recti angulus b a c. Hoc autem erit, ſi à puncto c ſumpta c b, æquali lateri hexagoni iungamus a b. Nam angulus in circumferentia hexagoni ad centrum factus eſt duæ tertiæ recti, in circumferentia uero trigoni eſt quatuor tertiæ recti. Quoniã igitur angulus a b c eſt rectus, & angulus b a c eſt tertia recti, erit angulus a c b duæ tertiæ recti. Si ergo educentes ipſam c b ad b, & æqualem ei ſumpſerimus, & ab a iunxerimus e a, fiet triangulus æquilaterus. Et quia a b cathetus eſt, & bipertitur baſim, erit a c æqualis ipſi c b. Si rurſus ſumpſerimus ipſam a c 1560, erit ipſa c b 780. Et quadratum a c 2433600. & quadratum ipſius c b 608400. Et ſi auferamus quadratum c b à quadrato a c, relinquetur quadratum a b 1825200. cuius latus quadratum 1351 proxime. excedit enim præciſum ſola unitate. propterea dixit ipſam a b minorẽ habere ad b c proportionem, quàm 1351 ad 780. multiplicationes uero ſubijciuntur.

Diuidatur in duo ęqua angulus b a c, angulo a f g. Quoniã igitur angulus b a g æqua-

æquatur angulo g c b, nam in eadem circumferentia conſiſtunt: item æquatur angulo g a c: igitur angulus g c b eſt æqualis angulo g a c. & angulus a g c communis eſt rectus: igitur reliquus g f c, reliquo a c g æqualis. igitur triãguli a g c & c g f ſunt inuicem ęquianguli, & ſimiles. Igitur ſicut a g ad g c, ita c g ad g f, & a c ad c f. Nam triangulorum ſimiliũ latera æquos angulos complexa, ſunt proportionalia. Verum ſicut a c ad c f, ita utraque ſimul c a, a b ad c b, & a g ad g c. quia enim angulus b a c in duo æqua diuiditur, ducta a f erit ſicut b a ad a c, ita b c ad c f. Et permutatim, ſicut utraqꝫ ſimul b a, a c ad b c, ita a c ad c f. Et eſt a b minor ꝙ 1351, & a c 1560, & b c 780. igitur utraqꝫ ſimul a b, c b minorem habet ad b c proportionem, quàm 2911 ad 780. igitur a c ad c f habet minorem proportionem, quàm 2911, & 780. ſicut autem a c ad c f, ita a g ad g c. igitur a g ad g c minorem habet proportionem, quàm 2911 ad 780. Ex his igitͤ erit quadratum a g 8473921. quadratum g c, 608400. Et quadratum a c eſt eis æquale. Erit igitur ipſum 9082321, cuius latus eſt tetragonicum proxime. nam excedit præciſum quadratum unitatibus $368\frac{1}{6}$. Eadem ratione dicit a c ad c g minorem habere proportionem, quàm $3390\frac{1}{4}$ ad 980. multiplicationes autem ſubijciuntur.

Diuidatur in duo æqua angulus c a g, ducta a h. propter bipartitionem igitur anguli & ſimilitudinem triangulorum, & proportionalitatem laterum & componenti, & permutatim, ſicut utraqꝫ ſimul g a, a c ad g c, ita a h ad h c. & ſupponebatur a c minor quàm 2911. & ipſa a c minor quàm $3013\frac{3}{4}$. igitur utraqꝫ ſimul g a, a c minor eſt quàm $5924\frac{3}{4}$. ipſa uero g c eſt 780. igitur utraqꝫ ſimul g a, a c ad g c minorem habet proportionẽ, quàm $5924\frac{3}{4}$ ad 780. quare & a h ad h c minorem proportionem habet, ꝙ $5924\frac{3}{4}$ ad 780. quare a h ad h c minorẽ proportionem habet quàm $455\frac{3}{4}$ ad 60. nam utraqꝫ utriuſqꝫ eſt pars, & horum quadrupli ipſa a h ad h c minorem proportionem habet, quàm 1823 ad 240. propter hoc enim dicit, quod utraque utriuſqꝫ eſt $\frac{4}{13}$. Et quoniam a h eſt 1823, erit quadratum eius 3323429. Eſt autem h c 240, & eius quadratum 57600. & eſt iſtis quadratis a h, h c æquale quadratũ a c. Erit igitur 3380429, cuius latus quadratum eſt $1838\frac{9}{11}$. nam huius quadratum excedit, uerum quadratum unitatibus 321 propè. quare a c ad h c minorẽ habet proportionem, quàm $1838\frac{9}{11}$ ad 240. multiplicationes uero ſubijciuntur.

Item in duo æqua diuidatur angulus h a c ducta k a. Rurſus propter bipartitionem anguli, & ſimilitudinẽ triangulorũ, & proportionalitatem laterũ, et componẽti, & permutatim, ſicut utraqꝫ ſimul h a, a c ad c h, ita a k ad k c. Verũ utraqꝫ ſimul h a, a c minor eſt, quàm $3661\frac{9}{11}$. Quoniam enim h a ſupponitͤ 1823, & a c $1838\frac{9}{11}$. Eſt autem h c 240. Igitur utraqꝫ ſimul h a, a c ad h c habet minorem proportionem, quàm $3661\frac{9}{11}$ ad 240. quare & a k ad k c minorem habet proportionem, quàm $3661\frac{9}{11}$ ad 240.

igitur a k ad k c minorem proportionem habet, quàm 1007 ad 66. & quadratum a k 1014049. quadratum uero k c eſt 4356: quibus æquatur quadratum a c. igitur erit 1018405, quorum latus quadratum eſt $1009\frac{1}{6}$ proximè. nam eius quadratum ſuperat præciſum unitatibus 12 & $\frac{3}{63}$. Igitur a c ad c k minorem proportionẽ habet, quàm $1009\frac{1}{6}$ ad 66. multiplicationes autem ſubijcientur.

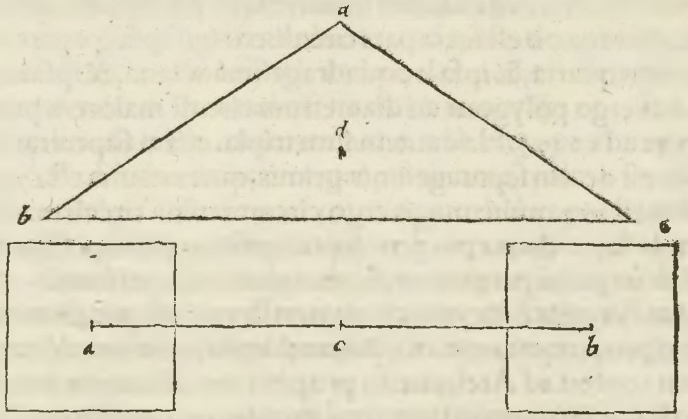
Item diuidatur in duo æqua angulus k a c ducta a l eadem ratione, ſicut utraqꝫ ſimul k a, a c ad k c, ita a l ad c l. & eſt a k minor quàm 1007, & a c minor quàm $1009\frac{1}{6}$, & k c 66. Igitur utraqꝫ ſimul k a, a c, ad k c minorem proportionẽ habet, ꝙ $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Igitur a l ad l c minorem proportionem habet, quàm $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Et quoniam a l ſupponitur eſſe $2016\frac{1}{6}$ erit eius quadratum $4064928\frac{1}{36}$. Et ipſa l c eſt 66, cuius quadratũ eſt 4356: æquale uero ipſis ambobus ſimul quadratum a c 406928 $\frac{1}{36}$. cuius radix quadrata est 2017 $\frac{1}{4}$ proximè. nam quadratum eius excedit præcisum unitatibus 13 $\frac{6}{70}$. quare a c ad c l habet minorem proportionem, quàm 2017 $\frac{1}{4}$ ad 66. multiplicationes autem subijcientur.

