

VERÖFFENTLICHUNG
DES KÖNIGL. PREUSSISCHEN GEODÄTISCHEN INSTITUTES
UND
CENTRALBUREAUS DER INTERNATIONALEN ERDMESSUNG

DIE
EUROPÄISCHE LÄNGENGRADMESSUNG
IN 52 GRAD BREITE
VON GREENWICH BIS WARSCHAU

II. HEFT
GEODÄTISCHE LINIEN, PARALLELBOGEN UND LOTHABWEICHUNGEN
ZWISCHEN FEAGHMAIN UND WARSCHAU

VON
A. BÖRSCH UND L. KRÜGER

BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON P. STANKIEWICZ' BUCHDRUCKEREI
1896

VERÖFFENTLICHUNG
DES KÖNIGL. PREUSSISCHEN GEODÄTISCHEN INSTITUTES
UND
CENTRALBUREAUS DER INTERNATIONALEN ERDMESSUNG

L 23

DIE
EUROPÄISCHE LÄNGENGRADMESSUNG
IN 52 GRAD BREITE
VON GREENWICH BIS WARSCHAU

II. HEFT

GEODÄTISCHE LINIEN, PARALLELBOGEN UND LOTHABWEICHUNGEN
ZWISCHEN FEAGHMAIN UND WARSCHAU

VON

A. BÖRSCH UND L. KRÜGER

BERLIN

DRUCK UND VERLAG VON P. STANKIEWICZ' BUCHDRUCKEREI

1896



2006-08-25

82 35339			
1970245	2	11	

M-1563

Vorwort.

Nach der Veröffentlichung des I. Heftes der Europäischen Längengradmessung in 52° Breite von Greenwich bis Warschau übertrug der Direktor des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes und Centralbureaus der Internationalen Erdmessung, Herr Geheimer Regierungsrath Professor Dr. F. R. HELMERT, den beiden Unterzeichneten die Bearbeitung und Herausgabe des vorliegenden II. Heftes.

Die Rechnungen wurden zum grossen Theil von jedem von uns gesondert erledigt; wo dieses nicht der Fall war, wurden immer derartige Kontrollen angewendet, dass das Einschleichen eines belangreichen Fehlers nach Möglichkeit vermieden sein dürfte. Auch an der Redaktion des Ganzen sind wir beide gleichmässig betheiligt.

Mit dieser Veröffentlichung hat der Theil der STRUVESchen Längengradmessung, dessen Bearbeitung vor fast 40 Jahren von J. J. BAEYER übernommen wurde, seinen Abschluss gefunden.

Der ursprüngliche Plan für die Längengradmessung hat sich vollständig, wenn auch sehr verspätet, durchführen lassen. Dabei hat gerade die unbeabsichtigte Verzögerung der Vollendung dieser Arbeit es ermöglicht, die Principien der modernen Geodäsie, wie sie von Herrn Professor HELMERT in dem I. Bande seiner „Theorieen der höheren Geodäsie“ dargestellt worden sind — nämlich möglichste Flächenausdehnung

bei der Ableitung zusammenhängender Lothabweichungssysteme und Ausnutzung der LAPLACESchen Kontrollgleichungen —, zu berücksichtigen. Dieses Verfahren wurde uns umsomehr erleichtert, als Herr Professor HELMERT in dem I. Heft der „Lothabweichungen. Berlin, 1886“ seine Theorien und deren Nutzen besonders nach der hier in Frage kommenden Richtung hin weiter ausgeführt und an praktischen Beispielen erläutert hat.

Potsdam, im September 1896.

Prof. Dr. A. Börsch, Dr. L. Krüger,

Ständige Mitarbeiter im Königlich Preussischen Geodätischen Institut.

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite
Einleitung	1

1. Kapitel. Anschlüsse astronomischer Stationen an die Hauptdreiecke.

§ 1. Vorbemerkungen	4
§ 2. Der Anschluss der Sternwarte in Bonn	4
§ 3. Der Anschluss der Sternwarte in Göttingen	5
§ 4. Der Anschluss des Punktes Rauenberg	7
§ 5. Der Anschluss von Grossenhain	8
§ 6. Der Anschluss der Sternwarte in Breslau und des Punktes Rosenthal	9
§ 7. Der Anschluss der Sternwarte in Warschau	19

2. Kapitel. Verbesserung der linearen Längen der geodätischen Linien wegen der Reduktion auf internationale Meter und infolge der nachträglichen Berücksichtigung der Grundlinien-Anschlüsse.

§ 1. Ableitung eines Näherungsverfahrens für die Berücksichtigung der Grundlinien-Anschlüsse	21
§ 2. Berechnung und Zusammenstellung der logarithmischen Verbesserungen der geodätischen Linien	27

3. Kapitel. Astronomische Bestimmungen.

(1). Feaghmain	31
(2). Haverfordwest	33
(0). Greenwich	34
(3). Rosendaël-lès-Dunkerque	34
(4). Nieuport	35
(5). Bonn	37
(6). Brocken	38
(7). Göttingen	39
(8). Leipzig	39
(9). Grossenhain	41
(10). Schneekoppe	41
(11). Breslau	42
(12). Rosenthal	42
(13). Trockenberg	43
(14). Mirow	43
(15). Rauenberg	44
(16). Berlin	45
(17). Springberg	46
(18). Schönsee	46
(19). Warschau	47

4. Kapitel. Geodätische Linien, relative Lothabweichungen, Laplacesche Gleichungen und Parallelbogen.

	Seite
§ 1. Der Rechnungsgang im allgemeinen und Zusammenstellung der Formeln	49
§ 2. Greenwich—Feaghmain	57
§ 3. Greenwich—Haverfordwest	58
§ 4. Greenwich—Rosendaël-lès-Dunkerque	60
§ 5. Rosendaël-lès-Dunkerque—Nieuport	63
§ 6. Greenwich—Nieuport	64
§ 7. Nieuport—Bonn	66
§ 8. Bonn—Brocken	70
§ 9. Brocken—Göttingen	73
§ 10. Brocken—Leipzig	76
§ 11. Leipzig—Breslau	78
§ 12. Leipzig—Grossenhain	80
§ 13. Grossenhain—Schneekoppe	81
§ 14. Leipzig—Schneekoppe	83
§ 15. Schneekoppe—Breslau	86
§ 16. Breslau—Rosenthal	88
§ 17. Breslau—Trockenberg	89
§ 18. Schneekoppe—Trockenberg	91
§ 19. Trockenberg—Mirow	95
§ 20. Mirow—Warschau	97
§ 21. Trockenberg—Warschau	99
§ 22. Leipzig—Rauenberg	101
§ 23. Brocken—Rauenberg	103
§ 24. Rauenberg—Berlin, Sternwarte	105
§ 25. Rauenberg—Springberg	108
§ 26. Springberg—Schönsee	112
§ 27. Schönsee—Warschau	114
§ 28. Lothabweichungen und <i>Laplacesche</i> Gleichungen zwischen den aufeinanderfolgenden Punkten	118
§ 29. Zusammenstellung der Lothabweichungen und <i>Laplaceschen</i> Gleichungen, bezogen auf Greenwich . .	124
§ 30. Parallelbogen in 52° Breite für die aufeinanderfolgenden geodätischen Linien zwischen Feaghmain und Warschau	134

5. Kapitel. Ausgleichung der Längengradmessung in 52° Breite zwischen Feaghmain und Warschau.

§ 1. Bedingungsgleichungen	138
§ 2. Zusammenstellung der Bedingungsgleichungen für die Ausgleichung	148
§ 3. Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate der bei den Fehlerberechnungen für die geodätischen Linien benutzten Gewichtseinheiten	151
§ 4. Die Gewichte der Richtungsverbesserungen einer geodätischen Linie	153
§ 5. Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate für die Richtungen der geodätischen Linien	163
§ 6. Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate der linearen Längen der geodätischen Linien	166
§ 7. Die mittleren Fehlerquadrate der astronomischen Orientirungen der geodätischen Linien	167
§ 8. Die mittleren Fehlerquadrate der astronomischen Längen	171
§ 9. Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die Bedingungsgleichungen	177
§ 10. Zusammenstellung der Werthe für die Lothabweichungskomponenten	191
§ 11. Einige Gewichte und mittlere Fehler	194
§ 12. Bestimmung der Lage eines gegebenen Referenzellipsoids für die Längengradmessung	199

Berichtigungen und Zusätze.

Zum I. Heft.

- S. 11, Z. 12 bis 18 v. o. Nach einer mündlichen Mittheilung von Excellenz *Otto Struve* an Herrn Direktor *Helmert*, im December 1893, hat General *Baeyer* im Jahre 1872 nur eine Karte der Dreiecke von der belgischen bis zur russischen Grenze nach Pulkowa gesandt, aber kein Zahlenmaterial, wie man aus der Fassung der angeführten Stelle vielleicht schliessen könnte.
- S. 140, Z. 14 v. o., lies: σm^2 , anstatt: m^2 . (σ ist die Anzahl der Bedingungsgleichungen.)

Zum II. Heft.

- S. 3, Z. 3 v. o., lies: in Länge zur Uebereinstimmung, sowie.
- S. 15, Z. 1 u. 2 v. o., lies: wurde das in der.
- S. 30, Z. 19 bis 22 v. o. Nach dem in den „Verhandlungen der vom 25. September bis 12. October 1895 in Berlin abgehaltenen Elften Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung. Berlin, 1896“, Annexe A. II., S. 27/29, enthaltenen „Rapport sur la mesure des bases. Par M. le Colonel *Bassot*.“ ist 1893 der russische Maassstab N in Breteuil verglichen und auf das neue internationale Meter bezogen worden. Man erhielt für

$$N \text{ bei } 16,25^{\circ} \text{ C.} = 3,898162 \text{ Meter.}$$

Da für die Berechnung der Grundlinien von Warschau und Czenstochau in den „Sapiski“, Bd. 47, S. 29,

$$N = 1728,01228''$$

angenommen ist (vergl. auch L.-Gr. I, S. 240), so bedürfen die russischen Dreiecksseiten zwischen Czenstochau und Warschau zur Reduktion auf internationale Meter einer logarithmischen Korrektion von $+ 69$ Einh. d. 7. Stelle. Von uns sind, nach dem damals vorhandenen Material, nur $+ 58$ Einh. d. 7. St. angebracht worden. Da indessen die Genauigkeit der geodätischen Linien Mirow—Warschau und Schönsee—Warschau schon a priori nur auf 1:104000 und 1:120000 der Länge geschätzt ist, so kann man von der weiteren Korrektion von $+ 11$ Einh. d. 7. St. gleich 1:395000 der Länge, die die neue Vergleichung noch verlangen würde, absehen.

- S. 97, Z. 2 v. o., lies: B'_{14} , anstatt: B_{14} .
- S. 140, Z. 9 v. o., lies: $\frac{d\epsilon}{\sin B_{19}}$, anstatt: $\frac{d}{\sin B_{19}}$.
- S. 174, Z. 1 v. o., lies: das reciproke Gewicht, anstatt: die reciproken Gewichte.
- S. 189, Z. 5 v. o., lies: ihren, anstatt: seinen.
-

Einleitung.

Nach dem im Vorwort zum I. Heft der Europäischen Längengradmessung in 52° Breite von Greenwich bis Warschau*) von Herrn Professor *Helmert* aufgestellten Plane sollte das II. Heft in dem bezeichneten Gebiete die geodätischen Linien zwischen den benachbarten astronomisch-geodätischen Hauptpunkten und die Verbindung der astronomischen und geodätischen Messungen enthalten.

Zunächst erschien es nützlich, eine Erweiterung dieses Planes insofern eintreten zu lassen, als man auch die Resultate der englischen Messungen für die Linien Greenwich-Feaghmain und Greenwich-Haverfordwest zusammen mit den übrigen Linien bis nach Warschau hin einheitlich behandelte, und die so erhaltenen Resultate an den passenden Stellen einfügte. Die rein geodätischen Ergebnisse der englischen Bearbeitung dieser beiden Linien konnten hierbei direkt den betreffenden und später noch öfter zu erwähnenden amtlichen englischen Veröffentlichungen entnommen werden. Es ist hierdurch der Vortheil erreicht worden, dass der ganze westliche Theil dieser Längengradmessung in einer Ausdehnung von ungefähr $31\frac{1}{2}^{\circ}$ ein ziemlich gleichartiges Ganzes bildet.

Da in der L.-Gr. I nur die Hauptdreiecksketten enthalten sind, so waren noch für die astronomischen Stationen, die nicht selbst Hauptdreieckspunkte sind, ihre trigonometrischen Anschlüsse an das Hauptnetz aufzuführen. Dieses ist in dem 1. Kapitel dieses Heftes geschehen, wobei auch die bisher nirgends veröffentlichten Messungen des Geodätischen Instituts zum Anschluss von Breslau und Rosenthal aufgenommen wurden.

Im 2. Kapitel wird auf Grund der bereits in der L.-Gr. I, S. 243/244, ausgeführten Ausgleichung nach einem besonders hierzu entwickelten Näherungsverfahren nachträglich der Einfluss der Differenzen der Grundlinienanschlüsse auf die einzelnen geodätischen Linien abgeleitet, womit zugleich die Reduktion auf internationale Meter verbunden wurde.

Ferner hielt man es im Interesse der Uebersichtlichkeit für angebracht, in einem besonderen 3. Kapitel die sämmtlichen astronomischen Ergebnisse, die bei der Längengradmessung in Frage kommen, zusammenzustellen. Hierbei wurde, soweit überhaupt schon bezügliche Veröffentlichungen vorlagen, stets auf die Originalquellen zurückgegangen, und damit zugleich eine Kritik der Genauigkeit der erhaltenen Resultate verbunden. Eine allgemeine historische Uebersicht über diese

*) Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes und Centralbureaus der Internationalen Erdmessung. Die Europäische Längengradmessung in 52 Grad Breite von Greenwich bis Warschau. I. Heft. Hauptdreiecke und Grundlinienanschlüsse von England bis Polen. Herausgegeben von *F. R. Helmert*. Mit zwei lithographirten Tafeln. Berlin. Druck und Verlag von P. Stankiewicz' Buchdruckerei. 1893. — Später wird diese Veröffentlichung immer unter der abgekürzten Bezeichnung „L.-Gr. I“ aufgeführt werden.

astronomischen Bestimmungen enthält schon die Einleitung zur L.-Gr. I. Es möge hier nur noch hinzugefügt werden, dass Azimutbestimmungen im ursprünglichen Plane der Längengradmessung nicht vorgesehen waren, dass diese vielmehr entweder zum Theil schon für andere Zwecke angestellt waren, oder später besonders nachgeholt wurden, da wohl ihre Kenntniss für alle astronomischen Punkte zur schärferen Berechnung der Parallelbogen wünschenswerth erschien. Für die astronomischen Längen konnte im allgemeinen die von Herrn Professor *van de Sande Bakhuyzen* in den „Verhandlungen der Permanenten Commission der Internationalen Erdmessung in Genf 1893“ gegebene Ausgleichung des Längennetzes benutzt werden.

Da in den letzten Jahren innerhalb der Internationalen Erdmessung die periodischen Schwankungen der Erdaxe stark in den Vordergrund getreten sind, so könnte es Befremden erregen, wenn nicht an dieser Stelle kurz auf ihre Bedeutung für die Längengradmessung hingewiesen würde. Infolge des Umstandes, dass der Ausgleichung des astronomischen Längennetzes Beobachtungen aus verschiedenen Jahren zu Grunde liegen, und dass ferner die Hauptperiode der Erdaxenschwankungen ungefähr 430 Tage beträgt, werden in den Ausgleichungsergebnissen die Einflüsse der Polbewegungen zum grossen Theil eliminirt sein, im übrigen aber den Charakter zufällig wirkender Fehler angenommen haben. Die Azimutbestimmungen sind nach unseren Erfahrungen bis jetzt im allgemeinen noch so ungenau, dass die Polschwankungen gegenüber der überhaupt vorhandenen Unsicherheit kaum in Betracht kommen, wenn nicht die Amplitude dieser Schwankungen bedeutend die bis jetzt ermittelten Beträge überschreiten sollte. Dasselbe gilt, wenn auch nicht in demselben Maasse, für die Polhöhen, besonders weil hier die immer noch verhältnissmässig grosse Unsicherheit in den Sternpositionen der Genauigkeit der Resultate Schranken setzt.

Dazu kommt noch, dass man auch schon bei der Reduktion der geodätischen Messungen verschiedene Vernachlässigungen hat eintreten lassen, deren Vermeidung theils sehr umständlich, theils fast unmöglich gewesen wäre; vergl. L.-Gr. I, S. 32/33. Zu der zweiten Art gehört bekanntlich die Berücksichtigung der Lothabweichungen und der Erhebungen des Geoids über das benutzte Referenzellipsoid, über deren Einfluss man a priori wohl kaum etwas Sicheres aussagen kann.

Hiernach dürfte die Meinung berechtigt sein, dass sowohl bei der Bestimmung der Grösse und der Figur der Erde im allgemeinen, als auch beim Studium beschränkter Flächentheile oder von Profilen der Erdoberfläche vermittelt Lothabweichungen und Schwerebestimmungen, in absehbarer Zeit die Polschwankungen keine praktische Bedeutung gewinnen werden. Vorausgesetzt ist hierbei freilich, dass nicht säkulare, fortschreitende Verschiebungen der Erdaxe auftreten.

Das umfangreiche 4. Kapitel enthält die Berechnung der geodätischen Linien, der relativen Lothabweichungen zwischen den benachbarten astronomischen Punkten und der Parallelbogen. Für die Ableitung der Lothabweichungen waren die von Herrn Professor *Helmert* in dem Heft I der „Lothabweichungen. Berlin, 1886“ entwickelten Grundsätze und Formeln maassgebend. Alle Lothabweichungen sind schliesslich auf einen Nullpunkt, in diesem Falle auf Greenwich, bezogen worden. Die Berechnung der Parallelbogen wurde im allgemeinen nach einem Verfahren vorgenommen, das im Jahre 1888 zwischen Herrn Professor *Helmert* und Herrn Generallieutenant *Stebnitzki* für die Längengradmessung in 52° Breite vereinbart worden war. Den Schluss dieses Kapitels bildet eine Zusammenstellung der Parallelbogen und ihre Vergleichung mit den astronomisch bestimmten Längendifferenzen in der für Gradmessungen bisher üblichen Form.

Im 5. und letzten Kapitel wird der ganze Linienzug zwischen Feaghmain und Warschau einer einheitlichen Ausgleichung unterworfen, wie sie durch Herrn Professor *Helmert* für der-

artige Untersuchungen im Geodätischen Institut eingeführt ist. Wenn es sich nur um das rein formelle Bedürfnis gehandelt hätte, die aus den astronomischen Längen und aus den Azimuten sich ergebenden Lothabweichungen in Länge, sowie die durch die doppelte Verbindung von Warschau mit Leipzig resultirenden Schlussfehler in den drei Lothabweichungskomponenten für Warschau zum Verschwinden zu bringen, so hätte man sich mit einem ganz einfachen Näherungsverfahren begnügen können. Hier jedoch kam es hauptsächlich darauf an, an einem grossen Beispiel möglichst streng zu zeigen, welchen Nutzen die Berücksichtigung der *Laplaceschen* Gleichungen in solchen Fällen zu bringen vermag. Deshalb wurde auch auf eine möglichst genaue Abschätzung der Gewichte der in die Ausgleichung eingehenden Grössen besonders Bedacht genommen. Die hauptsächlichsten Schlüsse, die man nun aus den Ergebnissen dieser Ausgleichung ziehen kann, sollen hier ihrer Wichtigkeit wegen kurz aufgeführt werden; sie entsprechen den Ergebnissen, die Herr Professor *Helmert* schon im I. Heft der „Lothabweichungen“ an einem ersten ausgedehnteren Beispiel dargelegt hat.

Erstens werden die Lothabweichungen in Länge so genau erhalten, dass sie im vorliegenden Falle nur noch von der Unsicherheit der astronomischen Längendifferenzen beeinflusst erscheinen; die hier freilich an sich nur geringen Feldereinflüsse der geodätischen Richtungs-Übertragungen und der Orientirungen sind fast unmerklich geworden. Allerdings tritt der Nutzen der Ausgleichung hierbei noch nicht so auffällig hervor, weil ja die Längengradmessungen schon von vorn herein so angelegt werden, dass die azimutalen Unsicherheiten für die Lothabweichungen in Länge möglichst unschädlich bleiben.

Dagegen wird aber zweitens die Genauigkeit der Lothabweichungen in Breite durch die Ausgleichung, d. h. infolge der Berücksichtigung der durch die häufigen Orientirungen geschaffenen Kontrollen, in bedeutender Weise erhöht. Ohne die Ausgleichung werden die Lothabweichungen in Breite bei einer ausgedehnten Längengradmessung nur geringen Werth besitzen; die ausgeführten Gewichtsberechnungen zeigen aber, dass gerade diese Lothabweichungskomponenten durch die Ausgleichung derart günstig beeinflusst werden, dass auch ihre Unsicherheit in der Hauptsache nur noch von den Fehlern der astronomischen Breitenbestimmungen abhängt. Das Gewicht der relativen Lothabweichung in Breite von Warschau gegen Greenwich wird z. B. um das 40-fache erhöht. Es wird also durch die Ausgleichung erreicht, dass die Lothabweichungen in Länge und in Breite fast mit derselben Genauigkeit erhalten werden, und dass sich die Gestalt des Parallels als Kurve doppelter Krümmung bestimmen lässt.

Endlich wird man noch eine sichere Querverbindung aller europäischen Meridianbogen erhalten, auf deren Wichtigkeit für das Studium der Erdoberfläche auch schon seit langer Zeit von Herrn Professor *Helmert* hingewiesen wurde.

1. Kapitel.

Anschlüsse astronomischer Stationen an die Hauptdreiecke.

§ 1. Vorbemerkungen.

Eine Anzahl astronomischer Stationen ist nicht unmittelbar unter den Stationen der in der L.-Gr. I berechneten Hauptdreiecksnetze und Ketten enthalten. Die Messungen und die Resultate für den Anschluss dieser Punkte an das Dreiecksnetz sind zwar schon zum grössten Theil an anderen Orten veröffentlicht worden; der Wunsch jedoch, innerhalb der Längengradmessung selbst alles zu ihrer Verwerthung nöthige Material möglichst vollständig aufzuführen, hat dahin geführt, auch diese Anschlussdreiecke in die nachstehenden Paragraphen aufzunehmen. Zu diesen Punkten gehören Bonn, Göttingen, Rauenberg, Grossenhain und Warschau. Ueber Grossenhain und Warschau hätte übrigens so wie so noch einiges mitgetheilt werden müssen. Insbesondere aber ist über die vom Geodätischen Institut angestellten Beobachtungen und Rechnungen zum Anschluss von Breslau und Rosenthal noch nichts veröffentlicht, so dass dieser Fall etwas ausführlicher behandelt werden musste.

Der Anschluss der Berliner Sternwarte an das neue Berliner Basisnetz, unter Zuhülfenahme der Resultate der „Küstenvermessung“, S. 364, 586/587, ist gleichzeitig mit der Berechnung der geodätischen Linie Rauenberg—Berlin (Sternwarte) erfolgt, weshalb hier nicht näher darauf eingegangen zu werden braucht (vergl. 4. Kap., § 24).

§ 2. Der Anschluss der Sternwarte in Bonn.

Die Einschaltung der Sternwarte in Bonn erfolgte gleichzeitig mit den Messungen für das Bonner Basisnetz.^{*)} Die Einfügung des Ortes des Passagen-Instrumentes in Bonn geschah jedoch nicht direkt, sondern durch Vermittelung des Kreuzberges, der Meridianmarke und eines Stationspunktes an der Hofthür der Sternwarte. Auf dem Punkt Kreuzberg (Thurm) ist überhaupt nicht beobachtet worden; seine Lage im Dreiecksnetz ist durch Anschnitte von Gielsdorf, Bergheim und Finken-berg aus bestimmt worden. Von der Meridianmarke aus wurde das Passagen-Instrument und das Instrument an der Hofthür zugleich mit den anderen Netzrichtungen beobachtet. Von dem Instrument an der Hofthür aus wurden Beobachtungen der Richtungen nach dem Kreuzberg, der Meridianmarke und dem Passagen-Instrument angestellt. Zu bemerken ist noch, dass Kreuzberg und Meridianmarke gegenseitig nicht sichtbar sind, so dass ihre Entfernung und die Richtungen an beiden Endpunkten erst berechnet werden mussten. Hieraus und aus den angeführten Messungen ergab sich die Entfernung Meridianmarke—Passagen-Instrument zwar ohne Kontrolle, aber doch wohl hinreichend genau. Die für die Uebertragung des Azimuts wichtige Richtung Meridianmarke—Passagen-Instrument ist 58-mal beobachtet worden.

^{*)} L.-Gr. I, S. 19, 247/248; Das rheinische Dreiecksnetz. I. Heft, S. 10/11, 73/74.

Die nachfolgende Tabelle ist ein Auszug aus den Schlussergebnissen des Bonner Basisnetzes. Sie enthält die Hauptverbindungen zwischen den Punkten, die bei der Berechnung der geodätischen Linien benutzt worden sind. Die auf die alte Bonner Basis bezogenen Logarithmen der Entfernungen sind vorher von Toisen auf Metermaass durch Addition von 0,2898199.3 reducirt und dann auf 7 Decimalen abgerundet worden. Die $\log s$ für die Lommeler Basis sind dann aus dem für die Anschlussseite Siegburg—Michelsberg in der L.-Gr. I, S. 99, gegebenem Werthe abgeleitet worden.

Richtungen und Entfernungen.

Station	Objekt	Richtungswerthe	$\log s$	
			Alte Bonner Basis	Lommeler Basis
Meridianmarke auf dem Venusberge	Bergheim . . .	0° 0' 0",00	3,8382547	3,8382565
	Bonn, Pass.-Instr.	3 37 33,60	3,2251011	3,2251029
	Finkenbergl . .	55 53 22,57	3,5661919	3,5661937
	Löwenburg . .	120 18 57,61	4,0816688	4,0816706
Finkenbergl	Siegburg . . .	0 0 0,00	3,9353571	3,9353589
	Löwenburg . .	98 18 42,97	4,0411206	4,0411224
	Meridianmarke	196 17 44,99	3,5661919	3,5661937
	Gielsdorf . . .	226 33 26,43	3,9420347	3,9420365
	Bergheim . . .	288 6 55,37	3,7564823	3,7564841
Bergheim	Siegburg . . .	0 0 0,00	3,9411120	3,9411138
	Finkenbergl . .	69 42 19,14	3,7564823	3,7564841
	Meridianmarke	101 59 46,24	3,8382547	3,8382565
	Gielsdorf . . .	148 23 4,67	3,8947048	3,8947066
Gielsdorf	Bergheim . . .	0 0 0,00	3,8947048	3,8947066
	Siegburg . . .	16 40 24,56	4,2028645	4,2028663
	Finkenbergl . .	39 45 45,64	3,9420347	3,9420365
	Löwenburg . .	68 47 37,32	4,2501981	4,2501999
	Michelsberg . .	167 32 35,80	4,4319641	4,4319659
Löwenburg, 1847 *) .	Michelsberg . .	0 0 0,00	4,5384793	4,5384811
	Gielsdorf . . .	50 39 35,41	4,2501981	4,2501999
	Meridianmarke	55 47 37,42	4,0816688	4,0816706
	Finkenbergl . .	73 23 0,46	4,0411206	4,0411224
	Siegburg . . .	108 14 51,23	4,1736549	4,1736567
Siegburg	Löwenburg . .	0 0 0,00	4,1736549	4,1736567
	Finkenbergl . .	46 49 26,50	3,9353571	3,9353589
	Michelsberg . .	51 53 40,93	4,6201650	4,6201668
	Gielsdorf . . .	70 17 31,99	4,2028645	4,2028663
	Bergheim . . .	85 14 2,85	3,9411120	3,9411138
Michelsberg	Gielsdorf . . .	0 0 0,00	4,4319641	4,4319659
	Siegburg . . .	10 43 58,23	4,6201650	4,6201668
	Löwenburg . .	30 35 27,31	4,5384793	4,5384811

§ 3. Der Anschluss der Sternwarte in Göttingen.

Der Anschluss von Göttingen an das Netz der Längengradmessung wird durch die Seite Ahlsburg—Meissner vermittelt, deren auf die Göttinger und auf die Lommeler Basis bezogenen Logarithmen sich auf S. 104 der L.-Gr. I finden. Die in der folgenden Tabelle enthaltenen Richtungen und Entfernungen (bezogen auf die Göttinger Basis) wurden den Resultaten des

) Der Punkt Löwenburg des Bonner Basisnetzes ist nicht mit dem gleichnamigen Punkte des rheinischen Dreiecksnetzes oder der Gruppe II der Längengradmessung identisch.

Göttinger Basisnetzes, wie sie in dem „Uebersichtsheft der L.-A. von 1887“, S. 21/22, aufgeführt sind, und einem von der L.-A. *) zur Verfügung gestellten Manuskript über „Die Gaussischen Punkte: Göttinger Sternwarte und Nördliches Meridianzeichen“ entnommen. Die Netzausgleichung des Göttinger Basisnetzes ist ohne jeden Zwang ausgeführt worden.

Soweit es erforderlich war, wurden die Richtungswerthe auf 2 Decimalen der Sekunden und die Seitenlogarithmen auf 7 Decimalen abgerundet.

Da inzwischen das „Basisnetz bei Göttingen“ in ausführlicher und definitiver Form im Druck erschienen ist**), so wurden die uns früher mitgetheilten Resultate mit den neu erschienenen verglichen und in vollständiger Uebereinstimmung gefunden. In Bezug auf alle Einzelheiten der Messungen und Rechnungen und für die Stations-Beschreibungen und Festlegungen ist auf diese Veröffentlichung der L.-A. zu verweisen.

Richtungen und Entfernungen.

Station	Objekt	Richtungswerthe	log s	
			Göttinger Basis	Lommeler Basis
Göttingen, Reichenbachscher Meridiankreis	Kleeper	0° 0' 0,00	3,2779092	3,2779118
	Basis nördlich .	80 59 14,20	3,0062901	3,0062927
	Hohehagen . .	147 18 28,54	4,1400277	4,1400303
Kleeper, Steinpfeiler	Gleichen . . .	0 0 0,00	3,8994999	3,8995025
	Basis nördlich .	104 36 4,46	3,3022525	3,3022551
	Hohehagen . .	105 41 20,92	4,1884968	4,1884994
	Göttingen . .	134 34 34,62	3,2779092	3,2779118
Nördliches Meridian- zeichen, Spaltmitte	Basis südlich .	0 0 0,00	4,0499755	4,0499781
	Hohehagen . .	46 47 43,56	4,2208775	4,2208801
	Ahlsburg . .	154 59 4,39	4,3168234	4,3168260
Basis nördlich, unter- irdische Festlegung	Kleeper	0 0 0,00	3,3022525	3,3022551
	Gleichen . . .	62 26 52,07	3,9375197	3,9375223
	Basis südlich .	116 53 36,00	3,7154066	3,7154092
	Hohehagen . .	181 15 1,33	4,1280575	4,1280601
	Göttingen . .	290 57 44,36	3,0062901	3,0062927
Basis südlich, unter- irdische Festlegung	Nördl. Meridianz.	0 0 0,00	4,0499755	4,0499781
	Basis nördlich .	2 8 46,43	3,7154066	3,7154092
	Gleichen . . .	90 52 3,51	3,8480191	3,8480217
	Hohehagen . .	269 13 11,44	4,0835939	4,0835965
Hohehagen, Stein- pfeiler	Ahlsburg . . .	0 0 0,00	4,4823753	4,4823779
	Nördl. Meridianz.	40 27 35,08	4,2208775	4,2208801
	Göttingen . .	56 12 0,79	4,1400277	4,1400303
	Kleeper	60 0 18,59	4,1884968	4,1884994
	Basis nördlich .	60 10 3,46	4,1280575	4,1280601
	Basis südlich .	82 53 3,30	4,0835939	4,0835965
	Gleichen . . .	83 29 24,02	4,2825755	4,2825781
	Meissner . . .	158 8 20,78	4,4504844	4,4504870
Gleichen, Steinpfeiler	Meissner . . .	0 0 0,00	4,4715401	4,4715427
	Hohehagen . .	66 44 4,69	4,2825755	4,2825781
	Basis südlich .	67 46 36,06	3,8480191	3,8480217
	Basis nördlich .	104 36 35,13	3,9375197	3,9375223
	Kleeper	117 33 38,64	3,8994999	3,8995025
	Ahlsburg . . .	129 12 17,55	4,5317549	4,5317575

*) L.-A. bedeutet „Königlich Preussische Landes-Aufnahme.“

**) Die Königlich Preussische Landes-Triangulation. Hauptdreiecke. Sechster Theil. Berlin, 1894. S. 177/248.

Station	Objekt	Richtungswerthe	log s	
			Göttinger Basis	Lommeler Basis
Ahlzburg, Pfeiler und Platte I. O.	Gleichen . . .	0° 0' 0,00	4,5317549	4,5317575
	Nördl. Meridianz.	2 41 19,66	4,3168234	4,3168260
	Meissner . . .	23 30 56,43	4,7598121	4,7598147
	Hohehagen . .	34 2 24,59	4,4823753	4,4823779
Meissner, Steinpfeiler	Hohehagen . .	0 0 0,00	4,4504844	4,4504870
	Ahlzburg . . .	11 20 11,87	4,7598121	4,7598147
	Gleichen . . .	38 36 59,87	4,4715401	4,4715427

§ 4. Der Anschluss des Punktes Rauenberg.

