

5894
XII O.

K. OLEARSKI.

8744.

NOWY SPOSÓB MIERZENIA
MAŁYCH OPORÓW ELEKTRYCZNYCH
PODWÓJNYM MOSTKIEM.

Z 4-ma^{rycinami} w tekście.



KRAKÓW.

NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI.

SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ.

1892.

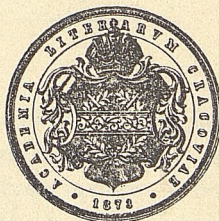
K. OLEARSKI.

NOWY SPOSÓB MIERZENIA
MAŁYCH OPORÓW ELEKTRYCZNYCH
PODWÓJNYM MOSTKIEM.

Z 4-ma rycinami w tekście.

TOwarzystwo
KSIĘGOTECI POLSKIEJ
W WARSZAWIE

5894
XII



KRAKÓW.

NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI.

SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ.

1892.

32 15988
643304 III

3 1847



91-

Osobne odbicie z Tomu XXIV. Rozpraw Wydziału matematyczno-przyrodniczego
Akademii Umiejętności w Krakowie.

Nowy sposób mierzenia małych oporów elektrycznych podwójnym mostkiem.

Przez

K. Olearskiego.

Z 4-ma rycinami w tekście.

(Rzecz przedstawiona na posiedzeniu Wydziału mat.-przyr. w d. 15 lipca 1891 r.;
referent czł. Witkowski).

Celem tej pracy jest zwrócić uwagę na pewną odmianę mostku Wheatstone'a, dającą się użyć z korzyścią, jak to miałem sposobność wypróbować, do mierzenia małych oporów, a obiecującą, jak sędzę, korzyści i w innych przypadkach, n. p. w pomiarach oporów elektrolitów.

Do mierzenia oporów małych służą wprawdzie dziś metody, już bardzo wydoskonalone; mianowicie dwie: metoda W. Thomsona z jednej strony, z drugiej Kirchhoffa i Hansemanna. Do metody Thomsona, O. Fröhlich obmyślił nawet opornicę, którą firma Siemens i Halske ze względu na potrzeby elektrotechniki wykonywa bardzo starannie ¹⁾. Sposób Kirchhoffa i Hansemanna, mimo że znacznie został ulepszony przez F. Kohlrauscha ²⁾ mniej jest używany. Sposób podwójnego mostka propo-

¹⁾ Elektrotechnische Zeitschr. t. 8. 1887, str. 426.

²⁾ Kohlrausch. Wied. Ann. 20. 1883, str. 76.

nowany przeze mnie, jest rodzajem mostka Wheatstone'a, jednak o dwu gałęziach, różni się więc tem od sposobu Kirchhoffa i Hansemanna, udoskonalonego przez F. Kohlrauscha, że polega na wyrównaniu oporów według zasady mostka Wheatstone'a i na doprowadzeniu prądu płynącego przez galwanometr do zera; z drugiej zaś strony różni się od mostku, zastosowanego przez W. Thomsona do mierzenia małych oporów innem ich zestawieniem i użyciem galwanometru różnicowego. Co do tego różni się także od metody Hockina i Matthiessena ¹⁾, w ogóle nie wiele różnej od sposobu Thomsona.

Zestawienie oporów przedstawia Fig. 1.

Opory r_1, r_2, r_3, r_4 i mierzony opór r' tworzą mostek.

Opory r_1, r_2, r_3, r_4 są tak dobrane, aby spełniały warunek niezbędny mostka, t. j.

$$r_1 r_4 = r_2 r_3;$$

są one dość znaczne, aby opory zetknąć z oporem mierzonym r' , tudzież z małym oporem r w stosunku do nich były dostatecznie małe.

Do oporu r' i r są przyłożone druty, prowadzące do galwanometru różnicowego w ten sposób, że gdy prąd przepływa od e do c i od f do d , galwanometr działa jak różnicowy i działania tych prądów odejmują się. Z tego wynika, że jeżeli r_1, r_2, r_3, r_4 są stosownie do zasady mostka dobrane, galwanometr tylko wtedy wskaże zero, gdy r i r' spełniają równanie

$$\frac{r}{r'} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4},$$

jeżeli zaś r i r' nie czynią zadość temu równaniu, wtedy przez obydwa zwoje galwanometru popłyną prądy, których działanie na magnes galwanometru dodaje się. Na tem polega najprzód czułość metody, jak w dalszym ciągu okaże, większa od czułości sposobu Thomsona, w równych zresztą warunkach i gdy przez opór mierzony ten sam prąd jest przesłany. Prócz tej, inna korzyść, może jeszcze ważniejsza, polega na tej okoliczności, że galwanometr jest różnicowy. Działanie prądów w jego

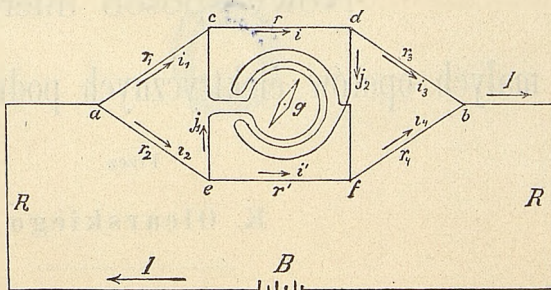


Fig. 1.

¹⁾ Wiedemann. Elektrizität t. I, str. 465.

zwojach płynących dodaje się, gdy te prądy pochodzą stąd, że opory r i r' są niedobrane według zasady mostka, natomiast odejmuje się, gdy te prądy pochodzą z niezupełnie należytego dobrania oporów r_1 , r_2 , r_3 , r_4 lub z sił elektromotorycznych, istniejących w części ac , ae , db , fb . Dla tych prądów galwanometr jest różnicowy, a gdy opory r i r' są małe, przeto siła elektromotoryczna, działająca n. p. w gałęzi ac , wywoła prądy płynące, przypuścimy od c do e i od d do f , przez zwoje galwanometru, których natężenie jest prawie jednakowe. Prądy te nie działają więc na magnes galwanometru.

Jedynie tylko siły elektromotoryczne, istniejące w okręgu $cdfe$ mogłyby przeszkadzać, zwłaszcza gdyby były w jakiej zależności od natężeń prądów w tem kole krążących lub od oporów r i r' . Gdyby nawet istniała jakaś siła elektromotoryczna w tym okręgu, niezależna od prądów, pochodzących z baterji B , t. j. taka, która daje prąd w okręgu $cdfe$ nawet wtedy, gdy prąd baterji B jest otwarty, wówczas przeszkadzać ona nie będzie. Czy prąd od baterji B jest zamknięty czy otwarty, taka siła elektromotoryczna wychyli magnes galwanometru jednako; prąd od takiej siły elektromotorycznej pochodzący nie wpływa wcale na równowagę mostka, gdyż nie sprawia właściwie nic innego, jak przesunięcie zera galwanometru. Tylko siły elektromotoryczne, pochodzące od natężeń prądów, krążących w kole $cdfe$, n. p. siły termoelektryczne, powstające skutkiem zjawiska Peltiera mogą działać szkodliwie. Małe zaś siły elektromotoryczne, wynikające z zetknięcia się niezupełnie jednakowych powierzchni przewodników metalowych, mogą dać niewielkie prądy w okręgu $cdfe$, sprawiające wprawdzie odchylenie magnesu w galwanometrze, ale niezależnie od tego, czy prąd z baterji B płynie lub jest przerwany, nie wywierające zatem wpływu na równowagę mostka.

Siły termoelektryczne powstają najczęściej w miejscach przewodników o małym przekroju, jak druty o znacznym oporze w opornicach, te zaś znajdują się w mostku podwójnym w okręgu ace , dbf i wobec nich galwanometr działa różnicowo. W mostku Thomsona stan galwanometru może zależeć w pewnym stopniu od tych sił termoelektrycznych, jak z zastanowienia się nad złożeniem oporów w tym mostku łatwo okazać. Te siły termoelektryczne są przy wszelkich pomiarach małych oporów najważniejszym źródłem błędów; wspomniane już ulepszenie metody Kirchhoffa polega właśnie na wyeliminowaniu tych sił termoelektrycznych.

Jak z uwag poprzedzających wynika, korzyścią i istotą metody podwójnego mostka jest zastosowanie galwanometru różnicowego w ten

sposób, aby działania jego zwojów dodawały się przy prądach zależnych od wielkości mierzonych, rozstrzygających o równości wielkości porównywanych, natomiast odejmowały się w obec prądów, pochodzących od źródeł błędów. Nasuwa się więc myśl, że metoda ta może być korzystna i w innych razach, jak w zastosowaniu do bolometru, elektrodynamometru Rubensa, opartego na zasadzie mostka Wheatstone'a, wreszcie do pomiaru oporów elektrolitów. W ostatnim przypadku mogłaby służyć do wyrugowania polaryzacji. W pracy obecnej zajmuje się tylko zastosowaniem do pomiaru małych oporów, w §. 1ym podaje wyrażenia na natężenie prądu w zwojach galwanometru, w §. 2-im porównywan czułość metody z mostkiem Thomsona, w 3-im podaje pomiary próbne.

§. 1.