Quoniam igitur a c habet ad c l minorē proportionem, quàm 2017 $\frac{1}{4}$ ad 66. Ecōuerso igitur c l ad c a habet maiorem proportionem, quàm 66 ad 2017 $\frac{1}{4}$. et quoniā circūferētia c b est sexta pars circuli: erit igitū ipsa g c pars duodecima, et ipsa h g uigesimaquarta, & ipsa k c quadragesimaoctaua, & ipsa l c nonagesimasexta. Ambitus ergo polygoni ad diametrum circuli maiorem proportionem habet, quàm 6336 ad 2017 $\frac{1}{4}$. Hæc autem sunt tripla. etiam supererant 284 $\frac{1}{4}$, qui quidem minor est decem septuagesimis primis, quarum una est 27 $\frac{2}{3}$ proximè. Harum decuplus est 277. multo magis ergo circumferētia circuli maior est diametro sua, quàm tripla super decies partiens septuagesimas primas. Quemadmodum igitur numeri ab eo positi partiuntur, mediocriter declarati sunt. Sciendum quod Apollonius Pergęus Mocyntocio demonstrauit idē, per alios numeros ducens ad maiorem propinquitatem. id quidem diligētius factum & exquisitius uidetur, nihil autem confert ad Archimedis propositum. Diximus enim, eum in hoc libello proposuisse, se inuenturum propè propter uitæ utilitates. Quare neque Sporus Nicenus percipitur opportunè Archimedem accusare, quod non exquisitè ab eo traditum sit cui rectæ lineæ circuli circumferentia sit æqualis. Ex quib. ipse in Cerijs dicit, præceptorem suum Philonem Apogadarum ad numeros diligentiores rem hanc adduxisse, quàm Archimedes. Omnes enim ex ordine habentur, & uidentur eius propositum nō cognouisse. Vtuntur tamē multiplicationibus myriadū, & diuisionibus, quibus non est facile assequi inductum, & rationibus magnis. Si quis uero uoluerit omnino ad minuta magis hācrem adducere, utatur licet his quæ in compositione mathematica à Claudio Ptolemæo tradita sunt, uel quæ sequuntur ex illis per partes & minutissimum calculum, & per rectas in circulo sitas. Et ego utiq; hoc iam fecissem, nisi quod sæpe dixi, intellexissem, quòd per ea quæ dicta sunt, non potest ad exquisitissimū perueniri, ut inueniatur recta linea, quæ sit circūferentiæ circuli dati ęqualis. Quanquam proximè quis ac ferè habuerit eam. Et quæ ab Archimede sunt hic dicta, sufficiant.

EVTOCII ASCALONITAE COMMENTARII in Circuli mensurationem, editione asscripta Milesio Mechanico Isidoro nostro præceptori.

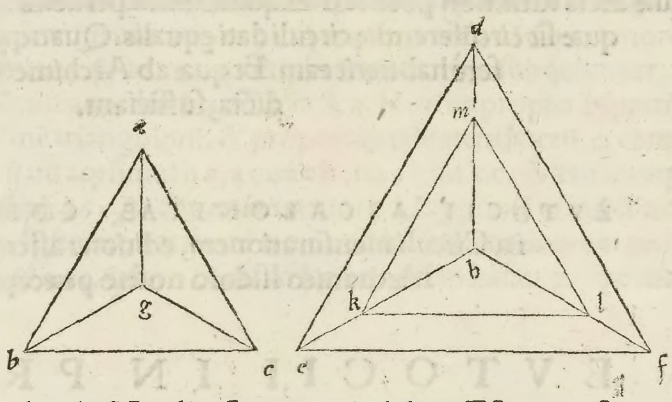
EVTOCII IN PRIMVM THEOREMA AEQVEPONDERAlium *Archimedis.*

MOMENTVM ipsum, ô generosissime Petre, commune grauitatis & leuitatis esse genus, & Aristoteles asserit, & Ptolemęus eum sequutus. Timæus uero apud Platonem, momētum omne dicit grauitate produci. nā existimat leuitatem priuationē quandam esse. quorum opiniones licet disciplinarū studiosis legere, & ex Ptolemæi libro quem de Momentis conscripsit, & ex naturalibus negocijs Aristotelis, & ex Timæo Platonis, & ex his qui illos exposuerūt. Archimedes uero in hoc libro cētrum ponderis figuræ planæ existimat id, ex quo suspensa manet æquedistãs horizonti, duorum uero uel plurium planorũ centrũ ponderis, hoc est grauitatis, à quo libra suspensa stat horizonti æquedistãs: ut puta sit triangulus a b c, & in medio eius punctum quoddam d, à quo suspensum maneat æquedistãs horizonti. Constat igiť quod partes a b c sibi ipsis æquepõderabunt, & nulla tẽdit altera magis ad horizõtem. Similiter autem & posita libra a b, & suspensis ex ea magnitudinib. a b, si suspẽsa libra ex c habeat partes a b æqueponderantes, manebit æquedistãs horizonti, & erit centrum suspensionis magnitudinum a b pũctum c.



Bene uidetur Geminus de Archimede dicere, quod dignitates petitiones appellat. nam æqualia grauia ex æqualibus distantijs aut lõgitudinibus æqueponderare dignitas est, & quæ sunt conuenienter. Et sunt clara omnia, his qui ea moderatè inspiciunt.

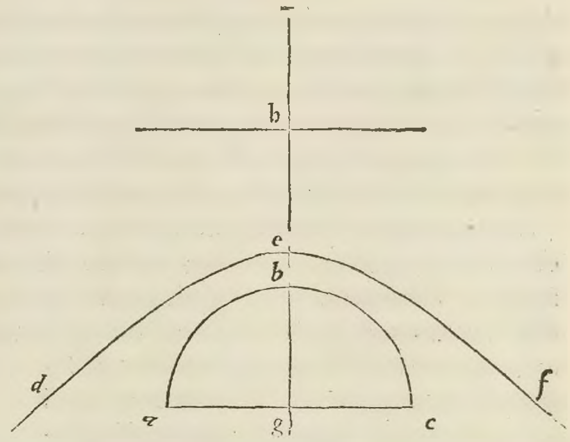
Aequalibus inquit, & similibus planis inuicem coaptatis, & eorũ centra grauitatis inuicem coaptabuntur. Omnes enim eorũ partes coaptabũtur: inæqualiũ uero & similium centra grauitatis erunt similiter sita. Intelligantur autem, uti in subiecta descriptione trianguli a b c, d e f inæquales & similes. & centrum grauitatis ipsius a b c sit g, ipsius uero d e f sit h: & iungantur a g, b g, c g, d h, e h, f h. Dico igitur, quod per æqualia diuidant angulos lineæ ductæ ab ipso g uel h puncto ad angulos. Fiat enim sicut e f ad b c, ita e h ad h k, & f h ad h l, & d h ad h m. Et iungãtur m k k l l m. erit iam k l m triangulus similis triangulo d e f. Quoniam enim est sicut e h ad h k, ita h f ad h l: erit e f ęque distans ipsi k l, & similiter m k ipsi e d, & ipsa d f ipsi l m.