Rauenberg wird durch das sogenannte Anschlussnetz des neuen Berliner Basisnetzes des Geodätischen Instituts*) und durch die Seite Hagelsberg-Golmberg mit der Längengradmessung in Verbindung gebracht. Die älteren Verbindungen der L.-A. sind unberücksichtigt geblieben, weil erstens das wichtige Dreieck Hagelsberg—Golmberg—Eichberg von der L.-A. nicht direkt gemessen ist, und weil zweitens die sonst zur Verfügung stehenden Dreiecke von ungünstiger Form sind und nur auf grösseren Umwegen zum Ziele führen. Ausser auf die ausführliche Publikation ist noch auf die Bemerkungen über das Vergrösserungsnetz der Berliner Basis in der L.-Gr. I, S. 246/247, aufmerksam zu machen.

In der nachfolgenden Tabelle sind die für das Anschlussnetz auf S. 69/70 des Berliner Basisnetzes aufgeführten Resultate zusammengestellt. Weggelassen ist hierbei aber alles, was sich auf die Punkte Ziethen und Berlin bezieht. Ziethen ist mehr untergeordneter Natur und bei den Berechnungen der geodätischen Linien nicht benutzt worden, während Berlin (Marienthurm) in diesem Netz nur von Rauenberg und Glienicke aus angeschnitten ist.

Die Richtungswerthe des neuen Berliner Basisnetzes sind in der Tabelle auf zwei Decimalen der Sekunden abgerundet, während die auf die alte Berliner Grundlinie bezogenen Seitenlogarithmen nach Addition von 31.6 Einheiten der 7. Stelle auf 7 Decimalen abgerundet wurden. Die auf die Lommeler Basis bezogenen Seitenlogarithmen wurden vermittelst des auf S. 121 der L.-Gr. I enthaltenen Logarithmus der Seite Hagelsberg—Golmberg abgeleitet.

Richtungen und Entfernungen.

Station	Objekt	Richtungswerthe	log s	
			Alte Berliner Basis (+ 31.6 Einh. d. 7. Dec.-St. d. Log.)	Lommeler Basis
Hagelsberg	Eichberg . . .	0° 0' 0,00	4,6532704	4,6532680
	Golmberg . . .	39 10 17,93	4,7652326	4,7652302
Golmberg	Hagelsberg . .	0 0 0,00	4,7652326	4,7652302
	Eichberg . . .	50 36 4,07	4,5657060	4,5657036
	Glienicke . . .	80 41 54,15	4,4501105	4,4501082
	Colberg	128 35 47,59	4,6110278	4,6110254

*) Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes. Das Berliner Basisnetz, 1885—1887. Berlin, 1891.

Station	Objekt	Richtungswerthe	log s	
			Alte Berliner Basis (+ 31.6 Einh. d. 7. Dec.-St. d. Log.	Lommeler Basis
Eichberg	Rauenberg. . . .	0° 0' 0,00	4,3656117	4,3656093
	Müggelsberg . .	23 8 25,06	4,5670969	4,5670945
	Glienicke	56 59 46,35	4,2742292	4,2742268
	Golmberg	105 44 46,06	4,5657060	4,5657036
	Hagelsberg . . .	195 58 28,25	4,6532704	4,6532680
Glienicke	Colberg	0 0 0,00	4,4815601	4,4815577
	Golmberg	88 27 44,63	4,4501105	4,4501082
	Eichberg	189 36 56,16	4,2742292	4,2742268
	Rauenberg	262 2 43,51	4,3099328	4,3099304
	Müggelsberg . .	309 33 45,16	4,3752710	4,3752686
Colberg	Golmberg	0 0 0,00	4,6110278	4,6110254
	Glienicke	43 38 24,09	4,4815601	4,4815577
	Müggelsberg . .	93 55 32,32	4,3762244	4,3762220
Müggelsberg	Colberg	0 0 0,00	4,3762244	4,3762220
	Glienicke	79 16 38,32	4,3752710	4,3752686
	Eichberg	105 28 29,01	4,5670969	4,5670945
	Rauenberg	135 50 21,19	4,2562656	4,2562632
Rauenberg	Müggelsberg . .	0 0 0,00	4,2562656	4,2562632
	Glienicke	75 55 16,40	4,3099328	4,3099304
	Eichberg	126 29 43,62	4,3656117	4,3656093

§ 5. Der Anschluss von Grossenhain.

Grossenhain ist Dreieckspunkt der Königl. Sächsischen Triangulation I. Ordnung. Diese hat mit dem Dreiecksnetze der Längengradmessung das Dreieck Collm—Strauch—Keulenberg und die Seite Collm—Leipzig gemeinsam. Jedoch sind für Leipzig die Punkte nicht identisch. Während die Längengradmessung das Centrum der Pleissenburg nach der Definition der Königl. Preussischen Landesaufnahme als T. P. annimmt, ist für Sachsen der Pfeiler B auf der Pleissenburg maassgebend. Nach den in dem „Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 24/25, gegebenen Centrirungselementen beträgt die Reduktion der Seite Collm—Leipzig (B) auf Collm—Leipzig (T. P. d. L.-A.).

im Richtungswerth : + 24,431 und

im Log der Seitenlänge : + 605.6 Einh. d. 7. Dec.-St.

Unter Berücksichtigung dieser Reduktionen erhält man aus den sächsischen Messungen*) und aus den Resultaten der L.-Gr. I, S. 121/122, nachstehende Vergleichen.

*) Astronomisch-Geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreiche Sachsen. II. Abtheilung. Das Trigonometrische Netz I. Ordnung. 1890, S. 655 u. 657.

Station	Objekt	Richtungswerthe			log s		
		Längengrad- messung	Sachsen	Differenz	L.-Gr. Göttinger Basis	Sachsen Grossenhainer Basis	Differenz Einh. d. 7. Dec.
Collm	Strauch	0° 0' 0",00	0",00	0",00	4,6065060	4,6065082	—22
	Keulenberg . .	20 6 21,00	21,01	—0,01	4,8231188	4,8231209	—21
	Leipzig	198 5 57,98	58,23	—0,25	4,6495649	4,6495673	—24
Strauch	Keulenberg . .	0 0 0,00	0,00	0,00	4,5023198	4,5023217	—19
	Collm	133 59 6,71	6,62	+0,09	4,6065060	4,6065082	—22
Keulenberg . .	Collm	0 0 0,00	0,00	0,00	4,8231188	4,8231209	—21
	Strauch	25 54 34,64	34,70	—0,06	4,5023198	4,5023217	—19

Grossenhain ist im sächsischen Dreiecksnetze unter andern von Collm und Strauch aus direkt beobachtet. Die Entfernung Collm—Grossenhain beträgt 37 921 m und die Entfernung Strauch—Grossenhain 9013 m. Lässt man Collm—Leipzig als zu entfernt liegend und als zu wenig einflussreich bei Seite, so ist die Uebereinstimmung der beiderseitigen Resultate in dem Dreieck Collm—Strauch—Keulenberg so gross, dass man sich für den Anschluss von Grossenhain unbedenklich des folgenden einfachen Verfahrens wird bedienen dürfen.

Die Reduktion der Seite Strauch—Grossenhain von der Grossenhainer auf die Göttinger Grundlinie wird zu —21 Einheiten der 7. Stelle des Log.*) angenommen, und die Richtung Strauch—Grossenhain wird unter der Bedingung eingefügt, dass der sächsische Winkel Keulenberg—Strauch—Collm eine Korrektion von + 0",09 zur Ueberführung auf den Werth der Längengradmessung erhält.***) Hiernach findet man, wenn auch noch die Lommeler Grundlinie, Seite 122 der L.-Gr. I, herangezogen wird, für den Anschluss von Grossenhain an das Dreiecksnetz der Längengradmessung die folgenden Resultate:

Station Strauch.

Objekt	Richtungswerthe			log s			
	Sachsen	Red. auf L.-Gr.	L.-Gr.	Sachsen Grossenhainer Basis	Red. auf die Göttinger Basis in Einheiten d. 7. Dec.	Längengradmessung Göttinger Basis	Lommeler Basis
Keulenberg . .	0° 0' 0",00	—0",04	0",00	—	—	4,5023198	4,5023224
Grossenhain . .	66 16 49,27	0,00	49,31	3,9548893	—21	3,9548872	3,9548898
Collm	133 59 6,62	+0,05	6,71	—	—	4,6065060	4,6065086

§ 6. Der Anschluss der Sternwarte in Breslau und des Punktes Rosenthal.

Die Beobachtungen des Geodätischen Instituts oder vielmehr, streng genommen, des Centralbureaus der Europäischen Gradmessung zur Bestimmung der Lage der Sternwarte in

*) Vergl. auch L.-Gr. I, S. 249.

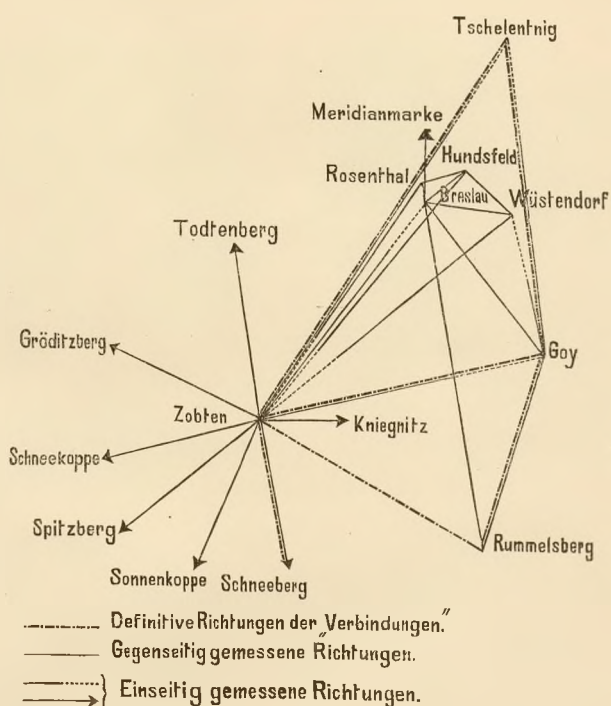
**) Vergl. S. 655 der sächsischen Publikation.

Breslau und des Punktes Rosenthal sind bereits in den Jahren 1862/63 und 1865 ausgeführt worden. Da damals noch die Absicht bestand, die „Verbindungen“ *Baeyers* unmittelbar als Glied der „Längengradmessung in 52° Breite“ zu benutzen, so wurden die Messungen an die drei Punkte Rummelsberg, Zobten und Goy der „Verbindungen“ angeschlossen. Ausserdem wurden aber noch Tschelentnig von Zobten und Goy aus und Schneeberg von Zobten aus angeschnitten. Auf Zobten wurden gleichzeitig die Beobachtungen erledigt, die für die damals projektirte Dreieckskette zur Verbindung der schlesischen und sächsischen Dreiecke miteinander und mit den österreichischen Vermessungen nothwendig waren. Beobachter waren *Baeyer*, *Sadebeck*, *J. G. Galle*, *Löwe*, *Stavenhagen* und *Habelmann*.

Da die Messungen nur den Anschluss von Breslau und Rosenthal bewirken sollten, und da überdies die Längen der Dreiecksseiten schnell kleiner werden, so wurde kein Werth darauf

Skizze der Dreiecke
für den
Anschluss der Sternwarte in Breslau
und
des Punktes Rosenthal
der Europäischen Längengradmessung
an die
Dreiecke der „Verbindungen“
in Schlesien.

Maassstab: 1:1000000.



gelegt, dass alle Richtungen gegenseitig und mit der für Haupt-Triangulationen üblichen Genauigkeit beobachtet wurden; auch wurde ein schwächeres Instrument, nämlich das 8-zöllige Universal-Instrument des Geodätischen Instituts von *Pistor & Martins*, für ausreichend gehalten. Nur für die Beobachtungen der Richtungen nach Goy, Rummelsberg und der Meridianmarke in Breslau (1862) wurde das bekannte 13-zöllige Universal-Instrument des G. I. von *Pistor & Martins* benutzt, mit dem man gleichzeitig Polhöhe und Azimut bestimmte. Ueber die Anlage des Netzes und die beobachteten Richtungen giebt die vorstehende Skizze genügenden Aufschluss.

Für die Anordnung der Beobachtungen und für die bereits in früheren Jahren ausgeführte Berechnung ist die *Bessel-Baeyersche* Methode der Richtungsbeobachtungen beibehalten worden, wie sie bei den Triangulationen des Geodätischen Instituts zur Anwendung kam.

Als Gewichtseinheit ist die Doppeleinstellung einer Richtung mit dem 8-zölligen U.-I. angenommen; der einfachen Einstellung mit dem 13-zölligen U.-I. wurde nach ungefährender Abschätzung ebenfalls das Gewicht 1 gegeben. Mit dem 8-zölligen U.-I. wurde zwar für die jedesmalige Anfangsrichtung nur an drei bestimmten, um etwa 60° von einander abstehenden Kreisstellen beobachtet, jedoch sind an jeder von ihnen zumeist verschiedene, bis zu mehreren Graden von einander entfernte Theilstriche benutzt. Nur auf Hundsfield ist der Winkel zwischen Breslau und Rosenthal auf 3 Kreisstellen gemessen worden, welche für die Richtung nach Breslau in der Mitte zwischen den für die übrigen Beobachtungen dieser Station benutzten Stellen liegen. Am 13-zölligen U.-I. sind, wie gewöhnlich, 5 symmetrische Kreisstellen zur Anwendung gekommen. Die Anzahl der Doppeleinstellungen für jede einzelne der mit dem 8-zölligen U.-I. beobachteten 30 Richtungen beträgt im Durchschnitt 28; allerdings sind grössere Ungleichheiten vorhanden. Die durchschnittliche Anzahl der Einstellungen für jede der 3 mit dem 13-zölligen U.-I. beobachteten Richtungen ist 73.

Die Stationsausgleichungen der Beobachtungen in Zobten und Goy sind unter Einführung von Zwangsbedingungen ausgeführt worden; für Goy wurde die Identität des Winkels zwischen Rummelsberg und Tschelentnig und für Zobten die der Winkel zwischen Tschelentnig, Goy und Schneeberg mit den definitiven Werthen der „Verbindungen“ als Zwang in die Stationsausgleichungen eingeführt.

Die Netzausgleichung ist in der für die *Besselsche* Methode gültigen Form erledigt worden, wobei die den „Verbindungen“ entnommenen Winkel in den beiden Dreiecken Rummelsberg—Zobten—Goy und Goy—Zobten—Tschelentnig und der Winkel Schneeberg—Zobten—Rummelsberg als unveränderlich in die Ausgleichung eingeführt wurden. Die 7 Bedingungs- gleichungen des Netzes setzen sich aus 3 Winkel- und 4 Seitengleichungen zusammen.

Die Berechnung des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit aus den Stationsergebnissen erfolgte in der gewöhnlichen Weise, ohne Rücksichtnahme auf Theilungsfehler, und ergab den Werth:

$$M = \sqrt{\frac{2645,76}{569}} = \pm 2,156.$$

Aus der Netzausgleichung folgt dagegen:

$$M' = \sqrt{\frac{68,77}{7}} = \pm 3,134.$$

Ueber den Werth und die Bedeutung dieser Grössen vergl. „Das märkisch-thüringische Dreiecksnetz“, S. 61/63. Da diese Zahlen einer Doppeleinstellung mit dem 8-zölligen U.-I. bzw. einer einfachen Einstellung mit dem 13-zölligen U.-I. entsprechen, so würde man für eine Doppel- einstellung mit dem zweiten (gleichwerthig mit den beiden 10-zölligen U.-I. I und II des Geodätischen Instituts) erhalten:

$$M_1 = \pm 1,525; \quad M'_1 = \pm 2,216.$$

Im rheinischen, hessischen und märkisch-thüringischen Dreiecksnetz hatte man hierfür gefunden:

$$\begin{array}{lll} M : & \pm 1,174; & \pm 1,130; & \pm 1,110 \\ M' : & \pm 2,164; & \pm 2,721; & \pm 2,132. \end{array}$$

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen (besonders der letzten Reihe) mit den entsprechenden darüber stehenden würde a posteriori die Annahme, dass eine Doppeleinstellung mit dem 8-zölligen Instrument dasselbe Gewicht wie eine einfache mit dem 13-zölligen U.-I. besitze, rechtfertigen.

Ferner erhält man als durchschnittliches Gewicht einer auf der Station ausgeglichenen Netzrichtung (vergl. „Das märkisch-thüringische Dreiecksnetz,“ S. 64) aus der Gleichung

$$22 m^2 = 1,547 M^2$$

den Werth

$$P = 14,22.$$

Daher ist der durchschnittliche mittlere Fehler einer auf der Station ausgeglichenen Netzrichtung

$$m = \pm \frac{3,134}{\sqrt{14,22}} = \pm 0,831.$$

Einen angenäherten Werth dieses mittleren Fehlers erhält man auch aus der Summe der Quadrate der Richtungsverbesserungen für alle 22 Netzrichtungen, nachdem man sie aus den ermittelten Winkelverbesserungen (1), (2), . . . in der Weise abgeleitet hat, dass ihre Summe für jede Station null wird. Auf Goy und Zobten dürfen hierbei (ebenso wie bei der Berechnung von P) nur 3 bzw. 2 Netzrichtungen gezählt werden, weil die festen Richtungen nur als eine zu zählen sind. (Siehe letzte Columnne der nachstehenden Tabelle.) Hieraus folgt:

$$m' = \sqrt{\frac{4,53}{7}} = \pm 0,804,$$

in genügender Uebereinstimmung mit dem vorher gefundenen Werthe von m .

Die nachfolgende Zusammenstellung der Entfernungen und Richtungen bedarf keiner weiteren Erläuterung.

Zusammenstellung der Entfernungen und Richtungen.

Station	Entfernung in Metern Strehleiner Basis		Ausgeglichene Richtungen		Verbesserungen der Winkel mit der Nullrichtung	Netzrichtungs- Verbesserungen
	s	log s	im Netz	auf d. Station		
1. Rummelsberg.						
Goy.	26145,951	4,4174044.5	0° 0' 0",000	0",000	—	+0",509
Zobten	33613,565	4,5265145.8	282 13 9,347	—	—	—
Breslau	46087,422	4,6635824.2	333 1 42,065	43,083	—1",018	—0,509
2. Goy.						
Rummelsberg .	26145,951	4,4174044.5	0° 0' 0",000	0",000	—	—0",347
Zobten	37966,430	4,5793997.6	59 54 58,258	—	—	—
Breslau	25686,435	4,4097038.4	125 32 3,300	3,002	+0",298	—0,049
Wüstendorf . .	19273,864	4,2849687.8	149 54 29,054	28,311	+0",743	+0,396
Tschelentnig .	41249,624	4,6154199.9	156 17 58,252	58,252	—	—

Station	Entfernung in Metern Strehleiner Basis		Ausgeglichene Richtungen		Verbesserungen der Winkel mit der Nullrichtung	Netzrichtungs- Verbesserungen
	s	log s	im Netz	auf d. Station		
3. Zobten.						
Schneeberg . .	73716,964	4,8675674.4 *)	0° 0' 0",000	0",000		
Sonnenkoppe .	—	—	33 0 42,041	42,043	—0",002	.
Spitzberg . . .	—	—	61 7 33,295	33,299	—0,004	.
Schneekoppe .	—	—	86 21 38,440	38,460	—0,020	.
Gröditzberg . .	—	—	125 46 32,864	32,869	—0,005	.
Todtenberg . .	—	—	182 48 5,339	5,344	—0,005	.
Tschelentnig .	59086,317	4,7714869.2	223 45 14,845	14,845		
Breslau	36000,821	4,5563124.0	227 9 17,003	17,103	—0,100	—0",050
Goy	37966,430	4,5793997.6	267 41 9,739	9,739		+0,050
Kniegnitz . . .	—	—	277 55 48,125	48,165	—0,040	.
Rummelsberg .	33613,565	4,5265145.8	309 59 23,002	—	—	—
4. Breslau.						
Goy	25686,435	4,4097038.4	0° 0' 0",000	0",000		—0",025
Rummelsberg .	46087,422	4,6635824.2	27 29 40,149	39,573	+0",576	+0,551
Rosenthal . . .	2318,095	3,3651312.3	214 13 54,128	54,010	+0,118	+0,093
Meridianmarke .	—	—	214 13 56,462	56,193	+0,269	.
Hundsfeld . . .	6446,471	3,8093220.0	271 16 23,732	24,266	—0,534	—0,559
Wüstendorf . .	11374,130	4,0559181.9	315 37 40,798	40,835	—0,037	—0,062
5. Wüstendorf.						
Zobten	42576,049	4,6291653.6	0° 0' 0",000	0",000		—1",135
Breslau	11374,130	4,0559181.9	48 9 44,777	43,244	+1",533	+0,397
Hundsfeld . . .	8128,482	3,9100094.7	81 50 3,428	1,555	+1,873	+0,738
6. Hundsfeld.						
Breslau	6446,471	3,8093220.0	0° 0' 0",000	0",000		+0",445
Rosenthal . . .	5538,147	3,7433644.4	20 33 40,074	40,195	—0",121	+0,324
Wüstendorf . .	8128,482	3,9100094.7	258 1 35,588	36,658	—1,070	—0,625
Zobten	42195,730	4,6252685.0	345 11 58,908	59,497	—0,589	—0,144
7. Rosenthal.						
Hundsfeld . . .	5538,147	3,7433644.4	0° 0' 0",000	0",000		0",000
Breslau	2318,095	3,3651312.3	102 23 50,355	50,799	—0",444	—0,444
Zobten	37815,344	4,5776680.5	139 46 35,749	35,305	+0,444	+0,444

In der vorstehenden Zusammenstellung sind Rummelsberg, Goy, Zobten, Tschelentnig, Schneeberg, Schneekoppe und Gröditzberg identisch mit den gleichnamigen Punkten der Längengradmessung. In Hundsfeld und Wüstendorf sind die Helmstangen der Kirchthürme (der katholischen und der Pfarrkirche) als Dreieckspunkte eingeführt. Todtenberg ist nicht identisch mit dem neuen Punkt gleichen Namens und als verloren anzusehen; Sonnenkoppe, Spitzberg und Kniegnitz kommen hier nicht weiter in Betracht. Ueber Breslau, Rosenthal und die Meridianmarke wird am Schlusse dieses Paragraphen noch einiges mitgetheilt werden.

Auf Rummelsberg, Goy und Zobten hat man nachstehende Vergleichen mit den Werthen der Längengradmessung (L.-Gr. I, S. 137 und 123).

*) Den „Verbindungen“ entnommen.

Station	Richtungen		Log. der Entfernungen in Metern Strehlemer Basis	
	Rosenthaler Netz	Längengradmessung	Rosenthaler Netz	Längengradmessung
Rummelsberg.				
Goy	0° 0' 0",00	0",00	4,4174045	4,4174045
Zobten	282 13 9,35	9,11	4,5265146	4,5265126
Goy.				
Rummelsberg . . .	0° 0' 0",00	0",00	4,4174045	4,4174045
Zobten	59 54 58,26	57,52	4,5793998	4,5793988
Tschelentnig . . .	156 17 58,25	56,54	4,6154200	4,6154189
Zobten.				
Schneeberg	0° 0' 0",00	0",00	4,8675674	4,8675651
Schneekoppe . . .	86 21 38,44	37,76	—	4,8431558
Gröditzberg . . .	125 46 31,86	31,88	—	4,8755811
Tschelentnig . . .	223 45 14,85	14,49	4,7714869	4,7714855
Goy	267 41 9,74	9,31	4,5793998	4,5793988
Rummelsberg . . .	309 59 23,00	23,09	4,5265146	4,5265126

Anmerkung. Zwanglose Stationsausgleichungen auf Goy und Zobten ergeben nachstehende Resultate:

Goy.				Zobten.			
Rummelsberg . . .	0°	0'	0",00	Schneeberg	0°	0'	0",00
Breslau	125	32	2,59	Sonnenkoppe . . .	33	0	41,90
Wüstendorf . . .	149	54	28,17	Spitzberg	61	7	32,96
Tschelentnig . . .	156	17	57,22	Schneekoppe . . .	86	21	37,87
				Gröditzberg . . .	125	46	31,44
				Todtenberg	182	48	4,79
				Tschelentnig . . .	223	45	14,19
				Breslau	227	9	16,04
				Goy	267	41	8,06
				Kniegnitz	277	55	46,73

Für die Winkel auf Goy und Zobten, die in die Netzausgleichung des Rosenthaler Netzes eingehen, sind die Unterschiede zwischen den Werthen der Stationsausgleichungen mit und ohne Zwang die folgenden:

Winkel	Mit Zwang	Ohne Zwang	Differenz
Rummelsberg—Goy—Breslau	125° 32' 3",00	2",59	+0",41
Breslau—Goy—Wüstendorf .	24 22 25,31	25,59	—0,28
Breslau—Zobten—Goy . . .	40 31 52,64	52,02	+0,62

Man sieht hieraus, dass, wenn die Ausgleichung des Rosenthaler Netzes unter Anschluss an das feste Dreieck Zobten—Rummelsberg—Goy aus den „Verbindungen“ ohne weiteren Zwang erfolgt wäre, nur geringe Unterschiede gegen die wirklich erhaltenen Werthe hervorgetreten sein würden. Man kann deshalb auch noch annehmen, dass für die Bestimmung der Lage von Breslau im System der Längengradmessung aus dem Rosenthaler Netz der Anschluss allein durch das Dreieck Zobten—Rummelsberg—Goy erfolgt sei, zumal da Tschelentnig, Schneeberg, Schneekoppe und Gröditzberg nur angeschnitten sind.

Für das Anfügen des Rosenthaler Netzes an die Gruppe III der Längengradmessung wurde der L.-Gr. I, S. 47/49, ausführlich angegebene Verfahren in Anwendung gebracht. Es braucht daher hier nur auf die dort abgeleiteten Formeln verwiesen zu werden. Jedoch ist für das Rosenthaler Netz kein anderer Maassstab der Längen eingeführt worden als für die Längengradmessung, d. h.: die Veränderung μ des Maassstabes wurde von vornherein als null angenommen.

Das nachstehende Dreieck der Längengradmessung, auf das es hier allein ankommt, ist aus den endgültigen Richtungen und Entfernungen auf S. 137 der L.-Gr. I zusammengestellt. Die Differenzen in den Winkeln δ_W und in den Seitenlogarithmen $\delta_{\log s}$, im Sinne Rosenthaler Netz minus Längengradmessung, sind unter Benutzung der Zusammenstellung auf S. 14 abgeleitet worden. Dass die Summe der δ_W nicht genau null ist, hat darin seinen Grund, dass in Folge der Abrundung auf 2 Decimalen der Sekunden der sphärische Excess des Dreiecks im Rosenthaler Netz um 0,02 kleiner herauskommt, als in der Längengradmessung.

Station		Längengradmessung		Rosenth. Netz minus L.-Gr.	
		Winkel	log s Strehlener Basis	δ_W	$\delta_{\log s}$ Einh. d. 7. Dec.
1	Zobten	42° 18' 13,78	4,4174045	−0,52	0
2	Rummelsberg	77 46 50,89	4,5793988	−0,24	+10
3	Goy	59 54 57,52	4,5265126	+0,74	+20

Nimmt man angenähert den Schwerpunkt des Dreiecks als Nullpunkt der Koordinaten, die Richtung von 1.2 als x -Axe und die positive y -Axe nach 1.2 zu gerichtet, so erhält man, wenn man beide Figuren in 1 und mit der Richtung 1.2 zusammenfallen lässt, nachstehende Ergebnisse:

	x	y	δ_α	$\delta_{\log s}$	ξ	η	ξ corr.	η
	m	m			m	m	m	m
1	−20564	+ 8518	0,00	+20	0,000	0,000	0,000	0,000
2	+13049	+ 8518	−0,24	0	+0,155	0,000	+0,156	+0,002
3	+ 7515	−17036	+0,52	+10	+0,125	+0,006	+0,128	+0,010
1	−20564	+ 8518			−0,004	−0,006	0,000	0,000

Die bei der successiven Berechnung der ξ und η sich ergebenden Schlussfehler sind bei den corrigirten Werthen vertheilt.

Man findet

$$\delta = + 0,18, \delta_x = - 0,095 \text{ m}, \delta_y = - 0,004 \text{ m}.$$

Die Abstände der Punkte dieses Dreiecks des Rosenthaler Netzes von den entsprechenden der Längengradmessung werden demnach durch folgende Koordinatenumterschiede bestimmt, wobei die Millimeter unsicher sind:

	in x	in y
1	— 0,087 m	+ 0,014 m
2	+ 0,068	— 0,013
3	+ 0,019	— 0,001.

Zum Anschluss von Breslau ist am besten das Dreieck Goy-Zobten-Breslau zu benutzen. In Breslau ist der Winkel zwar nicht gemessen; aus den Winkeln und Entfernungen für Zobten und Goy, S. 12/13, und aus dem sphärischen Excess = 2,25 lässt sich dieses Dreieck für das Rosenthaler Netz aber leicht zusammenstellen. Zum Anschluss an die Längengradmessung sind die Winkel und die Entfernungen des Dreiecks vermittelt der vorstehenden Koordinatenunterschiede für 1. Zobten und 3. Goy auf die entsprechenden Punkte der Längengradmessung zu reduciren. Hieraus ergibt sich die nachstehende Zusammenstellung.

Station	Rosenthaler Netz	Red. auf L.-Gr.	L.-Gr.	log s Rosenthaler Netz	Red. auf L.-Gr. Einh. d. 7. St.	log s Längengradmessung Strehleiner Basis
Zobten . . .	40° 31' 52,74	+0,13	52,87	4,4097038	— 3	4,4097035
Goy	65 37 5,04	+0,40	5,44	4,5563124	— 2	4,5563122
Breslau . . .	(73 51 4,47)	—0,53	3,94	4,5793998	—10	4,5793988
	180 0 2,25	0,00	2,25			

Eine zweite Bestimmung der Lage von Breslau erhält man aus den Ermittlungen der Trigonometrischen Abtheilung der Königl.Preussischen Landesaufnahme, deren Resultate in dem achten Theil der „Abrisse, Koordinaten und Höhen, Berlin 1888“ enthalten sind. Breslau, Helmsange des Thurmes der Elisabethkirche, ist nämlich 1877/78 als Zwischenpunkt I. Ordnung unter Anschluss an die Punkte I. Ordnung Zobten, Goy und Tschelentnig und an die Zwischenpunkte I. Ordnung Muritsch und Rackschütz bestimmt worden, wobei in Rackschütz gar nicht beobachtet, und die Linie Breslau—Tschelentnig nur von Breslau aus bestimmt wurde. Das einzige Dreieck, in welchem hierbei alle 3 Winkel gemessen sind, ist Breslau—Goy—Zobten. Die beobachteten und ausgeglichenen Winkel und die Seitenlogarithmen dieses Dreiecks sind die nachstehenden (vergl. a. a. O. S. 107, 123, 177):

	Beob.	Ausgegl.	log s
Breslau, δ	74° 35' 42,80	42,10	4,5793998
Goy	64 49 43,65	44,15	4,5519586
Zobten	40 34 39,58	35,99	4,4085127
Summe . . .	180 0 6,03	2,24	

Man kann auch für den vorliegenden Fall annehmen, dass der Anschluss von Breslau an die Längengradmessung nur durch dieses Dreieck erfolgt sei.

Die Sternwarte in Breslau wurde 1884 bei Gelegenheit der „Triangulation von Breslau“, deren Resultate ebenfalls im achten Theil der „Abrisse, Koordinaten und Höhen“ enthalten sind, in ihrer Lage gegen den Elisabethkirchthurm bestimmt. Die Reduktion von Breslau, δ , auf Breslau, Sternwarte, kann hiernach als eine Centrirung aufgefasst werden.

Berechnet man aus den im achten Theil der „Abrisse u. s. w.“, S. 456, 462, 484, gegebenen geographischen Positionen von Breslau (Sternwarte, Ostpfleiler), Goy und Zobten die Seiten und Winkel des durch diese Punkte bestimmten Dreiecks, so erhält man folgendes Resultat:

Breslau, Sternwarte .	73° 51' 3",87	4,5793998
Goy	65 37 5,83	4,5563135
Zobten	40 31 52,56	4,4097039
Summe . . .	180 0 2,26.	