Fig. 1. objaśnia znaczenie liter, oznaczających natężenie prądów i opory. Starłem się obliczyć natężenie prądu j_1 (dodatne od e do c) i natężenie j_2 (dodatne od d do f) w zwojach galwanometru. Mozolny rachunek doprowadził do wyniku, zawartego w następujących równaniach:

$$\left. \begin{aligned} j_1 &= \frac{\rho_2 (r_1 r_4 - r_2 r_3) + (r_3 + r_4 + \rho_2) (r_1 r' - r_2 r)}{N} E, \\ j_2 &= \frac{\rho_1 (r_3 r' - r_4 r) + (2r_3 + 2r_4 + \rho_2) (r_1 r' - r_2 r) - \rho_1 (r_1 r_4 - r_2 r_3)}{N} E, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

gdzie :

$$\left. \begin{aligned} N = R \bigg[& (r_1 + r_2 + \rho_1)(r + r')(r_3 + r_4 + \rho_2) + (r_1 + r_2 + \rho_1) \rho_2 (r_3 + r_4) \bigg] \\ & + r_1 r_3 r_4 \rho_1 + r r_1 r_4 \rho_2 + r_1 r_3 r_4 \rho_2 + r r_1 r_3 r' + r r_1 r_4 r' + r r_1 r' \rho_2 + r_1 r_3 r' \rho_2 \\ & + r r_1 r_3 r_4 + r r_3 r_4 \rho_1 + r_1 r_3 r_4 r' + r_1 r_2 r_3 r' + r r_2 r_3 r' + r r_1 r_2 r_3 \\ & + r_1 r_2 r' \rho_2 + r_2 r_3 r' \rho_2 + r r_2 r' \rho_2 + r_1 r_2 r_4 r' + r_2 r_3 r_4 r' + r r_2 r_4 r' \\ & + r r_1 r_2 \rho_2 + r r_1 r_2 r_4 + r r_2 r_3 r_4 + r_1 r_2 r_3 \rho_2 + r_1 r_2 r_4 \rho_2 \\ & + r_2 r_3 r_4 \rho_2 + r r_2 r_4 \rho_2 + r_1 r_2 r_3 \rho_1 + r r_2 r_3 \rho_1 + r_1 r_3 r' \rho_1 + r r_3 r' \rho_1 \\ & + r_1 r_2 \rho_1 \rho_2 + r_2 r_3 \rho_1 \rho_2 + r r_1 \rho_1 \rho_2 + r_1 r' \rho_1 \rho_2 + r_3 r' \rho_1 \rho_2 + r r' \rho_1 \rho_2 + r_1 r_2 r_4 \rho_1 \\ & + r_2 r_3 r_4 \rho_1 + r r_2 r_4 \rho_1 + r_1 r_4 r' \rho_1 + r_3 r_4 r' \rho_1 + r r_4 r' \rho_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Z wzorów (1) widać, że gdy $r_1 r_4 = r_2 r_3$, koniecznym i wystarczającym warunkiem, aby $j_1 = j_2 = 0$, jest : $r_1 r' - r_2 r = 0$.

Dalej wynika jeszcze, że gdy $r_1 r_4 - r_2 r_3 = 0$, wtedy wogóle:

$$(3) \quad \begin{cases} j_1 = \frac{(r_3 + r_4 + \rho_2)E}{N} (r_1 r' - r_2 r) \\ j_2 = \frac{[r_2(2r_2 + 2r_3 + \rho_2) + r_4 \rho_1] E}{r_2 N} (r_1 r' - r_2 r) \end{cases}$$

t. j. jeżeli $r_1 r' - r_2 r < 0$, j_1 i j_2 mają ten sam znak, gdy są liczone dodatnio w kierunku strzałek na Fig. 1. Ponieważ zaś galwanometr tak jest włączony, że gdy j_1 i j_2 są razem dodatnie lub razem ujemne działanie tych prądów na igłę się dodaje, zatem, czy $r_1 r' - r_2 r$ jest wielkością dodatnią czy ujemną, zawsze obydwa zwoje działanie swoje w galwanometrze dodają tak, że galwanometr pozostanie w położeniu nieodchylonem tylko wtedy, gdy: $r_1 r' - r_2 r = 0$. Na tem właśnie polega metoda podwójnego mostka, należy dobrać opory r_1, r_2, r_3, r_4 tak, że: $r_1 r_4 - r_2 r_3$, gdy będzie jeszcze spełnione równanie: $r_1 r' - r_2 r = 0$, wtedy galwanometr nie wskaże odchylenia, a zatem z równania $\frac{r}{r'} = \frac{r_1}{r_2}$ można znaleźć r' , gdy inne opory są znane. Opory r i r' są odgraniczone od innych przez zetknięcia z drutami do galwanometru prowadzącymi; opór tych zetknięć (odgraniczających opory r i r' nie innych należących ewentualnie do r_1, r_2, r_3, r_4) jest zupełnie usunięty. Podobnie, jak już okazałem, wpływ sił elektrobodźczych termoelektrycznych, powstających w miejscach zetknięć jest usunięty, co tworzy najważniejszą zaletę tej metody. Można jednak porównać jeszcze jej dokładność i czułość z dokładnością i czułością metody Thomsona.

§. 2.

Aby znaleźć miarę dokładności potrzeba przypuścić, że nie wszystkie opory r_1, r_2, r_3, r_4 są zupełnie ściśle dobrane według równania $r_1 r_4 - r_2 r_3$, że jeden z nich jest o bardzo małą wielkość większy niż być powinien i należy obliczyć, jaki wpływ ten błąd wywrze na galwanometr.

W tym celu wyznaczę natężenie j_1 i j_2 w gałęziach galwanometru. Jeżeli weźmiemy naprzód $r_1, r_2, r_3, r_4, r, r'$ zupełnie dowolnie, otrzymamy z zastosowania równań Kirchhoffa, gdy wszystkie natężenia prądów są wyrażone przez J, i, j_1, j_2 :

$$(4) \quad \begin{aligned} J &= i_1 + i_2 = i_3 + i_4, & i &= i_1 + j_1 = i_3 + j_2, & i_2 &= i' + j_1, \\ i_4 &= i' + j_2 & J &= i + i'. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 E &= RJ + r_1 i_1 + ri + r_3 i_3 = RJ + (r_1 + r + r_3) i - r_1 j_1 - r_3 j_2 \\
 0 &= r_1 i_1 - \rho_1 j_1 - r_2 i_2 = -r_2 J + (r_1 + r_2) i - r_2 j_1 - \rho_1 j_1 \\
 0 &= ri + \rho_2 j_2 - r' i' + \rho_1 j_1 = -r' J + (r + r') i + \rho_1 j_1 + \rho_2 j_2 \\
 0 &= r_3 i_3 - r_4 i_4 - \rho_2 j_2 = -r_4 J + (r_3 + r_4) i - (r_3 + r_4 + \rho_2) j_2
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Rozwiązanie względem j_1 i j_2 daje związki:

$$A j_1 = \begin{vmatrix} R, & r_1 + r_3 + r, & E, & -r_3 \\ r_2, & -(r_1 + r_2), & 0, & 0 \\ r_4, & -(r_3 + r_4), & 0, & r_3 + r_4 + \rho_2 \\ r', & -(r + r'), & 0, & -\rho_2 \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$A j_2 = \begin{vmatrix} R, & r_1 + r_3 + r, & -r_1, & E \\ r_2, & -(r_1 + r_2), & r_1 + r_2 + \rho_1, & 0 \\ r_4, & -(r_3 + r_4), & 0, & 0 \\ r', & -(r + r'), & -\rho_1, & 0 \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$A = \begin{vmatrix} R, & r_1 + r_3 + r, & -r_1, & -r_3 \\ r_2, & -(r_1 + r_2), & r_1 + r_2 + \rho_1, & 0 \\ r_4, & -(r_3 + r_4), & 0, & r_3 + r_4 + \rho_2 \\ r', & -(r + r'), & -\rho_1, & -\rho_2 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Aby uprościć rachunki, obliczę dokładność w razie, gdy $r_1 = r_3$ (przy pomiarach przypadek najczęstszy i najdogodniejszy), dalej przypuszczam, że mostek jest wyrównany z tym wyjątkiem, że opór r_2 jest o bardzo małą wielkość k za wielki, istnieją zatem równania:

$$r_1 = r_3, \quad r_4 = \lambda r_1, \quad r_2 = \lambda r_1 + k, \quad r' = \lambda r, \quad \rho_1 = \rho_2 \quad (9)$$

r' oznacza mały opór mierzony, λ jest bardzo małe, gdyż chodzi tu właśnie o dokładność pomiaru bardzo małego oporu r' .

Skutkiem tych uproszczeń, a dalej ze względu, że k jest ilością nieskończenie małą i może być w wyrażeniu dla A opuszczone:

$$A = \begin{vmatrix} R, & 2r_1 + r, & -r_1, & -r_1 \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda)r_1, & (1+\lambda)r_1 + \rho, & 0 \\ \lambda r_4, & -(1+\lambda)r_1, & 0, & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r, & -(1+\lambda)r, & -\rho, & -\rho \end{vmatrix}.$$

Z odjęcia wiersza drugiego od trzeciego :

$$A = \begin{vmatrix} R, & 2r_1 + r, & -r_1, & -r_1 \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda)r_1, & (1+\lambda)r_1 + \rho, & 0 \\ 0, & 0, & -(1+\lambda)r_1 - \rho, & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r, & -(1+\lambda)r, & -\rho, & -\rho \end{vmatrix}$$