Igitur triangulus d e f similis est triangulo k l m. Est igitur sicut d e ad m k, ita e f ad k l, & f d ad l m. Supponitur autem propter similitudinem triangulorũ, esse sicut d e ad a b, ita e f ad b c, & d f ad a c. Sunt igiť latera a b c æqualia lateribus k l m. quare aptatur unumquodq; unicuiq;. Igitur triangulus a b c, est similis & æqualis triangulo k l m. quare coaptabitur centrum ipsius a b c, in centrũ ipsius k l m. Ipso autem g coaptato in h, & latera a b c coaptabuntur in k l m, & ipse a g, b g, c g in ipsas h k, h l, h m: & facient angulos ad k l m æquales angulis in triangulo a b c. quare & in ipso d e f. Sunt enim eædem rectæ, quæ à puncto h ad d e f, & ad k l m iunctæ fuerunt.

Cuiuscunq; figuræ cuius ambitus in eadem caua consistit, centrum grauitatis intra figuram contineri necesse est. Quas appellat in eadem cauas lineas, iam dictum est à nobis in procemijs de Sphæra & cylindro. Quoniam enim figura quæ ha-

habet ambitum in eadem cauum, partes omnis plani inter ambitum suum complectitur, & angulos. Constat quod & centrum grauitatis intra ipsam figuram continetur. in quibusdam enim figuris centrum est extrà, in quibusdam in limbo. In semicirculo enim a b c centrum figuræ est g. in hyperbole autem d e f, cētrum figuræ est extrà, ubi diametri concurrunt inuicem, sicut habet h. Hęc enim dicta sunt in secundo libro Conicorum Apollonij. Verūtamen et in figura a b c, & in d e f, centrum grauitatis, à quo uidelicet figura suspensa maneat æquedistans horizōti, est intra ambitum. nam si foret in ambitu, aliquid extrà in alteram partem tenderet, quod non supponitur.



IN SECVNDVM.

ESto centrū grauitatis d, si esse potest. Quod enim sit in a b, ostensum est. nam suprà dictum est, quod duarum magnitudinum centrum est, à quo libra suspensa partes habet ęqueponderantes: & æquedistās manet horizonti. quare centrum magnitudinum a b est in ipsa a b.

IN QVINTVM.

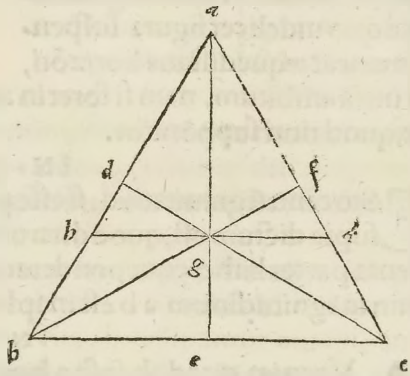
AVt enim quod ab ipso a b maius est ipso c, ita ut æqueponderet, aut non. Hoc dictū rectè intelligere oportet, non utputa quod magnitudo a b sit omnino maior c: sed posita maior, aut secundum æqueponderātiam. Potest enim fieri, quod minor magnitudo magis ponderet quàm maior, per longitudinem libræ quæ maior admodum existat, & proportionem faciat inæqualem. Et auferatur ab ipso a b minus excessu, quo a b maius est ipso c, ita ut æqueponderent: ita ut reliquum, puta a sit cōmensuratum ipsi c. Oportet, inquit, auferre ab ipso a b magnitudinem quandam b: puta quod faciat reliquum a commensuratum ipsi c, & maius ipsum a ipso c secundum æqueponderationem. Hoc autem fieri potest per ea quæ in principio libri decimi Elementorum Euclidis dicta fuerunt, & in tertio Sphæricorum Theodosij.

IN VNDECIMVM.

ET iungantur hæ, e f, g k, l m. cadent iam ipsæ iuxta ipsam b c. Quoniā enim ipsa b o est æqualis ipsi z c, & ipsa d b ipsi d c, erit sicut d b ad o b, ita d c ad z c. & diuidenti, sicut d o ad o b, ita d z ad z c. Verum sicut d o ad o b, ita a e ad e b. nā e o est iuxta ipsam a d. Sicut autem d z ad z c, ita a f ad f c. Igitur sicut a e ad e b, ita a f ad f c. Igitur e f est æquedistans ipsi b c. Similiter autem ostendētur & reliquæ.

Ipse a d c ad omnis triangulos ab ipsis a m, m k, k f, f c descriptos, similes ipsi a d c eam habent proportionem, quam habet c a ad a m. eoq; rectæ sunt æquales. Quoniam enim trianguli a d c, a f m sunt similes, habebunt inuicem proportionem a c ad a m duplicatam. Quoniam uero nunc supponitur, ipsam a c ipsius a m quadruplam esse, triangulus a d c habebit ad triangulum a f m, sicut sexdecim ad unum, & ad triangulos omnis ab a m, m k, k f, f c descriptos, proportionē habet, quam sexdecim ad quatuor. Igitur proportionaliter est, sicut triangulus a b c, ad triangulos ab a m, m k, k f, f c, similes ipsi a d c, ita ipsi trianguli ad ipsum a f m. Hoc est c a ad a m. Sunt enim similes, & in basibus æqualibus, & propterea inuicem æquales, quia habent ad inuicem sicut eorum bases. Verum c a ad a m maiorem proportionẽ habet, ꝙ u r ad r h. Proportio enim a c ad a m eadem est proportioni u r ad r p. Si enim intelligantur u r, c d eductæ & concurrentes in parallelas, erit sicut u r ad r p, sic c d ad d ω. Verum sicut c d ad d ω, ita c a ad a m. sicut ergo c a ad a m, ita u r ad r p. Habet autem u r ad r p maiorem proportionẽ, quàm u r ad r h. Igitur c a ad a m habet maiorem proportionem, quàm u r ad r h. Quod sanè esse non potest. nam lineæ rectæ ductæ per q iuxta ipsam d a, in eadem erunt centra hęc scilicet in alterã partẽ, & tendẽt uidelicet in illud omnis magnitudines, & non æqueponderabunt: quod est commune positum. nam centrum parallelogrammorum positum est r, & triangulorum q.

Si enim educas istas c d g, f e g, b a g, constat quod in idem punctũ ueniunt. eductis enim b a g, f e g, & concurrentibus inuicem in puncto g, & ipsa c d concurret in idem. Est autem sicut b g ad g a, ita f g ad g e, & b f ad a e, & f c ad e d, & c g ad d g. *Erit iam trianguli* b d c *centrum grauitatis in ipsa* h m. quoniam ipsa a b est tertia pars b h. Esto triangulus a b c, & iũgantur ab angulis ad bipartitiones laterũ rectæ a e, b f, c d. Igitur centrum grauitatis trianguli a b c est g. Et manifestũ, quod omnes trianguli sunt inuicem æquales. quoniam omnes rectæ ab angulis ad bipartitiones laterum iunctæ per g transeunt, ne eiusdẽ plura centra existant. Quoniam autem a d, d b, b e, e c, c f, f a ęquales sunt, trianguli erunt æquales, qui habent uerticem punctum g, bases uero dictas rectas. Quare a g b triãgulus, duplus est triangulo g b e. quare & a g ipsius g e. Si igitur per g iuxta ipsam b c duxerimus ipsam h k, erit a h dupla ipsius h b. Quare uniuersaliter, si unũ latus trianguli secetur, ita ut portio ad uerticem sit dupla portioni ad basim, & per sumptum punctum ducatur æquedistans ipsi basi: in ipsa ducta erit centrum grauitatis trianguli illius.



FINIS PRIMI EVTOCII.