Da in der Längengradmessung der Log. der Seite Zobten—Goy = 4,5793988 ist, so erhält man den Anschluss an jene, wenn man die Seitenlogarithmen des Dreiecks um 10 Einheiten der 7. Decimale verringert.

Da eine Genauigkeitsschätzung für diese Resultate in Vergleich mit denen aus dem Rosenthaler Netz (S. 16) nicht gut angänglich ist, die Differenzen zwischen beiden Ergebnissen ausserdem aber geringfügig sind, so sollen zwischen den Werthen der entsprechenden Winkel einfach die arithmetischen Mittel genommen werden, während die Seiten aus dem Werth der Seite Zobten—Goy im System der Längengradmessung abzuleiten sind.

Für das Anschlussdreieck hat man demnach folgende definitiven Werthe:

Breslau, Sternwarte, O.-Pf. . . .	73° 51' 3",91	4,5793988
Goy	65 37 5,63	4,5563124
Zobten	40 31 52,71	4,4097032
Summe . . .	180 0 2,25.	

Die Bestimmung der Lage von Rosenthal gegen Breslau kann in der Weise erfolgen, dass der definitive Winkel Rosenthal—Breslau—Goy des Rosenthaler Netzes (S. 13) an die Richtung Breslau—Goy angehängt und der Logarithmus der Entfernung Breslau—Rosenthal um denselben Betrag geändert wird (nämlich um — 6 Einheiten der 7. Decimale), um den der vorstehende Werth des Log. der Seite Breslau—Goy gegen den entsprechenden des Rosenthaler Netzes (S. 13) abweicht.

Hiernach erhält man folgende schliessliche Zusammenstellung, wobei der auf die Lommeler Basis bezogene Logarithmus der Seite Zobten—Goy der L.-Gr. I, S. 137, entnommen ist.

Endgültige Richtungen und Entfernungen.

Station		Objekt	Richtungswerthe	log s	
				Strehlener Basis	Lommeler Basis
Zobten 28	—	Breslau	0° 0' 0",00	4,5563124	4,5563160
	31	Goy	40 31 52,71	4,5793988	4,5794024
Goy 31	28	Zobten	0 0 0,00	4,5793988	4,5794024
	—	Breslau	65 37 5,63	4,4097032	4,4097068
Breslau —	31	Goy	0 0 0,00	4,4097032	4,4097068
	28	Zobten	73 51 3,91	4,5563124	4,5563160
	—	Rosenthal	214 13 54,13	3,3651306	3,3651342
	—	Meridianmarke .	214 13 56,46	—	—

Anmerkung. Als trigonometrischer Punkt in Breslau ist die Mitte der runden Sandsteinplatte, womit der auf der Plattform der Sternwarte im Jahre 1862 aus Ziegelsteinen und Cement errichtete Ostpfeiler bedeckt ist, angenommen. Auf diesem Pfeiler wurden ausser den Winkelmessungen im Jahre 1862 auch Polhöhe und Azimut bestimmt. Als Centrum der Sternwarte gilt die Helmstange des Kuppelthurmes, die als Knopf eine Armillarsphäre trägt. Im Jahre 1862 wurden nachstehende Centrirungselemente bestimmt.

Im Ostpfeiler (*T. P.*)

Azimut der Richtung nach dem Centrum = $273^{\circ} 7' 35''$

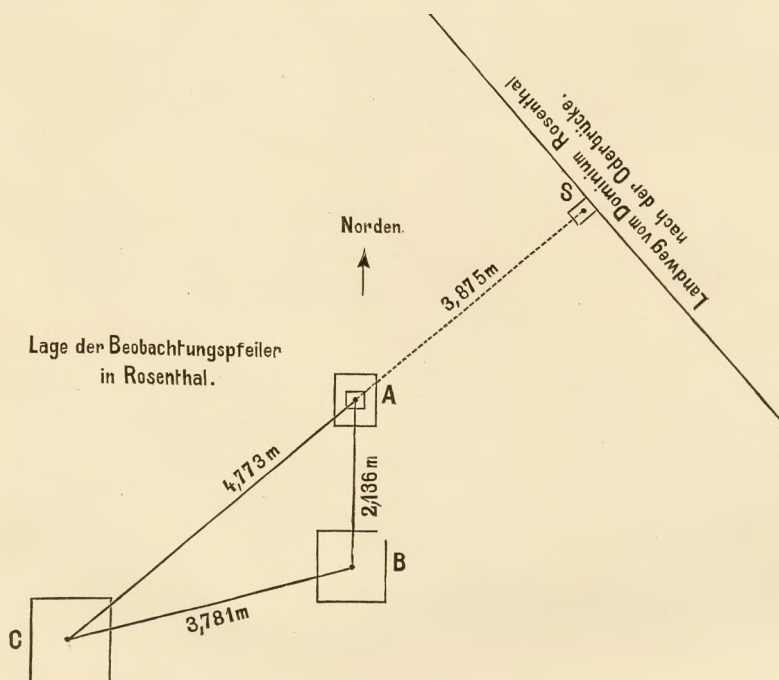
Entfernung Ostpfeiler — Centrum = 5,409 m.

Die Königlich Preussische Landesaufnahme bestimmte 1884 von neuem diese Elemente und fand („Abrisse, Koordinaten und Höhen. Achter Theil“, S. 181/182):

Azimut der Richtung nach dem Centrum = $272^{\circ} 58' 41''$

Entfernung Ostpfeiler — Centrum = 5,414 m.

Die Differenz im Azimut ist wohl zum grössten Theil dadurch zu erklären, dass 1874 an der Helmstange und der Armillarsphäre Reparaturen vorgenommen wurden. Denn die Bestimmung der Landesaufnahme für die



Lage eines eisernen Nagels, welcher von Professor *Sadebeck* 1862 senkrecht unter dem damaligen Centrum in eine Treppenstufe im Innern des Kuppelthurmes eingeschlagen war, ergibt:

Azimut der Richtung nach dem Nagel = $273^{\circ} 9' 30''$

Entfernung Ostpfeiler — Nagel = 5,405 m,

also mit den Resultaten von 1862 befriedigend übereinstimmend.

Die Meridianmarke (weisse Tafel mit schwarzem vertikalen Strich), welche zur Bestimmung des Azimuts 1862 benutzt wurde, war im Norden der Sternwarte in ungefähr 2070 m Entfernung auf dem nördlichen Damme der alten Oder an einem eingerammten Pfahl befestigt.

Der Punkt Rosenthal ist die Mitte des Nordpfeilers *A*, der bei den russischerseits ausgeführten telegraphischen Längenbestimmungen für die Längengradmessung im Jahre 1865 das Passagen-Instrument trug. Der Pfeiler ist 1866 zerstört worden; der Punkt konnte aber auf das noch vorhandene unterirdische Fundament projectirt und später, nachdem das Fundament bis zur Tiefe von drei Fuss abgebrochen war, auf einem in das

Fundament eingemauerten Stein fixirt werden. Zu diesem Zwecke wurde in dem Stein ein Loch ausgeisseilt, dieses mit Blei ausgegossen, und auf dem Blei ein Kreuzschnitt zur Markirung des Punktes eingeritzt. Ein zweiter Pfeiler *B* ist 1865 2,13 m südlich vom Nordpfeiler errichtet worden. Bei Gelegenheit der Längenbestimmung Breslau—Rosenthal (1889) wurde von Herrn Professor *Albrecht* ein dritter Pfeiler *C* erbaut und seine Lage gegen die Mitte des Fundamentes des allein aufgedeckten Südpfeilers *B* bestimmt.

Im Pfeiler *C*, 1889.

Azimut des Centrums der Sternwarte in Breslau = 180° 2' 34"

„ der Richtung nach dem Südpfeiler *B* = 75 18 4

Entfernung Pfeiler *C* (1889)—Mitte des Südpfeilers *B* = 3,755 m.

Im Juli 1890 wurden durch Herrn *Rechenberg* in Breslau nochmals alle drei Pfeiler aufgesucht und hierbei auch der Nordpfeiler (der eigentliche trigonometrische Punkt) unversehrt aufgefunden, die gegenseitige Entfernung der drei Pfeiler bestimmt und behufs leichter späterer Auffindung ein Markstein *S* an dem in der Nähe vorbeiführenden Landwege gesetzt (vergl. die nebenstehende Skizze).

§ 7. Der Anschluss der Sternwarte in Warschau.

Der für die Längengradmessung angenommene Punkt in Warschau ist das Centrum des östlichen Thurmes der Sternwarte, auf dem die Winkelmessungen und die Azimutbestimmung und z. Th. auch die Bestimmung der Polhöhe ausgeführt sind (vergl. 3. Kap., (19) Warschau). Dieser Punkt ist zugleich der Centralpunkt für die Vermessungen im Königreich Polen. Ausserdem gehört er dem zweiten, östlichen Theil des Warschauer Basisnetzes an, das sich mit der Seite Ljasnowolja—Warschau (Theater) an den westlichen Theil des Basisnetzes anschliesst, und dessen Seite Milosna—Kobelka, oder genauer dessen Dreieck Milosna—Kobelka—Warschau (Theater), den Anschluss an die beiden Dreiecksketten nach der Czenstochauer Grundlinie hin vermitteln soll (vergl. „Sapiski“, Bd. 47, S. 63/69). Da in den „Sapiski“ a. a. O. jedoch nur die beobachteten Richtungen (S. 64), die aus der Ausgleichung hervorgehenden Verbesserungen (S. 68) und die Logarithmen der Seiten Ljasnowolja—Warschau (Theater) und Milosna—Kobelka (S. 69) angegeben sind, so wurde es zum Zwecke eines bequemen und übersichtlichen Anschlusses der Sternwarte an die Dreiecksketten für nöthig erachtet, aus den gegebenen Werthen die definitiven Richtungen dieses östlichen Theiles des Basisnetzes abzuleiten, und alle Seiten, von Ljasnowolja—Warschau (Theater) ausgehend, neu zu berechnen. Für Milosna—Kobelka ergab sich hierbei der auch in den „Sapiski“ (S. 69) gefundene Werth. Die Resultate dieser Rechnungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Ueber den Umstand, dass das Basisnetz auch noch die Seite Milosna—Slomtschin bezw. das Dreieck Milosna—Slomtschin—Warschau (Theater) mit der südlichen Dreieckskette von Warschau nach Czenstochau gemeinsam hat, vergleiche man die Bemerkungen zur geodätischen Linie Mirow—Warschau, 4. Kap. § 20.

Richtungen und Entfernungen.

Station	Objekt	Richtungswerthe	log s Warschauer Basis
Ljasnowolja . . .	Warschau, Theater . .	0° 0' 0",00	4,2584455
	Warschau, Observ. . .	7 56 25,13	4,2034815
	Slomtschin	81 33 12,15	4,2486920

Station	Objekt	Richtungswertlie	log s Warschauer Basis
Slomtschin	Ljäsnowolja	0° 0' 0,00	4,2486920
	Warschau, Observ. . .	49 13 4,80	4,3062608
	Warschau, Theater . .	49 58 9,58	4,3696506
	Milosna	87 40 58,38	4,2862592
Warschau, Observatorium	Kobelka	0 0 0,00	4,2513524
	Milosna	45 59 28,30	4,1160736
	Slomtschin	112 58 59,25	4,3062608
	Ljäsnowolja	170 9 8,11	4,2034815
	Warschau, Theater . .	298 30 5,69	3,5043187
Warschau, Theater	Kobelka	0 0 0,00	4,2188998
	Milosna	48 29 4,52	4,1568769
	Slomtschin	103 58 21,03	4,3696506
	Warschau, Observ. . .	108 44 22,73	3,5043187
	Ljäsnowolja	152 27 0,11	4,2584455
Kobelka	Milosna	0 0 0,00	4,1088139
	Warschau, Observ. . .	47 0 0,93	4,2513524
	Warschau, Theater . .	56 45 44,01	4,2188998
Milosna	Slomtschin	0 0 0,00	4,2862592
	Warschau, Observ. . .	74 32 36,11	4,1160736
	Warschau, Theater . .	86 47 55,38	4,1568769
	Kobelka	161 33 7,30	4,1088139

2. Kapitel.

Verbesserung der linearen Längen der geodätischen Linien wegen der Reduktion auf internationale Meter und infolge der nachträglichen Berücksichtigung der Grundlinien-Anschlüsse.

§ 1. Ableitung eines Näherungsverfahrens für die Berücksichtigung der Grundlinien-Anschlüsse.

Bei der Ausgleichung der Dreiecksgruppen der Längengradmessung sind die Bedingungen, welche von den Anschlüssen an die Grundlinien herrühren, aus den in der L.-Gr. I, S. 33 und 34, angegebenen Gründen vorerst unberücksichtigt geblieben. Dem entsprechend sind auch die Seitenlängen in den Ausgleichungs-Gruppen und hieran anschliessend die geodätischen Linien zunächst unter Zugrundelegung nur je einer Basis — meistens der Lommeler — abgeleitet worden. Im Folgenden soll nun eine Methode entwickelt werden, wodurch die an die berechneten geodätischen Linien anzubringenden Verbesserungen, die aus der nachträglichen Berücksichtigung der an sich geringfügigen Fehler der Grundlinienanschlüsse hervorgehen, in hinreichender Annäherung bestimmt werden können.

Um zu erkennen, welchen Einfluss die nachträgliche Berücksichtigung der Grundlinienanschlüsse auf ein Dreiecksnetz und auf die daraus hergeleiteten geodätischen Linien ausübt, wurde angenommen, dass eine einfache, bereits ausgeglichene Dreieckskette mit ihrer Anfangs- und Endseite an 2 feste Werthe angeschlossen wird. Die untern Längsseiten der aus n Dreiecken bestehenden Kette mögen mit r_1, r_2, \dots , die obern mit q_1, q_2, \dots und die, die Längslinien verbindenden Querseiten mit $s_0, s_1, \dots s_n$ bezeichnet werden. Die Längen der Seiten sollen aus dem Werthe der Anfangsseite s_0 berechnet sein; der vorgeschriebene Werth der Endseite sei s'_n . Von den Dreieckswinkeln $A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2; \dots A_n, B_n, C_n$, die bereits je um $\frac{1}{3}$ des zugehörigen Excesses vermindert sind, sollen A und B immer den Querseiten gegenüber liegen, so dass also

$$s_n = s_0 \frac{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3 \dots \sin B_n}{\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \dots \sin A_n}$$

ist. (Siehe Figur auf nächster Seite.)

Sind α, β, γ die noch nachträglich an die Winkel A, B, C anzubringenden Verbesserungen, und setzt man

$$\frac{M}{\varrho''} \cot A = a, \quad \frac{M}{\varrho''} \cot B = b, \quad \frac{M}{\varrho''} \cot C = c, \\ (M = \text{Modul; } \frac{1}{\varrho''} = \text{arc } 1''),$$

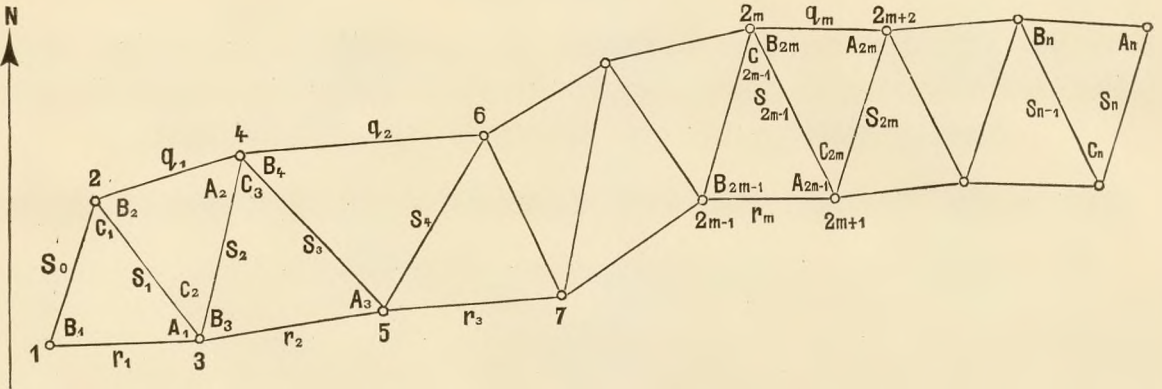
so wird die Uebereinstimmung von s_n und s'_n durch die Zwangsbedingung

$$(1) \quad \log s'_n - \log s_n = \Delta = -a_1 \alpha_1 + b_1 \beta_1 - a_2 \alpha_2 + b_2 \beta_2 - \dots - a_n \alpha_n + b_n \beta_n$$

hergestellt.

Da die Kette bereits ausgeglichen ist, so müssen die Verbesserungen die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$(2) \quad \begin{aligned} \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 &= 0 \\ \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 &= 0 \\ &\vdots \\ \alpha_n + \beta_n + \gamma_n &= 0. \end{aligned}$$



Werden der Einfachheit wegen die Gewichte der Winkel sämtlich gleich 1 gesetzt, so giebt bekanntlich (vergl. auch L.-Gr. I, S. 29) die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die Gleichungen (1) und (2)

$$u = \frac{\Delta}{2 \sum_{i=1}^{i=n} (a_i^2 + b_i^2 + a_i b_i)}$$

$$(3) \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= -(2a_1 + b_1) u & \beta_1 &= +(a_1 + 2b_1) u & \gamma_1 &= (a_1 - b_1) u \\ \alpha_2 &= -(2a_2 + b_2) u & \beta_2 &= +(a_2 + 2b_2) u & \gamma_2 &= (a_2 - b_2) u \\ &\vdots & & & & \\ \alpha_n &= -(2a_n + b_n) u & \beta_n &= +(a_n + 2b_n) u & \gamma_n &= (a_n - b_n) u. \end{aligned}$$

Mit diesen Werthen findet man als Verbesserungen der Log. der Seiten:

$$(4) \quad \begin{aligned} \delta \log s_m &= 2 u \sum_{i=1}^{i=m} (a_i^2 + b_i^2 + a_i b_i) \\ \delta \log r_m &= \delta \log s_{2m-2} - a_{2m-1} \alpha_{2m-1} + c_{2m-1} \gamma_{2m-1} \\ \delta \log q_m &= \delta \log s_{2m-1} - a_{2m} \alpha_{2m} + c_{2m} \gamma_{2m}. \end{aligned}$$

Die Korrekturen einer sich zwischen 2 Punkten der Kette, z. B. 2l-1 und 2m, erstreckenden geodätischen Linie kann man nun bestimmen, indem man aus den bekannten Korrekturen eines die beiden Punkte verbindenden Linienzuges, beispielsweise

$2l-1, 2l, 2l+2, 2l+4, \dots, 2m$, successive die Verbesserungen der linearen Längen und der Azimute der geodätischen Linien $2l-1, 2l+2; 2l-1, 2l+4; \dots$ berechnet.

Bei der Geringfügigkeit der Anschlussdifferenzen zwischen den Grundlinien der Längengradmessung, vergl. L.-Gr. I, S. 241 u. f., erschien es jedoch hinreichend, vermittelst eines Schätzungsverfahrens dem Einfluss der Grundlinienanschlüsse auf die geodätischen Linien Rechnung zu tragen, unsomehr als die einzelnen Gruppen in den meisten Fällen doch nicht durch einfache Ketten ersetzt werden konnten. Um zu einem solchen Näherungsverfahren zu gelangen, wurde angenommen, dass die Kette eine geradgestreckte sei und aus lauter kongruenten, gleichschenkeligen Dreiecken bestehe, also dass sei:

$$\begin{aligned} A_1 &= B_1 = A_2 = B_2 = \dots = A = B \\ C_1 &= C_2 = C_3 = \dots = C \\ a_1 &= b_1 = a_2 = b_2 = \dots = a. \end{aligned}$$

Die Gleichungen (3) und (4) geben alsdann

$$\begin{aligned} \alpha_i &= -\beta_i = -\frac{\Delta}{2na} \quad , \quad \gamma_i = 0 \\ (5) \quad \delta \log s_1 &= \frac{1}{n} \Delta & \delta \log r_1 &= \frac{1}{2n} \Delta & \delta \log q_1 &= \frac{3}{2n} \Delta \\ \delta \log s_2 &= \frac{2}{n} \Delta & \delta \log r_2 &= \frac{5}{2n} \Delta & \delta \log q_2 &= \frac{7}{2n} \Delta \\ & \vdots & & & & \vdots \\ \delta \log s_m &= \frac{m}{n} \Delta & \delta \log r_m &= \frac{4m-3}{2n} \Delta & \delta \log q_m &= \frac{4m-1}{2n} \Delta. \end{aligned}$$

Da für jeden gestreckten Innenwinkel die Korrektur $\alpha_{i-1} + \gamma_i + \beta_{i+1} = 0$ ist, so müssen die Längsseiten auch nach der Berücksichtigung des Anschlusszwanges Gerade bleiben. (Dies ist jedoch nicht mehr der Fall, wenn Richtungsverbesserungen vorliegen.) Dem entsprechend ist für jede Strecke auf der oberen Längsseite die Änderung des Azimutes $= -\beta$, für jede Strecke auf der untern Längsseite $= +\beta$. Für eine Linie in einer mittleren Lage zwischen den Längsseiten würde also die Verbesserung des Azimutes gleich null sein. Es sollen nun die logarithmischen Korrekturen für beliebige Strecken auf den Längsseiten bestimmt werden, und zwar

$$\begin{aligned} \text{auf der untern für } & \dots \dots \dots r_l + r_{l+1} + \dots + r_m = R_{2l-1, 2m+1}, \\ \text{auf der obern für die entsprechende Strecke } & q_l + q_{l+1} + \dots + q_m = Q_{2l, 2m+2}. \end{aligned}$$

Aus der Identität

$$(r_l + r_{l+1} + \dots + r_m) \delta \log (r_l + r_{l+1} + \dots + r_m) = r_l \delta \log r_l + r_{l+1} \delta \log r_{l+1} + \dots + r_m \delta \log r_m$$

ergibt sich mit $r_l = r_{l+1} = \dots = r_m$ und mit $\delta \log r_i = \frac{4i-3}{2n} \Delta$:

$$\begin{aligned} (m-l+1) \delta \log R_{2l-1, 2m+1} &= \frac{\Delta}{2n} \{ (4l-3) + (4l+1) + (4l+5) + \dots + (4m-3) \} \\ (6) \quad \delta \log R_{2l-1, 2m+1} &= \frac{\Delta}{2n} (2m+2l-3). \end{aligned}$$

Ebenso erhält man:

$$(7) \quad \begin{aligned} (m-l+1) \delta \log Q_{2l, 2m+2} &= \frac{\Delta}{2n} \{ (4l-1) + (4l+3) + (4l+7) + \dots + (4m-1) \} \\ \delta \log Q_{2l, 2m+2} &= \frac{\Delta}{2n} (2m+2l-1). \end{aligned}$$

Für eine Linie in der mittleren Entfernung zwischen beiden Strecken wird man daher als Korrektur des Logarithmus ansetzen können:

$$(8) \quad \frac{\Delta}{n} (m+l-1).$$

Den Einfluss, welchen der Anschlusszwang an die Endseite s'_n auf die Länge einer solchen geodätischen Linie hat, berücksichtigt man mithin, indem man die Form der ursprünglichen Kette beibehält, alle Seitenlogarithmen aber um $\frac{\Delta}{n} (m+l-1)$ verändert.

Nun verhalten sich aber die Abstände der Mitte der Mittellinie zwischen $R_{2l-1, 2m+1}$ und $Q_{2l, 2m+2}$ von den Endseiten s_0 und s_n , einerlei ob ein gerades oder ein ungerades n vorausgesetzt wird, wie $m+l-1 : n - (m+l-1)$.

Bezeichnet man daher diese senkrechten Abstände von s_0 und von s_n durch E_1 und E_2 , so kann man für die logarithmische Korrektur einer mittleren geodätischen Linie auch schreiben:

$$(9) \quad \frac{E_1}{E_1 + E_2} \Delta.$$

Für die Gesamtlänge der Längsseiten R und Q folgt aus (6) und (7) als logarithmische Korrektur:

$$(10) \quad \begin{aligned} 1) \text{ bei gerader Anzahl der Dreiecke, also } R &= \frac{n}{2} r, Q = \frac{n}{2} q, \\ \delta \log R &= \frac{\Delta}{2} \frac{n-1}{n} & \delta \log Q &= \frac{\Delta}{2} \frac{n+1}{n}; \\ 2) \text{ bei ungerader Anzahl der Dreiecke, also } R &= \frac{n+1}{2} r, Q = \frac{n-1}{2} q, \\ (11) \quad \delta \log R &= \frac{\Delta}{2} & \delta \log Q &= \frac{\Delta}{2}. \end{aligned}$$

In jedem Falle ist also die Korrektur des Logarithmus einer, beide Anschlussseiten in einer mittleren Entfernung zwischen den Längsseiten verbindenden Linie gleich $\frac{\Delta}{2}$.

Die Formel (9) gilt aber auch, und zwar in Strenge, für Diagonallinien. Wird eine vom Punkte $2l-1$ der untern Längsseite nach dem Punkte $2m+2$ der obern Längsseite gehende Diagonallinie mit $D_{2l-1, 2m+2}$ bezeichnet, so findet man aus dem Dreiecke $2l-1, 2l, 2m+2$

$$\begin{aligned} D_{2l-1, 2m+2}^2 &= s_{2l-2}^2 + Q_{2l, 2m+2}^2 - 2 s_{2l-2} Q_{2l, 2m+2} \cos (C_{2l-1} + B_{2l}) \\ &= s^2 \{ 1 + (m-l+1) (m-l+2) \cos^2 B \}, \end{aligned}$$

da $s_0 = s_1 = s_2 = \dots = s$, $C_{2l-1} + B_{2l} = 180^\circ - B$ und $Q_{2l, 2m+2} = 2(m-l+1) s \cos B$ ist.

Die Differentialformel für $D_{2l-1, 2m+2}$ lautet daher, wenn man für den Augenblick die Indices weglässt,

$$D \delta D = s \delta s + Q \delta Q - \cos (B+C) \{ s \delta Q + Q \delta s \} + s Q \sin (B+C) \frac{\beta+\gamma}{\rho''}$$

oder, wenn zum Logarithmus übergegangen wird,

$$D^2 \delta \log D = s^2 \delta \log s + Q^2 \delta \log Q - sQ \cos (B+C) \{ \delta \log s + \delta \log Q \} + sQ \sin (B+C) \frac{M}{e''} (\beta + \gamma).$$

In dieser Gleichung ist nun zu setzen:

$$B+C = 180^\circ - B \quad Q = 2(m-l+1)s \cos B$$

und nach (5) und (7)

$$\delta \log s = \frac{2l-2}{n} \Delta \quad \delta \log Q = \frac{2m+2l-1}{2n} \Delta \quad \frac{M}{e''} (\beta + \gamma) = \frac{\tan B}{2n} \Delta.$$

Damit wird

$$\begin{aligned} D^{2l-1, 2m+2} \delta \log D_{2l-1, 2m+2} &= \frac{\Delta}{n} s^2 [2l-2 + \{ 2(m-l+1)^2 (2m+2l-1) + (m-l+1)(2m+6l-5) \} \cos^2 B \\ &\quad + (m-l+1) \sin^2 B] \\ &= \frac{\Delta}{n} s^2 [m+l-1 + 2(m-l+1) \{ (m-l+1)(2m+2l-1) + m+3l-3 \} \cos^2 B] \\ &= \frac{\Delta}{n} s^2 (m+l-1) \{ 1 + 4(m-l+1)(m-l+2) \cos^2 B \} \end{aligned}$$

und endlich:

$$\begin{aligned} \delta \log D_{2l-1, 2m+2} &= \frac{m+l-1}{n} \Delta \\ (12) \quad &= \frac{1}{2} (\delta \log R_{2l-1, 2m+1} + \delta \log Q_{2l, 2m+2}) = \frac{E_1}{E_1 + E_2} \Delta, \end{aligned}$$

wo E_1 und E_2 , wie vorher, die Entfernungen der Mitte von $D_{2l-1, 2m+2}$ von den Endseiten s_o und s_n sind.

Bezeichnet man im Dreieck $2l-1, 2l, 2m+2$ den Winkel bei $2l-1$ durch $\tau = T_{2l-1, 2m+2} - T_{2l-1, 2l}$, so ist mit Weglassung der Indices

$$\frac{\sin \tau}{\sin (B+C)} = \frac{Q}{D},$$

woraus man erhält

$$\frac{M}{e''} \cot \tau \delta \tau - \frac{M}{e''} \cot (B+C) (\beta + \gamma) = \delta \log Q - \delta \log D,$$

und wenn für $B+C$, $\beta + \gamma$, $\delta \log Q$ und $\delta \log D$ die oben angegebenen Werthe eingesetzt werden,

$$\frac{M}{e''} \cot \tau \delta \tau + \frac{\Delta}{2n} = \frac{\Delta}{2n} \{ 2m+2l-1 - (2m+2l-2) \};$$

also ist

$$\frac{M}{e''} \cot \tau \delta \tau = 0.$$

Daraus folgt

$$(13) \quad \delta \tau = \delta T_{2l-1, 2m+2} - \delta T_{2l-1, 2l} = 0.$$

Da aber die Korrekturen der Zwischenwinkel C , bezw. $(360^\circ - C)$ in dem Polygonzuge $2l-1, 2l, 2l+1 \dots 2m+2$ sämmtlich gleich null sind, so ist auch

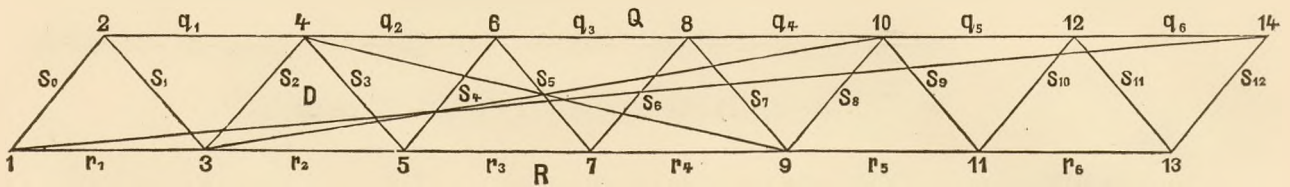
$$\delta T_{2m+2, 2l-1} - \delta T_{2m+2, 2m+1} = 0.$$

Die entsprechenden Formeln gelten natürlich auch für eine, die obere Längsseite mit der unteren Längsseite verbindende Diagonallinie, also ist auch

$$\delta \log D_{2l, 2m+1} = \frac{m+l-1}{n} \Delta \quad \text{und} \quad \delta T_{2l, 2m+1} - \delta T_{2l, 2l+1} = 0, \quad \delta T_{2m+1, 2l} - \delta T_{2m+1, 2m} = 0.$$

Die Azimute der Diagonallinien werden mithin durch den Anschlusszwang nicht beeinflusst, wenn $\delta T_{1,2} = 0$ ist; alsdann ist nämlich $\delta T_{2l-1, 2l} = 0$ und $\delta T_{2m+2, 2m+1} = 0$, weil sämtliche $\gamma = 0$ sind. Dahingegen bewirkt derselbe, wie schon erwähnt, eine Aenderung der Azimute der Längsseiten und zwar beträgt dieselbe für jede Strecke auf der oberen Längsseite: $-\frac{\varrho''}{M} \tan A \cdot \frac{\Delta}{2n}$ und für jede Strecke auf der unteren Längsseite: $+\frac{\varrho''}{M} \tan A \cdot \frac{\Delta}{2n}$.

Die entwickelten Formeln sollen schliesslich auf eine geradgestreckte, ost-westliche, aus 12 bzw. 11 kongruenten, gleichschenkeligen Dreiecken bestehende Kette, bei der $A = B = 50^\circ$ ist, angewendet werden. Der logarithmische Anschlusswiderspruch durch die Kette möge $+30$ Einh. d. 7. Dec.-Stelle betragen. Wie vorher bezeichne $Q_{h,i}$ eine Strecke auf der oberen, $R_{h,i}$ eine Strecke auf der unteren Längsseite und $D_{h,i}$ eine Verbindungslinie beider. (Siehe Figur.)



Die nachstehende Tabelle giebt nun für diese Dreieckskette von 12 oder 11 Dreiecken die nach den eben entwickelten Formeln berechneten Verbesserungen in der linearen Länge und im Azimut für eine Anzahl von Linien.