Z dodania kolumny czwartej do trzeciej :

$$A = \begin{vmatrix} R, & 2r_1 + r, & -2r_1, & -r_1 \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda)r_1, & (1+\lambda)r_1 + \rho_1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & (1+\lambda)r_1 + \rho_1 \\ \lambda r, & -(1+\lambda)r, & -2\rho, & -\rho \end{vmatrix}$$

przez podobne działania kolejno, gdy jeszcze obok jednościi opuszczamy λ jako małe :

$$A = -[r_1 + \rho_1] \begin{vmatrix} R, & 2r_1, & -2r_1 \\ \lambda r_1, & -r_1, & r_1 \\ \lambda r, & -r, & -2\rho \end{vmatrix} = -(r_1 + \rho_1) \begin{vmatrix} R, & 2r, & 0 \\ \lambda r_1, & -r_1, & 0 \\ \lambda r, & r, & -r-2\rho \end{vmatrix}$$

$$(10) \quad \text{ztađ : } A = r_1(r_1 + \rho)(r + 2\rho)(R + 2\lambda r_1)$$

Podobnie z (6), jeżeli natężenie prądu w galwanometrze j_1 w tych warunkach, t. j. wtedy, gdy prąd w gałęzi *ce* pochodzi stąd, że opór r_2 jest o k za wielki, oznaczę przez j'_1 , będzie :

$$A j'_1 = E \begin{vmatrix} \lambda r_1 + k, & -(1+\lambda)r_1 - k, & 0 \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda)r_1, & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r, & -(1+\lambda)r, & -\rho \end{vmatrix}$$

$$= E \begin{vmatrix} \lambda \rho_1 + k, & \frac{1+\lambda}{\lambda} k - k, & 0 \\ \lambda r_1, & 0, & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r, & 0, & -\rho \end{vmatrix} = -E \frac{k}{\lambda} \begin{vmatrix} \lambda r_1, & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r, & -\rho \end{vmatrix}$$

$$(11) \quad A j'_1 = E k (r_1 \rho + (1+\lambda) r r_1 + r \rho)$$

Wreszcie z (7):

$$A j_2' = -E \begin{vmatrix} \lambda r_1 + k, & -(1+\lambda) r_1 - k, & (1+\lambda) r_1 + \rho \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda) r_1, & 0 \\ \lambda r, & -(1+\lambda) r, & -\rho \end{vmatrix} = -E k r_1 \rho \quad (12)$$

Z (11) i (12) wynika ze względu na związek (10):

$$j_1'' + j_2'' = \frac{E k r}{r_1 (2\rho + r) (R + 2\lambda r_1)}. \quad (12 a)$$

Ponieważ k przypuściłem bardzo małe, można natężenie prądu J w części okręgu nierozdzielonej obliczyć tak, jak gdyby j_1'' i j_2'' było równe zero, opuszczając ilości nieskończenie małe obok skończonych. Gdy j_1 i j_2 równe jest zero, wtedy $i_1 = i = i_3$, $i_2 = i' = i_4$, a stąd:

$$J = \frac{E}{R + 2\lambda r_1},$$

jeżeli, jak przypuszczam, r jest bardzo małe w obec r_1 a λ małe w obec 1.

Stąd przybliżenie:

$$j_1'' + j_2'' = \frac{k}{r_1} \cdot \frac{r}{r + 2\rho} \cdot J. \quad (13)$$

W sposób bardzo podobny można znaleźć sumę natężeń $j_1' + j_2'$ prądów, pochodzących stąd, iż r' i r nie są zupełnie ściśle dobrane według równania: $r_1 r' - r_2 r = 0$, co da miarę czułości metody.

Przypuszczam, że:

$$r_2 = \lambda r_1, \quad r_4 = \lambda r_3, \quad r_3 = r_1, \quad r' = \lambda (r + \Delta) \quad (14)$$

w mostku więc opór r nie jest zupełnie dobrze dobrany do oporu mierzonego r' ale jest o Δ za mały.

Δ jest bardzo mały opór, podobnie λ bardzo małe w obec 1 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$.

Z (6) wynika:

$$A j_1 = \begin{vmatrix} \lambda r_1, & -(1+\lambda) r_1, & 0 \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda) r_1, & (1+\lambda) r_1 + \rho \\ \lambda (r + \Delta), & -(1+\lambda) r - \lambda \Delta, & -\rho \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E = -E[(1+\lambda) r_1 + \rho] \\ \lambda r_1, & -(1+\lambda) r_1 \\ \lambda (r + \Delta), & -(1+\lambda) r - \lambda \Delta \end{vmatrix}.$$

$$(15) \quad A j_1 = -E r_1 \lambda \Delta \cdot (r_1 + \rho)$$

Z (7):

$$(16) \quad A j_2 = -E \begin{vmatrix} \lambda r_1 & , & -(1+\lambda)r_1 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r_1 & , & -(1+\lambda)r_1 & , & 0 \\ \lambda r_1 + \lambda \Delta_1 & , & -(1+\lambda)r - \lambda \Delta & , & -\rho \end{vmatrix} = -E r_1 \lambda \Delta (r_1 + \rho)$$

$$(17) \quad A(j_1 + j_2) = -2\lambda E r_1 (r_1 + \rho) \Delta$$

Z (8) wynika, ze względu na równanie (14)

$$A = \begin{vmatrix} R & , & 2r_1 + r & , & -r_1 & , & -r_1 \\ \lambda r_1 & , & -(1+\lambda)r_1 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho & , & 0 \\ \lambda r_1 & , & -(1+\lambda)r_1 & , & 0 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \lambda r_1 + \lambda \Delta & , & -(1+\lambda)r - \lambda \Delta & , & -\rho & , & -\rho \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R + \lambda(2r_1 + r) & , & 2r_1 + r & , & -r_1 & , & -r_1 \\ 0 & , & -(1+\lambda)r_1 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho & , & 0 \\ 0 & , & -(1+\lambda)r_1 & , & 0 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ \frac{\lambda \Delta}{1+\lambda} & , & -(1+\lambda)r - \lambda \Delta & , & -\rho & , & -\rho \end{vmatrix}$$

$$= [R + \lambda(2r_1 + r)] A' - \frac{\lambda \Delta}{1+\lambda} A'',$$

gdzie:

$$A' = \begin{vmatrix} -(1+\lambda)r_1 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho & , & 0 \\ -(1+\lambda)r_1 & , & 0 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho \\ -(1+\lambda)r - \lambda \Delta & , & -\rho & , & -\rho \end{vmatrix},$$

gdy zaś opuszczę λ obok 1 , $\lambda \Delta$ jako bardzo małe drugiego rzędu obok r ,

$$A' = -r(r_1 + \rho)^2 - 2r_1 \rho (r_1 + \rho),$$

$$A'' = \begin{vmatrix} 2r_1 + r & , & -r_1 & , & -r_1 \\ -(1+\lambda)r_1 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho & , & 0 \\ -(1+\lambda)r_1 & , & 0 & , & (1+\lambda)r_1 + \rho \end{vmatrix} = r(r_1 + \rho)^2 + 2r_1 \rho (r_1 + \rho).$$

Można więc, pomijając $\lambda \Delta$, wobec ilości znacznej pisać:

$$A = -[R + \lambda(2r_1 + r)] \cdot (r_1 + \rho)(r_1 + \rho) + 2r_1 \rho$$

Stąd, ze względu na związek (17):

$$(18) \quad j_1 + j_2 = \frac{2\lambda E r_1 \Delta}{[R + \lambda(2r_1 + r)][r(r_1 + \rho) + 2r_1 \rho]}$$

Z równań Kirchhoffa pierwszego i drugiego z układu (5) wynika z powodu, że $j_1 = j_2$ według (15) i (16):

$$E = RJ + (2r_1 + r)i - 2r_1j_1$$

$$0 = -\lambda r_1 J + r_1 i - (r_1 + \rho)j_1$$

(gdy λ w obec jednostki opuszczone), a dalej:

$$E = [R + \lambda(2r_1 + r)]J - [2r_1 - \frac{r_1 + \rho}{r}(2r_1 + r)]j_1.$$

Wyraz zawierający j_1 można w przybliżeniu pominąć z przyczyny, że λ i Δ są bardzo małe, a więc:

$$E = [R + \lambda(2r_1 + r)]J,$$

a równanie (18) przybiera kształt:

$$j_1 + j_2 = \frac{2\lambda\Delta \cdot r_1}{2r_1\rho + (r_1 + \rho)r} \cdot J, \quad (19)$$

gdy wreszcie ρ można w obec r_1 pominąć:

$$j_1 + j_2 = \frac{2 \cdot \lambda \Delta}{2\rho + r} \cdot J. \quad (20)$$

Aby uzyskać jasne pojęcie, który sposób mierzenia oporów, sposób podwójnego mostka lub Thomsona jest dokładniejszy i czulszy, należy podobne rachunki przeprowadzić dla układu przewodników przez Thomsona podanego i wyniki ze sobą porównać.

Układ przewodników, połączonych w mostek Thomsona, jest przedstawiony na figurze 2-ej.

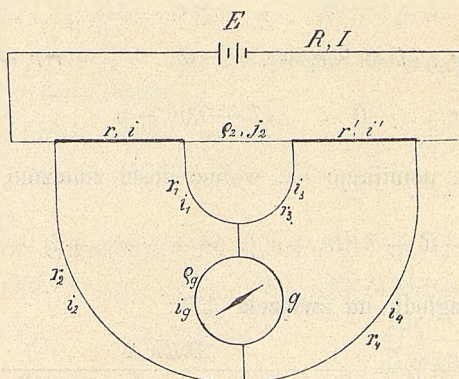


Fig. 2.

Równania Kirchhoffa zastosowane do mostku Thomsona, prowadzą do związków:

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} J = i_2 + i = i' + i_4, \quad i = i_1 + j_2, \quad j_2 + i_3 = i', \quad i_2 = j_g + i_4 \\ E = RJ + (r + r') i + \rho_2 j_2 + r' j_g, \\ 0 = r_2 J - (r_1 + r_2 + r) i + r_1 j_2 + \rho_g j_g, \\ 0 = r_4 J - (r_3 + r_4 + r') i + r_3 j_2 - (r_3 + r_4 + r' + \rho_g) j_g, \\ 0 = \quad + (r_1 + r_3) i - (r_1 + r_3 + \rho_2) j_2 + r_3 j_g, \end{array} \right.$$

gdy z pomocą równań odnoszących się do miejsc rozdwojeń, natężenia wszystkich prądów są wyrażone przez J, i, j_2, j_g .