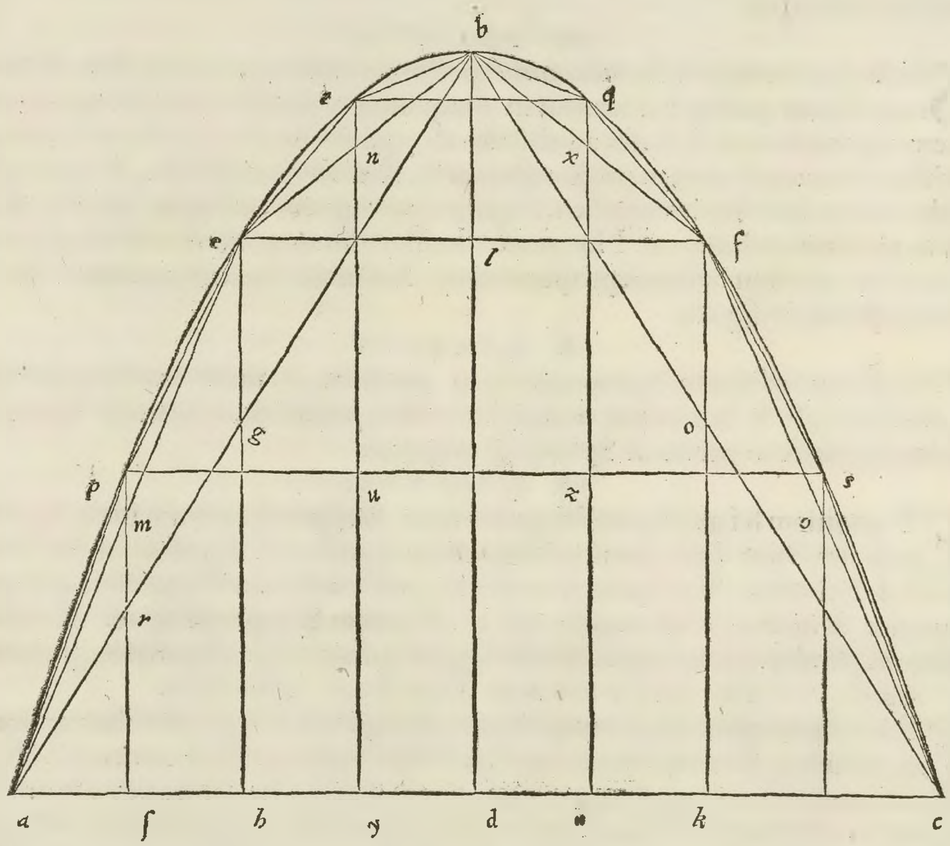
EVTOCII IN SECVNDVM AEQVEPONDERANTIVM *Archimedis.*

CVM diligenter ea quæ in primo libro habentur percurrimus, & inspectu difficilia satis declarauerimus: necessariũ duximus, & quæ in libro secũdo obscurè dicta sunt, pro modo explicare. Dicit itaqꝫ in propositione primi theorematis: Supponãtur spacia a b, c d contenta à recta & sectione rectanguli coni, quæ possimus iuxta rectam datam applicare. hoc aũt non licet inde per ea quæ istic demonstrata sunt inuenire. Quoniã aũt ostensum est sibi, ueluti in libro de Sphęra & cylindro dixit, quod figura huiusmodi est sesquitertia triãgulo habẽti basem, & altitudinem cum portione eandem: plano uero existẽte rectilineo sesquitertio, trianguli æquale possumus iuxta rectã datam applicare, constat quod & figuris huiusmodi. Quæ uero in apparatu dicta sunt, omnia clara per quartum theorema primi istorum libri.

In

IN SECVNDVM.

IN ſecundo theoremate prædicit quædam declarantia, quo pacto in ſectione rectanguli coni figura cognitæ poſſit inſcribi. Et dicit, hæc oſtendenda ſunt in ordinibus. Quoniam igitur dictum obſcurũ eſt, neceſſe eſt pauca quædam de eo dicere ex Conicis Apollonij inuẽta. Eſto figura cõtenta ſub parabola a b c, & recta a c, cuius ſit diameter b d. Conſtat quod uertex portionis eſt punctum b. Vertices uero appellat Apollonius, terminos, qui ſunt ad rectas diametrorum. Si iam iunxerimus has a b, b c, erit triãgulus a b c, qui baſem habeat cũ portione eandẽ, & altitudinem æqualem: ductã à puncto b ad ipſam a c perpendicularẽ. Sic enim omnino b d eſt axis, ſi ſumentes uertices portionũ a b, b c, ipſos e, f, & per ipſos duxerimus parallelas ipſi b d, puta e g, f o, erũt ipſę diametri portionũ a b, b c. Oſtẽſum eſt enim in parabola, quod omnes ductæ æquediſtãtes iuxta diametrũ ſunt diametri ſectionis. erũt iam e, f uertices portionũ: & quæ per e, f applicatę æquediſtãtes ipſis a b, b c: erit & e l f iuxta ipſam a c. Quoniam itaq; e h, f k ſunt inuicẽ æquediſtãtes, & exiſtentes diametri æquales æqualiũ portionũ, & coaptatæ inuicẽ uti in ſexto Conicorũ oſtẽſum eſt: & quoniã e g h eſt æquediſtãs ipſi b d, erit ſicut b g ad g a, ita d h ad h a. Eſt aũt b g ęqualis ipſi g a. nã e g ſecat eã in duo æqua æquediſtãtem applicatę cõtingenti. igitur d h eſt ęqualis ipſi h a. Et eadem ratione d k ipſi k c eſt æqualis. Tota uero a d eſt æqualis toti d c. igitur d h eſt ęqualis ipſi d k: et ex hoc e l ipſi l f. Quare uerissimè dictũ eſt, quod recta iũgẽs uertices portionũ, æquediſtãs erit baſi portionis, & in duo æqua diuideť à diametro portionis. Iunganť



quoq; a e, e b, b f, f c. & diuidãtur in duo æqua pũctis m, n, x, o, & ducanť per pũcta m, n, x, o iuxta ipſam b d iſtæ p m r ſ, t n , q x z ω s o iungãtur a p, p e, e t, t b, b q, q f, f s, s c: & hę t ,a q, p ,b ,c ,d z s. Cõſtat iã ex iſtis ante demõſtratis, quod t q, et e f, & p s ſunt æquediſtantes ipſi a c: & quod t ,a eſt qualis ,a q & p ,d ipſi ,d s. Dico quod hæ ſecãt ipſam b d in numeros conſequenter impares: hoc eſt, cuius b ,a ſit unum,

unum, eius erit a l tria, & l d quinque, & d d septem: quoniam a g est æqualis ipsi g b, & c h est æquedistans ipsi b d, erit a h æqualis h d. igitur d a dupla est ipsius d h: quare & ipsius e l. Igitur quadratū a d quadruplum erit quadrato e l. Sicut autem quadratum a d ad quadratum e l, ita ostensum est esse b d ad b l. quare b d quadrupla est ipsius b l. igitur d l tripla est ipsius b l. Cuius igitur b l est unum, eius erit d l tria: & eadem ratione cuius b l fuerit quatuor, eius erit ipsa d l duodecim. & quoniam e n est æqualis ipsi n b, & e f ipsi f l, & h u ipsi u d, igitur e l dupla est ipsius l f, hoc est ipsius t a. igitur quadratum e l quadruplum est quadrato t a. igitur b l quadrupla est ipsius b a. quare l a tripla est ipsius a b. quorum igitur ipsa l b est quatuor, erit ipsa b a unum: et quorum ipsa l a tria, erit ipsa l d duodecim. Rursus quoniam a m est æqualis ipsi m e, & a k ipsi k g, & a s ipsi s h: erūt igitur a s, s h, h u, u d inuicem æquales: quorum igitur a d est quatuor. eorum s d est tria, hoc est ipsa p d. quorum igitur quadratum a d est sexdecim, horum quadratum p d est nouem: quorum igitur b d est sedecim, eorum est nouem b d, & residua d d septem. Quoniā igitur ostensum est, quorum b d est sedecim, eorū b a esse unum, & a l tria, & d d septem: erit igitur residua l d quinq;. Diuiditur ergo ipsa b d ab æquedistantibus in numeros consequenter impares, ea quæ ad uerticem portionis est parte ab unitate denominata. Cōstat igitur ex descriptione, quod ductæ à diametris in numeros ab unitate cōsequenter dispositos excrescunt. Cuius enim est t a unum, eius est e l duo, & p d tria, & a d quatuor. Cum enim sint omnes æquedistantes, secātur in æqualia. Appellatur autem ab Archimede figura a p e t b q f s c, cognitæ inscripta.