Strecke	n = 12		n = 11	
	Logarithm. Korrektion der Länge in Einh. d. 7. Dec.-Stelle	Korrektion des Azimuts (im Anfangs- und Endpunkt)	Logarithm. Korrektion der Länge in Einh. d. 7. Dec.-Stelle	Korrektion des Azimuts (im Anfangs- und Endpunkt)
$R_{1,13}$	$\frac{11}{24} \Delta = 13.8$	$+0,07$	$\frac{1}{2} \Delta = 15$	$+0,07$
$Q_{2,14}$	$\frac{13}{24} \Delta = 16.3$	$-0,07$.	.
$Q_{2,13}$	$\frac{11}{24} \Delta = 13.8$	$-0,07$	$\frac{1}{2} \Delta = 15$	$-0,07$
$D_{1,14}$	$\frac{1}{2} \Delta = 15$	0	.	.
$D_{1,12}$	$\frac{5}{12} \Delta = 12.5$	0	$\frac{5}{11} \Delta = 13.5$	0
$D_{2,13}$	$\frac{1}{2} \Delta = 15$	0	$\frac{6}{11} \Delta = 16.4$	0
$R_{3,9}$	$\frac{3}{8} \Delta = 11.3$	$+0,07$	$\frac{9}{22} \Delta = 12.3$	$+0,07$
$Q_{4,10}$	$\frac{11}{24} \Delta = 13.8$	$-0,07$	$\frac{1}{2} \Delta = 15$	$-0,07$
$D_{3,10}$	$\frac{5}{12} \Delta = 12.5$	0	$\frac{5}{11} \Delta = 13.5$	0
$D_{4,9}$	$\frac{5}{12} \Delta = 12.5$	0	$\frac{5}{12} \Delta = 12.5$	0

§ 2. Berechnung und Zusammenstellung der logarithmischen Verbesserungen der geodätischen Linien.

Die den Grundlinienanschlüssen Rechnung tragenden logarithmischen Korrekturen für die Längen der berechneten geodätischen Linien der Längengradmessung sind nun vermittelt der Formel (9), die uns schon früher von Herrn Professor *Helmert* mitgeteilt worden war, geschätzt worden. Eine Aenderung der Azimute ist wegen ihrer Geringfügigkeit und auch wegen der Schwierigkeit einer Schätzung unterblieben. Die Anwendbarkeit von (9) wurde dadurch begünstigt, dass die Richtungen der geodätischen Linien in den meisten Fällen von den Richtungen der im wesentlichen geradgestreckten Dreiecksgruppen nur wenig abweichen, und dass die in Betracht kommenden Grundlinien jenen selbst angehören.

Die Längen der Grundlinien sind nach den Ergebnissen der Ausgleichung in der L.-Gr. I, S. 243 und 244, angesetzt worden, bei der auch auf die durch die Uebertragung der Seiten in den Hauptnetzen begangenen Fehler Rücksicht genommen worden ist. Die aus dieser Ausgleichung erhaltenen Verbesserungen σ , welche die Fehler der Grundlinienmessung und die des Vergrößerungsnetzes zusammenfassen, sind im Folgenden direkt als Korrekturen der Logarithmen der Grundlinien angesehen worden, so dass also die Verbesserungen v , die den Fehlern der Seitenübertragung im Hauptnetz zwischen 2 aufeinander folgenden Grundlinien Rechnung tragen, sofort die logarithmischen Anschlussdifferenzen $\Delta_{h,i}$ geben.

Ausser den durch die Grundlinienanschlüsse bedingten Korrekturen sind an die geodätischen Linien auch noch die Reduktionen auf internationale Meter anzubringen.

Die folgende auf den Angaben von S. 241 und 244 der L.-Gr. I beruhende Tabelle giebt die Korrekturen der Grundlinien und die Anschlussdifferenzen in Einheiten der 7. Stelle des Logarithmus.

Nr.	Grundlinie	Reduktion auf internationale Meter	Grundlinien- Verbesserung	Anschlusswiderspruch	
				zwischen den aufeinanderfolg. Grundlinien	gegen die Lommeler Grundlinie
1	Englische Grundlinien	+ 58.0	— 4.6		
2	Ostende	+ 58.0	— 21.1	$\Delta_{1.2} = - 4.5$	$\Delta_{3.1} = + 17.4$
3	Lommel	+ 58.0	— 2.0	$\Delta_{2.3} = - 12.9$	$\Delta_{3.2} = + 12.9$
4	Bonn, 1847	+ 38.4	+ 22.2	$\Delta_{3.4} = - 13.8$	$\Delta_{3.4} = - 13.8$
5	Göttingen	+ 58.0	+ 7.4	$\Delta_{4.5} = - 2.8$	$\Delta_{3.5} = - 16.6$
6	Grossenhain	+ 50.4	— 1.0	$\Delta_{5.6} = + 4.6$	$\Delta_{3.6} = - 12.0$
7	Strehlen, 1854	+ 58.0	+ 14.7	$\Delta_{6.7} = - 7.3$	$\Delta_{3.7} = - 19.3$
8	Berlin, 1846 bereits verbessert um 31.6 E.	+ 38.8	— 7.2	$\Delta_{6.8} = + 10.8$	$\Delta_{3.8} = - 1.2$
9	Königsberg	+ 58.0	— 12.0	$\Delta_{8.9} = + 18.2$	$\Delta_{3.9} = + 17.0$
10	Russische Grundlinien	+ 58.0			

Im Nachstehenden sind die logarithmischen Korrekturen, die an die Längen der im 4. Kapitel berechneten geodätischen Linien anzubringen sind, in Einheiten der 7. Stelle abgeleitet worden.



Greenwich—Rosendaël—Nieuport. Mit Rücksicht auf die grosse Entfernung von den englischen Grundlinien und auf den kleinen Werth des Anschlusswiderspruches, $\Delta_{1,2} = -4.5$, ist für diesen Linienzug allein die Ostender Basis zu Grunde gelegt. Dementsprechend wird bei den Linien Rosendaël—Nieuport und Greenwich—Nieuport die Reduktion auf internationale Meter und wegen Grundlinienausgleichung $58.0 - 21.1 = 37$, und bei der Linie Greenwich—Rosendaël, deren Berechnung auf den Seitenlängen der Principal Triangulation beruht, $58.0 - 4.6 - 4.5 = 49$ betragen.

Nieuport—Bonn. Das Lommeler Basisnetz liegt in der Mitte dieser Linie. Da letztere nun mit Seiten, die auf der Lommeler Grundlinie beruhen, gerechnet wurde, so ist als Korrektion anzubringen

$$\begin{aligned} &\text{für die westliche Hälfte} \dots\dots\dots 58.0 - 2.0 + \frac{1}{2} 12.9 \\ &\text{und für die östliche Hälfte} \dots\dots\dots 58.0 - 2.0 - \frac{1}{2} 13.8, \end{aligned}$$

im Mittel also 56.

Bonn—Brocken. Die Entfernungen der Mitte der geodätischen Linie, welche mit aus der Lommeler Basis abgeleiteten Seiten berechnet wurde, von der Bonner und Göttinger Grundlinie verhalten sich ungefähr wie 3:2. Die anzuwendende Korrektion beträgt daher:

$$58.0 - 2.0 - 13.8 - \frac{3}{3+2} 2.8 = 41.$$

Denkt man sich die geodätische Linie Bonn—Brocken aus den beiden Linien Bonn—Ahlsburg und Ahlsburg—Brocken zusammengesetzt, so ist für die erste nach Formel (11), S. 24, da $n = 13$ ist, $\delta \log Q = \frac{\Delta_{4.5}}{2} = -1.4$; für die zweite wird man allein die Göttinger Basis nehmen, so dass also hier $\delta \log Q = \Delta_{4.5} = -2.8$ ist, vorausgesetzt, dass beide Mal die Längen vermittelst der Bonner Grundlinie berechnet sind. Die Längen beider Linien verhalten sich nun wie 4:1; mithin kann man als logarithmische Korrektion der geodätischen Linie Bonn—Brocken infolge Grundlinienanschluss ansetzen:

$$\frac{1}{5} \left\{ 4 \frac{\Delta_{4.5}}{2} + \Delta_{4.5} \right\} = \frac{3}{5} \Delta_{4.5} = -\frac{3}{5} 2.8,$$

übereinstimmend mit dem vorhergehenden.

Brocken—Göttingen. Für diese Linie ist die Göttinger Basis allein benutzt worden. Die Verbesserung ist demnach $58.0 + 7.4 = 65$.

Brocken—Leipzig. Die in Frage kommenden Entfernungen von Göttingen und von Grossenhain stehen im Verhältnis von etwa 4:6. Da der Berechnung der Linie die Lommeler Basis zu Grunde gelegt war, so ist als Korrektion $58.0 - 2.0 - 16.6 + \frac{4}{10} 4.6 = 41$ angesetzt worden. Die Berücksichtigung der Berliner Basis würde die Korrektion etwas vergrössern; da jene jedoch ganz ausserhalb der Richtung der geodätischen Linie liegt, ist sie hier, wie auch bei der folgenden Linie, nicht herangezogen worden.

Leipzig—Grossenhain. Die Entfernungen der Mitte von der Göttinger und von der Grossenhainer Grundlinie verhalten sich wie 5:1. Die Korrektion der aus der Lommeler Basis abgeleiteten Länge der geodätischen Linie wird mithin:

$$58.0 - 2.0 - 16.6 + \frac{5}{5+1} 4.6 = 43.$$

Grossenhain-Schneekoppe. Bei dieser Linie verhalten sich die Entfernungen der Mitte von der Grossenhainer und von der Strehlemer Basis etwa wie 1:2. Als Korrektion der auf der Lommeler Grundlinie beruhenden Länge der geodätischen Linie wurde deshalb angesetzt

$$58.0 - 2.0 - 12.0 - \frac{1}{1+2} 7.3 = 41,$$

wobei, freilich nicht ganz korrekt, nach unten abgerundet wurde.

Schneekoppe—Breslau. Da die Mitte der Linie von Grossenhain ungefähr 4-mal so weit wie von Strehlen entfernt ist, so wurde als ihre Korrektion $58.0 - 2.0 - 12.0 - \frac{4}{4+1} 7.3 = 38$ angenommen.

Für Breslau—Trockenberg und Breslau—Rosenthal hat nur die Strehlemer Basis Verwendung gefunden. Da die Längen dieser Linien aus der Lommeler Grundlinie abgeleitet sind, so beträgt die Korrektion $58.0 - 2.0 - 19.3 = 37$.

Leipzig—Rauenberg. Würde die Berliner Basis allein zu Grunde gelegt, so betrüge die Korrektion der geodätischen Linie, deren Länge aus der Lommeler Grundlinie hergeleitet ist, $56.0 - 1.2 = 54.8$. Für eine Linie, mit Leipzig als Mitte, verhalten sich die Entfernungen von Göttingen und Grossenhain etwa wie 7:3; ihre Korrektion würde daher $56.0 - 16.6 + \frac{7}{7+3} 4.6 = 42.6$ sein. Als Korrektion der Linie Leipzig—Rauenberg ist nun gesetzt worden $\frac{1}{2}(42.6 + 54.8) = 49$.

Rauenberg—Berlin. Diese Linie ist mit der Berliner Basis berechnet; mithin ist als Korrektion $38.8 - 7.2 = 32$ hinzuzufügen.

Rauenberg—Springberg—Schönsee. Die geodätische Linie Rauenberg—Springberg liegt bis zur Seite Klorberg—Kleistberg innerhalb der Küstenvermessung, von hier ab in der Kette der Landesaufnahme von 1865. Die geodätische Linie Springberg—Schönsee gehört zum grössern Theil der Kette von 1865 und ausserdem der Weichselkette an. Die Kette von 1865 ist einerseits durch die Küstenvermessung an die um 31.6 Einh. d. 7. Dec.-Stelle des Log. korrigirte Berliner Basis, andererseits durch die ohne Zwang ausgeglichene Weichselkette an die Königsberger Basis angeschlossen. Zwischen der letztern, nachdem sie um $58.0 - 12.0 = 46.0$ geändert ist, und der Berliner Basis, nachdem diese noch um $38.8 - 7.2 = 31.6$ korrigirt ist, beträgt im Zuge Küstenvermessung—ostpreussische Gradmessung die logarithmische Anschlussdifferenz $\Delta_{8.9} = +18.2$. Nun ist Kleistberg—Klorberg etwa doppelt so weit von der Königsberger wie von der Berliner Grundlinie entfernt; die für jene Seite anzubringende Korrektion beträgt daher $31.6 + \frac{18.2}{3} = 37.7$. Für den logarithmischen Widerspruch im Anschluss von Kleistberg—Klorberg bis Königsberg im Zuge Kette 1865—Weichselkette (vergl. L.-Gr. I, S. 28) bleibt mithin noch $-37.7 + 46.0 = +8.3$. Bei Schönsee, welches etwa in der Mitte liegt, wird demnach die Korrektion $37.7 + \frac{8.3}{2} = 41.9$, und bei Springberg, da von Klorberg—Kleistberg bis Springberg ungefähr $\frac{1}{3}$ der Entfernung nach Schönsee ist, $37.7 + \frac{4.2}{3} = 39.1$ betragen. Für eine geodätische Linie von Rauenberg bis zur Mitte der Seite Klorberg—Kleistberg würde man daher als Korrektion $\frac{1}{2}(31.6 + 37.7) = 34.6$ ansetzen, und für eine Linie von hier nach Springberg $\frac{1}{2}(37.7 + 39.1) = 38.4$. Die Längen dieser beiden Linien erhalten sich wie 7:3, folglich ist als Korrektion der mit den Seiten der Landesaufnahme

berechneten geodätischen Linie Rauenberg—Springberg zu setzen: $0,7. 34,6 + 0,3. 38,4 = 36$. Die geodätische Linie Springberg—Schönsee ist dagegen um $\frac{1}{2} (39,1 + 41,9) = 40$ zu korrigiren.

Die geodätische Linie Trockenberg—Mirow erstreckt sich von der Seite Trockenberg—Lubschau des preussisch-russischen Anschlussnetzes nach der Seite Mirow—Lysiec des Czenstochauer Basisnetzes. Nach der L.-Gr. I, S. 262, ist der mittlere Fehler des Log. der aus der Strehleiner Grundlinie hergeleiteten Seite Trockenberg—Lubschau $\sqrt{10^2 + 23^2 + 28^2} = \sqrt{1413}$ Einh. d. 7. Dec.-Stelle, und der des log (Lysiec—Mirow), von der Czenstochauer Grundlinie abgeleitet, $\sqrt{17^2 + 49^2 + 8^2} = \sqrt{2754}$ Einh. der 7. Dec.-Stelle. Der Log. der Seite Lysiec—Olstin, in der beide Netze zusammenstossen, ergibt sich aus dem Anschlussnetz, L.-Gr. I, S. 261, nachdem die Korrektion der Strehleiner Basis $58,0 + 14,7$ berücksichtigt ist, $= 4,1932846,7$, und aus dem Czenstochauer Basisnetze, nach Reduktion auf internationale Meter, $= 4,1932828,0$. Entsprechend den mittleren Fehlerquadraten der Anschlussseiten, ist nun der log (Lysiec—Olstin) $= 4,1932840$ angesetzt worden, so dass also bei Benutzung der Strehleiner Basis für die Berechnung der Länge der geodätischen Linie die anzuwendende Korrektion 66 beträgt.

Für die Linien westlich von Greenwich, nach Feaghmain und nach Haverfordwest, sind die dem System der Princ. Triang. entnommenen Werthe für die linearen Längen, welche auf einer Mittelbildung der Ergebnisse der Lough Foyle und der Salisbury Plain Basismessung beruhen, nur auf internationale Meter reducirt worden. Vergl. L.-Gr. I, S. 15 und 240/41.

Die beiden russischen Ketten, welche die Warschauer und die Czenstochauer Grundlinie miteinander verbinden, sind an diese mit Zwang angeschlossen worden. Die Längen der beiden geodätischen Linien Mirow—Warschau und Schönsee—Warschau haben daher nur die Reduktion auf internationale Meter erhalten. Vergl. L.-Gr. I, S. 28/29 und S. 240.

Für die Kontrolllinien sind keine scharfen Korrektionswerthe abgeleitet worden, die bei dem Charakter dieser Linien auch keine Bedeutung gehabt hätten. Denn zu ihrer vollen Verwerthung als Rechnungskontrolle ist es ja doch nöthig, die drei Linien, die ein Dreieck bilden, und ebenso die aus ihnen abgeleiteten Resultate, vermittelt der angegebenen Korrektionsglieder vorher auf ein und dieselbe Maasseinheit zu reduciren. Deshalb wurden als Verbesserungen dieser Linien der Einfachheit wegen die Mittel der Verbesserungen der zu kontrollirenden Linien angenommen.

Da die Kontrolllinien mit der Lommeler Grundlinie berechnet wurden, so waren nachstehende Verbesserungen anzubringen:

Leipzig—Breslau:	41	Einh. d. 7. Dec.-St. d. Log.
Leipzig—Schneekoppe:	42	" " " " " "
Schneekoppe—Trockenberg:	37	" " " " " "
Brocken—Rauenberg:	45	" " " " " "

Nur die Linie Trockenberg—Warschau bedarf keiner Korrektion, da das Dreieck Trockenberg—Mirow—Warschau sofort mit den definitiven Seitenlängen berechnet wurde.

3. Kapitel.

Astronomische Bestimmungen.

Die nachfolgende Ableitung und Zusammenstellung der astronomischen Ergebnisse im Gebiete der Längengradmessung von der Westküste Irlands bis Warschau verfolgt hauptsächlich den Zweck, bei der Berechnung der geodätischen Linien und der Lothabweichungen im 4. Kapitel die jedesmalige ausführliche Nachweisung der astronomischen Resultate zu vermeiden. Jedoch sind hierbei zumeist nur die Polhöhen und die Azimute berücksichtigt worden. Denn die astronomischen Längendifferenzen, auf die es freilich im vorliegenden Falle am meisten ankommt, sind bis auf wenige Ausnahmen der Ausgleichung des Längenbestimmungsnetzes, die Herr Direktor *van de Sande Bakhuyzen* in den Genfer Verhandlungen der Permanenten Commission der Internationalen Erdmessung*) veröffentlicht hat, entnommen. Und zwar haben wir die Ausgleichungsergebnisse benutzt, die auf der 1. Hypothese über die Längendifferenz Greenwich—Paris ($+ 9^m 21.03$) beruhen, da wir diesen Werth schon aus dem Grunde für den sicherern halten, weil er sich den ausserdem vorhandenen indirekten Bestimmungen besser anschliesst.

Diese Resultate für die Längen sind zur Zeit als die besten anzusehen. Alle in die Ausgleichung eingehenden Zahlenwerthe sind von uns nach den Original-Veröffentlichungen geprüft worden. Bei den Stationen, wo die Längen direkt aus der *Bakhuyzen*schen Ausgleichung folgen, ist deshalb nicht besonders darauf verwiesen und hier auch die Angabe der Länge selbst unterlassen worden. Nur dort, wo die für die Längengradmessung angenommenen astronomischen Punkte nicht mit denen jener Ausgleichung übereinstimmen, sowie bei Feaghmain und Haverfordwest, die bei *Bakhuyzen* nicht vorkommen, sind die von uns benutzten Werthe abgeleitet und aufgeführt worden.

(1). Feaghmain.

Der westliche Endpunkt des Parallelbogens in 52° Breite ist die trigonometrische Station Feaghmain, auch Geokaun genannt, die höchste Erhebung auf der Insel Valentia.

*) Comptes-Rendus des séances de la Commission permanente de l'Association géodésique internationale réunie à Genève du 12 à 18 septembre 1893. Rédigés par le Secrétaire perpétuel *A. Hirsch*. Berlin, 1894. Annexe A. I. Compensation du réseau des longitudes par *H.-G. van de Sande Bakhuyzen*. S. 99/114.

Die geographische Breite ist 1843 durch Lieut. *Hornby*, R. E., mit *Airys* Zenitsektor von 20,5 Zoll Radius (von *Throughton & Simms*) centriscb über den trig. Punkt beobachtet worden = $51^{\circ} 55' 22,85^{**}$).

1844 wurde die Länge gegen Greenwich durch Chronometerübertragung bestimmt = $-10^{\circ} 20' 48,45^{**}$). Dieser Werth wird nicht mehr benutzt.

Die Längenbestimmung, und zwar vermitteltst des elektrischen Telegraphen, wurde 1862 unter *Airys* Leitung wiederholt, jedoch nicht in Feaghmain selbst, sondern in dem etwa 3,9 km entfernten Knightstown. Beobachter waren in Greenwich Observator *Ellis* am Meridianinstrument und in Knightstown die Greenwicher Observatoren *Dunkin* und *Criswick* mit einem von *Throughton & Simms* gebauten Altazimut. 1862 ist auch die Richtung des Meridians in dem gegen 2,3 km von Feaghmain entfernten Kilbeg von dem Sergeant-Major *J. Steel*, R. E., durch Vermittelung einer nördlichen und einer südlichen Meridianmarke festgelegt worden. Gleichzeitig wurden die beiden Punkte Knightstown und Kilbeg wie auch Feaghmain selbst, dessen alte Verbindung nicht ausreichend war, durch eine besondere Triangulation von dem Korporal *Compton*, R. E., mit einem 18-zölligen *Ramsdenschen* Theodoliten an die Haupttriangulation angeschlossen***).

Da in der „Determination“, S. 25/31, für die 3 Stationen der Einfluss der störenden äussern Massen auf die Richtung des Lothes berechnet ist, so wird man durch Berücksichtigung desselben die in Knightstown und Kilbeg gefundenen astronomischen Werthe auf Feaghmain übertragen können. Die Wirkungen der störenden Massen sind für jede Station innerhalb eines Kreises von 20 000 englischen Fuss (gegen 6,1 km) Radius in Rücksicht gezogen.

Bezeichnet η die durch die Massenanziehung hervorgerufene, östliche Abweichung des wahren Zenits vom ellipsoidischen, so ist nach S. 31 der „Determination“ für

Feaghmain	Kilbeg	Knightstown
$\eta_F = -0,616$	$\eta_{Kg} = +0,939$	$\eta_{Kn} = +0,335$.

Hieraus folgt für die Lothabweichung λ in geogr. Länge

$\lambda_F = -0,999$	$\lambda_{Kg} = +1,523$	$\lambda_{Kn} = +0,543$.
----------------------	-------------------------	---------------------------

Die relativen Lothabweichungen gegen Feaghmain sind daher

$\lambda_{Kg} - \lambda_F = +2,522$	$\lambda_{Kn} - \lambda_F = +1,542$.
-------------------------------------	---------------------------------------

Als Einfluss der relativen Lothstörung auf das Azimut von Feaghmain in Kilbeg (im Sinne einer Vergrösserung) ergibt sich mithin

$\sin B_{Kg} (\lambda_{Kg} - \lambda_F) = +1,985$	$(B_{Kg} = 51^{\circ} 55' 14'')$.
---	------------------------------------

*) Ordnance trigonometrical survey of Great Britain and Ireland. Account of the observations and calculations, of the principal triangulation; and of the figure, dimensions and mean specific gravity of the earth as derived therefrom. Published by order of the Master-General and Board of Ordnance. Drawn up by Captain *Alexander Ross Clarke*, R. E., F. R. A. S., under the direction of Lt.-Colonel *H. James*, R. E., F. R. S., M. R. I. A. &, Superintendent of the Ordnance Survey. London 1858. S. 18/19, 60, 198, 672.

**) Determination of the longitude of Valentia in Ireland by transmission of chronometers. (Forming the appendix to the Greenwich astronomical observations 1845.) By *G. B. Airy*, Esq., astronomer royal. S. CCXXXVI.

***)) Determination of the positions of Feaghmain and Haverfordwest, longitude stations on the great European arc of parallel. Being an appendix to the account of the principal triangulation of Great Britain and Ireland. By Captain *A. R. Clarke*, R. E., F. R. S., under the direction of Colonel Sir *Henry James*, R. E., F. R. S., & Cor. mem. of the Royal Geographical Society of Berlin. Director of the Ordnance Survey. Published by ordre of the Secretary of State of War. London, 1867. S. 3/4.

Es ist nun beobachtet worden, nach S. 24 der „Determination“,

Azimut Kilbeg—Nördliches Meridianzeichen	=	0° 0' 5,79
Winkel Nördliches Meridianzeichen — Feaghmain	=	276 57 46,806
also Azimut Kilbeg—Feaghmain	=	276° 57' 52,596.
Einfluss der Lothabweichung in Kilbeg in Bezug auf Feaghmain .	=	+ 1,985.

Folglich ist das von dem Einfluss der relativen Lothabweichung von Kilbeg gegen Feaghmain befreite Azimut Kilbeg—Feaghmain = 276° 57' 50,611. Dieser Werth ist nach Feaghmain zu übertragen mit Hülfe des in Feaghmain beobachteten Werthes der Polhöhe und der gemessenen Entfernung Kilbeg—Feaghmain; nach S. 19 der „Determination“ ist

log (Kilbeg—Feaghmain) in engl. Fuss	=	3,8805547
Verwandlungslogarithmus von engl. Fuss in internationale Meter nach L.-Gr. I, S. 241	=	9,4840173,
folglich log (Kilbeg—Feaghmain) in intern. Metern	=	3,3645720.

Die unter Zugrundelegung von *Bessels* Elementen ausgeführte Rechnung liefert hiermit für das

$$\text{Azimut Feaghmain—Kilbeg } 96^{\circ} 56' 15,938.$$

Die telegraphische Längenbestimmung Greenwich — Knightstown hat $-10^{\circ} 17' 27,15^{*})$ ergeben. Es wurde nun zunächst der geodätische Längenunterschied Feaghmain—Knightstown berechnet. Zu seiner Ableitung diente die beobachtete geographische Breite von Feaghmain, die Entfernung der beiden Punkte („Determination“, S. 19), deren Logarithmus für internationale Meter = 3,5906062 ist, und das mittelst des beobachteten Winkels Knightstown—Feaghmain—Kilbeg („Determination“, S. 19) = $10^{\circ} 31' 42,441$ erhaltene Azimut Feaghmain—Knightstown = $86^{\circ} 24' 33,497$. Mit *Bessels* Elementen folgt hieraus für die geodätische Längendifferenz Feaghmain—Knightstown: $3' 23,501$. Da nach dem Vorhergehenden der Einfluss der äussern Massen auf die Lothabweichung in Länge $\lambda_{Kn} - \lambda_F = +1,542$ ist, so wird die astronomische Längendifferenz $3' 25,043$, und somit der astronomische Längenunterschied Greenwich—Feaghmain = $10^{\circ} 20' 52,193$ betragen.

(2). Haverfordwest.

Der Stationspunkt ist der „Priory Transit Pier“, der nördlichere der beiden vom russischen Obersten *v. Forsch* für die Zwecke der Längengradmessung gesetzten Pfeiler, welcher bei der Längenbestimmung das Passagen-Instrument trug. Dieser Pfeiler ist 1865 durch eine besondere Triangulation von dem englischen Sergeant *Finch* mit einem *Ramsdenschen* 18-zölligen Theodoliten an das Hauptnetz angeschlossen worden. Zur Polhöhenbestimmung wurde der 6 Fuss 11 Zoll englisch (= 2,10 m) genau südlicher gelegene zweite Pfeiler benutzt**). Der auf diesem mit einem 12-zölligen *Repsoldschen* Vertikalkreise von Oberst *v. Forsch* und Dr. *Tiele*

durch Zenitdistanzmessungen erhaltene Werth der Polhöhe ist . . .	51° 47' 51,70,***)
die Reduktion auf den Längenpfeiler giebt	+ 0,07,
also ist die Polhöhe des Längenpfeilers	51° 47' 51,77.

*) Determination of the longitude of Valentia in Ireland by galvanic signals in the summer of 1862. (Appendix III to the Greenwich Astronomical Observations, 1862). S. 21.

**) Determination of the positions of Feaghmain and Haverfordwest etc. S. 33 u. 62.

***) „Sapiski“, Bd. 46, S. 377 u. 378.

Die 1864 von *Forsch*, *Zylinski* und *Tiele* beobachtete Längendifferenz Greenwich, russ. Längenpfeiler, — Haverfordwest, Längenpfeiler, beträgt — $19^m 51^s 24$. Der russische Längenpfeiler in Greenwich liegt aber $0^s 147$ östlich vom Meridiankreis der Sternwarte*), mithin ist die westliche Länge von Haverfordwest = $19^m 51^s 093 = 4^o 57' 46'' 40^{**}$).

Eine Azimutbeobachtung hat nicht stattgefunden.

(0). Greenwich.

Der astronomische und trigonometrische Punkt wird durch die Mitte des Meridiankreises der Sternwarte, den Ausgang der geographischen Längenzählung, bezeichnet.

Der in den englischen Vermessungswerken bei allen Berechnungen zu Grunde gelegte Beobachtungswerth der Polhöhe ist $51^o 28' 38'' 30^{***}$). Für die Rechnungen der Längengradmessung ist jedoch die beobachtete Polhöhe zu $51^o 28' 38'' 10$ angenommen worden, wie sie in den Publikationen des Royal Observatory aus fortlaufenden Zenitdistanzmessungen am Meridiankreise als Mittelwerth angesetzt ist†), und wie sie auch das Berliner astronomische Jahrbuch giebt.

Eine im Jahre 1864 von dem russischen Kapitän *Zylinski* für die Zwecke der Längengradmessung ausgeführte Polhöhenbestimmung durch Messen von Zenitdistanzen mit dem Vertikalkreise von *Repsold* hat, einschliesslich einer Centrirung von $-0^s 9$, $51^o 28' 38'' 8$ ergeben††). Derselbe Werth ist auch 1889 durch Beobachtung der Breitendifferenz Paris, Montsouris, — Greenwich erhalten worden†††).

Die Ableitung des Azimuts für die Richtung nach der geodätischen Station Chingford erfolgte durch Einschaltung einer nördlichen Meridianmarke; es wurde für das Azimut Greenwich—Chingford $359^o 59' 58'' 36$ gefunden*†).

(3). Rosendaël-lès-Dunkerque.

Rosendaël-lès-Dunkerque ist astronomische und geodätische Station der neuen Meridiankette von Frankreich, sowie des englisch-französisch-belgischen Verbindungsnetzes der Längengradmessung. Zur Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes im Jahre 1886 diente ein Meridiankreis von *Brunner*. Die Polhöhe wurde durch Beobachtung der Breitendifferenz Rosendaël—Paris, Montsouris, abgeleitet; es fanden gleichzeitig an beiden Orten Zenitdistanzmessungen derselben Sterne statt, und zwar in Rosendaël durch Kapitän *Defforges*, in Montsouris durch Kapitän *Brullard*. Als Werth der Polhöhe ist gefunden: $56^o 7' 166'' 1 = 51^o 2' 41'' 82$.

*) „Sapiski“, Bd. 46, S. 368/70.

**) Der in Tabelle I auf S. 340 des 47. Bandes der „Sapiski“ aufgeführte astronomische Werth für die Längendifferenz Greenwich—Haverfordwest ist in Greenwich nicht vom Längenpfeiler auf den Meridiankreis reducirt worden, während sich der geodätische Werth auf diesen bezieht. Die daneben angegebene Lothabweichung in Länge ist nicht allein im Vorzeichen, sondern auch um den Betrag der Centrirung in Greenwich falsch.

***) Principal triang., S. 672.

†) Vergl. z. B.: Results of the astronomical observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1891: under the direction of *W. H. M. Christie*, M. A., F. R. S., Astronomer royal. London 1893, S. CLII.

††) „Sapiski“, Bd. 46, S. 377 u. 387.

†††) Verhandlungen der vom 27. Septbr. bis 7. Oct. 1892 in Brüssel abgehaltenen Zehnten allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung und deren Permanenten Commission. Redigirt vom ständigen Secretär *A. Hirsch*, etc. Berlin und Neuchatel 1893. Annexe A. IV. Rapport sur les longitudes, latitudes et azimuts. Par *H.-G. van de Sande Bakhuyzen*. S. 352/53.

*†) Principal triang., S. 675.

Das Azimut der Richtung nach dem trig. Punkte Cassel des englisch-französisch-belgischen Verbindungsnetzes ist durch Vermittelung einer Meridianmarke von Kommandant *Bassot* und Kapitän *Defforges* erhalten worden = $187^{\circ} 40' 56'' 6 = 168^{\circ} 39' 54'' 34^*$).

(4). Nieuport.

Die Beobachtungen zur Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes, im Jahre 1856 von dem Astronomen *Houzeau*, späterem Direktor des Königlichen Observatoriums in Brüssel, und dem Lieutenant *Adan* mit einem Universal-Instrument von *Ertel*, sowie im Jahre 1888 von Kapitän *Delporte* und Lieutenant *Gillis* mit dem Meridiankreis von *Secrétan* angestellt, haben auf dem gemauerten Pfeiler auf der Plattform des Tour des Templiers, der geodätischen Station, stattgefunden**). Die für die Längengradmessung im Jahre 1864 unternommenen Messungen zur Ableitung der Polhöhe***) erfolgten mit einem Vertikalkreise von *Repsold* durch Oberst *v. Forsch* und Dr. *Tiele* am Fusse des Thurmes auf einem Pfeiler, der vom trigonometrischen Punkte 20,0326 *m* unter einem Azimut von $0^{\circ} 44' 00'' 8$ entfernt war. (Die Entfernung des zur Längenbestimmung benutzten Pfeilers betrug 22,1871 *m* unter einem Azimut von $0^{\circ} 43' 11'' 3 \dagger$).