Z równań tych wynika:

$$(22) \quad B j_g = \left| \begin{array}{cccc} R, & r + r', & \rho_2, & E \\ r_2, & -(r_1 + r_2 + r), & r_1, & 0 \\ r_4, & -(r_3 + r_4 + r'), & r_3, & 0 \\ 0, & r_1 + r_3, & -(r_1 + r_3 + \rho_2), & 0 \end{array} \right|,$$

$$(23) \quad B = \left| \begin{array}{cccc} R, & r + r', & \rho_2, & r' \\ r_2, & -(r_1 + r_2 + r), & r_1, & \rho_g \\ r_4, & -(r_3 + r_4 + r'), & r_3, & -(r_3 + r_4 + \rho_g + r') \\ 0, & r_1 + r_4, & -(r_1 + r_3 + \rho_2), & r_3 \end{array} \right|.$$

Przypuszczam, że opory są dobrane według wymagań mostka z wyjątkiem oporu r_4 o wielkość bardzo małą k za wielkiego, nadto opór ρ_2 niezmiernie mały, r_1 zaś równe r , t. j.

$$(24) \quad r_3 = \mu r_1, \quad r_4 = \mu r_1 + k, \quad r_2 = r_1, \quad r' = \mu r,$$

ze względu dalej, że opór mierzony r' jest nadzwyczaj mały, tak μ jak r są bardzo małe, μr_1 jednak nie jest wielkością bardzo małą, gdyż opór r_1 bardzo znaczny. Natężenie prądu przez galwanometr płynącego, w tych warunkach powstającego, oznaczam przez j'_g .

Z równania (22) po podstawieniu wartości (24) wynika:

$$Bj'_g = \begin{vmatrix} R & , & (1+\mu)r & , & \rho_2 & , & E \\ r_1 & , & -2r_1-r & , & r_1 & , & 0 \\ \mu r_1+k & , & -2\mu r_1 k - \mu r & , & \mu r_1 & , & 0 \\ 0 & , & (1+\mu)r_1 & , & -(1+\mu)r_1-\rho_2 & , & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -E \begin{vmatrix} r_1 & , & -2r_1-r & , & r_1 \\ \mu r_1+k & , & -2\mu r_1-k-\mu r & , & \mu r_1 \\ 0 & , & (1+\mu)r_1 & , & -(1+\mu)r_1-\rho_2 \end{vmatrix},$$

z odjęcia kolumny pierwszej, pomnożonej przez -2 i μ , od drugiej i trzeciej:

$$Bj'_g = -E \begin{vmatrix} r_1 & , & -r & , & 0 \\ \mu r_1+k & , & k-\mu r & , & -k \\ 0 & , & (1+\mu)r_1 & , & -(1+\mu)r_1-\rho_2 \end{vmatrix} \quad (25)$$

$$= Ekr_1 \{ \rho_2 + r(1+\mu) \} + Ek\rho_2 r.$$

Z (25) wynika, ze względu na (24) po łatwych zmianach i po opuszczeniu ρ_2 i k obok ilości znaczniejszych:

$$B = r_1 \begin{vmatrix} R & , & (1+\mu)r & , & (1+\mu)r & , & \mu r \\ r_1 & , & -2r_1-r & , & -r_1-r & , & \rho_g \\ \mu r_1 & , & -2\mu r_1-\mu r & , & -\mu(r_1+r) & , & -(2\mu r_1+\mu r+\rho_g) \\ 0 & , & 1+\mu & , & 0 & , & \mu \end{vmatrix},$$

po odjęciu wiersza drugiego, pomnożonego przez μ , od trzeciego:

$$B = r_1 \begin{vmatrix} R & , & (1+\mu)r & , & (1+\mu)r & , & \mu r \\ r_1 & , & -2r_1-r & , & -r_1-r & , & \rho_g \\ 0 & , & 0 & , & 0 & , & -(2\mu r_1+\mu r+(1+\mu)\rho_g) \\ 0 & , & 1+\mu & , & 0 & , & \mu \end{vmatrix}$$

$$B = [2\mu r_1 + \mu r + (1+\mu)\rho_g]r_1 \begin{vmatrix} R & , & (1+\mu)r & , & (1+\mu)r \\ r_1 & , & -2r_1-r & , & -r_1-r \\ 0 & , & 1+\mu & , & 0 \end{vmatrix},$$

gdy μ opuszczam obok jedności, r obok bardzo znacznego r_1

$$(26) \quad B = - [2\mu r_1 + \rho_g] r_1^2 (R + r)$$

Z (25) w zestawieniu z (26), jeżeli jeszcze zważymy, że ρ_2 jest oporem, który w mostku Thomsonowskim jest jak najmniejszym, a więc, gdy opuścimy μ obok jedności $\rho_2 r$ obok rr_1

$$(27) \quad j_g'' = - \frac{Ek(r + \rho_2)}{(R + r)r_1(2\mu r_1 + \rho_g)}$$

Natężenie prądu J w części okręgu nierozgałęzionej znaleźć można z dostatecznem przybliżeniem, jak gdyby prąd przez galwanometr nie przechodził, t. j. $j_g'' = 0$. Dalej należy pamiętać, że droga $r_2 + r_4$ przedstawia opór nierównie większy, aniżeli droga $r + \rho' + r'$, droga zaś $r_1 + r_3$ opór o wiele większy, niż droga ρ_2 , można więc w przybliżeniu natężenie J znaleźć z równania:

$$J = \frac{E}{R + r + r' + \rho_2},$$

lub gdy $r' = \mu r$ i ρ_2 opuszczone w obec $R + r$, ze związku:

$$J = \frac{E}{R + r},$$

równanie zatem (27) przybiera postać:

$$(28) \quad j_g'' = - \frac{k(r + \rho_2)}{r_1(2\mu r_1 + \rho_g)} \cdot J$$

Wreszcie, podobnie jak dla podwójnego mostka, znajdę dla sposobu mierzenia oporów, podanego przez W. Thomsona natężenie prądu j_g , płynącego przez galwanometr, pochodzącego stąd, że opór r w stosunku do mierzonego oporu r' nie jest zupełnie dobrze dobrany, ale jest o Δ za mały. Opory inne r_1, r_2, r_3, r_4 spełniają warunki mostka.

Jest więc, gdy jeszcze założę dla uproszczenia, że opory r_2 i r_1 z jednej strony, opory r_3 i r_4 z drugiej strony galwanometru są równe:

$$(29) \quad r_3 = \mu r_1, r_4 = \mu r_1, r_2 = r_1, r' = \mu(r + \Delta)$$

Podobnie jak poprzednio μ, Δ, ρ_2 są bardzo małe (nieskończenie małe), natomiast r_1 oznacza bardzo wielki opór.

Natężenie j_g znajduje się z ogólnych związków (22) i (23) z podstawienia wartości z równań (29).

W wyrażeniu dla B można ilości nieskończenie (bardzo) małe Δ , ρ_2 opuścić obok skończonych, ρ_2 można zastąpić przez 0, wreszcie r obok o wiele większego r_1 , wynikiem tego uproszczenia będzie wyrażenie dla B dane przez równanie (26):

$$B = - [2\mu r_1 + \rho_g] r_1^2 (R + r).$$

Z (23) ze względu na równania (29) łatwo otrzymać:

$$Bj_g = -E \begin{vmatrix} r_1 & , & -2r_1 - r & , & r_1 \\ \mu r_1 & , & -2\mu r_1 - \mu r - \mu \Delta & , & \mu r_1 \\ 0 & , & (1 + \mu)r_1 & , & -(1 + \mu)r_1 - \rho_2 \end{vmatrix},$$

albo po wyjęciu μ z drugiego wiersza przed wyznacznik, po opuszczeniu ρ_2 w ostatnim wyrazie i wyjęciu przed wyznacznik $(1 + \mu)$, wreszcie po dalszem odjęciu wiersza pierwszego od drugiego:

$$Bj_g = -E\mu(1 + \mu) \begin{vmatrix} r_1 & , & -2r_1 - r & , & r_1 \\ 0 & , & -\Delta & , & 0 \\ 0 & , & r_1 & , & -r_1 \end{vmatrix},$$

gdym μ obok 1 opuszczone:

$$Bj_g = E\mu \cdot \Delta \cdot r_1^2.$$

Ze względu na wyrażenie, dające B (26):

$$j_g = - \frac{E \cdot \mu \cdot \Delta}{(2\mu r_1 + \rho_g) R + r}. \quad (30)$$

Jeżeli pominiemy nieskończenie mały prąd j_g , płynący przez galvanometr, jeżeli μ bardzo małe w porównaniu z jednością, t. j. opory r_3 i r_4 są bardzo małe w porównaniu z oporem r_1 i $r_2 = r_1$ i jeżeli obok $R + r$ pominiemy bardzo mały mierzony opór r' i opór ρ_2 w sposobie Thomsona zawsze bardzo mały, który należy wziąć jak najmniej (jest to zwykle opór krótkiego szerokiego pręta miedzianego), wtedy otrzymamy na natężenie prądu płynącego w części nierozgałęzionej okręgu wyrażenie poprzednio już otrzymane:

$$J = \frac{E}{R + r}$$

a stąd równanie (29) przybierze postać :

$$(31) \quad j_g = -\frac{\mu\Delta}{2\mu r_1 + \rho_g} J$$

W ten sposób uzyskane są równania (12 a), (13), (18), (20), (27), (28), (30) i (31), służące do porównania dokładności i czułości obu metod. Gdy ρ_2 , opuszczone w obec r , a r w obec bardzo znacznego r_1 , wyrażenia na $j'_1 + j'_2$, $j_1 + j_2$ i t. d. będą stosunkowo dość proste :

$$j'_1 + j'_2 = \frac{Ekr}{r_1(2\rho + r)(R + 2\lambda r_1)} = \frac{k}{r_1} \cdot \frac{r}{r + 2\rho} J$$

$$j_1 + j_2 = \frac{2\lambda E\Delta}{[R + 2\lambda r_1][2\rho + r]} = \frac{2\lambda\Delta}{2\rho + r} J$$

dla mostka podwójnego, a :

$$j'_g = -\frac{k \cdot r \cdot E}{r_1(2\mu r_1 + \rho_g)(R + r)} = -\frac{k}{r_1} \cdot \frac{r}{2\mu r_1 + \rho_g} J$$

$$j_g = -\frac{\mu \cdot \Delta \cdot E}{(2\mu r_1 + \rho_g)(R + r)} = -\frac{\mu\Delta}{2\mu r_1 + \rho_g} J$$

dla mostka Thomsona.