IN TERTIVM.

SImiles portionum sectiones coni Apollonius diffiniuit in sexto libro Conicorum illas, in quibus si ducantur in unaquaque æquedistantes basi æquales numero æquedistantes, & bases ad abscisas ab ęquedistantibus uersus uerticem partes diametrorum in eadem proportione erūt, & abscisæ ad abscisas, & quod parabolæ omnes sunt similes inuicem. Figura uero cognitæ inscripta, quid sit, dictū est in præsumpto limmate. Hoc autem similiter diuidere diametros est, ut portiones earum eandem habeant proportionem. Residuum uero theorematis est clarum ex prædicta figura.

IN QVARTVM.

INscribatur rectilinea figura cognitæ in portione, *ita ut circumcisæ partes sint* minores ipso k. hoc autem manifestum est ex prædictis, in secundo Stichiosis ordinationis, & in primo de Sphæra & cylindro.

IN QVINTVM.

ET quoniam h f g i est parallelogrammum, &c. quoniam enim hæ k f, l g sunt æquales. Sunt enim portionū æqualium diametri, & æqualiter ab axe distātes a b d, & *similiter diuiduntur à centris* h i, *erit sicut* k h ad h f, *ita* l i ad i g, & permutatim. & idcirco h f est æqualis ipsi g i. est autem & æquedistans ei. nā omnes diametri parabolæ sunt æquedistantes: igitur ipsum h f g i est parallelogrammū.

IN SECVNDAM PARTEM QVINTI.

ERit itaq; magnitudinis compositæ ex utrisq; a k b, b l c portionibus centrum grauitatis q. & compositæ ex utrisq; a k b, b l c triangulis, est centrum c, &c. *Ostensum est enim in præsumpto, quoniam* h m *iungens centra portionum, bipartitur ab ipsa* b d *puncto* q, cum sit ipsi f g æquedistans: & g h bipartitur puncto t. quare t est centrum grauitatis magnitudinis, compositæ ex triangulis a k b, b l c. *Quoniam igitur triangulus* b a c *maiorem proportionem habet ad triangulos* a k b, b l c, q̄ ad portiones, & reliqua. Quoniam enim ostensum est, trianguli a b c centrum grauitatis esse e: & triangulorum a b k, b l c centrum t, manifestū est quod *rectilinei* a k b l c centrum grauitatis est *in* t e, *diuisa puncto* R *secundū*

mu-

mutuam proportionē, quam habet triangulus a b c, ad triangulos a k b, b l c. quoniam aūt triangulus a b c maiorem proportionē habet ad triangulos a k b, b l c, quam ad portiones: nam portiones sunt triangulis maiores: cōstat quod si secuerimus ipsam et in proportionē quam habet triangulus ad portiones, punctū sectionis cadet superius quam sit R: quod erit centrū totius portiōis, propter mutuā affectionē.

IN SEXTVM.

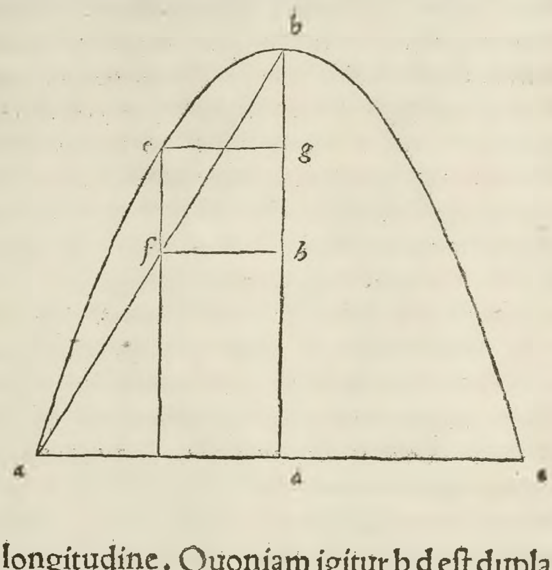
Centrum portionis est omnino unum, & propinquius uertici portionis, quam centra inscriptarum rectilinearum. Nam trianguli a b c centrum grauitatis est, si contingat e, ipsa b d, ita diuisa ut e b sit dupla ipsius e d. Cōstat quod omnia centra inscriptarum rectilinearum cadent inter puncta h e. & quanto plurium laterum fuerit inscriptum cognitæ, tanto magis ipsi h appropinquat. Constat itaque quod esse non potest, ut linea inter centrum inscripti cognitæ rectilinei, & centrū portionis intercepta sit maior e h. potest autem minor esse non solum ipsa h e, uerum omni alia data.

IN SEPTIMVM.

INscribatur itaque in portione a b c rectilineū, simile ei quod est in portione d e f, hoc est similiter cognitæ. Similiter enim cognitæ inscribitur, quando sectiones parabolæ a b c æquales fiant ipsi e f g, ita ut latera cognitæ inscripti ipsi portioni a b c, sint numero æquales rectilinei laterib. inscripti ipsi e f g. quoniam enim puncta b & f, sunt uertices similium portionum, erunt ita cognitæ inscripta similia.

IN OCTAVVM.

ET quoniam est sicut b h ad h d, ita k m ad m f. nam portiones cum sint similes, habebunt centra diuidentia diametros in easdem portiones. & componenti, sicut b d ad d h, ita k f ad f m: & permutatim, sicut b d ad k f, ita d h ad m f. Est autem b d quadrupla ipsius k f. hoc enim in fine ostenditur, ubi est signum hoc ✐. Cōsequenter autē illud nos ostendemus. Esto parabola a b c, cuius diametros b d, & ducatur ordinate a d, & iungatur a b: & diuidatur a b in duo æqua puncto f, & ducatur per f æquedistans ipsi b d ipsa e f. igitur ipsa e f est diametros portionis a b: & à punctis e f ducantur ordinate hæ e g f h. Quoniam itaque a f est æqualis f b, erit a b dupla ipsius f b, & a d ipsius f h: hoc est ipsius e g. Quare quadratum a d est quadruplum ad quadratum e g: quare d b quadrupla est ipsius b g longitudine. Quoniam igitur b d est dupla ipsius b h, erit b h dupla ipsius b g, & ipsa h g æqualis ipsi g b: & ipsa h g æqualis etiam ipsi e f. quia ipsum e g f h est parallelogrammum. Igitur ipsa b d est quadrupla ipsius f e. & quoniam ipsa b d est quadrupla ipsius b f, etenim hoc est ostensum. nam ostensum est in sumpto, ipsam b d utrique harum b g, e f esse quadruplam: quare b g est æqualis ipsi e f: & idcirco istic ipsa b f ipsi k f æqualis, & b d utrique earum quadrupla: igitur ipsa b f est tertia pars ipsius f d. quoniam enim b d est quadrupla ipsius b f. Quorum igitur ipsa b d est quatuor, eorum ipsa b f est unum: & quorum b d est duodecim, eorum ipsa b f est tria. Est autem b f tripla ipsius f x. quorum igitur b f est tria, ipsa f x est unum. Tota igitur b x est quatuor: horum autem erat b d duodecim: igitur b x est tertia pars ipsius b d. Triplus autem



tri-

triangulus a b c portionum. Oſtenſum enim eſt ab eo, in eo quod ſcripſit de Coni rectanguli ſectione, quod omnis figura cōtenta à recta, & ſectione rectanguli coni, eſt ſeſquitertia trianguli baſem eandem habentis, & altitudinē æqualem. quare portio a b c, eſt ſeſquitertia triāguli a b c: & diuidenti, triangulus a b c eſt triplus portionū a k b, b l c. & eſt d b tripla ipſius e d. igitur ipſa b h eſt ſeſquitertia ipſius h d, quod erat demoſtrandum. quoniam enim b d eſt tripla ipſius d e. Quorum igitur b d eſt quindecim, eorum e d eſt quinq;: quorum uero d e eſt quinq;, eorum h e eſt unum: & tota h d ſex, ſcilicet ſexcupla ipſius h e. Quorū igitur b d quindecim, eorum d h eſt ſex: & reliqua h b, nouem. quare b h eſt ſeſquialtera ipſius h d.