Die Polhöhe wurde 1856 einmal durch Messen von Zenitdistanzen und ein zweites Mal durch Beobachtung der Zeitdifferenzen, innerhalb welcher je 2 Sterne von bekannter Deklination vor und nach dem Meridiandurchgang dieselbe Höhe haben (Methode von <i>Valz</i>), erhalten; es ergab sich $51^{\circ} 7' 50'' 14$ bzw. . . $49'' 68$, und hieraus, mit der Anzahl der Beobachtungen als Gewichten, im Mittel	$51^{\circ} 7' 50'' 09$
1888 wurde durch Messen von Zenitdistanzen für die Polhöhe gefunden	$50, 01$
1864 ist die Polhöhe von jedem der beiden Beobachter durch Messen von Zenitdistanzen bestimmt worden. Die Beobachtungen von <i>v. Forsch</i> ergaben für den Breitenpfeiler $51^{\circ} 7' 50'' 65$, die von <i>Tiele</i> . . $50'' 93$; mit Rücksicht auf die zugehörigen mittleren Fehler wird das	

*) Briefliche Mittheilung des damaligen Direktors des französischen Service géographique de l'Armée, General *Derrécagaix*, vom 17. Febr. 1890 an Direktor Prof. *Helmert*.

Verhandlungen in Brüssel 1892. Annexe A. IV. Rapport sur les longitudes, latitudes et azimuts. Par *H.-G. van de Sande Bakhuyzen*. S. 352/53 u. S. 442/43.

**) Triangulation du Royaume de Belgique exécutée par M. M. les officiers de la section géodésique du Dépôt de la guerre. Première partie. Livres II et III. Mesure des bases et observations astronomiques. Publiée avec l'autorisation de M. le Ministre de la Guerre. Bruxelles 1867. — Sous la direction du général *Simons*. — S. 525/26, 574.

Triangulation du Royaume de Belgique exécutée par M. M. les officiers d'état-major du Dépôt de la guerre. Première partie. Supplément au livre III. Observations astronomiques. — Partie théorique. Publication autorisée par M. le Ministre de la Guerre. Ixelles—Bruxelles 1878. — Sous la direction du major *Adan*. — S. 4/5, u. pl. IV.

Triangulation du Royaume de Belgique publiée avec l'autorisation de M. le Ministre de la Guerre par l'Institut cartographique militaire. Tome VI, troisième fascicule. Observations astronomiques faites à Nieuport en 1888. Bruxelles 1892. — Sous la direction du colonel *Hennequin*. — S. XXXV u. 42/43, 16 u. 18.

***)) „Sapiski“, Bd. 46, S. 375, 377 u. 378.

†) Generalbericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr 1864. Berlin 1865. S. 6. — „Sapiski“, Bd. 46, S. 388.

Mittel . . 50,70. Mithin ist für den trigonometrischen Punkt, da die Reduktion vom Beobachtungspfeiler auf diesen — 0,65 beträgt, die Polhöhe = 51° 7' 50,05.

Das Mittel der 3 Werthe = 51° 7' 50,05 ist als Werth der Polhöhe angenommen.

Von den Azimutbestimmungen ist allein die aus dem Jahre 1888 benutzt worden. Diese ergab als Azimut der Meridianmarke, eines gemauerten Pfeilers: 180° 0' 12,398. Die Marke ist mittelst eines Universal-Instruments von *Ertel* durch 9 Winkelmessungen mit Mont Kimmel und durch 39 Winkelmessungen mit dem trigonometrischen Punkte Ghistelles des Ostender Basisnetzes verbunden; man fand

$$\begin{aligned} \text{Winkel Ghistelles—Mire} &= 101^\circ 38' 26,11 \\ \text{„ Mont Kimmel—Mire} &= 5 \quad 44 \quad 57,64. \end{aligned}$$

Nun ist aber

nach der Ausgleichung des Ostender Basisnetzes*) Winkel Ghistelles — Dixmude . = 66° 39' 26,47 und nach dem englisch-französisch-belgischen

Verbindungsnetz der Gruppe V* der

$$\begin{aligned} \text{Längengradmessung**) „ Dixmude—Mont Kimmel} &= 29 \quad 14 \quad 1,78; \\ \text{also „ Ghistelles—Mont Kimmel} &= 95 \quad 53 \quad 28,25. \end{aligned}$$

Bei Festhaltung dieses Werthes folgt unter Berücksichtigung der Anzahl der Beobachtungen der Winkel Mont Kimmel—Mire = 5° 44' 57,82, und damit das Azimut der Richtung Nieuport—Mont Kimmel . . . = 174° 15' 14,58.

Die ältere, hier nicht zur Verwendung gekommene Azimutbestimmung Nieuport—Raverzyde, trigonometrischer Punkt des Ostender Basisnetzes, aus dem Jahre 1856 ist nach 3 Methoden erfolgt: mittelst Festlegung des Meridians durch Ablesung des Horizontalkreises bei korrespondierenden Höhen eines Sternes und Einstellung des trigonometrischen Punktes; durch direktes Winkelmessen zwischen dem Polarstern und dem trigonometrischen Punkt; und endlich durch Einschaltung einer Meridianmarke.

Die erhaltenen Werthe sind 39° 22' 46,5, . . 56,3, . . 52,7, aus denen, mit den zugehörigen Beobachtungszahlen als Gewichten, im Mittel abgeleitet ist**): Azimut nach Raverzyde = 39° 22' 51,1.

Nach dem Ostender Basisnetz†) ist Winkel Raverzyde—Dixmude . . = 105 38 32,6 und nach Gruppe V* der Längengradmessung „ Dixmude—Mont Kimmel = 29 14 1,8, mithin giebt die Azimutbestimmung von 1856 für die Richtung Nieuport—Mont Kimmel = 174° 15' 25,5.

Dieser Werth weicht von dem geodätischen (von Brüssel abgeleiteten) Azimut, ebenso wie auch das im Jahre 1855 auf Lommel von denselben Beobachtern und mit demselben Instrument

*) Triangulation du Royaume de Belgique, publiée avec l'autorisation de M. le Ministre de la Guerre par l'Institut cartographique militaire. Observations et calculs de la triangulation de premier ordre. Ixelles—Bruxelles 1880. S. 39 u. 270.

**) L.-Gr. I, S. 79.

***) Triang. du Roy. de Belgique. Livres II et III. S. 580, 581, 589 u. 590.

†) Triang. du Roy. de Belgique. 1880. S. 39 u. 270.

gemessene um 15" ab. Eine Neumessung des Azimutes in Lommel, 1886, hatte nun einen um 10" kleinern Werth als 1855 ergeben; daher entschloss man sich, auch in Nieupoort die ältere Messung durch eine Neubestimmung zu ersetzen*), die ein ähnliches Ergebnis geliefert hat.

(5). Bonn.

Die astronomischen Werthe gelten für den trigonometrischen Punkt, den *Repsold*'schen Meridiankreis im Ostsaal der Sternwarte, an dessen Stelle bis vor kurzem der *Pistor & Martinssche* Meridiankreis und früher das *Ertelsche* Passagen-Instrument stand.

Zur Ableitung der Polhöhe sind drei Werthe benutzt worden. 1854 bestimmte *Foerster* die Polhöhe durch Beobachtungen im 1. Vertikal im Südsaal der Sternwarte mit dem *Ertelschen* Passagen-Instrument. Aus denselben ergab sich nach der Neureduktion von Dr. *Mönnichmeyer* infolge verbesserter Sternpositionen und einschliesslich einer Reduktion von + 0,59 auf den trigonometrischen Punkt: 50° 43' 44,52. 1893 ist an derselben Stelle, mit demselben Instrument, nachdem es jedoch kurz vorher einer Renovirung unterzogen worden war, und gleichfalls durch Beobachtungen im 1. Vertikal die Polhöhe aufs neue von *Mönnichmeyer* bestimmt worden; für den trigonometrischen Punkt wurde erhalten: 50° 43' 44,97**). Die für die Längengradmessung im Jahre 1864 angestellten Beobachtungen für die Breite und Länge beziehen sich auf den Pfeiler im Westsaal der Sternwarte, der mit dem trigonometrischen Punkt auf demselben Parallel und 0,124 westlich von ihm, bzw. 0,062 westlich vom Centrum der Sternwarte, liegt***).

Für die Polhöhe†) fand Kapitän *Zylinski* durch Zenitdistanzmessungen mit dem Vertikal-kreise von *Repsold* 50° 43' 44,61.

Als Polhöhe ist das Mittel der 3 Bestimmungen: 50° 43' 44,70 angenommen.

Eine ältere, von *Lundahl* ausgeführte Bestimmung der Polhöhe der alten Sternwarte aus dem Jahre 1840 ist nach *Foerster*, wegen Minderwerthigkeit des dazu verwendeten Instruments und wegen der Grösse der Uebertragung auf den trigonometrischen Punkt, nicht zu benutzen. Auf diesen reducirt würde sie als Werth der Polhöhe 50° 43' 45,02 ergeben.

Die östliche Länge des Centrums der Sternwarte ist

$$\begin{array}{rcl} \text{nach v. d. Sande Bakhuysens Ausgleichung} & . . . & = 28^m \ 23,249 \\ \text{Reduktion auf den trigonometrischen Punkt} & . . & = \quad + \ 0,062 \\ \hline \text{Geogr. Länge des trigonometrischen Punktes} & . . & = 28^m \ 23,311 = 7^\circ \ 5' \ 49,66. \end{array}$$

Das Azimut der Meridianmarke auf dem Venusberge ist von *Argelander* aus Beobachtungen am Passagen-Instrument, in den Jahren 1847 und 1848, abgeleitet worden.

Azimut Bonn—Meridianmarke = 179° 59' 40,28††).

*) Triang. du Roy. de Belgique. Tome VI, troisième fascicule. S. IX.

**) *W. Foerster*. De altitudine poli Bonnensi. Diss. Bonnae 1854. *C. Mönnichmeyer*. Eine Neubestimmung der Bonner Polhöhe aus Beobachtungen im 1. Vertikal. Astr. Nachr. Band 136. Nr. 3247/8.

***). Briefliche Mittheilung des verstorbenen Direktors Prof. *Schönfeld* vom 12. April 1888 an Direktor Prof. *Helmert*. Vergl. auch „Sapiski“, Bd. 46, S. 370 u. 386, und Generalbericht über die Europäische Gradmessung für das Jahr 1872. Zusammengestellt im Centralbureau. Berlin 1873. S. 52.

†) „Sapiski“, Bd. 46, S. 377, 378 u. 389.

††) Publikation des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts. Das rheinische Dreiecksnetz. I. Heft. Die Bonner Basis. Berlin 1876. S. 18.

(6). **Brocken.**

Die Polhöhe und das Azimut wurden 1865 durch *Baeyer* und *Sadebeck* mit dem 13-zölligen Universal-Instrument von *Pistor & Martins* auf dem trigonometrischen Punkte des Geodätischen Instituts, dem Steinpfeiler II der Landesaufnahme, beobachtet*).

Für die Polhöhe, welche aus Zenitdistanzmessungen abgeleitet wurde, ist durch eine Neubearbeitung mit verbesserten Sternpositionen $51^{\circ} 48' 10,34$ gefunden**).

Die Azimutbestimmung erfolgte durch direkte Winkelmessung zwischen dem Polarstern und mehreren Richtungen des märkisch-thüringischen Netzes; nach Einführung der definitiven Richtungswerthe des letzteren ergab sich für das Azimut von Fallstein: $1^{\circ} 30' 41,24$ ***). Der Anschluss der Richtung Brocken, G. J.,—Fallstein an die Längengradmessung wurde durch den Winkel Fallstein—Brocken, Thurmmittel,—Ohmberg der Landesaufnahme vermittelt, der 1887 vom Lieutenant *Mathias* mit dem 10-zölligen Theodoliten Nr. III durch 12-fache, auf 6 Kreisstände vertheilte Messung erhalten ist. Nach einer dem Geodätischen Institut von der Landesaufnahme zur Verfügung gestellten handschriftlichen Mittheilung: „II. Ordnung 1887, Beobachtungsregister und Stationsergebnisse“ ist

Winkel Fallstein—Brocken, Thurmmittel,—Ohmberg	=	$200^{\circ} 3' 29,960$
Hieraus und aus den in der L.-Gr. I, S. 104, angegebenen Werthen, sowie aus dem im genannten Manuskript enthaltenen \log (Brocken, Thurmmittel,—Fallstein) = 4,3847829 folgt als Reduktion für Fallstein auf Brocken, G. J.		+ 2 55,314
Die Reduktion für Ohmberg auf Brocken, G. J., beträgt nach der L.-Gr. I, S. 107		+ 1 37,253
mithin ergibt sich für den Winkel Fallstein—Brocken, G. J.,—Ohmberg		$200^{\circ} 8' 27,53$,
und damit für das Azimut Brocken, G. J.,—Ohmberg		$201^{\circ} 38' 43,77$.
Da nach L.-Gr. I, S. 107, Winkel Inselberg, G. J.,—Brocken, G. J.,—Ohmberg		15 54 58,35
ist, so ist das Azimut Brocken, G. J.,—Inselberg, G. J.	=	$185^{\circ} 43' 45,42$.

Wenn die Uebertragung des beobachteten Azimutes auf die Richtung nach Inselberg durch den, dem märkisch-thüringischen Dreiecksnetz angehörigen Winkel Fallstein—Brocken—Inselberg = $184^{\circ} 13' 5,65$ †) bewirkt worden wäre, so würde man als Azimut Brocken—Inselberg: $185^{\circ} 43' 46,89$ erhalten haben. Dieser Werth ist jedoch wegen der Minderwerthigkeit der Uebertragung — die beiden Richtungen nach Fallstein und Inselberg sind gemeinsam nur durch 10 Einstellungen auf 4 von 5 aequidistanten Kreisständen gemessen worden — unberücksichtigt geblieben††).

*) Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—66. Herausgegeben von Dr. *J. J. Baeyer*, Präsident des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts. Leipzig 1873. S. 75 u. f.

**) Publikation des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts. Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1879 und 1880. Berlin 1881. Umrechnung der in den Jahren 1852—1876 ausgeführten Polhöhenbestimmungen. S. 46.

***) Veröffentlichung des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts. Lothabweichungen. Heft I. Berlin 1886. S. 45.

†) Veröffentlichung des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts. Das märkisch-thüringische Dreiecksnetz. Mit einer Dreieckskarte. Berlin 1889. S. 55.

††) Publikation des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts. Das hessische Dreiecksnetz. Berlin 1883. S. 2 u. 3.

(7). Göttingen.

Die astronomischen Werthe beziehen sich auf den Anfangspunkt des *Gauss*schen Koordinatensystems der hannoverschen Landesvermessung, der durch den Mittelpunkt der Axe des *Reichenbach*schen Meridiankreises im westlichen Meridiansaale der Sternwarte bezeichnet wurde*). Im Jahre 1889 erhielt der Meridiankreis eine andere Aufstellung. Die Lage des *Gauss*schen Punktes, der auch wieder als Zwischenpunkt dem Göttinger Basisnetz angehört, ist 1880, 1886 und 1887 gegen verschiedene Festlegungsbolzen bestimmt worden**).

Die Polhöhe ist am *Reichenbach*schen Meridiankreise 1820 und 1824 von *Gauss* und 1868/69 von *Börger*, beidemal aus direkt und reflektirt beobachteten Zenitdistanzen des Polarsternes abgeleitet worden. Die Neureduktion der *Gauss*schen Beobachtungen durch *Börger* ergab $51^{\circ} 31' 47''.92$, während dieser selbst aus seinen Beobachtungen ... $48''.33$ ($48''.35$ oder $48''.31$, je nachdem zur Berechnung der Refraktion die Thermometerangaben im Freien oder im Beobachtungszimmer benutzt wurden) erhielt. Das den zugehörigen Gewichten entsprechende Mittel beider Beobachtungen, $51^{\circ} 31' 48''.23$, ist als Werth der Polhöhe angenommen worden***).

Neuere an renovirten *Reichenbach*schen Meridiankreise während der Jahre 1890—1893 ausgeführte Polhöhenbeobachtungen von Dr. *Buschbaum*, Dr. *Ambrohn* und Dr. *Grossmann*, die aber für die Rechnungen der Längengradmessung nicht mehr benutzt werden konnten, haben nach einer vorläufigen Mittheilung *Grossmann*s†) für den *Gauss*schen Punkt im Mittel $51^{\circ} 31' 48''.18$ ergeben, also einen Werth, der von dem angenommenen nur wenig abweicht.

Das Azimut des nördlichen Meridianzeichens, von *Gauss* mit dem *Reichenbach*schen Instrument 1822 oder 1823 bestimmt, war nach einer Mittheilung von ihm an *Gerling* ††), von dem Theodolitplatz von 1823 auf der Sternwarte aus gesehen, $0^{\circ} 0' 5''.471$. Da dieser Punkt 5,507 m genau nördlich vom Meridiankreis lag†††), so ergibt sich für das Azimut Meridiankreis—Nördliches Meridianzeichen $0^{\circ} 0' 5''.465^{*†})$.

(8). Leipzig.

Die astronomischen Ergebnisse sind auf den trigonometrischen Punkt der Längengradmessung**†), die Thurmmitte der Pleissenburg, bezogen.

*) *Carl Friedrich Gauss Werke*. Viertes Band. Herausgegeben von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 1873. S. 445.

**) *W. Schur*. Festlegung des südlichen Endpunktes der *Gauss*schen Gradmessung auf der Sternwarte in Göttingen. Astr. Nachr. Band 118, Nr. 2814, S. 93/94.

Die Königlich Preussische Landes-Triangulation. Hauptdreiecke. Sechster Band. Berlin 1894. S. 243 u. 244 und Skizze 22.

***)) *C. Börger*. Beitrag zur Kenntniss der Polhöhe von Göttingen. Göttingen 1869. S. 34.

†) *E. Grossmann*. Beobachtungen des Mondkraters Mösting A und der Mondsterne am *Reichenbach*schen Meridiankreise der Göttinger Sternwarte. Astr. Nachr. Band 137. Nr. 3272. S. 117/18.

††) Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gegenden, aus der kurhessischen Triangulirung der Jahre 1822 bis 1837, von *Christian Ludwig Gerling*. Zweites Heft. Cassel 1839. S. 69.

†††) Beiträge etc., S. 106 u. 107. *Gauss Werke*. IV. Band, Coordinaten-Verzeichniss, S. 416 u. 449.

*††) Anleitung zur Berechnung geodätischer Coordinaten. Von Prof. Dr. *Otto Börsch*. Cassel 1885. S. 58.

**†) L.-Gr. I, S. 182.

Die Beobachtungen zur Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes führte 1868 *Helmert* mit einem, der sächsischen Gradmessungs-Kommission gehörigen, 10-zölligen Universal-Instrument von *Pistor & Martins* aus. Die Polhöhe wurde durch Messen von Zenitdistanzen auf den sächsischen Gradmessungspfeilern A und B, das Azimut auf dem Pfeiler A durch direkte Winkelmessung zwischen dem Polarstern und dem trigonometrischen Punkt II. Ordnung Wachberg bestimmt*).

Die geographische Breite des Pfeilers B, des sächsischen Dreieckspunktes, ist	51° 20' 15",51
Als Reduktion auf die Thurmmitte ergibt sich aus den Angaben der	
L.-Gr. I, S. 105, oder aus denen des VI. Theiles der Hauptdreiecke	
der Landesaufnahme**), S. 126	+ 0,19
Die Polhöhe der Thurmmitte ist daher	51° 20' 15",70†).
Auf dem Pfeiler B ist das Azimut der Richtung nach Wachberg	274° 30' 5",33.
Da nach der II. Abth. der Astr.-geod. Arb., dem trig. Netz I. Ord.,	
S. 772, das geod. Azimut nach Wachberg = 274° 29' 59",87 und nach	
S. 753, „ „ „ „ Collm = 94 26 33,96 ist,	
so folgt für den Winkel Wachberg—Collm	179 56 34,09.
Die Reduktion auf die Thurmmitte ist einschl. Meridianconvergenz . . .	24,20
mithin ist das Azimut nach Collm auf dem Punkte der Längengradmessung	94° 27' 3",62.
Die geographische Länge des Centrums der Sternwarte, der Mitte der	
Drehkuppel, ist nach der Ausgleichung von <i>van de Sande Bakhuyzen</i>	12° 23' 30",12.
Die Reduktion auf die Thurmmitte der Pleissenburg beträgt, unter Be-	
nutzung der auf S. 743 bzw. 768/9 der II. Abth. der sächs. Astr.-	
geod. Arb. mitgetheilten, auf den Pfeiler B und das Centrum der	
Sternwarte bezüglichen Angaben, oder auch aus der auf S. 126/7	
des VI. Theiles der Hauptdreiecke der L.-A. angegebenen Entfernung	
Thurmmitte—Centrum und ihren Azimuten berechnet,	— 59,20
Also ist die geographische Länge der Thurmmitte der Pleissenburg . .	12° 22' 30",92.

*) Astronomisch-geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreiche Sachsen. Ausgeführt und veröffentlicht im Auftrage des Königl. Sächsischen Ministeriums der Finanzen.

III. Abtheilung. Die astronomischen Arbeiten. Ausgeführt unter Leitung von *C. Bruhns*, weiland Professor der Astronomie und Direktor der Königl. Sternwarte zu Leipzig. Nach dessen Tode bearbeitet von *Th. Albrecht*, Professor und Sektionschef am Königl. Preussischen Geodätischen Institut zu Berlin. Berlin 1883. S. 179, 180 u. 198; S. 199 u. 234.

II. Abtheilung. Das trigonometrische Netz I. Ordnung. Bearbeitet von *A. Nagel*, Professor der Geodäsie an der Königl. Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 7 lithographirten Tafeln und 32 in den Text gedruckten Figuren. Berlin 1890. S. 772.

**) Die Königl. Preussische Landes-Triangulation. Hauptdreiecke. Sechster Theil. Gemessen und bearbeitet von der Trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme. Mit einem Uebersichtsblatt und 27 Skizzen. Berlin 1894.

†) Für das Centrum der Sternwarte sind aus neuerer Zeit die nachstehenden Bestimmungen der Polhöhe vorhanden. Es erhielten nach den Sitzungsberichten der mathematisch-physikalischen Klasse der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig aus dem Jahre 1893 durch Messungen von Zenitdistanzen am *Wanschaffschen* Universal-Instrument:

Schnauder, 1885/86 51° 20' 5",82 (*R. Schumann*, Die Polhöhe der Leipziger Sternwarte, S. 280)

Hayn, 1890/91 5,92 (*Fr. Hayn*, „ „ „ „ „ S. 315)

Hartmann, 1891/92 5,89 (*J. Hartmann*, „ „ „ „ „ S. 509)

Im Mittel: 51° 20' 5",88.

Ueberträgt man diesen Werth auf die Thurmmitte der Pleissenburg, so ergibt sich für diese 51° 20' 16",48.

(9). **Grossenhain.**

Die zur Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes des trigonometrischen Punktes I. Ordnung des sächsischen Dreiecksnetzes, des Basiszwischenpunktes Grossenhain, dienenden Beobachtungen sind von *Seeliger* und *Weinek* 1872 angestellt worden. Es kamen dabei ein der sächsischen Gradmessungs - Kommission gehöriges 10-zölliges Universal-Instrument von *Pistor & Martins* und das Passagen-Instrument Nr. I des preussischen Geodätischen Instituts zur Verwendung.

Die aus Messungen von Zenitdistanzen abgeleitete Polhöhe ist 51° 18' 19",84
und die aus Durchgangsbeobachtungen im 1. Vertikal erhaltene 20,26.
Das Mittel beider Bestimmungen ist 51° 18' 20",05.

Das Azimut der Richtung nach Collm wurde einmal durch direkte Winkelmessung zwischen dem Polarstern und dem Heliotropen auf Collm zu 269° 58' 37",60 und ein zweites Mal durch Einschaltung einer nördlichen Meridianmarke zu 269° 58' 35",91 bestimmt. Entsprechend den zugehörigen mittleren Fehlerquadraten wird das Mittel der beiden Bestimmungen 269° 58' 37",33. Da ferner der Winkel Collm—Grossenhain—Strauch = 99° 35' 27",26*) beträgt, so ergibt sich für das Azimut nach Strauch 9° 34' 4",59.

(10). **Schneekoppe.**

Die Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes für den trigonometrischen Punkt der Längengradmessung ist 1888 durch *Albrecht* und *Pichter* ausgeführt worden**).

Für die Polhöhe sind die nachstehenden Werthe erhalten:

aus Messungen von Zenitdistanzen mit dem 13-zölligen Universal-Instrument
des G. I. 50° 44' 21",01
aus Beobachtungen im 1. Vertikal mit dem Passagen-Instrument Nr. III
des G. I. 20,81
durch Anwendung der Methode von *Horrebow* mit dem Zenitteleskop des G. I. 20,71,
also im Mittel 50° 44' 20",84.

Die Ableitung des Azimutes der Richtung Schneekoppe—Gröditzberg ist gleichfalls nach 3 Methoden erfolgt; es wurde gefunden

durch Winkelmessung zwischen dem Polarstern und einem auf dem
Dreieckspunkt Gröditzberg centrisch aufgestellten Heliotropen mit dem
13-zölligen Universal-Instrument 1° 34' 48",58
durch Vermittelung einer nördlichen Meridianmarke mit dem Passagen-
Instrument Nr. I des G. I. 47,70
durch direkte Durchgangsbeobachtungen des Polarsternes im Vertikal des
Gröditzberges mit dem Passagen-Instrument Nr. I 48,62.

*) Astronomisch-geodätische Arbeiten im Königreiche Sachsen. III. Abtheilung. Die astronomischen Arbeiten. S. 85, 103 und 114. II. Abtheilung. Das trigonometrische Netz I. Ordnung. S. 660.

**) Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes. Astronomisch-geodätische Arbeiten I. Ordnung. Berlin 1890. Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes auf der Schneekoppe im Jahre 1888. S. 186, 187; 236, 259, 260.

Entsprechend dem Umfange der Beobachtungen sind diese 3 Werthe mit den Gewichten 1, 1, $\frac{1}{2}$ zu dem Mittelwerth $1^{\circ} 34' 48",24$ für das Azimut Schneekoppe—Gröditzberg vereinigt worden.

Eine ältere, im Jahre 1863 von *Baeyer* und *Sadebeck* vorgenommene Polhöhen- und Azimutbestimmung wurde nicht benutzt. Die erstere, welche (nach S. 189/90 der Astr.-geod. Arbeiten im Jahre 1888) wegen verschiedener Mängel — neben Unzulänglichkeit des Beobachtungsmaterials noch mangelhafte Temperaturbestimmungen — zu Bedenken Anlass gab, lieferte einen um $0",90$ kleinern Werth, als umstehend angegeben ist*). Die Azimutbestimmung, die nach 5 Richtungen stattfand, von denen aber nur 2 dem Netze I. Ordnung angehören, ist hier wegen wahrscheinlich ungenügender Elimination der systematischen Theilungsfehler nicht berücksichtigt worden (vergl. S. 237 der Astr.-geod. Arbeiten, 1888). Sie ergab für die Richtung Schneekoppe—Gröditzberg $1^{\circ} 34' 49",39^{**}$). Führt man jedoch den Winkel Gröditzberg—Zobten der Längengradmessung (I, S. 123) ein, so wird dieser Werth um $0",56$ kleiner.

(11). Breslau.

Polhöhe und Azimut sind 1862 mit dem 13-zölligen Universal-Instrument des G. I. von *Pistor & Martins* auf dem Ostpfeiler der Sternwarte, dem Gradmessungspfeiler, beobachtet worden.

Die von *Baeyer*, *Sadebeck* und *J. G. Galle* durch Messen von Zenitdistanzen bewirkte Polhöhenbestimmung ergab nach einer Neureduktion infolge verbesserter Sternpositionen $51^{\circ} 6' 55",82^{***}$).

Das Azimut einer nördlichen Meridianmarke ist nach *Baeyers* und *Sadebecks* Messungen $0^{\circ} 0' 4",97 \dagger$)
 nach dem 1. Kap., § 6, S. 17, ist Winkel Meridianmarke—Goy $145^{\circ} 46' 3",54$,
 mithin Azimut Breslau, Gradmessungspfeiler,—Goy $145^{\circ} 46' 8",51$.
 Das Centrum der Sternwarte liegt nach der Ausgleichung von
v. d. Sande Bakhuyzen östlich von Greenwich $17^{\circ} 2' 12",26$.
 Die Reduktion auf den Gradmessungspfeiler beträgt, aus den Angaben von S. 18, 1. Kap., § 6, berechnet, $+ 0,28$.
 Die geographische Länge des Gradmessungspfeilers ist daher $17^{\circ} 2' 12",54$.

(12.) Rosenthal.

Die geographische Breite ist 1864 von dem Kapitän *Zylinski* auf dem Südpfeiler mit dem 12-zölligen *Repsold*schen Vertikalkreise durch Zenitdistanzmessungen ermittelt worden.

Die Polhöhe des Südpfeilers ist $\dagger\dagger$) $51^{\circ} 8' 10",00$
 Reduktion auf den Nordpfeiler, den trig. Punkt des Rosenthaler Netzes, aus
 den auf S. 18/19, 1. Kap., § 6, gegebenen Daten berechnet, $+ 0,07$,
 mithin Polhöhe des trigonometrischen Punktes $51^{\circ} 8' 10",07$.
 Eine Azimutbestimmung hat nicht stattgefunden.

*) Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1879 und 1880. S. 42.

**) Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—66. S. 53.

***) Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1879 und 1880. S. 40.

†) Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—66. S. 31.

††) „Sapiski“, Bd. 46, S. 377, 378 u. 389.

(13). **Trockenberg.**

Der astronomische Punkt ist mit dem Dreieckspunkt der Längengradmessung identisch.

Die Bestimmung der Polhöhe fand 1852 durch *Baeyer* statt; es wurden Zenitdistanzen mit dem 13-zölligen Universal-Instrument von *Pistor & Martins* gemessen. Die Umrechnung auf die Positionen des Fundamental-Katalogs lieferte als Werth der Polhöhe $50^{\circ} 24' 43''.89^*$.

Die Beobachtung des Azimuts der Richtung nach dem trigonometrischen Punkt Lubschau der Längengradmessung erfolgte 1889 in doppelter Weise durch *Borrass* und *Richter***).

Der erstere fand durch Vermittelung einer nördlichen Meridianmarke
mit dem Passagen-Instrument Nr. I des G.-I. $19^{\circ} 36' 31''.06$,
während *Richter* aus Durchgangsbeobachtungen des Polarsternes durch
die Vertikalen einer Ost- und einer Westmarke, welche sich nahe
dem Meridian befanden, mit dem Passagen-Instrument Nr. III des
G.-I bekam $30,77$.
Im Mittel erhielt man für das Azimut Trockenberg—Lubschau $19^{\circ} 36' 30''.92$.

Eine ältere, 1852 von *Baeyer* ausgeführte Azimutbestimmung der Richtung nach Markowice***) giebt mit dem

Winkel Markowice—Lubschau der „Verbindungen“, S. 376: $19^{\circ} 36' 32''.79$
und mit dem der L.-Gr. I, S. 149: $32,66$.

Dieser Werth des Azimutes ist nach S. 272 der Astr.-geod. Arbeiten, 1888/89, wegen verschiedener Mängel, namentlich wegen unvollständiger Elimination der periodischen Theilungsfehler, zu verwerfen.

(14). **Mirow.**

In Mirow selbst haben keine astronomischen Beobachtungen stattgefunden. Polhöhe und geographische Länge sind 1884 für den, gegen 4 km entfernten Hauptthurm der Parochialkirche in Czenstochau von den russischen Oberstlieutenants *Poljanovski* und *Miontschinski* bestimmt worden. Als Werth dieser Polhöhe hat sich durch Zenitdistanzmessungen vermittelst eines Vertikalkreises von *Repsold* $50^{\circ} 48' 51''.1$ ergeben. Der Längenunterschied ist gegen Warschau beobachtet worden. Das Azimut wurde 1849 auf Markowice von dem Astronomen *Praschmovski* mit dem Universal-Instrument Nr. 69 von *Ertel* gemessen; es fand sich das Azimut Markowice—Lysiec

$$= 335^{\circ} 51' 21''.28^{\dagger}).$$

Die geodätische Uebertragung der astronomischen Werthe auf den trigonometrischen Punkt Mirow lieferte††)

*) Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1879 und 1880. S. 36.

**) Astronomisch-geodätische Arbeiten 1. Ordnung. 1890. Bestimmung des Azimuts auf Station Trockenberg in Jahre 1889. S. 271.