Przypuszczenia dla uproszczenia zrobione są naprzód $r_1 = r_3$ w mostku podwójnym, $r_2 = r_1$ w metodzie Thomsona. Jest to przypadek najdogodniejszy w pomiarach robionych jedną lub drugą metodą; nie bowiem nie przeszkadza dobrać te opory równe, z tą dogodnością liczą się przyrządy z szczególnem przeznaczeniem do metody Thomsona zbudowane. Dalej ρ_2 jest niezmiernie małe, podobnie k i Δ , i wreszcie opór mierzony r' , bardzo znaczny jest opór r_1 , opory wreszcie R , r , ρ_g , μr_1 mogą być bardzo różne, są zaś uważane za wielkości tego samego rzędu małe w porównaniu z r_1 , znaczne w porównaniu z Δ , k , i t. d.

$j'_1 + j'_2$ i j'_g dają miarę dokładności metod porównywanych, gdyż są to natężenia prądów powstających stąd, że opór r_2 w mostku podwójnym, opór r_4 w mostku Thomsona jest o k za wielki, nie należą te opory do porównywanych, są to błędy w oporach znajdujących się poza porównywanymi, błędy w opornicy lub opory zetknięć (w oporach r_1 , r_2 , r_3 , r_4), które należy także do źródeł błędów liczyć. Skutkiem takiego błędu o wielkości k jest, że przez galvanometr przechodzą prądy j'_1 , j'_2 , j'_g , chociaż opory r' i r są w odpowiednim stosunku λ lub μ . Im mniejsze są $j'_1 + j'_2$ i j'_g , tem metody są dokładniejsze.

Natomiast $j_1 + j_2$ i j_g dają miarę czułości, są to natężenia prądów pochodzących stąd, że opory r' i r nie są ściśle dobrane według wymagań mostka; gdy $j_1 + j_2$ i j_g oznaczają dolną granicę prądów, dających się jeszcze galwanometrem obserwować, wtedy $\lambda\Delta$ i $\mu\Delta$ przedstawiają opory, dające się jeszcze w granicy zmierzyć.

Do porównania czułości metod z dokładnością należy utworzyć ilorazy:

$$\frac{j_1 + j_2}{j'_1 + j'_2} = 2 \frac{\lambda\Delta}{k} \cdot \frac{r_1}{r}, \quad \frac{j_g}{j'_g} = \frac{\mu\Delta}{k} \cdot \frac{r_1}{r}. \quad (32)$$

Jeżeli r_1 , r , Δ , k mają w obydwu razach te same wielkości, a więc λ jest także równe μ , wtedy z równań (32) można wyczytać, iż przy równej dokładności metoda podwójnego mostka jest dwa razy czulszą.

Rachunek powyższy oparty jest na ułatwiających przypuszczeniach. W przypadkach zawilszych trudniej jest uzyskać proste wyrażenia. Zwykle bierze się w mostku Thomsona $r_1 = r_2$, w mostku podwójnym najprościej dobrać $r_1 = r_3$, gdy jednak $r_1 \geq r_3$ w mostku podwójnym a $r_1 \geq r_2$ w mostku Thomsona, wszystkie inne zaś przypuszczenia poprzednio zrobione są spełnione, wtedy zresztą, jak obliczyłem, równania określające $j'_1 + j'_2$, $j_1 + j_2$, j'_g , j_g nie wiele różnią się od poprzedzających:

$$\left. \begin{aligned} j'_1 + j'_2 &= \frac{Ekr}{r_1[R + \lambda(r_1 + r_3)][r + 2\rho]} = \frac{kr}{r_1(r + 2\rho)} \cdot J \\ j_1 + j_2 &= \frac{2E\lambda\Delta}{[R + \lambda(r_1 + r_3)][r + 2\rho]} = \frac{2\lambda\Delta}{r + 2\rho} \cdot J \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned} j'_g &= - \frac{Ekr}{[R + r][\rho_g + \mu(r_1 + r_2)]r_1} = - \frac{kr}{r_1[\rho_g + \mu(r_1 + r_3)]} J \\ j_g &= - \frac{E\mu\Delta}{[R + r][\rho + \mu(r_1 + r_2)]} = - \frac{\mu\Delta}{\rho_g + \mu(r_1 + r_3)} J. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Dowód byłby nieco mozolniejszy od podanego dla przypadku: $r_1 = r_3$ (podw. most.) i $r_1 = r_2$ (most. Thoms.), zresztą zupełnie podobny.

Ze związków (33) i (34) wynika, że i w tym razie:

$$\frac{j_1 + j_2}{j'_1 + j'_2} = \frac{2\lambda\Delta}{k} \cdot \frac{r_1}{r}, \quad \frac{j_g}{j'_g} = \frac{\mu\Delta}{k} \cdot \frac{r_1}{r},$$

t. j. i w tym razie przy równej dokładności metoda podwójnego mostka jest dwa razy czulsza.

Za przyczynę niedokładności przyjąłem tu wyłącznie niezupełnie dokładne wyrównanie oporów według reguły mostka, pominąłem w tym ustępie omówione już poprzednio siły termoelektryczne.

§. 3.

Pomiary próbne.

Wszystkie przypuszczenia poprzednio uczynione, jak mała wielkość μ , ρ_2 , λ , znaczna r_1 i r_3 (w mostku podwójnym), lub r_1 i r_2 (w mostku Thomsona), są zawsze spełnione, gdy chodzi o pomiar bardzo małego oporu r' . Ale nawet, gdy μ lub λ nie są bardzo małe, podwójny mostek jest korzystniejszy od sposobu Thomsona. Dla lepszego porównania metod podam wyniki pomiarów próbnych. Pomiary takie robiłem już w r. 1890, składając mostki z dwu opornic Siemens¹⁾, mogąc zatem za opór r brać dziesiętne Ohma. Te pomiary okazały w ogóle, że podwójny mostek, przy równym natężeniu prądu przesłanego przez opór mierzony, jest czulszy. Pomiarów tych, mniej dokład-

nych od późniejszych, dla krótkości nie przytoczę, ograniczę się do robionych stosowniejszymi przyrządami.

Do lepszego porównania metod nadawała się opornica, zbudowana według pomysłu Fröhlicha w fabryce Siemens et Halske przeznaczona do metody W. Thomsona²⁾.

Opornica ta zawiera

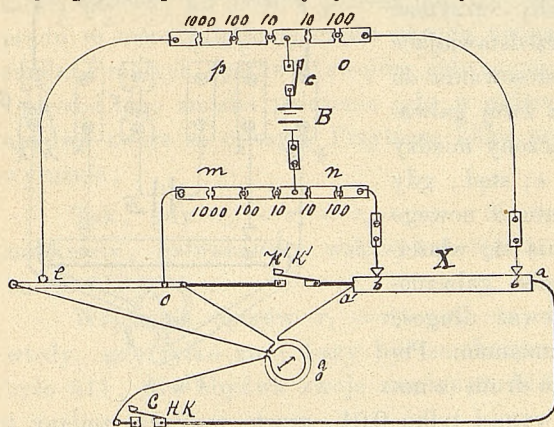


Fig. 3.

opór 0.01Ω , z nowego srebra, podzielony na 500 części, co było do porównania metod szczególnie dogodnem. Chociaż skonstruowana do

¹⁾ Jedna uprzejmie wypożyczona z laboratorium Uniw. we Lwowie.

²⁾ Elektrotechnische Zeitschrift. 8. 1887 r. str. 426, tamże rysunki objaśniające użycie opornicy do pomiarów metodą W. Thomsona.

mostku Thomsona może być użyta do pomiarów mostkiem podwójnym. Fig. 3 przedstawia schematycznie połączenia w mostku podwójnym. B oznacza baterię m i p są r_1 i r_2 , dobiera się je równe, o i n pozwalają włączyć odpowiednie opory r_3 i r_4 także równe sobie. Między e i o znajduje się opór z nowego srebra, który aż do wielkości 0.01 można włączyć, przedstawia on r . Między b i b umieszcza się opór mierzony. Jeden zwój różnicowego galwanometru łączy o z a' , drugi a z e w ten sposób, że gdy prąd płynie od o do a' i od a do e , obydwa zwoje odchylają igłę galwanometru w tym samym kierunku, t. j. działania swoje dodają. Fig. 4 przedstawia urządzenie przyrządu, od o w około od jednej śruby aż do drugiej, znajduje się wspomniany już gruby drut z nowego srebra, z tego drutu kawałek od o aż do kółka e przedstawia opór r . Fig. 3 i 4 są wykonane z odpowiedniami zmianami według rysunków podanych przez Fröhlicha. Potrzeba zamiast baterji B umieścić galwanometr, zamknąć przewodnik od o do a' przewodzący przy $H'K'$, baterję zaś umieścić między HK a a , aby otrzymać zestawienie oporów, przedstawiające mostek Thomsona. W zastosowaniu do podwójnego mostka jeden zwój galwanometru znajduje się włączony między o i a' , drugi między a i e ; stąd, gdy kółko e jest wzdłuż drutu z nowego srebra przesuwane, zmienia się właściwie opór jednego z okręgów galwanometru różnicowego, ponieważ długość drutu od e do f ulega zmianom. Ponieważ jednak opór całego drutu (z nowego srebra) od o do f wynosi tylko 0.01, przeto w użyciu zmiany te nie przeszkadzają, reszta bowiem okręgu, prowadzącego od e do a , w którym mieści się zwój galwanometru, ma opór znacznie większy od części o zmiennym oporze. Gdyby przyrząd był zbudowany w celu zastosowania do podwójnego mostka byłoby łatwo uniknąć tej małej niedokładności.