IN NONVM THEOREMA.

Nonum theorema ualde obſcurū, exponemus iuxta loquentes quàm clarē poterimus. Quoniam enim iſtæ a b, b c, b d, b e ſunt proportionales, & diuidenti, & permutatim, erūt a c, c d, d e in eadem proportione. Quoniam igitur a b, b c, b d, b e in eadem ſunt proportione, & iſtæ a c, c d, d e. eſt ſicut in primis magnitudinibus antecedens, & medium ad ſequens: ita in ſecundis magnitudinib. antecedens, & medium ad ſequens. Sicut ergo utreq; ſimul a c, c d: hoc eſt, d a ad d e: ita utraq; ſimul a b, b c ad d b. Sicut aūt utraq; ſimul a b, b c ad d b: ita dupla utriuſque ſimul a b, b c ad duplam ipſius b d: quia partes eandem ſuis multiplicibus habent proportionem. Sicut ergo a d ad d e, ita duplum utriuſq; ſimul a b, b c ad duplum d b. Rurſus quoniam iſtæ c b, b d, b e in eadem ſunt proportione & iſtę a c, c d, d e. eſt autem per prædicta ſicut a d ad d e, ita utraq; ſimul e b, b d ad b e. Erat autē ſicut a d ad d e, ita duplum utriuſq; ſimul a b, b c ad duplum ipſius b d. Sicut ergo unum ad unū, ita omnia ad omnia. Sicut ergo a d ad d e, ita antecedētia ad ſequentia. Sunt autem antecedentia duplū utriuſq; a b, b c: et utraq; c b, b d, hoc eſt duæ a b, tres c b, & una b d: ſequētia uero duplum, b d, & ſola b e. Eſt igitur ſicut a d ad d e, ita recta compoſita ex dupla ipſius a b, & tripla c b, & ſola d b ad compoſitam ex dupla b d & ſola b e. Et quoniam compoſita ex duplo a b, & quadruplo c d, & quadruplo d b, et duplo b e, maior eſt compoſita ex duplo a b, & triplo c b, & ſola d b: maius autem habet ad idem maiorem proportionem, quàm minus: maiorem ergo proportionem habet compoſita ex duplo utriuſque ſimul a b, b e, & quadruplo utriuſque ſimul c b, b d, ad compoſitam ex duplo d b, & ſola e b, q̄ compoſita ex duplo a b, & ex triplo c b, & ſola d b, ad compoſitam ex duplo b d, et ſola e b. Verum ſicut cōpoſita ex duplo a b, & tripla c b, & ſola b d, ad compoſitā ex duplo b d, & ſola e b: ita oſtēſum eſt eſſe a d ad d e. Igitur cōpoſita ex dupla utriuſq; ſimul a b, b e, & quadrupla utriuſq; ſimul c b, b d, ad compoſitam ex dupla b d, & ſola e b, maiorē proportionem habet, q̄ ad ad d e. Si igitˢ uoluerimus facere eādem proportionē ipſius a d ad quandā aliam, erit illa minor q̄ d e. ſit aūt d o. Eſt igitˢ ſicut a d ad d o, ita compoſita ex dupla a b, b e, & quadrupla utriuſq; ſimul c b, b d, ad compoſitam ex dupla b d, & ſola e b. Et ecōuerſo, igitur eſt ſicut o d ad d a, ita compoſita ex dupla b d, & ſola e b, ad compoſitam ex dupla utriuſq; ſimul a b, b e, & quadrupla utriuſq; ſimul c b, b d: & componēti, ſicut o a ad d a, ita compoſita ex dupla a b, & quadrupla c b, & ſexcupla ipſius b d, & tripla ipſius b e, ad cōpoſitā ex dupla utriuſq; ſimul a b, b e, & quadrupla utriuſq; ſimul c b, b d. Ipſa enim b d ſexies ſumpta eſt, quater in primis, bis in ſecundis, & ipſa b e ter ſumpta: bis inter primas, ſemel inter ſecundas. Supponitur autem & a d habere ad g h, eam proportionem, quam habet compoſita ex quincupla utriuſque ſimul b e, & decupla utriuſque ſimul c b, b d, ad compoſitam ex dupla a b, & quadrupla c b, ſexcupla b d, & tripla b e, & eſt proportionalitas indirecta. Per æquam igitur, ſicut o a ad g h, ita cōpoſita ex quincupla utriuſq; ſimul a b, b e, & decupla c b, b d, ad compoſitam ex dupla utriuſque ſimul a b, b e, & quadrupla c b, b d. Huius autem deſcriptæ proportionalitatis conditio ſic fiet manifeſta. Quoniam enim in primis ma-