***) Die Verbindungen der preussischen und russischen Dreiecksketten bei Thorn und Tarnowitz. Herausgegeben von *J. J. Baeyer*. Berlin 1857. S. 123.

†) „Sapiski“, Bd. 46, S. 385, 371/72, 441.

††) „Sapiski“, Bd. 47, S. 324, 217.

für die Polhöhe $50^{\circ} 48' 40{''}3^{*}$,
für das Azimut Mirow—Lysiec $210^{\circ} 47' 29{''}35$,
und für die Längendifferenz Czenstochau—Mirow + $3' 21{''}01$.

Da nach der Ausgleichung des Längennetzes von *v. d. Sande Bakhuyzen*

Czenstochau $19^{\circ} 7' 52{''}98$ östl. v. Gr. liegt,
so folgt als geographische Länge von Mirow . $19^{\circ} 11' 13{''}99$.

Die astronomischen Werthe sind in den „Sapiski“ mit *Clarke's* Elementen des Erdellipsoids übertragen worden; die so erhaltenen Werthe wurden dennoch unverändert beibehalten, da sie für Mirow doch nur als willkürliche Annahmen anzusehen sind. Der Uebergang zu *Bessels* Elementen, der übrigens nur geringfügige Aenderungen hervorgerufen hätte, konnte auch schon deshalb unterbleiben, weil die Unterlagen für die Uebertragung von Czenstochau nicht sehr genau zu sein scheinen; für den log (Czenstochau—Mirow) sind 4 verschiedene Angaben vorhanden**).

Das angegebene Azimut kam bei der geodätischen Linie Mirow—Warschau, die allein aus der südlichen russischen Dreieckskette abgeleitet worden ist, zur Verwendung. Bei der Einführung des Azimutes in die Berechnung von Trockenberg—Mirow mussten jedoch auf Mirow die Winkel zwischen den 3 Strahlen nach Olstin, Lysiec und Grabowka, welche dem I. Hefte der Längengradmessung und dem 47. Bande der „Sapiski“ gemeinschaftlich sind, so festgehalten werden, wie sie die dritte Ausgleichung auf S. 261 der L.-Gr. I ergibt. Dem entsprechend sind bei den Rechnungen für die Linien Mirow—Warschau und Trockenberg—Mirow die folgenden Azimute anzuwenden:

Azimut	Mirow — Warschau „Sapiski“, Bd. 47, S. 205 u. 217.	Trockenberg — Mirow
Mirow—Olstin	$141^{\circ} 12' 17{''}01$	$16{''}81$
„ —Lysiec	$210 47 29{''}35$	$29{''}27$
„ —Grabowka	$284 31 28{''}79$	$29{''}07$

(15). Rauenberg.

Der trigonometrische Punkt der Küstenvermessung und des neuen Berliner Basisnetzes ist auch astronomische Station***).

Die Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes erfolgte 1886 durch Prof. *Albrecht* und Dr. *Galle*†), und 1887 durch Prof. *Fischer*††).

*) Die auf S. 314, Bd. 47 der „Sapiski“ angegebene Polhöhe = $50^{\circ} 48' 40{''}1$ ist unrichtig.

**) Nach Bd. 47, S. 324, ist log (Czenstochau—Mirow) = 3,5965490, nach S. 313: . . . 5239 und . . . 5352, und nach S. 194: . . . 5240. Gerechnet ist in den „Sapiski“ mit dem ersten Werthe.

***) Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts. Astronomisch-geodätische Arbeiten I. Ordnung. Telegraphische Längenbestimmungen im Jahre 1887. Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes auf den Stationen Rauenberg und Kiel in den Jahren 1886 und 1887. Berlin 1889. S. 86/87.

Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts. Das Berliner Basisnetz. 1885—1887. Mit 2 Tafeln. Berlin 1891. S. 85.

†) Astr.-geod. Arbeiten 1886 u. 1887. S. 101, 129 u. 154; S. 164 u. 185.

††) Berliner Basisnetz. S. 84/85.

1886 wurde als Polhöhe erhalten durch Messen von Zenitdistanzen mit dem 13-zölligen Universal-Instrument des G. I. 52° 27' 12",48
 durch Beobachtungen im 1. Vertikal mit dem Passagen-Instrument Nr. I d. G. I. 11,84
 nach der Methode von *Horrebow* mit dem Passagen-Instrument Nr. I 11,80;
 1887 ergab sich durch Messen von Zenitdistanzen mit dem 10-zölligen Universal-Instrument Nr. II 12,64.
 Als Polhöhe ist das Mittel dieser 4 Bestimmungen 52° 27' 12",19
 angenommen worden.

Die Beobachtungen für das Azimut der Richtung Rauenberg—Glienicke lieferten die folgenden Werthe:

im Jahre 1886 durch direkte Winkelmessung zwischen dem Polarstern und Glienicke mit dem 13-zölligen Universal-Instrument 178° 10' 23",81
 und durch Einschaltung einer Meridianmarke mit dem Passagen-Instr. Nr. I 23,74;
 im Jahre 1887 durch direkte Winkelmessung mit dem 10-zölligen Universal-Instrument Nr. II 23,63.
 Das Mittel der 3 Azimutbeobachtungen ist 178° 10' 23",73.

Eine Azimutbestimmung von *Baeyer* aus dem Jahre 1859, die für die Richtung Rauenberg—Berlin, Marienthurm, 19° 46' 4",87 gab, konnte nicht benutzt werden, da in der Zeit zwischen der Küstenvermessung und der Messung des neuen Berliner Basisnetzes das Kreuz der Marienkirche eine Lagenverschiebung erfahren hat*). Mit dem Winkel Berlin, Marienthurm,—Glienicke der Küstenvermessung = 158° 24' 15",03 würde nämlich das Azimut nach Glienicke = 178° 10' 19",90, mit demselben Winkel des neuen Berliner Basisnetzes = 158° 24' 19",21 dagegen 178° 10' 24",08 werden**).

(16). Berlin.

Der astronomische Punkt ist das Centrum der grossen Kuppel der Sternwarte.

Als mittlerer Werth der Polhöhe ist von Professor *Küstner* aus seinen eignen, 1884 und 1885 angestellten Beobachtungen, sowie aus den fortlaufenden Beobachtungen in den Jahren 1889—1892 von Dr. *Marcuse* und Dr. *Battermann* 52° 30' 16",48 abgeleitet worden. Diese Beobachtungen der Polhöhe haben am Universaltransit der Sternwarte nach der Methode von *Horrebow* stattgefunden***).

Durch Messen von Zenitdistanzen erhielt *Baeyer* im Jahre 1853 mit dem 13-zölligen Universal-Instrument von *Pistor & Martins* des G. I. 52° 30' 17",12; *Sadebeck* und *Albrecht* fanden 1866 nach derselben Methode und mit demselben Instrument 52° 30' 16",74†). Diese Werthe sind hier nicht mehr benutzt worden. Eine Azimutbestimmung fehlt.

*) Jahresbericht des Direktors des Königl. Geodätischen Instituts für die Zeit von April 1890 bis April 1891. (Als Manuskript gedruckt.) Berlin 1891. S. 10.

**) Der obige Werth für den Winkel Berlin, Marienthurm,—Glienicke des Berliner Basisnetzes ist erhalten, indem die Stationsergebnisse auf Rauenberg, S. 49, an die festen Werthe der Netzausgleichung, S. 69, angeschlossen wurden, was dort ebenso, wie auch der Anschluss der Richtung Glienicke—Berlin, S. 58, an die festen von Glienicke ausgehenden Strahlen irrtümlicher Weise unterblieben ist. In der Zusammenstellung der definitiven Richtungen und Entfernungen, S. 69 u. S. 86, ist demnach unter Rauenberg für die Richtung nach Berlin an Stelle von 277° 30' 57",023 zu setzen 277° 30' 57",192, und unter Glienicke bei Berlin für 268° 8' 26",747, bzw. 30",917 auf S. 86, zu setzen 268° 8' 31",071. Die Differenzen der Azimutbestimmungen, S. 86, werden damit

Baeyer — *Albrecht* (Mittel) = + 0",30 anstatt + 0",46
Baeyer — *Fischer* = + 0,45 „ + 0,61.

***) *F. Küstner*. Notiz über die mittlere Polhöhe von Berlin. Astr. Nachr. Bd. 132, Nr. 3151, S. 110.

†) Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1879 und 1880. S. 37 u. 49.

(17). Springberg.

Der sowohl der Kette von 1865 als auch der schlesisch—posenschen Kette der Landesaufnahme angehörende Dreieckspunkt diente auch als astronomische Station.

Die Beobachtungen zur Bestimmung der Polhöhe und des Azimutes sind 1881 von *Richter* angestellt worden*).

Es ergab sich für die Polhöhe

aus Zenitdistanzmessungen mit dem 13-zölligen Universal-Instrument des G. I.	53° 11' 1",49
durch Beobachtungen im 1. Vertikal mit dem Passagen-Instrument Nr. I	
des G. I.	0,39,
und im Mittel . . .	53° 11' 0",94.

Das Azimut der Richtung Springberg—Dembe ist durch Vermittelung einer im 1. Vertikal aufgestellten Marke mit dem Passagen-Instrument Nr. I bestimmt worden; es wurde aber auch noch ein Werth für das Azimut herangezogen, der aus einigen, der Bestimmung der Polhöhe wegen ausgeführten Durchgangsbeobachtungen im 1. Vertikal abgeleitet worden war.

Azimut Springberg—Dembe = 188° 44' 6",31.

(18). Schönsee.

Der astronomische Punkt Schönsee ist identisch mit dem trigonometrischen Punkte Kowalewo der Weichselkette.

Polhöhe und Azimut wurden 1882 durch Prof. *Albrecht* und *Richter* bestimmt**).

Für die Polhöhe wurde erhalten

durch Zenitdistanzmessungen mittelst des 13-zölligen Universal-Instrumentes des G. I.	53° 9' 26",23
durch Beobachtungen im 1. Vertikal mit dem Passagen-Instr. Nr. I des G. I.	26,21,
im Mittel	53° 9' 26",22.

Für das Azimut der Richtung nach dem Punkte Culmsee der Kette von 1865 wurde gefunden

durch direkte Winkelmessung zwischen dem Polarstern und dem irdischen Objekte mit dem Universal-Instrument	280° 11' 44",16
durch Vermittelung einer Meridianmarke mit dem Passagen-Instrument .	44,59,
im Mittel	280° 11' 44",38.

Die Reduktion von Culmsee der Kette von 1865 auf Culmsee der Weichselkette, 1853, beträgt nach dem ersten Theil der Hauptdreiecke der

Landes-Triangulation, S. 41/42 oder S. 288***)	— 58",51,
mithin ist das Azimut Schönsee—Culmsee, 1853	280° 10' 45",87.

*) Publikation des Königl. Preuss. Geodätischen Institutes. Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1881 und 1882. Berlin 1883. S. 103, 122 u. 133.

**) Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1881 und 1882. S. 166, 182, 194 u. 195.

***). Die Königl. Preuss. Landes-Triangulation. Hauptdreiecke. Erster Theil. Zweite vermehrte Auflage. Herausgegeben vom Bureau der Landes-Triangulation. Mit 3 Karten. Berlin 1870.

(19). **Warschau.**

Die trigonometrische und astronomische Station der russischen Längengradmessung ist das Centrum des östlichen Thurmes des Observatoriums*). Dieser dem Warschauer Basisnetze angehörende Punkt gilt als Centralpunkt der Triangulation für das Königreich Polen.

Für die Polhöhe liegen 3 durch Messen von Zenitdistanzen erhaltene Werthe vor**).

1846 fand Astronom <i>Praschmovski</i> auf dem trigonometrischen Punkte mit dem Universal-Instrument Nr. 69 von <i>Ertel</i>	52° 13' 5",19
1865 beobachteten Kapitän <i>Zylinski</i> und Dr. <i>Tiele</i> mit einem Vertikalkreise von <i>Repsold</i> auf dem steinernen Pfeiler der Längengradmessung. Mit Berücksichtigung der Reduktion, — 0",11, von letzterem auf den östlichen Thurm ergab sich	4,92
1875 erhielten Oberst <i>Zinger</i> und Kapitän <i>Sawitzki</i> auf dem trigonometrischen Punkte mit einem Vertikalkreise von <i>Repsold</i>	4,62.
Das Mittel der 3 Beobachtungen	52° 13' 4",9

ist in Uebereinstimmung mit den Angaben auf S. 317, 324, 325, 327 des 47. Bandes der „Sapiski“.

Die geographische Länge des Centrums der Sternwarte ist nach der <i>Bakhuyzenschen</i> Ausgleichung	21° 1' 49",98
Die Reduktion vom Centrum auf den östlichen Thurm beträgt	+ 0,62.
Mithin ist die geographische Länge des östlichen Thurmes	21° 1' 50",60.

Das Azimut ist 1846 auf dem trigonometrischen Punkte für die Richtung nach dem Punkte Warschau, Theater, durch *Praschmovski* mit dem Universal-Instrument Nr. 69 von *Ertel* bestimmt worden***).

Azimut Warschau, Observatorium, — Warschau, Theater	= 338° 18' 9",14
Aus den Angaben des Warschauer Basisnetzes†) erhält man für den Winkel Warschau, Theater, — Kobelka	61 29 54,31
und für den Winkel Warschau, Theater, — Milosna	107 29 22,61
mithin Azimut Warschau, Observatorium, — Kobelka	39° 48' 3",45
und „ „ „ — Milosna	85 47 31,75.

Auf S. 342 des 47. Bandes der „Sapiski“ ist dagegen angegeben

für den Winkel Warschau, Theater, — Warschau, Observat.—Milosna . . .	107° 29' 35",65
und dem entsprechend für das Azimut Warschau, Observat.—Milosna . . .	85 47 44,79.

Dieser letzte Werth hat im 47. Bande zur Ableitung der Azimute auf Warschau, Observatorium, für die beiden, aus der nördlichen und aus der südlichen Dreieckskette berechneten geodätischen Linien Warschau—Mirow gedient; mit den so erhaltenen Azimuten sind, S. 325, die

*) Die Koordinaten der in Warschau benutzten Beobachtungspunkte sind im 42. Bande der „Sapiski“, S. 214, mitgetheilt.

**) „Sapiski“, Bd. 46, S. 383, 384 und 386.

***) „Sapiski“, Bd. 46, S. 440/442; „Sapiski“, Band 47, S. 342.

†) „Sapiski“, Bd. 47, S. 64 und 68, und 1. Kap., § 7, S. 20.

Parallelbogen und geodätischen Längendifferenzen abgeleitet worden. Aus der südlichen Dreieckskette hat sich hiernach mit dem S. 226 gefundenen Werthe für den Winkel Milosna—Warschau, Observatorium, — Mirow = $134^{\circ} 10' 38,78$ (siehe 4. Kap., § 20. Geodätische Linie Mirow—Warschau) als Azimut Warschau, Observatorium,—Mirow, wie auch auf S. 342 angegeben ist, $219^{\circ} 58' 23,57$ ergeben. Andererseits findet man aber auf S. 227 bei der Berechnung der geodätischen Linie Warschau, Observatorium,—Grodno

für das Azimut Warschau, Observatorium,—Kobelka . .	39°	48'	3,39
„ „ „ „ „ —Milosna . .	85	47	31,69,

und ferner in der Tabelle I, S. 316,

für das Azimut Warschau—Mirow	219	58	10,58.
---	-----	----	--------

Für letzteres würde man, immer die Richtigkeit des Winkels Milosna—Mirow vorausgesetzt, mit dem unstehend zuerst angeführten Werthe für das Azimut nach Milosna $219^{\circ} 58' 10,53$ erhalten haben.

Die 3 Werthe von S. 227 und 316 sind also in naher Uebereinstimmung (die Abweichungen betragen $-0,06$, $-0,06$, $+ 0,05$) mit den Azimuten, wie sie unter Zugrundelegung des Winkels Theater—Milosna des Warschauer Basisnetzes gefunden sind, während die S. 342 mitgetheilten Werthe um $13,04$ zu gross sind, um welchen Betrag eben der hier gegebene Winkel Theater—Milosna von dem des Basisnetzes abweicht.

Das Azimut Warschau, Observatorium,—Warschau, Theater, hat keine Verbesserungen infolge Centrirungen bekommen; dasselbe ist nach „Sapiski“, Band 46, S. 440/41, direkt vom trigonometrischen Punkt auf dem Observatorium aus nach einer centrisch stehenden Pyramide auf dem Theater beobachtet worden. Es wurde dies auch durch die Nachrechnung der Uebertragung des Azimutes auf die Richtung Warschau, Theater,—Milosna bestätigt gefunden, welche mit den Werthen des Warschauer Basisnetzes denselben Werth ergab, wie auf S. 441 angegeben ist. Die Identität des Punktes Milosna im Basisnetz mit dem der Kette ist unzweifelhaft, da das Ausgangsdreieck Warschau, Theater,—Milosna—Kobelka für die von Warschau ausgehenden Ketten auf S. 171 genau mit den Angaben auf S. 64 und 68 des Warschauer Basisnetzes erhalten wird.

Hiernach muss man annehmen, dass die im 47. Bande der „Sapiski“ auf S. 342 mitgetheilten Werthe der Azimute auf Warschau, Observatorium, nach Milosna und Mirow falsch sind. Daher werden auch die auf S. 325 damit berechneten Parallelbogen und Längendifferenzen, die weiterhin in die Tabellen II und IV, S. 340 und 341, übernommen sind, unrichtig.

4. Kapitel.

Geodätische Linien, relative Lothabweichungen, Laplacesche Gleichungen und Parallelbogen.

§ 1. Der Rechnungsgang im allgemeinen und Zusammenstellung der Formeln.

Für die Rechnungen dieses Kapitels wurden zum grössten Theil die Methoden und die Formeln angewendet, die im I. Hefte der „Lothabweichungen. Berlin, 1886“ von Herrn Professor *Helmert* entwickelt worden sind. Es würde daher im allgemeinen der Hinweis auf diese Veröffentlichung genügen. Da jedoch die Berechnung der Parallelbogen dort nicht vorkommt, und da es ferner angemessen erschien, die Längengradmessung in 52° Breite in jeder Hinsicht möglichst unabhängig zu machen, so sollen im Folgenden die Formeln und der Theil der Hülftafeln, der hier in Frage kommt, in ihrer Gesamtheit aufgeführt werden. In Bezug auf die Ableitung und die Genauigkeit der Formeln zur Berechnung der Lothabweichungen ist ausser auf das I. Heft der „Lothabweichungen“ noch auf den I. Band von *Helmerts* „Theorieen der höheren Geodäsie“, besonders auf S. 546 u. f., zu verweisen.

Die Dreiecksberechnungen zum Zwecke der Ableitung der geodätischen Linien konnten überall rein sphärisch erfolgen, da der Excess, infolge der fast immer sehr nahe in der Richtung der geodätischen Linien verlaufenden Dreiecksketten, niemals einen Betrag erreichte, der die Berücksichtigung sphäroidischer Korrekturen nöthig gemacht hätte. Der sphärische Excess wurde unter Benutzung des Krümmungsmaasses für die Mittelbreite jedes einzelnen Dreiecks abgeleitet.

Die Berechnung der Dreiecke aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel erfolgte grösstentheils unter Benutzung der wohl zuerst von *Gerling* hierfür empfohlenen Formeln*)

$$\begin{aligned}c \sin \frac{A^* - B^*}{2} &= (a - b) \cos \frac{C^*}{2} \\c \cos \frac{A^* - B^*}{2} &= (a + b) \sin \frac{C^*}{2},\end{aligned}$$

wo a, b, c die Seiten und A^*, B^*, C^* die ebenen Winkel des Dreiecks bedeuten. Da sich indessen trotz der doppelten Ableitung von c noch Fehler einschleichen können, so ist eine weitere Kontrolle durch eine der Formeln

$$\begin{aligned}c &= a \frac{\sin C^*}{\sin A^*} = b \frac{\sin C^*}{\sin B^*} \\c &= a \cos B^* + b \cos A^*\end{aligned}$$

zu empfehlen. Entsprechend dem Vorgehen in der L.-Gr. I wurden bei den Rechnungen 7-stellige Logarithmen benutzt, und die Winkel auf zwei Decimalen der Sekunden ermittelt.

*) *Christian Ludwig Gerling*. Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gegenden. Cassel. 1839. S. 221, Anmerkung. — Astr. Nachr., Bd. 3, Nr. 62, S. 234.

Im allgemeinen wurden zur Ableitung der geodätischen Linien und ihrer Azimute in den Endpunkten zwei verschiedene Züge von Seiten benutzt. Die Uebereinstimmung der so erhaltenen Resultate ergab dann auch noch eine Prüfung der ganzen Dreiecksausgleichung. Wenn bei einigen Linien keine getrennten Rechnungswege aufgeführt werden, so rührt dieses zum Theil daher, dass zwischen zwei schon doppelt verbundenen und kontrollirten Punkten ein neuer eingeschaltet wurde, oder weil, wie z. B. bei den englischen und theilweise bei den russischen Dreiecksketten, schon definitive Resultate vorlagen. In dem ersten Falle wurden jedoch durchgreifende Kontrollen aus den Lothabweichungsgleichungen hergeleitet. Für jede geodätische Linie wurden die Seitenlogarithmen immer auf ein- und dieselbe Grundlinie, meistens auf die Lommeler, bezogen; erst nachträglich wurden die im 2. Kapitel abgeleiteten Korrekturen wegen der Berücksichtigung der Grundlinienanschlüsse und wegen der Reduktion auf internationale Meter angebracht.

In den folgenden Paragraphen sind sämmtliche berechneten Dreiecke zusammengestellt, theils um mit dem schon veröffentlichten russischen Theil der Längengradmessung in Uebereinstimmung zu bleiben, theils um für künftige Rechnungen oder spätere Einschaltungen nützliches Material zur Verfügung zu stellen. Bei der Zusammenstellung der Dreiecke ist der erste Punkt immer der, an dem der Winkel bekannt ist, der zweite ein vorhergehender und der dritte der neue, folgende Punkt.

Die Berechnung der relativen Lothabweichungen benachbarter Punkte erfolgte nach den nebenstehenden, aus dem Anhang zum I. Heft der „Lothabweichungen“ abgedruckten Formeln.

Zur Ableitung der \bar{T} und \bar{S} aus den \bar{B} und \bar{L} wurden 7-stellige Logarithmen benutzt. Nur für Greenwich—Feaghmain (Längendifferenz = $10^{\circ} 21'$) wurden Logarithmen mit 8 Decimalstellen angewendet, und auch die sphärischen Glieder vierter Ordnung*) berücksichtigt; bei allen anderen Linien sind diese Glieder vierter Ordnung unmerklich. Die Aufnahme der Formeln und der Tafeln für die sphärischen Glieder vierter Ordnung wurde deshalb unterlassen. Hinlänglich genaue Werthe der \bar{B} und \bar{L} standen zumeist schon aus früheren Rechnungen zur Verfügung oder waren doch durch einfache Näherungsberechnungen leicht zu erlangen. Es möge noch besonders hervorgehoben werden, dass allen Rechnungen die *Besselschen* Elemente des Erdellipsoides zu Grunde liegen.

Die p, q, r wurden mit 5-stelligen Logarithmen berechnet; für die p, q, r mit den Indices 4 und 5 sind die strengen Formeln benutzt worden. Die so erhaltenen Werthe der p, q, r mit den Indices 1 bis 4 wurden auf 4 Decimalstellen und die mit den Indices 5 und 6 auf ganze Einheiten abgerundet.

Alle diese Rechnungen und die schliessliche Ableitung der ξ und λ haben wir doppelt geführt oder durch Kontrolllinien geprüft. Die konstanten Glieder in den Ausdrücken für ξ und λ wurden auf zwei Decimalen der Sekunden abgerundet.

Beruheten die Werthe der astronomischen Azimute nicht auf besonderen Azimutbestimmungen, wie es für die Punkte Haverfordwest, Rosenthal, Mirow und Berlin der Fall ist, so sind ihre Verbesserungen mit $\Delta T'_{i,k}$ bezeichnet worden. In diesen Fällen haben die konstanten Glieder der λ aus den Azimutmessungen und die konstanten Glieder der *Laplaceschen* Gleichungen keine reelle Bedeutung; sie wurden deshalb mit cursiven Lettern gedruckt.

Von den Tafeln für $\log [1]$ bis $\log [9]$ wurde der bei der Längengradmessung allein in Frage kommende Theil zwischen 50° und 54° aufgenommen. Die Tafeln für $\log \cos \frac{l}{2}$ wurden weggelassen, weil bei 7-stelliger Berechnung die gewöhnlichen Logarithmentafeln ausreichen, ebenso die Tafeln für $\log \frac{m}{s}$ und $\log \frac{dm}{ds}$, weil sich ihre Berechnung aus den nachstehenden Formeln schon einfach genug ergibt.

*) Vergl. „Lothabweichungen. Heft I“, S. 15, und Tafeln, S. 26.

I. Formeln

zur Berechnung der geodätischen Linie zwischen zwei Punkten des Erdellipsoides aus deren geographischen Koordinaten, sowie zur Berechnung der Lothabweichungen.

Gegeben: B_i, B_k , die Breiten, $b = B_k - B_i$ in Sekunden,
 L_i, L_k , die östlichen Längen, $l = L_k - L_i$ „ „
 Gesucht: S , die kürzeste Entfernung, in Metern.
 $T_{i.k} = T - \frac{1}{2} t$, . . . nordöstliches Azimut im Punkte i .
 $T_{k.i} = T + \frac{1}{2} t \pm 180^\circ$, „ „ „ „ k .

S, T und t berechnen sich mittelst der Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \log t &= \log \left\{ m \sec \frac{b}{2} \right\} + [3] n^2 + [6] b^2 + Gl_4, \\ \log (S \sin T) &= \log \{ n [1] \} - [4] m^2 + [7] b^2 + Gl_4, \\ \log (S \cos T) &= \log \left\{ b [2] \cos \frac{l}{2} \right\} + [5] n^2 + [8] l^2 + Gl_4, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

wobei folgende Bezeichnungen eingeführt sind:

$$\begin{aligned} m &= l \sin B, & n &= l \cos B, & B &= \frac{B_i + B_k}{2}, \\ [1] &= \frac{a}{q'' W}, & [2] &= \frac{a (1-e^2)}{q'' W^3}, & W^2 &= 1 - e^2 \sin^2 B, \\ [3] &= [4] \frac{2 W^2}{1-e^2} = 2 [4] \frac{[1]}{[2]}, \\ [4] &= \frac{10^7 M}{24 q''^2} = \text{num} \log (4,6287228 \dots - 10), \\ [5] &= [4] \left\{ 1 - \frac{2e^2}{1-e^2} \cos^2 B \right\}, & [6] &= [4] \frac{2e^2}{W^2} \cos^2 B, \\ [7] &= [4] \frac{(1-e^2)(1-10e^2 \sin^2 B)}{W^4}, \\ [8] &= [4] \frac{3e^2}{W^4} \left\{ 1 - (2-e^2) \sin^2 B \left(1 - \frac{3e^2}{2-e^2} \cos^2 B \right) \right\}. \end{aligned}$$

Die Koeffizienten [3] bis [8] beziehen sich auf Einheiten der 7. Decimalstelle.

$$\begin{aligned} \text{Konstanten: } \log a &= 6,8046434.637 \\ \log a \sqrt{1-e^2} &= 6,8031892.839 \\ \log M &= 9,6377843.113 \dots - 10, \\ \log q'' &= 5,3144251.332 \dots \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \log a \\ \log a \sqrt{1-e^2} \\ \log M \\ \log q'' \end{aligned}} \right\} \text{ nach Bessel,}$$

Zur Berechnung der Lothabweichungen ξ und λ in Breite und Länge dienen die Formeln:

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \xi_k = (B'_k - \bar{B}_k) + \delta B'_k + p_1 \left\{ (B'_i - \bar{B}_i) + \delta B'_i - \xi_i \right\} - p_2 \lambda_i \\ \quad + p_3 \left\{ (S'_{i,k} - \bar{S}_{i,k}) + \delta S'_{i,k} \right\} + p_4 \left\{ (T'_{i,k} - \bar{T}_{i,k}) + \delta T'_{i,k} \right\} + p_5 \frac{da}{a} + p_6 da; \\ \lambda_k = (L'_k - \bar{L}_k) - (\bar{L}_k - \bar{L}_i) + \delta L'_k - \delta L'_i + q_1 \left\{ (B'_i - \bar{B}_i) + \delta B'_i - \xi_i \right\} - q_2 \lambda_i \\ \quad + q_3 \left\{ (S'_{i,k} - \bar{S}_{i,k}) + \delta S'_{i,k} \right\} + q_4 \left\{ (T'_{i,k} - \bar{T}_{i,k}) + \delta T'_{i,k} \right\} + q_5 \frac{da}{a} + q_6 da; \\ \lambda_k = \frac{1}{\sin B_k} \left\{ (T'_{k,i} - \bar{T}_{k,i}) + \delta T'_{k,i} \right\} + r_1 \left\{ (B'_i - \bar{B}_i) + \delta B'_i - \xi_i \right\} - r_2 \lambda_i \\ \quad + r_3 \left\{ (S'_{i,k} - \bar{S}_{i,k}) + \delta S'_{i,k} \right\} + r_4 \left\{ (T'_{i,k} - \bar{T}_{i,k}) + \delta T'_{i,k} \right\} + r_5 \frac{da}{a} + r_6 da. \end{array} \right.$$

Es bezeichnen: δ eine Verbesserung der beobachteten Werthe B', L', S', T' ;
 $\bar{B}, \bar{L}, \bar{S}, \bar{T}$ zusammengehörige Näherungswerthe und
 m die reducirte Länge der geodätischen Linie.

Ferner ist:

$$\begin{array}{lll} p_1 = -\frac{[2]_i}{[2]_k} \cos l + Gl_4, & q_1 = -\frac{[2]_i}{[1]_k} \sin l \tan B_k + Gl_4, & r_1 = -\frac{[9] \sin l}{\sin B_k \cos B_k} + Gl_4, \\ p_2 = p_4 \sin B_i, & q_2 = -1 + q_4 \sin B_i, & r_2 = r_4 \sin B_i, \\ p_3 = \frac{\cos T_{k,i}}{[2]_k}, & q_3 = \frac{\sin T_{k,i}}{[1]_k} \sec B_k, & r_3 = q_3, \\ p_4 = -\frac{m \sin T_{k,i}}{q'' [2]_k} & q_4 = \frac{m \cos T_{k,i}}{q'' [1]_k} \sec B_k & r_4 = q_4 - \frac{1}{\sin B_k} \frac{dm}{dS} \\ = \frac{[1]}{[2]} \sin l \cos B_i + Gl_4, & = -\frac{p_5}{q''} \sec B_k + Gl_3, & = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\cos l \cos B_i}{\sin B_k \cos B_k} \\ + \frac{e^2 b}{q''} \cos B + Gl_4 \end{array} \right\}, \\ p_5 = -Sp_3 & q_5 = -Sq_3 & r_5 = q_5, \\ = b - \frac{mn}{2q''} + q'' Gl_3, & = l \frac{\cos B_i}{\cos B_k} + q'' Gl_3, & \\ p_6 = \left\{ \begin{array}{l} -2b \cos^2 B_m \\ + p_5 \sin^2 B_m + q'' Gl_3 \end{array} \right\}^*, & q_6 = q_5 \sin^2 B_i + q'' Gl_3, & r_6 = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{nb \cos^2 B}{q'' \sin B} \\ + q_6 + q'' Gl_3 \end{array} \right\}; \end{array}$$

$$\log [9] = -e^2 M \sin^2 B \cos^2 B,$$

$$\log m = \log S - \frac{1}{3} \frac{M}{2a^2} S^2 + Gl_4,$$

$$\log \frac{dm}{dS} = -\frac{M}{2a^2} S^2 + Gl_4,$$

$$\log \frac{e^2}{q''} = 2,510 \dots - 10,$$

$$\log \frac{1}{q''} = 4,68557 \dots - 10.$$

*) In den Koeffizienten p, q und r bezeichnet B ohne Index irgend einen Werth zwischen B_i und B_k , mit Ausnahme von p_6 , wo der Mittelwerth von B_i und B_k zu nehmen ist, um die angegebene Genauigkeit zu erreichen; deshalb ist hier der Index m angebracht.