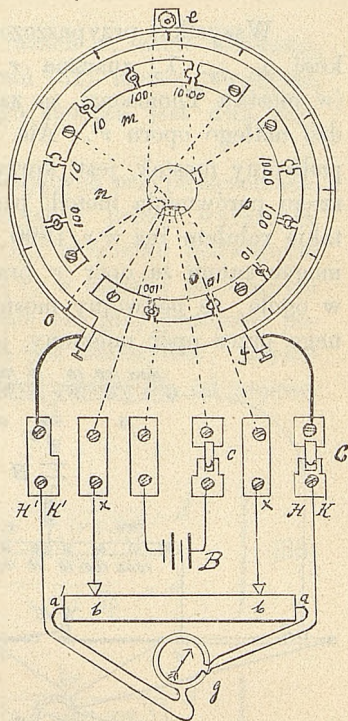


Fig. 4.

W ten sposób opornica przez Fröhlicha skonstruowana może służyć zarówno do mostka Thomsona jak do mostka podwójnego. Galwa-

nometr Kohlrauseha, sprowadzony od Hartmanna i Brauna, zawierał dwie pary zwojów. Każdy zwój z pierwszej pary był 65 razy w około nawinięty, miał zaś opór 0.265Ω , zwoje drugiej pary po 640 razy nawinięte, opory ich mniej jednak się zgadzają, jeden wynosi 27.15Ω , drugi 26.32Ω . W obec tego korzystniej było używać zwojów o małym oporze. Czułość galwanometru nie była w ciągu wszystkich pomiarów jednaka. W pierwszych z podanych poniżej doświadczeń była taka, że gdy prąd 0.5 miliampera płynął tylko przez jeden zwój galwanometru, odchyłał igłę o 435 podziałek, w dalszych była jeszcze większa, odchylenie przez $\frac{1}{2}$ miliampera sprawione wynosiło 462 podziałek. W celu skontrolowania działania obydwu zwojów razem, przesłałem jeden i ten sam prąd, raz przez jeden tylko zwój, drugi raz przez obydwa zwoje, tak, że ich działanie się dodawało, wreszcie przez obydwa zwoje w ten sposób, że działały różnicowo, odchylenie było w pierwszym razie 184.7 podziałek, w drugim 370.5 , w trzecim 3.5 podziałek. Odległość skali od galwanometru wynosiła stale nieco więcej niż 220 cm.¹⁾

Pomiary były robione w lecie 1891 r. w suterench Szkoły politechnicznej w pokoju o bardzo mało zmiennej temperaturze. Pozwalało to bardzo dokładnie i wygodnie skontrolować dokładności metod.

Przy pomiarach podwójnym mostkiem okazała się tylko jedna raczej pozorna niż istotna przeszkoda. Gdy bateria jest otwarta, zatem prądu w nierozgałęzionej części okręgu niema, mimo to w okręgu złożonym z małych oporów i zwojów galwanometru prąd najczęściej krąży. Dowodzi tego zmiana położenia igły w galwanometrze, gdy jeden lub obydwa zwoje są otwarte. Przytoczę kilka przykładów, okazujących to wyraźnie:

Tak, gdy $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \Omega$ i gdy tylko zwój 1-szy był zamknięty, galwanometr wskazywał 500.5 , gdy obydwa zwoje zamknięte 530.5 .

Włączenie oporów $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 10 \Omega$ sprawiło zmianę: wtedy, gdy tylko zwój 1-szy był zamknięty, położenie galwanometru było 511 , gdy obydwa zwoje zamknięte 516 .

¹⁾ Próbowałem używać pierścienia ochronnego żelaznego, dodanego do galwanometru. Ustawienie galwanometru było jednak bardzo kłopotliwe, z przyczyny chwiejnej niezwykle równowagi igły, prawdopodobnie skutkiem niejednostajnego pola magnetycznego. Z tej przyczyny później pierścienia ochronnego nie używałem. Do regulowania położenia igły i czułości w galwanometrze Hartmanna i Brauna służy magnes dający się przesuwac i w około obracać na przecie pionowym, poniżej galwanometru umieszczonym.

Innym razem, gdy $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 100 \Omega$, $r = 0.006 \Omega$, $r' = 0.00467 \Omega$, galwanometr wskazywał 512, jeżeli obydwa zwoje były otwarte, 512 jeżeli tylko zwoj 1-szy był zamknięty, a 522 jeżeli obydwa zwoje były zamknięte.

Podobnie: $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$, $r = 0.006 \Omega$, $r' = 0.00467 \Omega$.

Obydwa zwoje otwarte galw. 513.

Zwoj 1-y zamknięty 2-gi otwarty " 512.

" 2gi " 1-y " " 532.

" 1-y " 2-gi zamknięty " 535,

dalej $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \Omega$, $r = 0.003 \Omega$, $r' = 0.00467 \Omega$.

Zwoj 1-y otwarty 2-gi otwarty galw. 513

" 1-y zamknięty 2-gi " " 514

" 1-y otwarty 2-gi zamknięty " 532.5

" 1-y zamknięty 2-gi " " 534.

Po starannem wyczyszczeniu śrub i drutów i obmyciu wyskokiem :

Zwoj 1-y zamknięty 2-gi otwarty galw. 517.

" 1-y " 2-gi zamknięty " 522.

Oczywiście prądy te pochodzą od nierówności powierzchni metali tworzących okrąg, od niezupełnej ich czystości. Gdy obydwa zwoje są zamknięte, tworzą one, wraz z małymi oporami i drutami do galwanometru prowadzącymi ¹⁾, okrąg o oporze niewiele większym niż 0.5Ω . W obec czułości galwanometru siła elektrobodźcza $\frac{1}{2} 10^{-5}$ wolt w tym okręgu odchyłała igłę o 20 podziałek. Najstaranniejsze oczyszczenie drutów i śrub, służących do ich umocowania nie wystarczało, aby te bardzo małe siły elektrobodźcze usunąć. Skutecznijszem było pozostawienie przez kilka godzin zwojów zamkniętych. Zmiana położenia galwanometru była z początku znaczna, potem o wiele mniejsza, podobnie zmiana położenia igły przy jednym zwoju zamkniętym i przy obydwu zwojach zamkniętych. Wreszcie te zmiany przestają prawie istnieć przez powolną polaryzację ²⁾.

¹⁾ Były to druty równej długości (około 3 m.), grube 1.3 mm.

²⁾ Tak n. p., gdy bateria była wyłączona, położenie igły, jeżeli tylko jeden zwoj był zamknięty, było: 475.5, jeżeli obydwa zamknięte: 498 świeżo po złożeniu mostka podwójnego; nazajutrz po kilkunastu godzinach 465, jeżeli tylko pierwszy zwoj zamknięty, 468 jeżeli obydwa zamknięte. Dodać muszę, że śruby, w mostku Thomasona, przeznaczone do ujęcia drutów do baterii prowadzących, obejmowały w mostku podwójnym druty galwanometru, były zaś tłuszczem posmarowane, stąd może tak trudno było usunąć te małe prądy, mimo wymycia wyskokiem.

Zważyć jednak należy, że pomiary są robione w ten sposób, iż obydwie zwoje są stale zamknięte. Do zamykania i przerywania prądu służy klucz w nierozgałęzionej części okręgu bateryi. Otóż, ponieważ prąd krążący w kole złożonym z małych porównywanych oporów i zwojów galwanometru w ciągu czasu potrzebnego do pomiaru niezmiennie mało się zmienia, przeto dokładność pomiarów na tem nie cierpi. Można się pozbyć tego prądu przez pozostawienie zwojów zamkniętych przez dłuższy czas. Nie jest to jednak potrzebne, pomiary są dokładne nawet i wtenczas, gdy otwarcie jednego ze zwojów galwanometru sprawia odchylenie galwanometru (przy wykluczeniu prądu bateryi) t. j. gdy skutkiem niezupełnie czystego stanu powierzchni metalicznych przepływa przez galwanometr bardzo słaby prąd nawet w razie zupełnego wyrównania oporów według reguły mostka. W złożeniu przewodników według mostka Thomsona, położenie igły galwanometru, gdy bateria jest otwarta, także się zmienia, chociaż mniej niż w mostku podwójnym. Następujących kilka pomiarów, odnoszących się do oporów różnej wielkości, wystarczy do ocenienia dokładności i czułości podwójnego mostka.

Opór drutu około 43 c.v. długiego, 1.32 mm. grubego. Jeden słój Leclanché.