magnitudinibus sicut antecedēs o a, ad consequens a d, ita in secundis magnitudinibus antecedēs composita ex dupla a b, & quadrupla b c, & sexcupla b d, & tripla b e, ad consequentem compositam ex dupla utriusq; a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d. Sicut autem in primis magnitudinibus consequens ipsa a d, habet ad quoddam aliud, ad ipsam g h: ita in secundis magnitudinibus aliud quid composita ex quincupla utriusq; a b, b e, & decupla utriusq; simul c b, b d ad cōpositam ex dupla a b, & quadrupla c b, et sexcupla b d, & tripla b e. Quoniam autem quincupla utriusq; simul a b, b e ad duplam eiusdem, eam habet proportionem quam quinq; ad duo: habet autem et decupla utriusque simul c b, b d ad quadruplam eiusdem proportionem, quam quinq; ad duo: quandoquidē decem ad quatuor habeāt eam proportionem quam quinq; ad duo. Cōposita igit̄ ex quincupla utriusq; simul a b, b e, & decupla utriusq; simul c b, b d, ad compositam ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d, proportionem habet quam quinq; ad duo. Quare a o ad g h proportionē habet, quam quinq; ad duo. Rursus quoniā ostensum est superius, quod o d ad d a proportionem habet, quam e b cum dupla d b ad æqualē compositæ ex dupla utriusq; a b, b e, cum quadrupla utriusq; c b, b d. Est autem sicut cōsequens in primis magnitudinibus d a, ad aliud quid d e: ita in secundis magnitudinibus aliud quiddā cōposita ex dupla a b, tripla c b, & sola d b, ad antecedēs, cōpositam scilicet ex e b, & dupla b d. dissimiliter indirecte proportio, hoc est proportionalitate indirecta. Igitur sicut o d ad d e, ita composita ex dupla a b, tripla c b, & sola b d, ad compositam ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla c b, b d. Quare & ē conuerso sicut e d ad d o, ita composita ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d, ad compositā ex dupla a b, & tripla c b, et sola b d. & euertenti, sicut d e ad e o, dico antecedens ad excessum, ita cōposita ex dupla utriusq; simul a b, b e, cum quadrupla b c, b d, ad compositā ex c b sola, & tripla b d, & dupla e b. In antecedēte enim est dupla ipsius a b, & ipsius e b: in cōsequēte uero dupla ipsius a b sola. quare superfluit in excessibus dupla ipsius e b. Rursus in antecedēte quadrupla utriusq; simul c b, b d: in consequente uero tripla ipsius c b, & sola b d: quare superrelicta fuit in excessibus sola c b, & tripla ipsius b d. Bene igitur dictū est quod est euertēti sicut d e ad e o, ita composita ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d, ad cōpositā ex c b, & tripla ipsius b d, & dupla ipsius e b. Quare ē cōuerso sicut o e ad e d, ita cōposita ex c b & tripla d b, et dupla e b, ad compositā ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d. Est aūt sicut d b ad aliud quiddā ad ipsum e b ita a b, ad b c, et diuidēti sicut d e ad e b, ita a c ad c b. Eadē aūt ratione sicut c d ad e b, ita d e ad e b. Sicut ergo tripla ipsius c d, ad triplā ipsius d b, ita dupla ipsius d e, ad duplā ipsius b e. Partes eñ eā inuicē habent proportionē, quam earū æquemultiplicia. Igitur sicut unū ad unū, ita omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur sicut d e ad e b, ita composita ex a c, & tripla c d & dupla d e, ad cōpositam ex c b, & tripla ipsius b d, & dupla ipsius b e. Quoniam enim ostensum est, sicut in primis magnitudinibus antecedens o e ad sequens d e, ita in secūdis magnitudinibus composita ex c b, & tripla ipsius b d, & dupla ipsius b e, ad sequens cōpositam ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d. Sicut autem in primis magnitudinib. sequēs d e ad aliud quiddam ad ipsam e b: ita in secundis magnitudinibus aliud quiddam composita scilicet ex a c, & tripla c d, & dupla d e, ad antecedens compositam ex c b, & tripla d b, & dupla e b. Per æquam igitur in proportionalitate indirecta, sicut o e ad e b, ita composita ex a c, tripla c d, & dupla d e, ad compositam ex dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d. & componenti sicut o b ad b e, ita composita ex a c, & tripla c d, & dupla d e, & dupla utriusq; simul a b, b e, & quadrupla utriusq; simul c b, b d, ad compositam ex dupla utriusq; simul a b,b e,& quadrupla utriusq; simul c b,b d. Verum composita ex a c & tripla c d & dupla d e,& dupla utriusq; simul a b, b e,& quadrupla utriusq; simul c b,b d, æqualis est cōpositæ ex tripla a b,& sextupla c b,& tripla d b. Ipsa enim a b bis assumpta est,inde & assumens ipsam a c,& ex quadrupla ipsius c b, unam facit tertio ipsam a b. Rursus ablata à quadrupla ipsius c b,una manet tripla ipsius c b. Assumens autem triplam ipsius c d,& triplam d b, facit sextupla ipsius c b. Rursus ea ablata à quadrupla ipsius d b,remanet sola d b: quę assumens duplā ipsius d e, & duplā ipsius e b,facit triplā ipsius b d. Bene igitur dicit quod o b ad e b eam habet proportionē, quam composita ex tripla a b & sextupla c b, & tripla d b,ad compositā ex dupla utriusq; simul a b,b e, & quadrupla utriusq; simul c b,b d. Rursus quoniam hæ e d,d c,c a sunt in eadem proportione, & per conuersum suppositionis utraq; simul,unaquęq; harum e b,b d,b c,b a erit sicut e d ad mediam,& sequentē ipsas d c,c a,hoc est ad ipsam d a,sic utraq; simul e b, b d ad utranq; d b,b c,cum utraq; simul c b,b a. & componenti sicut e a ad d a, ita utraq; simul e b,b d,cum utraq; simul d b, b c,& cū utraq; simul c b,b a,ad utrāq; d b,b c,cum utraque simul e b,b a. Verum utraq; simul c b, b d,cum utraq; simul c b,b a,æqualis est utriq; simul e b,b a,& bis utriq; simul d b,b c. Semel enim extremæ sumūtur, & mediæ bis. At uero utraq; simul d b, b c, cum c b, b a,æqualis est utriq; simul b d,b a,& bis c b,eadem causa. Quare est sicut e a ad d a ita composita ex e b,b a & dupla utriusq; simul d b,b c, ad compositam ex utraq; simul d b, b a,& dupla ipsius c b: quare & dupla ad duplam habet eandem proportionem. Sicut ergo e a ad d a,ita cōposita ex dupla utriusq; simul, e b, b a cum quadrupla utriusque simul c b,b d,ad compositam ex dupla utriusque simul a b,b d,& quadrupla ipsius c b. quare sicut e a ad tres quintas ipsius d a,ita composita ex dupla utriusque simul e b,b a,& quadrupla utriusque simul c b,b d,ad tres quintas cōpositæ ex dupla utriusq; simul a b,b d,& quadrupla ipsius c b. Verū sicut a e ad tres quintas ipsius d a, ita sumpta est b e ad f g. Sicut ergo e b ad f g,ita composita ex dupla utriusq; simul e b,b a, et quadrupla utriusq; simul c b, b d, ad tres quintas cōpositæ ex dupla utriusque a b,b e, & quadrupla ipsius c b. quoniā igitur ostensum est,sicut antecedens o b ad consequens b e,ita antecedens tripla utriusq; simul a b,b d,cum sextupla ipsius b c ad duplam utriusq; simul a b,b e,et quadruplam utriusq; c b,b d. sicut autem consequens ipsa e b ad aliud quiddam,id est ad f g,ita consequens dupla utriusq; simul a b, b e,& quadrupla utriusq; simul d b, b c,ad tres quintas sequentis,hoc est ad tres quintas compositæ ex dupla utriusq; simul a b,b d,& quadrupla ipsius c b. In directa igitur proportionalitate per æquam,sicut o b ad f g,ita composita ex tripla utriusque simul a b, b d,& sextupla c b ad tres quintas compositæ ex dupla utriusq; simul a b, b d,& quadrupla ipsius c b. Composita uero ex tripla utriusque simul a b,b d, & sextupla c b, ad tres quintas compositæ ex dupla utriusq; simul a b,b d, & quadrupla ipsius c b, proportionē habet quam quinq; ad duo. Nam tripla utriusque simul a b, b d,ad duplam utriusq; simul a b,b d,proportionem habet sesquialterā: sed & sextupla c b ad quadruplam c b, eandem habet proportionem sesquialteram. Quoniā uero antecedentia ad consequentia sesquialtera sunt,& proportionē habent eā quam tria ad duo, igitur habebunt sicut quadragintaquinq; ad triginta. utrunq; enim utriusque est quindecuplum. Sunt autem decem octo tres quintæ de triginta. igitur quadraginta quinq; ad decem octo habent proportionem,quam composita ex tripla utriusq; simul a b,b d,cum sextupla c b ad tres quintas compositæ ex dupla utriusque simul a b,b d cum quadrupla c b,qualis est etiam proportio o b ad f g. sed quadraginta quinq; ad decem octo eam habent proportionē,quam quinque ad duo: nam quinque & duo sunt utriusque nonæ,quare & o b ad f g eā habet proportionem,quam quinque ad duo. Quoniam igitur ostensum est,quod

o a ad

o a ad g h proportionem habet eam quam quinque ad duo, & o b ad f g eandē pro portionem, erit ipsa f h duæ quintæ ipsius totius a b.