II. Tafel für die Logarithmen
der Koeffizienten [1] bis [9] für B von 50° bis 54° .

B	log [1]	log [2]	log [3] 4, — 10	log [5] 4, — 10	log [6] 2, . . . — 10	log [7] 4, — 10	log [8] 2, . . . — 10
	D. 1'	D. 1'					
$50^\circ 0'$	1,4910 7050 _{41.6}	1,4898 6647 _{125.0}	4,930 957	4,626 30	2,372	4,611 87	2,151 _n
10	7466 _{41.6}	7897 _{124.8}	948	32	369	80	166 _n
20	7882 _{41.6}	9145 _{124.8}	940	34	366	73	180 _n
30	8298 _{41.5}	4899 0393 _{124.5}	932	36	363	66	194 _n
40	8713 _{41.5}	1638 _{124.5}	924	37	360	59	207 _n
50	9128 _{41.5}	2883 _{124.3}	915	39	357	52	220 _n
$51^\circ 0'$	1,4910 9543 _{41.3}	1,4899 4126 _{124.1}	4,930 907	4,626 41	2,354	4,611 45	2,233 _n
10	9956 _{41.4}	5367 _{124.0}	899	42	351	38	245 _n
20	4911 0370 _{41.2}	6607 _{123.8}	890	44	347	32	257 _n
30	0782 _{41.3}	7845 _{123.7}	882	46	344	25	268 _n
40	1195 _{41.1}	9082 _{123.5}	874	47	341	18	280 _n
50	1606 _{41.1}	4900 0317 _{123.3}	866	49	338	11	291 _n
$52^\circ 0'$	1,4911 2017 _{41.1}	1,4900 1550 _{123.1}	4,930 857	4,626 51	2,335	4,611 04	2,301 _n
10	2428 _{41.0}	2781 _{123.0}	849	52	331	610 97	312 _n
20	2838 _{40.9}	4011 _{122.8}	841	54	328	90	322 _n
30	3247 _{40.9}	5239 _{122.5}	833	56	325	83	332 _n
40	3656 _{40.7}	6464 _{122.4}	825	57	322	76	341 _n
50	4063 _{40.8}	7688 _{122.2}	817	59	318	70	351 _n
$53^\circ 0'$	1,4911 4471 _{40.6}	1,4900 8910 _{122.0}	4,930 808	4,626 60	2,315	4,610 63	2,360 _n
10	4877 _{40.6}	4901 0130 _{121.8}	800	62	312	56	369 _n
20	5283 _{40.6}	1348 _{121.6}	792	64	308	49	378 _n
30	5689 _{40.6}	2564 _{121.4}	784	65	305	42	387 _n
40	6093 _{40.4}	3778 _{121.1}	776	67	301	35	395 _n
50	6497 _{40.3}	4989 _{120.9}	768	69	298	29	403 _n
$54^\circ 0'$	1,4911 6900	1,4901 6198	4,930 760	4,626 70	2,295	4,610 22	2,411 _n

$$\begin{aligned} \log [4] &= 4,628723 - 10 & \log [9] &= 9,99930 - 10 \text{ für } 50^\circ \\ & & &= 9,99932 - 10 \text{ „ } 52^\circ \\ \log W &= 1,4902 1833 - \log [1] & &= 9,99934 - 10 \text{ „ } 54^\circ \end{aligned}$$

Bei der Ableitung der Parallelbogen wurden nach einem von Herrn Professor *Helmert* gemachten Vorschlage, der auch bei der Bearbeitung des russischen Theils der Längengradmessung in 52° Breite befolgt worden ist (vergl. die Einleitung, S. 2), die beobachteten Werthe

B' , T' , S' zu Grunde gelegt; in den nachstehenden Formeln ist aber der Einfachheit halber hierfür nur B , T , S geschrieben. Im übrigen gelten die vorher benutzten Bezeichnungen. War in einem Endpunkte das Azimut nicht beobachtet, so wurde mit einem Werthe desselben gerechnet, der so bestimmt wurde, dass die λ aus der astronomischen Länge und aus dem Azimut übereinstimmen. Es wird hierbei also die astronomisch bestimmte Längendifferenz zur Ableitung des nicht beobachteten Azimutes herangezogen; es ist das so gut, als wäre das Azimut selbst beobachtet.

Aus der in Herrn Professor *Helmerts* „Theorieen der höheren Geodäsie“, I. Theil, S. 311, angegebenen Formel (13) erhält man, mit Berücksichtigung der hier angenommenen Bezeichnungen, leicht folgende Formel zur Berechnung des Parallelbogens $P_{i,k}^B$ für die Mittelbreite $B = \frac{B_i + B_k}{2}$ der geodätischen Linie $S_{i,k}$:

$$\begin{aligned} \log P_{i,k}^B = \log (S_{i,k} \sin T) + & \frac{M}{24} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^2 W^2 (\sec^2 B \sin^2 T - 1) \\ & + \frac{M}{24} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^2 e^2 \cos^2 T (10 \sin^2 B - 1) \\ & + \frac{M}{2880} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^4 (\sec^2 B \sin^2 T - 1) (1 + 11 \sec^2 B \sin^2 T) \\ & + Gl_6 \left(\text{in } \frac{S_{i,k}}{a} \text{ und } e \right); \\ T = & \frac{T_{i,k} + T_{k,i} + 180^\circ}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Die Glieder 4. Ordnung in Bezug auf $\frac{S_{i,k}}{a}$ konnten fast immer vernachlässigt werden, da sie nur bei Greenwich—Feaghmain den Betrag von + 11.3 Einheiten der 7. Stelle des Logarithmus erreichen, während sie z. B. für Greenwich—Haverfordwest und für Leipzig—Breslau nur noch den Werth + 0.6 und + 0.7 Einheiten der 7. Stelle des Log. erhalten. Das Glied mit $\left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^2 e^2$ wird hauptsächlich in den Fällen merklich, wenn T stark von 90° oder 270° abweicht; für Trockenberg—Warschau erhält es z. B. den Werth + 6.1 Einheiten der 7. Stelle des Log.

In der auf S. 2 der Einleitung erwähnten Vereinbarung mit Herrn Generallieutenant *Stebnitzki* war für die Berechnung der Parallelbogen die Formel

$$P_{i,k}^B = S_{i,k} \sin T \left\{ \begin{aligned} & 1 - \frac{1}{24} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^2 [W^2 (1 - \sec^2 B \sin^2 T) - e^2 (10 \sin^2 B - 1) \cos^2 T] \\ & + \frac{1}{1920} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^4 (1 - \sec^2 B \sin^2 T) (1 - 9 \sec^2 B \sin^2 T) + Gl_6 \end{aligned} \right\} \quad (3^*)$$

angenommen worden*), aus der sich die Formel (3) durch Logarithmiren unmittelbar ergibt.

Wenn man nach der Formel (3) den Parallelbogen $P_{i,k}^B$ mit Hülfe der beiden beobachteten Azimute berechnet, so wird das Ergebnis in hohem Grade unabhängig von den Annahmen über a und e^2 . Wenn man dagegen $P_{i,k}^B$ unter Anwendung nur eines Azimutes berechnete, sei es mit derselben Formel nach vorheriger Berechnung des anderen Endazimutes aus dem ersten, oder sei es nach irgend einer anderen Formel, so würde man in weit höherem Maasse von den Annahmen über a und e^2 abhängig werden.

Den Längenunterschied in Sekunden erhält man aus der Formel

$$l_{i,k} = P_{i,k}^B \frac{e''}{a} W \sec B, \quad (4)$$

*) „Sapiski“, Bd. 47, S. 319.

während die Reduktion auf 52° Breite mittelst der Gleichung

$$P_{i,k}^{52} = l_{i,k} \frac{a \cos 52^\circ}{\varrho'' W_{52}} = P_{i,k}^B W \sec B \frac{\cos 52^\circ}{W_{52}} \quad (5)$$

zu erfolgen hat.

Da $W = \frac{a}{\varrho'' [1]}$ ist, so sind die $\log W$ leicht aus der Tabelle II, S. 53, zu entnehmen, indem

$$\log W = 1,4902\,1833 - \log [1]$$

ist.

Anstatt auch die Kontrollrechnung nach der Formel (3) auszuführen, wurde häufig von der nachstehenden, sehr bequemen Formel (6) Gebrauch gemacht.

Da nämlich

$$n [1] = P_{i,k}^B$$

ist, so ergibt sich aus der zweiten Formel von (1)

$$\log P_{i,k}^B = \log (S_{i,k} \sin T) + [4] m^2 - [7] b^2 + Gl_4. \quad (6)$$

Zur Berechnung von m^2 war der Werth des beobachteten Längenunterschiedes immer genau genug; manchmal wurde auch der aus der ersten Rechnung erhaltene Werth von $l_{i,k}$ benutzt.

Der Uebergang von $P_{i,k}^B$ auf $P_{i,k}^{52}$ ist von dem gewählten Werthe von a abhängig. Deshalb wurde auch noch der hieraus folgende Werth von $\frac{d P_{i,k}^{52}}{da}$ berechnet, um etwaige spätere Aenderungen in der Annahme von a leicht berücksichtigen zu können.

Aus (5) folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d P_{i,k}^{52}}{da} &= (1 - a) P_{i,k}^{52} \left(\frac{\sin^2 52^\circ}{W_{52}^2} - \frac{\sin^2 B}{W^2} \right), \text{ oder meistens hinlänglich genau:} \\ \frac{d P_{i,k}^{52}}{da} &= (1 - a) P_{i,k}^{52} \sin (52^\circ - B) \sin (52^\circ + B). \end{aligned} \quad (7)$$

Zur Kontrolle wurde auch manchmal von der in den „Sapiski“, Bd. 47, S. 319, entwickelten Formel:

$$\begin{aligned} \frac{d P_{i,k}^{52}}{da} &= (1 - a) P_{i,k}^B \cos 52^\circ \sec B \sin (52^\circ - B) \sin (52^\circ + B) \\ &\quad \times \left\{ 1 + 2 e^2 \sin^2 52^\circ - \frac{1}{2} e^2 \sin (52^\circ - B) \sin (52^\circ + B) + \dots \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Gebrauch gemacht. Jedoch ist in den „Sapiski“, Bd. 47, S. 319 und 341, de statt da eingeführt. Der Uebergang von der einen zu der andern Grösse erfolgt einfach durch die Beziehung

$$e \, d e = (1 - a) \, da.$$

Die Reduktion von $P_{i,k}^B$ auf $P_{i,k}^{52}$ ist von a unabhängig.

Dagegen ist die Berechnung von $P_{i,k}^B$ aus S , T , B wegen der Glieder höherer Ordnung, wenn auch, wie schon oben erwähnt, in nur sehr geringem Grade, noch von da und $\frac{da}{a}$ abhängig.

Berücksichtigt man nur die Glieder mit $\left(\frac{S_{i,k}}{a}\right)^2$, was völlig ausreicht, so erhält man den Einfluss dieser Glieder auf $P_{i,k}^{52}$, wenn man auch noch (7) hinzunimmt, aus folgenden Ausdrücken:

$$\begin{aligned} \frac{d P_{i,k}^{52}}{da} &= (1 - a) P_{i,k}^{52} \left[\left(\frac{\sin^2 52^\circ}{W_{52}^2} - \frac{\sin^2 B}{W^2} \right) + \frac{1}{12} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^2 \left\{ \cos^2 T (10 \sin^2 B - 1) - \sin^2 B (\sec^2 B \sin^2 T - 1) \right\} \right] \\ a \frac{d P_{i,k}^{52}}{da} &= -\frac{1}{12} P_{i,k}^{52} \left(\frac{S_{i,k}}{a} \right)^2 \left\{ W^2 (\sec^2 B \sin^2 T - 1) + e^2 \cos^2 T (10 \sin^2 B - 1) \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

In der zweiten Formel kann das Glied mit e^2 immer vernachlässigt werden. Sein Einfluss auf $P_{i,k}^{52}$ beträgt sogar für die längste Linie Greenwich—Feaghmain nur $+0,1 \frac{da}{a}$.

Um einen Ueberblick über die Grösse der einzelnen Glieder von (9) zu erhalten, mögen hier für die drei längsten Parallelbogen ihre Zahlenwerthe einen Platz finden.

$$\text{Greenwich—Feaghmain: } d P_{0,1}^{52} = (-3634 + 711) da + 1184 \frac{da}{a}$$

$$\text{Greenwich—Haverfordwest: } d P_{0,2}^{52} = (-2106 + 76) da + 130 \frac{da}{a}$$

$$\text{Leipzig—Breslau: } d P_{8,11}^{52} = (+4224 - 63) da - 107 \frac{da}{a}.$$

Bei den meisten anderen Linien wird der Einfluss von da und $\frac{da}{a}$ auf $P_{i,k}^{52}$, der aus der Berechnung von $P_{i,k}^B$ herrührt, noch kleiner als für Leipzig—Breslau werden. Da nun anzunehmen ist, dass $\frac{da}{a}$ und da den Betrag von $\pm 0,0002$ sicher nicht erreichen werden, so wird ihr Einfluss auf $P_{i,k}^{52}$ (abgesehen von Greenwich—Feaghmain) immer unter $0,04 m$ bleiben. Diese Grösse ist aber gegenüber den übrigen Unsicherheiten vollkommen belanglos. Deshalb konnte von einer weiteren Berücksichtigung dieser Glieder abgesehen werden.

Bei der einfachen Weise, wie sich der Einfluss etwaiger späterer Aenderungen in den Werthen von S, B, T auf die Parallelbogen in 52° Breite ermitteln lässt, wurde auch die besondere Berechnung hierfür gültiger Differentialquotienten unterlassen. Jedoch sei die leicht zu entwickelnde, hier ausreichende Formel aufgeführt:

$$\delta P_{i,k}^{52} = P_{i,k}^{52} \left\{ \frac{1}{S_{i,k}} \delta S_{i,k} + \tan B \frac{\delta B}{\rho''} + \cot T \frac{\delta T}{\rho''} \right\}. \quad (10)$$

Schliesslich wurde zur Prüfung der Berechnung des Parallelbogens noch von der nachstehenden Kontrolle Gebrauch gemacht.

Ist $l'_{i,k}$ die astronomisch bestimmte Längendifferenz, so giebt die Differenz $l'_{i,k} - l_{i,k}$ einen Werth für die Lothabweichung in Länge für den Punkt k gegen den Punkt i . Diese wird jedoch von der auf die gewöhnliche Weise nach der zweiten Formel von (2) erhaltenen Lothabweichung in Länge λ_k etwas abweichen, weil bei der Ableitung des letzten Werthes nur die Breite und das Azimut im Punkte i zur Berechnung des geodätischen Längenunterschiedes benutzt wird. Die Grösse dieser Abweichung $\delta l_{i,k}$ lässt sich nun bequem aus der Formel

$$\delta l_{i,k} = l_{i,k} \left\{ \tan B \frac{\delta B}{\rho''} + \cot T \frac{\delta T}{\rho''} \right\} \quad (11)$$

berechnen, wo jetzt δB und δT die halben, negativ genommenen Lothabweichungen in Breite und in Azimut des Punktes k gegen den Punkt i bedeuten. Als Lothabweichung in Azimut ist hierbei

$\lambda_k \sin B_k$ anzunehmen, wo das aus der dritten der Gleichungen (2) erhaltene λ_k zu benutzen ist. Es ist also

$$\delta B = -\frac{1}{2}\xi_k, \quad \delta T = -\frac{1}{2}\lambda_k \sin B_k \quad (\lambda_k \text{ aus der Azimutmessung}).$$

Die erwähnte Kontrolle besteht nun darin, dass

$$(l'_{i,k} - l_{i,k}) - \delta l_{i,k} = \lambda_k \quad (\text{aus der Längenbestimmung})$$

sein muss.

Der grösste Werth von $\delta l_{i,k}$ ergibt sich für Bonn—Brocken zu $-0,43$. Zugleich kann man hieraus erkennen, bis zu welchen Beträgen die auf diese Weise ermittelten relativen Lothabweichungen in Länge von den strengen Werthen abweichen können.

Von der Formel (11) wurde zur Prüfung der berechneten Parallelbogen in sich auch in den Fällen, wo Kontrolllinien vorhanden sind, Gebrauch gemacht. Ueber das hierbei eingeschlagene Verfahren vergleiche man die Bemerkungen zur Linie Leipzig—Schneekoppe, 4. Kap., § 14.

§ 2. Greenwich—Feaghmain.

Greenwich	$B'_0 = 51^\circ 28' 38,10$	$\bar{B}_0 = 51^\circ 28' 38,30$
(0)	$L'_0 = 0 \quad 0 \quad 0,00$	$\bar{L}_0 = 0 \quad 0 \quad 0,00$
	$T'_{0,1} = 278 \quad 0 \quad 46,50$	$\bar{T}_{0,1} = 278 \quad 0 \quad 46,51$
Feaghmain	$B'_1 = 51 \quad 55 \quad 22,85$	$\bar{B}_1 = 51 \quad 55 \quad 20,33$
(1)	$L'_1 = -10 \quad 20 \quad 52,19$	$\bar{L}_1 = -10 \quad 20 \quad 46,30$
	$T'_{1,0} = 89 \quad 53 \quad 4,26$	$\bar{T}_{1,0} = 89 \quad 53 \quad 5,75$
	$\log S'_{0,1} = 5,855 \ 1041.0$	$\log \bar{S}_{0,1} = 5,855 \ 1040.6$
	$S'_{0,1} = 716 \ 315,1 \text{ m}$	$\bar{S}_{0,1} = 716 \ 315,0 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_1 &= +2,72 + \delta B'_1 - 0,9837 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0877 \lambda_0 + 0,0001 \delta S'_{0,1} - 0,1121 \delta T'_{0,1} \\ &\quad - 46 \frac{da}{a} - 1260 da \\ \lambda_1 &= -5,94 + \delta L'_1 - \delta L'_0 + 0,2286 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9997 \lambda_0 + 0,0523 \delta S'_{0,1} + 0,0004 \delta T'_{0,1} \\ &\quad - 37487 \frac{da}{a} - 22945 da \\ \lambda_1 &= -1,97 + 1,2704 \delta T'_{1,0} + 0,3693 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9873 \lambda_0 + 0,0523 \delta S'_{0,1} - 1,2620 \delta T'_{0,1} \\ &\quad - 37487 \frac{da}{a} - 22857 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+3,97 = +\delta L'_1 - \delta L'_0 - 0,1407 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0124 \lambda_0 - 88 da + 1,2624 \delta T'_{0,1} - 1,2704 \delta T'_{1,0}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{0,1}^B &= 5,854 \ 4348, & P_{0,1}^B &= -715 \ 212,0 \text{ m} & l_{0,1} &= -10^\circ 20' 46,58. \\ \log P_{0,1}^{52} &= 5,851 \ 5486, & P_{0,1}^{52} &= -710 \ 474,7 \text{ m} - 3634 da \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_1 = (L'_1 - L'_0 - l_{0,1}) - \delta l_{0,1} = -5,61 - 0,32 = -5,93.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Die geodätische Linie Greenwich—Feaghmain ist in der „Determination of the positions of Feaghmain and Haverfordwest“, S. 21, in engl. Fuss und bezogen auf die Maasseinheit der Ordnance Survey berechnet worden zu

$$S'_{0.1} = 2350102,30 \text{ engl. Fuss, daher } \log S'_{0.1} = 6,3710867.7 \text{ (engl. Fuss).}$$

Nach der L.-Gr. I, S. 241, ist als Verwandlungslogarithmus von engl. Fuss in internationale Meter anzunehmen 9,4840173.3.

Wegen Grundlinien-Ausgleichung tritt hier keine Verbesserung auf (vergl. S. 30).

Also folgt:

$$\log S'_{0.1} = 5,8551041.0.$$

Azimut in Greenwich.

Azimut von Chingford (vergl. S. 34)	=	359° 59' 58",36
Winkel Chingford—Greenwich—Feaghmain („Determination“, S. 21) . .	=	— 81 59 11,86
		<hr/>
$T'_{0.1}$ =		278° 0' 46",50.

Azimut in Feaghmain.

Azimut von Kilbeg (vergl. S. 33)	=	96° 56' 15",94
Winkel Kilbeg—Feaghmain—Greenwich („Determination“, S. 23) . . .	=	— 7 3 11,68
		<hr/>
$T'_{1.0}$ =		89° 53' 4",26.

Die astronomischen Resultate sind auf S. 32/34 abgeleitet worden. Ueber die geodätischen Beobachtungen, Rechnungen und Ergebnisse ist die englische Publikation zu vergleichen, deren vollständiger Titel auf S. 32 aufgeführt ist.

Würde man die durch Chronometer bestimmte Längendifferenz Greenwich—Feaghmain aus dem Jahre 1844 (— 10° 20' 48",45, vergl. S. 32) einführen, so würde man für die Lothabweichung in Länge — 2",20 und als Schlussfehler der *Laplaceschen* Gleichung + 0",23 erhalten.

Wegen der Länge der geodätischen Linie ist die Berechnung der \bar{T} und die von \bar{S} aus den \bar{B} und \bar{L} mit 8-stelligen Logarithmen unter Berücksichtigung der sphärischen Glieder 4. Ordnung erfolgt.

§ 3. Greenwich—Haverfordwest.

Greenwich	$B'_0 =$	51° 28' 38",10	$\bar{B}_0 =$	51° 28' 38",30
(0)	$L'_0 =$	0 0 0,00	$\bar{L}_0 =$	0 0 0,00
	$T'_{0.2} =$	277 51 55,47	$\bar{T}_{0.2} =$	277 51 56,47
Haverfordwest	$B'_2 =$	51 47 51,77	$\bar{B}_2 =$	51 47 51,70
(2)	$L'_2 =$	— 4 57 46,40	$\bar{L}_2 =$	— 4 57 46,40
	$T'_{2.0} =$	93 58 23,97	$\bar{T}_{2.0} =$	93 58 23,97
	$\log S'_{0.2} =$	5,538 2507.6	$\log \bar{S}_{0.2} =$	5,538 2233
	$S'_{0.2} =$	345 343,1 m	$\bar{S}_{0.2} =$	345 321,3 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_2 &= + 0,27 + \delta B'_2 - 0,9962 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0423 \lambda_0 - 0,0022 \delta S'_{0.2} - 0,0540 \delta T'_{0.2} \\ &\quad + 774 \frac{da}{a} - 413 da \\ \lambda_2 &= + 1,12 + \delta L'_2 - \delta L'_0 + 0,1096 (\delta B'_0 - \xi_0) + 1,0047 \lambda_0 + 0,0521 \delta S'_{0.2} - 0,0061 \delta T'_{0.2} \\ &\quad - 17979 \frac{da}{a} - 11004 da \\ \lambda_2 &= + 2,35 + 1,2725 \Delta T'_{2.0} + 0,1777 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9989 \lambda_0 + 0,0521 \delta S'_{0.2} - 1,2767 \delta T'_{0.2} \\ &\quad - 17979 \frac{da}{a} - 10973 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 1,23 = + \delta L'_2 - \delta L'_0 - 0,0681 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0058 \lambda_0 - 31 da + 1,2706 \delta T'_{0.2} - 1,2725 \Delta \delta T'_{2.0}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{0.2}^B &= 5,536\,0121_n & P_{0.2}^B &= - 343\,567,5 \text{ m} & l_{0.1} &= - 4^\circ \, 57' \, 47,53. \\ \log P_{0.2}^{52} &= 5,532\,5268_n & P_{0.2}^{52} &= - 340\,821,3 \text{ m} - 2106 \, da\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_2 = (L'_2 - L'_0 - l_{0.2}) - \delta l_{0.2} = + 1,13 - 0,01 = + 1,12.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Die Station Haverfordwest ist 1865 an die Principal Triangulation der Ordnance Survey angeschlossen worden (vergl. S. 33). In der „Determination“ (S. 60) ist für die geodätische Linie Greenwich—Haverfordwest der Werth ermittelt worden:

$$S'_{0.2} = 1133009,18 \text{ engl. Fuss; } \log S'_{0.2} = 6,0542334.3 \text{ (engl. Fuss).}$$

Mit dem auf S. 58 angegebenen Verwandlungslogarithmus von engl. Fuss in internationale Meter erhält man:

$$\log S'_{0.2} = 5,5382507.6.$$

Azimut in Greenwich.

$$\begin{aligned}\text{Azimut von Chingford (S. 34)} &\dots\dots\dots = 359^\circ \, 59' \, 58,36 \\ \text{Winkel Chingford—Greenwich—Haverfordwest („Determination“, S. 60)} &= - 82 \quad 8 \quad 2,89 \\ &\underline{\hspace{10em}} \\ T'_{0.2} &= 277^\circ \, 51' \, 55,47.\end{aligned}$$

Azimut in Haverfordwest.

Für das Azimut in Haverfordwest, das nicht beobachtet ist, wurde der Werth $\overline{T}_{2.0}$ angenommen.

Die Ableitung der astronomischen Resultate findet sich auf S. 33/34. Im übrigen ist auf die englische Publikation zu verweisen.

§ 4. Greenwich—Rosendaël-lès-Dunkerque.

Greenwich	$B'_0 = 51^\circ 28' 38",10$	$\overline{B}_0 = 51^\circ 28' 38",30$
(0)	$L'_0 = 0 \quad 0 \quad 0,00$	$\overline{L}_0 = 0 \quad 0 \quad 0,00$
	$T'_{0,3} = 105 \quad 0 \quad 52,07$	$\overline{T}_{0,3} = 105 \quad 0 \quad 47,84$
Rosendaël	$B'_3 = 51 \quad 2 \quad 41,82$	$\overline{B}_3 = 51 \quad 2 \quad 40,16$
(3)	$L'_3 = 2 \quad 24 \quad 39,64$	$\overline{L}_3 = 2 \quad 24 \quad 45,50$
	$T'_{3,0} = 286 \quad 53 \quad 39,12$	$\overline{T}_{3,0} = 286 \quad 53 \quad 43,00$
	$\log S'_{0,3} = 5,243 \ 3617$	$\log \overline{S}_{0,3} = 5,243 \ 3556$
	$S'_{0,3} = 175 \ 130,5 \text{ m}$	$\overline{S}_{0,3} = 175 \ 128,0 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_3 &= + 1,99 + \delta B'_3 - 0,9992 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0206 \lambda_0 + 0,0094 \delta S'_{0,3} + 0,0263 \delta T'_{0,3} \\ &\quad - 1647 \frac{da}{a} + 218 da \\ \lambda_3 &= - 5,92 + \delta L'_3 - \delta L'_0 - 0,0519 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9901 \lambda_0 - 0,0491 \delta S'_{0,3} + 0,0127 \delta T'_{0,3} \\ &\quad + 8603 \frac{da}{a} + 5266 da \\ \lambda_3 &= - 10,47 + 1,2859 \delta T'_{3,0} - 0,0860 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9958 \lambda_0 - 0,0491 \delta S'_{0,3} - 1,2728 \delta T'_{0,3} \\ &\quad + 8603 \frac{da}{a} + 5287 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-4",55 = + \delta L'_3 - \delta L'_0 + 0,0341 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0057 \lambda_0 - 21 da + 1,2855 \delta T'_{0,3} - 1,2859 \delta T'_{3,0}$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{0,3}^B &= 5,226 \ 3210 & P_{0,3}^B &= 168 \ 391,8 \text{ m} \\ \log P_{0,3}^{52} &= 5,219 \ 2648 & P_{0,3}^{52} &= 165 \ 678,0 \text{ m} + 2090 da & l_{0,3} &= 2^\circ \ 24' \ 45",66. \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_3 = (L'_3 - L'_0 - l_{0,3}) - \delta l_{0,3} = - 6",02 + 0",10 = - 5",92.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log s Principal Triang.
Coldham	148° 24' 49",63	4,8919727
Fairlight	12 45 20,92	4,5168061
Saint Peters	18 49 51,55	4,6817197
	180 0 2,10	
Fairlight	78 20 20,65	4,9981257
Greenwich	50 5 7,60	4,8919727
Saint Peters	51 34 47,15	4,9012012
	180 0 15,40	

Englisches Kanalnetz.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Anschluss an die Princ. Triang.
1	Coldham	73° 42' 22,33	4,8127356
	Saint Peters	77 14 37,99	4,8196855
	Gravelines	29 3 4,95	4,5168061
		180 0 5,27	
2	Gravelines	122 1 16,69	4,8826478
	Saint Peters	11 46 37,31	4,2641692
	Dünkirchen	46 12 8,57	4,8127356
		180 0 2,57	
3	Cassel	64 51 16,34	4,7048903
	Dünkirchen	85 46 46,72	4,7469522
	Saint Inglevert	29 22 0,45	4,4386766
		180 0 3,51	
4	Saint Inglevert	157 29 6,93	5,0959241
	Dünkirchen	13 33 44,42	4,8829463
	Fairlight	8 57 12,40	4,7048903
		180 0 3,75	
5	Saint Peters	107 51 6,85	5,0959241
	Dünkirchen	36 31 26,94	4,8919727
	Fairlight	35 37 40,55	4,8826478
		180 0 14,34	
Dünkirchen			
	Winkel Cassel—Gravelines (L.-Gr. I, S. 54)	89° 39' 49",51	
	„ Gravelines—St. Peters (Dr. 2)	46 12 8,57	
	„ Cassel—St. Peters . .	135 51 58,08	
	„ Cassel—St. Inglevert (Dr. 3)	85 46 46,72	
	„ St. Inglevert—Fairlight (Dr. 4)	13 33 44,42	
	„ Cassel—Fairlight . .	99 20 31,14	
	log (Dünkirchen—Cassel).		4,4386766

Französisches Kanalnetz.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Anschluss an die Princ. Triang.
1	Coldham	73° 42' 24",53	4,8127405
	Saint Peters	77 14 36,73	4,8196886
	Gravelines	29 3 4,01	4,5168061
		180 0 5,27	
2	Gravelines	122 1 21,14	4,8826525
	Saint Peters	11 46 35,65	4,2641631
	Dünkirchen	46 12 5,77	4,8127405
		180 0 2,56	
3	Cassel	87 20 14,27	4,6571029
	Dünkirchen	55 29 59,46	4,5735638
	Harlettes	37 9 48,87	4,4386733
		180 0 2,60	
4	Saint Inglevert	139 8 9,61	4,9876484
	Fairlight	9 55 36,70	4,4083930
	Harlettes	30 56 16,93	4,8829445
		180 0 3,24	
5	Harlettes	117 16 53,89	5,0959243
	Dünkirchen	43 50 28,39	4,9876484
	Fairlight	18 52 47,65	4,6571029
		180 0 9,93	
6	Saint Peters	107 51 3,93	5,0959243
	Dünkirchen	36 31 27,63	4,8919727
	Fairlight	35 37 42,78	4,8826525
		180 0 14,34	
Dünkirchen			
	Winkel Cassel—Gravelines (L.-Gr. I, S. 66)	89° 39' 49",71	
	„ Gravelines—St. Peters (Dr. 2)	46 12 5,77	
	„ Cassel—St. Peters . .	135 51 55,48	
	„ Cassel—Harlettes . .	55 29 59,46	
	„ Harlettes—Fairlight . (Dr. 5)	43 50 28,39	
	„ Cassel—Fairlight . .	99 20 27,85	
	log (Dünkirchen—Cassel).		4,4386733

Für die Weiterrechnung sind die entsprechenden Seiten und Winkel des aus beiden Messungen erhaltenen Dreiecks St. Peters—Dünkirchen—Fairlight, sowie die auf die Richtung Dünkirchen—Cassel bezüglichen Angaben zu Mitteln vereinigt.

Um ein Bild der gegenseitigen Abweichung der aus dem englischen und französischen Kanalnetz erhaltenen Punkte Dünkirchen und Cassel zu haben, wurden dieselben auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem bezogen, dessen positive x -Axe mit der englischen Richtung

Dünkirchen—Cassel zusammenfällt, und dessen positive y -Axe senkrecht dazu nach Westen gerichtet ist. Als Koordinatenunterschiede der französischen gegen die englischen Punkte ergaben sich alsdann

für Dünkirchen	für Cassel
$\Delta x = + 1,33 \text{ m}$	$\Delta x = + 1,12 \text{ m}$
$\Delta y = + 0,21 \text{ „}$	$\Delta y = + 0,95 \text{ „}$

Station	Winkel	log s Anschluss an die Princ. Triang.
Saint Peters	107° 51' 5",39	5,0959242
Dünkirchen	36 31 27,28	4,8919727
Fairlight	35 37 41,67	4,8826501
	180 0 14,34	
Dünkirchen		
Winkel Cassel—St.Peters .	135° 51' 56",78	
„ Cassel—Fairlight .	99 20 29,50	
log (Dünkirchen—Cassel) .		4,4386749

Erste Rechnung.

Station	Winkel	log s Anschluss an die Princ. Triang.
Saint Peters	159° 25' 52",54	5,2383349
Greenwich	8 54 41,29	4,8826501
Dünkirchen	11 39 32,93	4,9981257
	180 0 6,76	

Zweite Rechnung.

Station	Winkel	log s Anschluss an die Princ. Triang.
Fairlight	113° 58' 2",32	5,2383349
Dünkirchen	24 51 54,35	4,9012012
Greenwich	41 10 26,31	5,0959242
	180 0 22,98	

Station	Winkel	log s Anschluss an die Princ. Triang.
Dünkirchen	139° 13' 34",51	5,2433568
Greenwich	0 33 56,67	3,4228279
Rosendaël	40 12 29,58	5,2383349
	180 0 0,76	

Azimut in Greenwich.