	Opory r_1, r_2, r_3, r_4	Opór r w Ω .	Położenie igły gdy bateria otwarta	Położenie igły gdy bateria zamknięta	Wychyle- nie igły	Opór mierzony
Mostek Thomsona	$r_1 = r_2 = 10 \Omega$	$r = 0.0045$	494	497	+ 3	0.00465
	$r_3 = r_4 = 10 \Omega$	$r = 0.0047$		493	- 1	
Podwójny mostek	$r_1 = r_3 = 10 \Omega$	$r = 0.0046$	522.7	517	- 5.7	0.004681
	$r_2 = r_4 = 10 \Omega$	$r = 0.0048$		531	+ 8.3	
Mostek Thomsona	$r_1 = r_2 = 10 \Omega$	$r = 0.0046$	496.8	496	- 0.8	0.00468
	$r_3 = r_4 = 10 \Omega$	$r = 0.0048$		497.9	+ 1.1	
"	"	$r = 0.0044$	512.2	514	+ 1.8	0.00464
	"	$r = 0.0048$		511.0	- 1.2	
Podwójny mostek	$r_1 = r_3 = 100\Omega$	$r = 0.0045$	518	520	+ 2	0.004676
	$r_2 = r_4 = 100\Omega$	$r = 0.0049$		515.5	- 2.5	

	Opory r_1, r_2, r_3, r_4	Opór r w Ω .	Położenie igły gdy bateria otwarta	Położenie igły gdy bateria zamknięta	Wychyle- nie igły	Opór mierzony
Mostek Thomsona	$r_1 r_2 = 100\Omega$ $r_3 = r_4 = 100\Omega$	$r = 0.003$ $r = 0.006$	512	513 510.7	+ 1 — 1.3	0.0043
Podwójny mostek	$r_1 = r_3 = 100\Omega$ $r_2 = r_4 = 100\Omega$	$r = 0.003$ $r = 0.006$	522.1	506 535	16.1 — 12.9	0.004666.

Dziesiętne części podziałek mogły być tylko oceniane. Opór mierzony jest obliczony przez interpolację z wyniku obserwacji.

Pomiary przytoczone nie były robione wszystkie w jednym dniu, stąd między temperaturami mierzonego oporu mogły istnieć pewne różnice, ale wobec małej zmienności temperatury w pokoju położonym w suterenach były niewielkie. Położenie igły w galwanometrze zmieniało się ustawicznie, jakkolwiek powoli, nie tylko gdy układ przewodników tworzył podwójny mostek, ale także w mostku Thomsona, w przeciągu minuty lub nieco więcej potrzebnej do usunięcia zatyczki w opornicy, zamknięcia klucza i odbycia wzniesienia przez igłę galwanometru wynosiła zmiana położenia igły galwanometru nieodchylonej zwykle mniej niż jedną podziałkę, czasem około jednej podziałki. W ogóle igła więcej zmieniała swoje położenie, jeżeli zarazem była różnica w położeniu przy jednym zwoju zamkniętym, a przy obydwu zwojach zamkniętych powolny ruch igły pochodził od zmienności prądu, skutkiem niezupełnie jednakiego stanu powierzchni metalów. Prąd ten, jak wspominałem pierwej, może być bardzo mały, jeżeli tylko po złożeniu mostka przez dłuższy czas obydwie zwoje galwanometru są zamknięte. W tym razie igła zmienia też położenie niezmiernie powoli¹⁾.

Celem tych pomiarów było przede wszystkim porównanie czułości metod; okazują one wyraźnie, zwłaszcza gdy $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 100 \Omega$, o ile czulszą jest metoda podwójnego mostka. Większa czułość ułatwia zaś w znacznej mierze dokładność, gdyż w obec niewielkich odchylen

¹⁾ Robiłem jednak niektóre pomiary bez pozostawienia poprzednio przez dłuższy czas w stanie zamkniętym mostka ze względu, że nie chciałem zbyt często pozostawiać przez noc opornicy w pokoju wilgotnym w suterenach, w którym prócz tego, z powodu bliskości miejsca przeznaczonego na baterie Bunsena, mogły być gazy szkodliwe dla starannie wykonanej podziałki w opornicy Fröhlicha.

igły galwanometru trudno te odchylenia z wystarczającą dokładnością zmierzyć z przyczyny, że magnes galwanometru powoli położenie zmieniał. Tłumienie wahań w galwanometrze było silne, magnes raz tylko z odchylenia największego wracał, potem poruszał się aperyodycznie.

Kilka dalszych pomiarów odnosi się do oporu drutu miedzianego długości około 46 cm. długiego, o średnicy blisko 4 mm. (między 3·9 a 4 mm.). Bateria składała się przy tych pomiarach z 2 słoików Leclanchego równolegle połączonych.

	r_1, r_2, r_3, r_4 w Ω .	r w Ω .	Położenie igły gdy bateria otwarta	Położenie igły gdy bateria zamknięta	Odchylenie	Opór mierzony
Podwójny mostek	$r_1 = r_3 = 10$ $r_2 = r_4 = 10$	$r = 0\cdot00100$ $r = 0\cdot00104$	491	484 495	+ 7 — 4	0·001026
Mostek Thomsona	$r_1 = r_2 = 10$ $r_3 = r_4 = 10$	$r = 0\cdot0005$ $r = 0\cdot0015$	488·5	481 496	7·5 — 7·5	0·00100
Podwójny mostek	$r_1 = r_3 = 10$ $r_2 = r_4 = 10$	$r = 0\cdot0009$ $r = 0\cdot0010$ $r = 0\cdot0011$	482	500 482·5 464	—18 —0·5 +18	0·001028
Podwójny mostek	$r_1 = r_3 = 100$ $r_2 = r_4 = 100$	$r = 0\cdot00100$ $r = 0\cdot00104$	494	493 494	— 1 0	0·00104
Mostek Thomsona	$r_1 = r_2 = 100$ $r_3 = r_4 = 100$	$r = 0\cdot0005$ $r = 0\cdot0015$	489·1	488 489·9	1·1 — 0·8	0·00105

Czułość metody Thomsona, w warunkach przytoczonych pomiarów jest już tak mała, że dokładne mierzenie oporu jest bardzo trudne. W tych samych warunkach, w mostku podwójnym wielkościom $r = 0\cdot001 \Omega$. i $r = 0\cdot00104$ odpowiadają położenia galwanometru różne blisko o 1 podziałkę, kiedy natomiast w mostku Thomsona wielkościom oporu $r = 0\cdot0005$ i $r = 0\cdot0015$ odpowiadają różnice położenia igły w galwanometrze zaledwo 2 podziałki wynoszące. Wprawdzie czułość można łatwo powiększyć przez użycie silniejszej baterji, im jednak silniejsze prądy przepływają przez mostek, tem zarazem mniejsza pewność co do dokładności, tem w miejscach połączeń większe siły elektrobodźce mogą

powstać. Z tej przyczyny metoda dająca tę samą dokładność jak druga, ale przy użyciu słabszych prądów jest korzystniejsza.

Aby wreszcie wypróbować sposób mierzenia mniejszych jeszcze oporów podwójnym mostkiem, zmierzyłem opory podłużnych płyt, mosiężnej i dwu miedzianych, tak wykutych, aby z łatwością mogły być ujęte między śruby opornicy Fröhlicha.

Płyta mosiężna, 4 słoje Leclanchého, dwie grupy po 2 elementa równolegle połączone ($C+C$, $Zn+Zn$, $C+C$, $Zn+Zn$).

	r_1, r_2, r_3, r_4 w Ω .	r w Ω .	Położenie igły gdy baterya otwarta	Położenie igły gdy baterya zamknięta	Odchy- lenie	Interpolo- wany opór	Opór mierzony
Mostek Thomsona	$\mu=01$ $r_1=r_2=100\Omega$ $r_3=r_4=10$	$r=0.003$ $r=0.0045$	489	487.5 490	1.5 — 1.0	0.0039	0.00039
Podwójny mostek	$\lambda=0.1$ $r_1=r_3=100$ $r_2=r_4=10$	$r=0.003$ $r=0.0045$	484	467.5 499	+16.5 —15	0.003786	0.0003786
Podwójny mostek	$\lambda=0.1$ $r_1=r_3=100$ $r_2=r_4=10$	$r=0.004$ $r=0.0038$ $r=0.0037$	482.5	487.5 483 481.3	— 5 — 0.5 + 1.2	0.00376 0.00377	0.000376 0.000377
Podwójny mostek	$\lambda=0.1$ $r_1=r_3=100$ $r_2=r_4=10$	$r=0.00374$ $r=0.00378$	485	484.5 485.5	0.5 — 0.5	0.00376	0.000376

W ostatnim pomiarze wychylenia galwanometru wynoszą już tylko dziesiętne części podziałki, mogły więc być tylko oceniane; gdy wreszcie $r=0.00376$ wychylenie wynosiło jaką $\frac{1}{4}$ do $\frac{1}{3}$ części podziałki w kierunku liczb mniejszych. Pomiary te wykonane były w jednym dniu rano i po południu, jak widać z zestawienia podanego zero galwanometru nie wiele się przesuwało, temperatura pokoju w ciągu pomiarów zmieniała się w granicach $18^{\circ}2$ C do $19^{\circ}4$ C. Z wymiarów tej płyty mosiężnej i znalezionego jej oporu próbowałem obliczyć przewodnictwo mosiądzu. Płyta ta składała się z części 124 mm. długiej, o szerokości średniej (z pomiarów w 8 miejscach 12.6 mm., grubości średniej

2.48 mm. i dwu kawałków po 6 mm. długich o mniejszym przekroju, służącym do ujęcia płyty w śruby opornicy Fröhlicha. Kawałki odcięte przez druty galwanometru prowadzące nie miały jednak całej długości 6 mm., ale po 4 mm. Z uwzględnienia mniejszego przekroju dwu tych kawałków można było wnosić, iż opór płyty był przybliżenie taki, jak płyty około 137 mm. długiej, szerokiej 12.6 mm., grubej 2.48 mm. Przyjmując za opór płyty średnią z otrzymanych wielkości 0.000378Ω znaleźć można opór pręta o długości 1 m, przekroju 1 mm.^2 równy 0.0936Ω , a stąd przewodnictwo mosiądzu (w porównaniu z Hg) 10.1. Na tak krótkim kawałku nie można oczywiście dokładnie zmierzyć przewodnictwa, nie uwzględniając kierunku linii prądu, nie wszędzie równoległego do długości płyty.