IN DECIMVM THEOREMA.

Constat iam quod frusti a d e c diametros est ipsa f g,,. quoniā enim supponitur ipsa f b diametros ipsius portionis, & istæ a c, d e bipartitæ ab ea punctis f g sunt æquedistantes ei quæ in b contingit sectionem, constat quod omnes similiter ab illis ductæ æquedistantes siue inter illas, siue inter ipsam d e, & uerticem b bipertientur ab ipsa g f. & ideo dixit ipsam f g esse diametrum frusti.

Verū sicut cubus a f ad cubū ipsius d g, ita portio a b c ad portionē d e b,,. Quoniā em̄ ostēsum est, ab eo quod portio a b c est sesquitertia triāgulo a b c. et portio d e b est trinagulo d e b. itē sesquitertia erit sicut portio a b c ad triangulū a b c, ita portio d e b ad triangulū d e b. & permutatim sicut portio ad portionem, ita triangulus ad triangulū, & ita quoque dimidia eorū: sicut portio a b c ad portionē d e b, ita triāgulus a f b ad triāgulū d g b. quare si describamus parallelogrāma, erūt dupla triangulorū æquiangula, propterea quod d g & a f sunt ęquedistantes. quare & pro portionem habebunt compositam ex proportione laterū a f d g, & f b ad b g. eadem aūt proportio triangulorum & portionū. Portio igitur habet ad portionem proportionem compositā, ex proportione a f ad d g, & ex f b ad b g. Proportio autem f b ad b g est eadem ei quæ est quadrati ex a f ad quadratum ex d g. Proportio igitur portionis ad portionem, componitur ex proportione quadrati ex a f ad quadratum ex d g, et ex a f ad d g. proportio quoque cubi ex a f, ad cubum ex d g, componitur ex eisdē, uti ostensum est in expositionibus de Sphæra & cylindro. Est ergo sicut portio ad portionem, ita cubus ex a f ad cubū ex d g. Et quoniam solidum quod basim habet quadratum ex a f, altitudinem uero lineam cōpositam ex dupla ipsius d g, & ipsa a f habet eam proportionem ad cubum ex a f quam dupla ipsius d g cum ipsa a f habet ad f a,,. Nam in eisdem basibus existentia habent inuicem ueluti altitudines. Est autem sicut d g ad a f, ita x n ad m n. & sicut dupla ipsius b g ad a f, ita dupla ipsius n x ad n m: & cōponenti, sicut dupla n x cum n m, ita dupla d g cum a f ad a f. Ostēsum est autem, sicut cubus ex a f ad cubum ex d g, ita cubus ex m n ad cubum ex n x. & m n ad n t, sunt quatuor proportionales. & sicut prima ad quartam, ita solidum ex prima ad solidū sibi simile ex secunda & similiter figuratum. Sicut autem cubus ex d g ad solidū quod basim habeat quadratum ex d g, altitudinē uero rectam, compositam ex dupla a f, & ipsa d g, ita d g ad compositam ex dupla ipsius a f & ipsa d g. Rursus enim habentur inuicem sicut eorum altitudines. Sicut autem d g ad duplam ipsius a f, cū ipsa d g: ita t n, ad compositam ex dupla ipsius o n cū ipsa t n. est enim sicut a f ad d g, ita m n ad n x, & o n ad n t. & ē conuerso sicut d g ad a f, ita t n ad n o. Factę igitur sunt quatuor magnitudines continenter inuicem positæ: prima quidem solidum quod habet basim, quadratum ex a f, altitudinem uero rectam compositā ex dupla d g & ipsa a f, & secunda cubus ex a f, tertia cubus ex d g: quarta solidū quod habet basim quadratum d g, altitudinem uero rectam compositam ex dupla a f & ex ipsa d g. & aliæ quædam rectæ in eadem proportione binæ & binæ sumptæ, ipsa composita ex dupla n x, & simpla m n, & secunda m n: & tertia n t, & quarta composita ex dupla o n & ex n t. igitur per æquam fiet sicut solidum basim habens quadratum ex a f, & altitudinem rectam compositam ex dupla d g & ipsa a f, ad solidum basim habens quadratum ex d g, & altitudinem compositam rectam ex dupla a f & simpla d g: ita ipsa composita ex dupla n x, cum m n, ad cōpositam ex dupla n o cum simpla n t. Verum sicut solida prædicta inuicem, ita ostensum est esse h i ad i k. Sicut ergo h i ad i k, ita composita ex dupla x n, & simpla m n, ad duplam n o, & simplum n t. & componenti, sicut h k ad k i, ita composita ex utraque simul m n, n t, & dupla utriusque simul x n, n o, ad compositam ex dupla ipsius n o, & simpla n t. Sicut autem f g, ad f k, scilicet duas eius quintas: utraque enim harum g h, f k, est duæ quintæ ipsius g f, quoniam media quinta ponitur ipsa h k: ita composita ex quincupla utriusque simul m n, n t, & decupla utriusque simul x n, n o, ad duplam utriusque simul m n, n t, et quadruplam utriusque simul x n, n o. duo enim ex quinque & quatuor, ex decem duæ quintæ existunt. Quoniã igitur ostensum est, sicut f g ad i k, ita quincupla ipsius m n, n t, & decupla ipsius x n, n o, ad duplam ipsius n o & simplam n t. Rursus ostensum est, quod sicut f g ad f k, ita quincupla utriusque m n, n t, & decupla x n, n o ad duplã ipsius m n, n t, & quadruplam ipsius x n, n o: erit sicut anteced͞es ad duo sequentia, ita antecedens ad duo sequentia: sicut f g ad f i, ita composita ex dupla ipsius o n, & simpla n t, et dupla utriusque simul m n, n t, & quadrupla ipsius x n, n o: quæ est ęqualis compositę ex dupla m n, et quadrupla x n, et sexcupla ipsius n o, & tripla ipsius n t. sic enim sumptum est superius. Quoniam igitur quatuor rectę sunt c͞otinuę proportionales hę m n, n x, o n, n t: & est sicut n t ad t m, ita quædam sumpta, hoc est r i ad f h, hoc est ad tres quintas ipsius g f, hoc est ipsius m o, & ostensæ sunt in rationali proportionalitate proportionales, erit per prædictũr f duæ quintæ ipsius m n, hoc est ipsius f b. igitur b r est tres quintæ ipsius b f. igitur b f ad r f proportionem habet, quam quinque ad duo. quare punctum r est centrum grauitatis portionis a b c. Si iam sumpserimus centrũ grauitatis portionis b d e in puncto q, erit b q tres quintæ ipsius q g. Factum est itaque sicut tota f b ad totam b r, ita ablata b g ad ablatam b q. utraque enim earum ad utramque proportionem habet, quam quinque ad tria. Igitur residua f g ad residuam q r proportionem habebit, quam quinque ad tria. Quoniã igitur supponitur, sicut frustũ a d, e c ad portion͞e d e b, ita m t ad t n: & sicut m t, ad t n, ita tres quintę ipsius f g, hoc est ipsa f h uel q r ad r i. erit ergo sicut frustum ad portionem, ita q r ad r i. & mutuo afficiuntur, & r est centrum totius portionis, igitur ipsum i d est centrum frusti.

EVTOCII ASCALONITAE COMMENTARII in secundum æquelibrantium Archimedis Finis.

SERIES CHARTARVM.

* α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ. †† a b c d e f g h i k l m n o p q r ſ t u. Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ Ι. Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii. Omnes duerniones, præter ρ & u terniones.

BASILEAE, PER IOANNEM HERVAGIVM, ANNO AB ORBE REdempto, M.D.XLIIII. menſe Martio.