Tem bardziej nie można za liniowe przewodniki uważać dwu płyt miedzianych, których opór podobnie obydwoma sposobami zmierzyłem. W tak grubych i szerokich płytach powierzchnie równych potencjałów leżą naokoło miejsc zetknięcia doprowadzających prąd, dalej dopiero przybierają kierunek prostopadły do długości. Płyty te były jeszcze, aby do opornicy mogły być przytwierdzone, 4 razy zagięte (podobnie jak płyta mosiężna, której opór dopieroco podałem). Z tej przyczyny nie może być mowy o obliczaniu przewodnictwa miedzi z pomiaru tych oporów; chodziło tylko o to, aby mieć małe opory, dla tego były wzięte do pomiarów płyty krótkie, szerokie i grube.

Płyta miedziana 1-a. Wymiary: długość 138 mm.¹⁾, szerokość (średnia) 12.9 mm., grubość 5.76 mm. Temperatura średnia w pokoju $18^{\circ}6 \text{ C}$.

Bateria: 6 słoików Leclanchého w 3 grupy złączonych.

			Stan spo- czynku magnesu w galwa- nometrze	Stan magnesu odchylo- nego	Odchyle- nia	Opór mierzony
Podwójny mostek	$\lambda = \frac{1}{10}$	$r = 0.0009$	521	518.5	2.5	0.0000938
	$r_1 = r_3 = 100 \Omega$	$r = 0.0010$		522.5	—1.5	
	$r_2 = r_4 = 10 \Omega$					

¹⁾ Długość płyty, przez którą prąd przepływał, wynosiła 138 mm., długość całej płyty była nieco większa.

			Stan spo- czynku magnesu w galwa- nometrze	Stan magnesu odchylo- nego	Odchyle- nia	Opór mierzony
Mostek Thomsona	$\mu = \frac{1}{10}$ $r_1 = r_2 = 100 \Omega$ $r_3 = r_4 = 10 \Omega$	$r = 0.0009$ $r = 0.0010$	497.5	497.5 497.2	0 -0.3	0.000090
Podwójny mostek	$\lambda = \frac{1}{100}$ $r_1 = r_3 = 1000 \Omega$ $r_2 = r_4 = 10 \Omega$	$r = 0.009$ $r = 0.010$	479	480.5 477	-1.5 +2.0	0.0000943
Mostek Thomsona	$\mu = \frac{1}{100}$ $r_1 = r_2 = 1000 \Omega$ $r_3 = r_4 = 10 \Omega$	$r = 0.007$ $r = 0.008$ $r = 0.009$ $r = 0.010$	508.7	509.8 509.5 509 508	-1.1 -0.8 -0.3 +0.3	0.000095

W ostatnim pomiarze mostkiem Thomsona galwanometr nie okazywał dostrzegalnych zmian w położeniu magnesu nieodchylonego, które mogło być (co do dziesiątych podziałki) ocenione na 508.7. Pomiar pierwszy i drugi były robione w jednym dniu (temperatura 18°2), pomiar 3-ci i 4-ty nazajutrz (temperatura 18°9).

Że linie prądu rozchodziły się w przeważnej części płyty niezupełnie równolegle do jej długości, można z góry przypuszczać, okazało się też to wyraźnie z następującego pomiaru:

Druty (o średnicy 1.3 mm.) były przyłożone do środkowej części płyty w odległości 45 mm. i za pomocą śrub przyciśnięte. Druty te prowadziły do galwanometru. W ten sposób został zmierzony opór tego 45 mm. długiego kawałka płyty, zatem około $\frac{1}{3}$ płyty. Pomiar podwójnym mostkiem, do którego użyłem 8 Leclanchéów w 4 grupy złożonych, dał wynik następujący:

$$r_1 = r_3 = 1000 \Omega, \quad r_2 = r_4 = 10 \Omega.$$

$$r = 0.0021 \quad \text{wychył. magn. } 501.6 \quad \text{położ. spocz. magn. } 500.9.$$

$$r = 0.0020 \quad \quad \quad \quad \quad 501.8 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 501.8.$$

Wypada stąd opór mierzony $x = 0.000020$, zatem znacznie mniej niż $\frac{1}{3}$ oporu całej płyty. Przyczyna polega niezawodnie na tem, iż płyty tak grubej i szerokiej, stosunkowo krótkiej, nie można uważać za przewodnik liniowy, że linie prądu nie są równoległe do kierunku długości.

Zmierzyłem wreszcie opór tej samej płyty (w długości 138 mm.), wraz z oporem przejścia prądu z drutów (1.3 mm. średnicy) prąd doprowadzających.

8 Leclanchéów w 4-ry grupy złączonych.

Mostek Thomsona: $r_1 = r_2 = 100 \Omega$, $r_3 = r_4 = 10 \Omega$.

$r = 0.0015 \Omega$.	Magn. wychylony 500.7	Magn. w spoczynku 501.1
$= 0.0016$ „	499.5	501
$= 0.0014$ „	501.5	501

Stąd opór płyty wraz z oporem przejścia jest $= 0.000146 \Omega$.

Nieco odmienny był jednak wynik drugiego pomiaru mostkiem Thomsona, gdy zamiast zwojów galwanometru o mniejszej liczbie nawinięć użyłem zwojów o 640 nawinięciach, w celu powiększenia czułości. W tym razie zwoje o większej liczbie nawinięć, mimo znacznie większego oporu galwanometru, powiększają czułość, gdyż w mostku Thomsona galwanometr włączony jest w okręgi przewodników o dość znacznych oporach.

Drugi pomiar mostkiem Thomsona przy użyciu zwojów galwanometru o 640 nawinięciach, zresztą w podobnych warunkach:

$r_1 = r_2 = 100 \Omega$, $r_3 = r_4 = 10 \Omega$.

$r = 0.0014 \Omega$.	Magn. odchylony 498	Magn. w spoczynku 499.5
$= 0.0015$ „	495.5	499.5
$= 0.0013$ „	500.5	499

Opór mierzony $x = 0.000135$.



Podwójny mostek dał nieco większą wielkość oporu płyty wraz z oporem przejścia: (8 Leclanchéów, 4 grupy).

$$r_1 = r_3 = 100 \, \Omega, \quad r_2 = r_4 = 10 \, \Omega.$$

$r=0.0015 \, \Omega.$	Magn. wychylony 494.5	Położenie zera galwan. 498
$=0.00156 \, \Omega.$	494.2	494
$=0.00154 \, "$	492.9	493

$$\text{Opór mierzony} = 0.000154.$$

Płyta miedziana 1-a, podobnie jak 2-ga, o większem jeszcze przekroju, były wycięte przez laboranta katedry fizyki z miedzi kupionej w jednym ze sklepów we Lwowie. Miedź ta nie była chemicznie czysta. Przekrój tych płyt nie był wszędzie zupełnie jednakowy. Płyta 2-ga o długości 130 mm.¹⁾, średniej szerokości 15.12 mm., grubości 11.6 mm. służyła do kilku pomiarów, które jeszcze przytoczę.

Opór płyty wraz z oporem przejścia:

Podwójny mostek. 8 Leclanchéów w 4-ry grupy złączonych.

$$r_1 = r_3 = 100 \, \Omega, \quad r_2 = r_4 = 10 \, \Omega.$$

$r=0.008$	Magn. wychylony 494.2	Położenie zera galwan. 496.8
$=0.0075$	495	496
$=0.0073$	495.5	495.9
$=0.0071$	496.0	495.6
$=0.0072$	495.2	495.0

$$x=0.0006722.$$

¹⁾ Również jak w 1-ej płycie między wyżłobieniami zrobionemi na druty tak, że prąd przepływał tylko przez tę długość.

Mostek Thomsona (8 Leclanchéów 4 grupy).

$$r_1 = r_2 = 1000 \, \Omega, \quad r_3 = r_4 = 10 \, \Omega.$$

$r = 0.009$	Magn. od- chylony 503.7	Położenie zera galwan.
$= 0.008$	503	502.8
$= 0.007$	502.3	503

$$x = 0.000077.$$

Podwójny mostek (8 Leclanchéów, 4-ry grupy).

$$r_1 = r_3 = 1000 \, \Omega, \quad r_2 = r_4 = 10 \, \Omega.$$

$r = 0.007$	Magn. od- chylony 492.8	498.8
$= 0.008$	499.3	498
$= 0.0076$	496	497.5
$= 0.0078$	497	497

$$x = 0.000078.$$

Pomiar ten był kilkakrotnie powtarzany, w zupełnie tych samych warunkach jak poprzednio, większej zgodności wyników nie było można uzyskać.

Podwójny mostek :

$$r_1 = r_3 = 1000 \, \Omega, \quad r_2 = r_4 = 10 \, \Omega.$$

$r = 0.007$	Magn. wy- chylony 502	Położenie zera galwanom. 503
$= 0.0075$	506	502.5

$$x = 0.000072 \, \Omega.$$

Mostek Thomsona:

$$r_1 = r_2 = 1000 \, \Omega; \quad r_3 = r_4 = 10 \, \Omega.$$

$r = 0.0085$	Magn. wychylony 497	Położenie zera galwan. 493.5
$= 0.0060$	492	493.5

$$x = 0.000067 \, \Omega.$$

Wypróbowałem starannie proponowaną odmianę mostka Wheatstone'a w przekonaniu, że użycie galwanometru różnicowego takie, aby jego zwoje dodawały swoje działanie dla prądów zależnych od wielkości mierzonych, odejmowały zaś dla prądów od źródeł błędów pochodzących, może być i w innych razach korzystne.

Czy w zastosowaniu do mierzenia oporów elektrolitów nie okaza się jakie trudności, należałoby jeszcze wypróbować.