Azimut von Chingford (S. 34)	=	359° 59' 58",36
Winkel Chingford—St. Peters („Extension“, S. 43)	=	96 40 9,09
„ St. Peters—Dünkirchen	=	8 54 41,29
„ Dünkirchen—Rosendaël	=	— 0 33 56,67
	$T'_{0.3}$	= 105° 0' 52",07.

Azimut in Rosendaël.

Azimut von Cassel (S. 35)	=	168° 39' 54",34
Winkel Cassel—Dünkirchen (L.-Gr. I, S. 79) . .	=	78 1 15,20
„ Dünkirchen—Greenwich	=	40 12 29,58
$T'_{3.0}$	=	<u>286° 53' 39",12.</u>

Geodätische Linie Greenwich—Rosendaël.

log $S'_{0.3}$ (bezogen auf die Princ. Triang.)	=	5,243 3568
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (vergl. S. 28) . .	=	+ 49
		<u>log $S'_{0.3}$ = 5,243 3617.</u>

Ueber die astronomischen Angaben ist S. 32/35 zu vergleichen.

Die Unterlagen für die Dreiecksberechnungen sind den Uebersichten in der L.-Gr. I, S. 53/54, 66 und 79, entnommen; das Dreieck Fairlight—Greenwich—St. Peters ist der „Extension of the Triangulation“, S. 43, entlehnt.

§ 5. Rosendaël-lès-Dunkerque—Nieuport.

Rosendaël	$B'_3 =$	51°	2'	41",82	$\bar{B}_3 =$	51°	2'	40",16
(3)	$L'_3 =$	2	24	39,64	$\bar{L}_3 =$	2	24	45,50
	$T'_{3.4} =$	68	28	2,67	$\bar{T}_{3.4} =$	68	27	58,67
Nieuport	$B'_4 =$	51	7	50,05	$\bar{B}_4 =$	51	7	47,90
(4)	$L'_4 =$	2	45	26,92	$\bar{L}_4 =$	2	45	32,40
	$T'_{4.3} =$	248	44	6,88	$\bar{T}_{4.3} =$	248	44	8,89
	log $S'_{3.4} =$	4,415	9829		log $\bar{S}_{3.4} =$	4,416	0040	
	$S'_{3.4} =$	26 060,51 m			$\bar{S}_{3.4} =$	26 061,78 m		

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_4 &= + 0",53 + \delta B'_4 - 1,0000 (\delta B'_3 - \xi_3) - 0,0030 \lambda_3 - 0,0117 \delta S'_{3.4} + 0,0038 \delta T'_{3.4} \\ &\quad + 306 \frac{da}{a} - 58 da \\ \lambda_4 &= + 0,42 + \delta L'_4 - \delta L'_3 - 0,0075 (\delta B'_3 - \xi_3) + 1,0018 \lambda_3 - 0,0479 \delta S'_{3.4} - 0,0024 \delta T'_{3.4} \\ &\quad + 1249 \frac{da}{a} + 755 da \\ \lambda_4 &= - 7,69 + 1,2844 \delta T'_{4.3} - 0,0124 (\delta B'_3 - \xi_3) + 1,0007 \lambda_3 - 0,0479 \delta S'_{3.4} - 1,2868 \delta T'_{3.4} \\ &\quad + 1249 \frac{da}{a} + 754 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-8",11 = + \delta L'_4 - \delta L'_3 + 0,0049 (\delta B'_3 - \xi_3) + 0,0011 \lambda_3 + 1 da + 1,2844 \delta T'_{3.4} - 1,2844 \delta T'_{4.3}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{3.4}^B &= 4,384 9629 & P_{3.4}^B &= 24 264,03 \text{ m} & l_{3.4} &= 0^\circ 20' 46",86. \\ \log P_{3.4}^{52} &= 4,376 2784 & P_{3.4}^{52} &= 23 783,65 \text{ m} + 371 da \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_4 = (L'_4 - L'_3 - l_{3.4}) - \delta l_{3.4} = + 0",42 - 0",00 = + 0",42.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log s Ostender Basis
Mont Kimmel	37° 50' 17,22	4,4159792
Rosendaël	67 40 52,98	4,5943962
Nieuport	74 28 52,30	4,6120851
	180 0 2,50	

Azimut in Rosendaël. Azimut von Cassel (S. 35) = 168° 39' 54,34
Winkel Cassel—Mt. Kimmel (L.-Gr. I, S. 79) = — 32 30 58,69
„ Mt. Kimmel—Nieuport = — 67 40 52,98
 $T'_{3.4}$ = 68° 28' 2,67.

Azimut in Nieuport. Azimut von Mt. Kimmel (S. 36) = 174° 15' 14,58
Winkel Mt. Kimmel—Rosendaël = 74 28 52,30
 $T'_{4.3}$ = 248° 44' 6,88.

Geodätische Linie Rosendaël—Nieuport.

log $S'_{3.4}$ (bezogen auf die Ostender Basis) = 4,415 9792
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (vergl. S. 28) = + 37
log $S'_{3.4}$ = 4,415 9829.

Die astronomischen Werthe für Rosendaël und Nieuport sind S. 34/36 nachgewiesen.
Die Dreiecksberechnung erfolgte vermittelst der Angaben der Uebersicht in der L.-Gr. I, S. 79.

§ 6. Greenwich—Nieuport.

Greenwich	B'_0 = 51° 28' 38,10	\overline{B}_0 = 51° 28' 38,30
(0)	L'_0 = 0 0 0,00	\overline{L}_0 = 0 0 0,00
	$T'_{0.4}$ = 100 16 43,55	$T_{0.4}$ = 100 16 37,49
Nieuport	B'_4 = 51 7 50,05	\overline{B}_4 = 51 7 47,90
(4)	L'_4 = 2 45 26,92	\overline{L}_4 = 2 45 32,40
	$T'_{4.0}$ = 282 25 42,01	$T_{4.0}$ = 282 25 50,06
	log $S'_{0.4}$ = 5,292 7341	log $\overline{S}_{0.4}$ = 5,292 7297
	$S'_{0.4}$ = 196 215,9 m	$\overline{S}_{0.4}$ = 196 213,9 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_4 &= + 2,55 + \delta B'_0 - 0,9989 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0235 \lambda_0 + 0,0070 \delta S'_{0.4} + 0,0301 \delta T'_{0.4} - 1367 \frac{da}{a} + 145 da \\ \lambda_4 &= - 5,50 + \delta L'_4 - \delta L'_0 - 0,0596 \quad , \quad + 0,9918 \quad , \quad - 0,0502 \quad , \quad + 0,0105 \quad , \quad + 9855 \quad , \quad + 6032 \quad , \\ \lambda_4 &= - 18,13 + 1,2844 \delta T'_{4.0} - 0,0984 \quad , \quad + 0,9961 \quad , \quad - 0,0502 \quad , \quad - 1,2733 \quad , \quad + 9855 \quad , \quad + 6051 \quad , \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$- 12,63 = + \delta L'_4 - \delta L'_0 + 0,0388 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0043 \lambda_0 - 19 da + 1,2838 \delta T'_{0.4} - 1,2844 \delta T'_{4.0}.$$

Parallelbogen.

$$\log P_{0.4}^B = 5,284\,1761$$

$$P_{0.4}^B = 192\,387,2 \text{ m}$$

$$\log P_{0.4}^{32} = 5,277\,5237$$

$$P_{0.4}^{32} = 189\,462,7 \text{ m} + 2251 \text{ da}$$

$$l_{0.4} = 2^\circ 45' 32",57.$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_4 = (L'_4 - L'_0 - l_{0.4}) - \delta l_{0.4} = -5",65 + 0",15 = -5",50.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Station	Winkel	log s Ostender Basis
Dünkirchen	140° 50' 36",29	5,2927304
Greenwich	5 18 5,19	4,4579814
Nieuport	33 51 26,47	5,2383361
	180 0 7,95	

Zweite Rechnung.

Station	Winkel	log s Ostender Basis
Rosendaël	141° 34' 23",55	5,2927303
Greenwich	4 44 8,52	4,4159792
Nieuport	33 41 35,11	5,2433580
	180 0 7,18	

Azimut in Greenwich.

$$\text{Azimut von Dünkirchen (S. 62)} = 105^\circ 34' 48",74$$

$$\text{Winkel Dünkirchen—Nieuport} = -5\,18\,5,19$$

$$T'_{0.4} = 100^\circ 16' 43",55$$

$$\text{Azimut von Rosendaël (S. 62)} = 105^\circ 0' 52",07$$

$$\text{Winkel Rosendaël—Nieuport} = -4\,44\,8,52$$

$$T'_{0.4} = 100^\circ 16' 43",55$$

$$\text{Mittel: } T'_{0.4} = 100^\circ 16' 43",55.$$

Azimut in Nieuport.

$$\text{Azimut von Mont Kemmel (S. 36)} = 174^\circ 15' 14",58$$

$$\text{Winkel Mt. Kemmel—Dünkirchen}$$

$$(\text{L.-Gr. I, S. 79}) = 74\,19\,0,97$$

$$\text{Winkel Dünkirchen—Greenwich} = 33\,51\,26,47$$

$$T'_{4.0} = 282^\circ 25' 42",02$$

$$\text{Azimut von Rosendaël (S. 64)} = 248^\circ 44' 6",88$$

$$\text{Winkel Rosendaël—Greenwich} = 33\,41\,35,11$$

$$T'_{4.0} = 282^\circ 25' 41",99$$

$$\text{Mittel: } T'_{4.0} = 282^\circ 25' 42",01.$$

Geodätische Linie Greenwich—Nieuport.

$$\log S'_{0.4} \text{ (bezogen auf die Ostender Basis)} = 5,292\,7304$$

$$\text{Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 28)} = +37$$

$$\log S'_{0.4} = 5,292\,7341.$$

Ueber die astronomischen Angaben vergl. S. 34/36.

Die Grundlagen der Dreiecksberechnungen sind den beiden vorhergehenden §§ 4 u. 5, sowie der Uebersicht in der L.-Gr. I, S. 79, entlehnt.

Die Berechnung der direkten Linie Greenwich—Nieuport hat hauptsächlich zur Kontrolle der Linien Greenwich—Rosendaël und Rosendaël—Nieuport stattgefunden.

Um sich zunächst von der Richtigkeit der aus den angenäherten geographischen Koordinaten abgeleiteten 3 letzten geodätischen Linien und deren Azimute zu überzeugen, wurden die Seiten und Winkel des aus ihnen zusammengestellten Dreiecks durch den Sinussatz geprüft.

Für den gebrochenen Zug Greenwich—Rosendaël—Nieuport ergeben sich aus den beiden Linien Greenwich—Rosendaël und Rosendaël—Nieuport die folgenden Resultate:

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_4 &= + 2,55 + \delta B'_4 - 0,9989 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0235 \lambda_0 + 0,0095 \delta S'_{0,3} - 0,0117 \delta S'_{3,4} + 0,0301 \delta T'_{0,3} \\ &\quad - 0,0038 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 1367 \frac{da}{a} + 144 da \\ \lambda_4 &= - 5,50 + \delta L'_4 - \delta L'_0 - 0,0596 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9917 \lambda_0 - 0,0491 \delta S'_{0,3} - 0,0479 \delta S'_{3,4} + 0,0107 \delta T'_{0,3} \\ &\quad + 0,0024 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 9855 \frac{da}{a} + 6033 da \\ \lambda_4 &= - 18,14 - 0,0985 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9962 \lambda_0 - 0,0490 \delta S'_{0,3} - 0,0479 \delta S'_{3,4} - 1,2733 \delta T'_{0,3} \\ &\quad + 1,2868 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 1,2844 \delta T'_{4,3} + 9838 \frac{da}{a} + 6048 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$\begin{aligned}- 12,64 &= + \delta L'_4 - \delta L'_0 + 0,0389 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0045 \lambda_0 + 17 \frac{da}{a} - 15 da - 0,0001 \delta S'_{0,3} + 1,2840 \delta T'_{0,3} \\ &\quad - 1,2844 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 1,2844 \delta T'_{4,3}.\end{aligned}$$

Die Uebereinstimmung dieser Gleichungen mit den für die Linie Greenwich—Nieuport erhaltenen in den numerischen Gliedern und den direkt vergleichbaren Koeffizienten ist befriedigend. Subtrahirt man die beiden *Laplaceschen* Gleichungen von einander, so müssen nach „Lothabweichungen, Heft I“, S. 30/31, die Glieder in $\frac{da}{a}$ und da um

$$- 2 \varepsilon \operatorname{cosec} B_4 \frac{da}{a} + 2 \varepsilon \cos 2 B \operatorname{cosec} B_4 da,$$

wo ε den Excess des Dreiecks Greenwich—Rosendaël—Nieuport und B die mittlere Breite desselben bedeutet, von einander abweichen. Mit $\varepsilon = 7,18$ und $B = 52^\circ 13'$ giebt das

$$- 18 \frac{da}{a} - 4 da,$$

anstatt $- 17 \frac{da}{a} - 4 da$.

Die Koeffizienten von δS der obigen Gleichungen wurden nach „Lothabweichungen, Heft I“, S. 64, dadurch kontrollirt, dass

$$\text{Koeff. von } \frac{da}{a} = - \Sigma \text{ Koeff. von } \frac{\delta S}{S}$$

sein muss.

Endlich sind die Glieder der *Laplaceschen* Gleichung in δT noch mittelst des Ausdrucks

$$\left\{ \left(1 - \frac{S_{0,3}^2}{2 \rho^2} \right) \delta T'_{0,3} + \left(1 - \frac{S_{3,4}^2}{2 \rho^2} \right) (\delta T'_{3,4} - \delta T'_{3,0}) - \delta T'_{4,3} \right\} \operatorname{cosec} B_4,$$

(„Lothabw., Heft I“, S. 63), worin ρ einen mittleren Krümmungsradius bezeichnet, abgeleitet worden; es wurde damit gefunden

$$+ 1,2839 \delta T'_{0,3} - 1,2844 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 1,2844 \delta T'_{4,3}.$$

§ 7. Nieuport—Bonn.

Nieuport	$B'_4 =$	51°	7'	50,05	$\bar{B}_4 =$	51°	7'	54,31
(4)	$L'_4 =$	2	45	26,92	$\bar{L}_4 =$	2	45	29,16
	$T'_{4,5} =$	96	39	33,32	$\bar{T}_{4,5} =$	96	39	33,48
Bonn	$B'_5 =$	50	43	44,70	$\bar{B}_5 =$	50	43	44,92
(5)	$L'_5 =$	7	5	49,66	$\bar{L}_5 =$	7	5	57,56
	$T'_{5,4} =$	280	1	49,32	$\bar{T}_{5,4} =$	280	1	49,47
	$\log S'_{4,5} =$	5,489	0966		$\log \bar{S}_{4,5} =$	5,489	0911	
	$S'_{4,5} =$	308	387,4	m	$\bar{S}_{4,5} =$	308	383,5	m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_5 &= + 4,04 + \delta B'_5 - 0,9972 (\delta B'_4 - \xi_4) - 0,0371 \lambda_4 + 0,0056 \delta S'_{4,5} + 0,0476 \delta T'_{4,5} \\ &\quad - 1738 \frac{da}{a} + 104 da \\ \lambda_5 &= - 5,46 + \delta L'_5 - \delta L'_4 - 0,0923 (\delta B'_4 - \xi_4) + 0,9897 \lambda_4 - 0,0502 \delta S'_{4,5} + 0,0133 \delta T'_{4,5} \\ &\quad + 15485 \frac{da}{a} + 9387 da \\ \lambda_5 &= + 0,47 + 1,2917 \delta T'_{5,4} - 0,1542 (\delta B'_4 - \xi_4) + 0,9942 \lambda_4 - 0,0502 \delta S'_{4,5} - 1,2769 \delta T'_{4,5} \\ &\quad + 15485 \frac{da}{a} + 9422 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 5,93 = + \delta L'_5 - \delta L'_4 + 0,0619 (\delta B'_4 - \xi_4) - 0,0045 \lambda_4 - 35 da + 1,2902 \delta T'_{4,5} - 1,2917 \delta T'_{5,4}.$$

Parallelbogen.

$$\log P_{4,5}^B = 5,484\,5358$$

$$P_{4,5}^B = 305\,165,8 \text{ m}$$

$$\log P_{4,5}^{52} = 5,474\,3764$$

$$P_{4,5}^{52} = 298\,109,9 \text{ m} + 5453 da$$

$$l_{4,5} = 4^\circ 20' 28,39.$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_5 = (L'_5 - L'_4 - l_{4,5}) - \delta l_{4,5} = - 5,65 + 0,19 = - 5,46.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Mont Kimmel	85° 59' 3,29	4,6921876
	Nieuport	41 13 39,24	4,5121721
	Courtrai	52 47 20,70	4,5943930
		180 0 3,23	
2	Mont l'Enclus	131 45 9,98	4,5704964
	Courtrai	27 36 32,07	4,3637292
	Audenhoven	20 38 18,72	4,2448646
		180 0 0,77	
3	Courtrai	135 5 25,74	4,9030947
	Nieuport	19 9 46,00	4,5704964
	Audenhoven	25 44 51,53	4,6921876
		180 0 3,27	
4	Audenhoven	138 27 28,23	5,0165224
	Nieuport	10 49 46,84	4,4687832
	Assche	30 42 48,88	4,9030947
		180 0 3,95	
5	Assche	162 36 56,30	5,0709564
	Nieuport	2 6 6,08	4,1599284
	Bruxelles	15 16 58,76	5,0165224
		180 0 1,14	
6	Montaigu	121 23 58,26	4,7966592
	Lommel	28 57 49,06	4,5504964
	Malines	29 38 15,47	4,5596005
		180 0 2,79	
7	Malines	131 10 42,90	4,8968646
	Lommel	12 7 30,61	4,3425736
	Bruxelles	36 41 49,12	4,7966592
		180 0 2,63	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Bruges	139° 24' 7,00	4,8353983
	Nieuport	21 50 17,13	4,5925050
	Gand	18 45 38,05	4,5293140
		180 0 2,18	
2	Herenthals	159 56 17,14	4,8051510
	Lommel	9 32 16,77	4,4891334
	Anvers	10 31 27,00	4,5314273
		180 0 0,91	
3	Anvers	159 52 56,69	5,0524412
	Lommel	8 53 42,17	4,7052101
	Gand	11 13 23,96	4,8051510
		180 0 2,82	
4	Gand	161 49 10,91	5,2532133
	Nieuport	11 20 2,78	5,0524412
	Lommel	6 50 52,41	4,8353983
		180 0 6,10	
5	Meridianmarke	52 15 48,97	3,4725779
	Bonn	101 9 54,11	3,5661937
	Finkenberg	26 34 16,93	3,2251029
		180 0 0,01	
6	Finkenberg	137 7 58,08	4,0406147
	Bonn	32 16 5,36	3,9353589
	Siegburg	10 35 56,60	3,4725779
		180 0 0,04	
7	Siegburg	85 45 56,65	4,4098832
	Bonn	69 0 43,33	4,3812569
	Köln	25 13 20,69	4,0406147
		180 0 0,67	

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
8	Bruxelles	130° 17' 41,79	5,2532133
	Nieuport	19 37 13,73	4,8968646
	Lommel	30 5 22,42	5,0709564
		180 0 17,94	
9	Meridanmarke	116 41 24,01	4,1109492
	Bonn	56 38 12,80	4,0816706
	Löwenburg, 1847	6 40 23,24	3,2251029
		180 0 0,05	
10	Löwenburg, 1847	62 28 0,66	4,4884364
	Bonn	95 42 23,78	4,5384811
	Michelsberg	21 49 36,56	4,1109492
		180 0 1,00	
11	Michelsberg	104 24 24,93	4,7602483
	Bonn	44 23 48,76	4,6189870
	Langschoss	31 11 49,46	4,4884364
		180 0 3,15	
12	Langschoss	132 30 9,31	4,9127393
	Bonn	16 14 10,68	4,4916525
	Ubagsberg	31 15 43,35	4,7602483
		180 0 3,34	
13	Peer	173 42 59,95	4,7906836
	Ubagsberg	1 27 4,27	4,1550338
	Lommel	4 49 55,97	4,6769917
		180 0 0,19	
14	Lommel	104 8 23,98	5,0469267
	Bruxelles	32 30 58,66	4,7906836
	Ubagsberg	43 20 49,32	4,8968646
		180 0 11,96	
15	Ubagsberg	171 37 4,15	5,2848895
	Bruxelles	3 32 52,94	4,9127393
	Bonn	4 50 6,28	5,0469267
		180 0 3,37	
16	Bruxelles	166 21 33,39	5,4890910
	Nieuport	8 28 35,22	5,2848895
	Bonn	5 10 4,94	5,0709564
		180 0 13,55	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
8	Köln	131° 32' 19,56	4,6713845
	Bonn	24 15 42,73	4,4109301
	Buchholz	24 11 58,96	4,4098832
		180 0 1,25	
9	Buchholz	156 4 57,94	4,8296511
	Bonn	7 33 41,61	4,3409695
	Erkelenz	16 21 21,51	4,6713845
		180 0 1,06	
10	Erkelenz	99 24 32,28	4,9127393
	Bonn	26 1 42,44	4,5608960
	Ubagsberg	54 33 51,42	4,8296511
		180 0 6,14	
11	Roermond	117 57 44,92	4,7075829
	Ubagsberg	19 29 54,18	4,2849536
	Nederweert	42 32 22,58	4,5915057
		180 0 1,68	
12	Nederweert	94 39 12,86	4,7906835
	Ubagsberg	29 56 54,07	4,4904037
	Lommel	55 23 57,05	4,7075829
		180 0 3,98	
13	Ubagsberg	145 2 6,59	5,1368953
	Bonn	14 57 56,57	4,7906835
	Lommel	20 0 4 17	4,9127393
		180 0 7,33	
14	Lommel	154 13 50,66	5,4890910
	Bonn	14 37 57,90	5,2532133
	Nieuport	11 8 38,48	5,1368953
		180 0 27,04	

Azimut in Nieuport.

Erste Rechnung.	Azimut von Mt. Kemmel (S. 36)	=	174° 15' 14,58
	Winkel Mt. Kemmel—Courtrai (Dr. 1)	=	— 41 13 39,24
	„ Courtrai—Audenhoven (Dr. 3)	=	— 19 9 46,00
	„ Audenhoven—Assche (Dr. 4)	=	— 10 49 46,84
	„ Assche—Bruxelles (Dr. 5)	=	+ 2 6 6,08
	„ Bruxelles—Bonn (Dr. 16)	=	— 8 28 35,22
	$T'_{4.5}$ =		96° 39' 33,36

Zweite Rechnung.	Azimet von Mt. Kemmel	=	174° 15' 14",58
	Winkel Mt. Kemmel—Hooglede (L.-Gr. I, S. 79) . .	= -	47 45 12,27
	" Hooglede—Bruges (L.-Gr. I, S. 150) . . .	= -	51 29 21,85
	" Bruges—Gand (Dr. 1)	= +	21 50 17,13
	" Gand—Lommel (Dr. 4)	= -	11 20 2,78
	" Lommel—Bonn (Dr. 14)	= +	11 8 38,48
	Mittel: $T'_{4.5} = 96^{\circ} 39' 33",32$ *).	$T'_{4.5} =$	96° 39' 33",29

Azimet in Bonn.

Erste Rechnung.	Azimet der Meridianmarke (S. 37)	=	179° 59' 40",23
	Winkel Meridianmarke—Löwenburg, 1847 (Dr. 9) .	= -	56 38 12,80
	" Löwenburg, 1847—Michelsberg (Dr. 10) . .	= +	95 42 23,78
	" Michelsberg—Langschoss (Dr. 11)	= +	44 23 48,76
	" Langschoss—Ubagsberg (Dr. 12)	= +	16 14 10,68
	" Ubagsberg—Bruxelles (Dr. 15)	= -	4 50 6,28
	" Bruxelles—Nieuport (Dr. 16)	= +	5 10 4,94
	$T'_{5.4} =$		280° 1' 49",31

Zweite Rechnung.	Azimet der Meridianmarke	=	179° 59' 40",23
	Winkel Meridianmarke—Finkenberg (Dr. 5) . . .	= -	101 9 54,11
	" Finkenberg—Siegburg (Dr. 6)	= -	32 16 5,36
	" Siegburg—Köln (Dr. 7)	= -	69 0 43,33
	" Köln—Buchholz (Dr. 8)	= -	24 15 42,73
	" Buchholz—Erkelenz (Dr. 9)	= -	7 33 41,61
	" Erkelenz—Ubagsberg (Dr. 10)	= -	26 1 42,44
	" Ubagsberg—Lommel (Dr. 13)	= +	14 57 56,57
	" Lommel—Nieuport (Dr. 14)	= -	14 37 57,90
	Mittel: $T'_{5.4} = 280^{\circ} 1' 49",32$.	$T'_{5.4} =$	280° 1' 49",32

Geodätische Linie Nieuport—Bonn.

log $S'_{4.5}$ (bezogen auf die Lommeler Basis)	=	5,489 0910
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 28) . . .	=	+ 56
	log $S'_{4.5} =$	5,489 0966.

Die astronomischen Daten für Nieuport und Bonn sind auf S. 35/37 gegeben.

Die Dreiecksberechnungen erfolgten auf Grund der Uebersichten, S. 5 und in der L.-Gr. I, S. 79, 84/85, 94/95, 99, 150 und 151; der Anschluss von Bruxelles wurde durch das der „Triang. du Royaume de Belgique“, S. 372, entnommene Dreieck Bruxelles—Assche—Malines bewirkt.

Station	Winkel	log s Lommeler Basis
Bruxelles	78° 18' 53",91	4,3757797
Assche	65 7 12,31	4,3425736
Malines	36 33 54,57	4,1599284
	180 0 0,79	

*) Die verhältnismässig grosse Differenz der auf beiden Wegen erhaltenen $T'_{4.5}$ rührt wohl hauptsächlich davon her, dass die sphärischen Excesse der belgischen Dreiecke nicht mit den *Besselschen* Elementen berechnet sind (vergl. L.-Gr. I, S. 87).

Die Rechnungen zur Ableitung der Lothabweichungskomponenten und des Parallelbogens sind doppelt geführt worden.

Anmerkung. Um eine angenäherte Kontrolle des numerischen Gliedes der *Laplaceschen* Gleichung zu erlangen, wurde angenommen, dass eine Dreieckskette von Nieuport nach Bonn über einen Punkt *H* gehe*), der mit Nieuport auf demselben Parallel und mit Bonn auf demselben Meridian liegt. Aus dieser fingirten Dreieckskette mögen sich aus den geodätischen Linien Nieuport—*H* und *H*—Bonn für die Polhöhen, Längen und Azimute der 3 Punkte übereinstimmende ellipsoidische und astronomische Werthe ergeben haben, also

$$\begin{array}{ll} B'_4 = \overline{B}_4 = B'_H = \overline{B}_H = 51^\circ 7' 50,05 & L'_H - L'_4 = \overline{L}_H - \overline{L}_4 = 4^\circ 20' 22,74 \\ B'_5 = \overline{B}_5 = 50 43 44,70 & L'_5 - L'_H = \overline{L}_5 - \overline{L}_H = 0, \end{array}$$

woraus man weiter berechnet

$$\begin{array}{l} T'_{4.H} = \overline{T}_{4.H} = 90^\circ - \frac{t}{2} \\ T'_{H.4} = \overline{T}_{H.4} = 270 + \frac{t}{2} \end{array} \quad t = 3^\circ 22' 45,82,$$

und angenähert

$$\log S'_{4.H} = \log \overline{S}_{4.H} = 5,48244.$$

Das konstante Glied der *Laplaceschen* Gleichung für den Zug Nieuport—*H*—Bonn ist alsdann = null. Andererseits ist das numerische Glied der aus den *Laplaceschen* Gleichungen der beiden Züge Nieuport—*H*—Bonn und Nieuport—Bonn gebildeten Polygongleichung hauptsächlich der Ueberschuss des ellipsoidischen Excesses des Dreiecks über den als beobachtet angenommenen, multiplicirt mit $\frac{1}{\sin B_5}$; vergl. „Lothabweichungen. Heft I“, S. 62. Für den ersten erhält man aus den Seiten Nieuport—*H*, Nieuport—Bonn und aus dem von diesen eingeschlossenen Winkel $T'_{4.5} - T'_{4.H}$, nach den Angaben von S. 66 sowie den obigen: $\varepsilon = 34,42$, und für den beobachteten Excess: $T'_{4.5} - T'_{5.4} + 180^\circ + t = 29,82$.

Die Polygongleichung lautet daher im wesentlichen

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec} B_5 \{ (\delta T'_{4.5} - \delta T'_{4.H}) + (\delta T'_{H.4} - \delta T'_{H.5}) + (\delta T'_{5.H} - \delta T'_{5.4}) \} &= \operatorname{cosec} B_5 \{ \varepsilon - [T'_{4.5} - T'_{5.4} + 180^\circ + t] \} \\ &= 1,29 \times 4,60 = + 5,93. \end{aligned}$$

Wird hierzu die *Laplacesche* Gleichung für den Zug Nieuport—*H*—Bonn:

$$+ \delta L'_5 - \delta L'_4 + \operatorname{cosec} B_5 \{ \delta T'_{4.H} - (\delta T'_{H.4} - \delta T'_{H.5}) - \delta T'_{5.H} \} = 0$$

addirt, so bleibt für die *Laplacesche* Gleichung Nieuport—Bonn:

$$+ \delta L'_5 - \delta L'_4 + \operatorname{cosec} B_5 \{ \delta T'_{4.5} - \delta T'_{5.4} \} = + 5,93,$$

in Uebereinstimmung mit dem aus der genauen Rechnung erhaltenen Werthe des numerischen Gliedes.

§ 8. Bonn—Brocken.

Bonn	$B'_5 = 50^\circ 43' 44,70$	$\overline{B}_5 = 50^\circ 43' 44,92$
(5)	$L'_5 = 7 5 49,66$	$\overline{L}_5 = 7 5 57,56$
	$T'_{5.6} = 62 44 56,16$	$\overline{T}_{5.6} = 62 44 56,97$
Brocken	$B'_6 = 51 48 10,34$	$\overline{B}_6 = 51 48 1,59$
(6)	$L'_6 = 10 37 7,14$	$\overline{L}_6 = 10 37 5,72$
	$T'_{6.5} = 245 29 45,83$	$\overline{T}_{6.5} = 245 29 40,37$
	$\log S'_{5.6} = 5,436\ 0555$	$\log \overline{S}_{5.6} = 5,436\ 0521$
	$S'_{5.6} = 272\ 932,6\ \text{m}$	$\overline{S}_{5.6} = 272\ 930,5\ \text{m}$

*) Die Einschaltung von *H* ist in der angegebenen Weise erfolgt, um die Kontrollrechnung möglichst einfach zu gestalten.

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_6 &= + 8,91 + \delta B'_6 - 0,9979 (\delta B'_5 - \xi_5) - 0,0302 \lambda_5 - 0,0134 \delta S'_{5,6} + 0,0389 \delta T'_{5,6} \\ &\quad + 3663 \frac{da}{a} - 791 da \\ \lambda_6 &= + 9,26 + \delta L'_6 - \delta L'_5 - 0,0779 (\delta B'_5 - \xi_5) + 1,0222 \lambda_5 - 0,0475 \delta S'_{5,6} - 0,0286 \delta T'_{5,6} \\ &\quad + 12961 \frac{da}{a} + 7768 da \\ \lambda_6 &= + 7,93 + 1,2725 \delta T'_{6,5} - 0,1261 (\delta B'_5 - \xi_5) + 1,0064 \lambda_5 - 0,0475 \delta S'_{5,6} - 1,3000 \delta T'_{5,6} \\ &\quad + 12961 \frac{da}{a} + 7694 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-1,33 = + \delta L'_6 - \delta L'_5 + 0,0482 (\delta B'_5 - \xi_5) + 0,0158 \lambda_5 + 74 da + 1,2714 \delta T'_{5,6} - 1,2725 \delta T'_{6,5}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{5,6}^B &= 5,390\,2028 & P_{5,6}^B &= 245\,585,5\,m & l_{5,6} &= 3^\circ\,31'\,8,66. \\ \log P_{5,6}^{52} &= 5,383\,1927 & P_{5,6}^{52} &= 241\,653,3\,m + 3029\,da \\ \text{Kontrolle: } \lambda_6 &= (L'_6 - L'_5 - l_{5,6}) - \delta l_{5,6} &= + 8,82 + 0,43 &= + 9,25.\end{aligned}$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Michelsberg	114° 38' 19,14	4,6397651
	Bonn	25 27 21,82	4,3145033
	Nürnberg	39 54 21,00	4,4884364
		180 0 1,46	
2	Nürnberg	82 40 49,82	5,0457896
	Bonn	74 24 11,22	5,0330480
	Feldberg i. T.	22 55 10,79	4,6397651
		180 0 11,83	
3	Feldberg i. T.	119 46 11,11	5,1854661
	Bonn	21 14 2,54	4,8058206
	Taufstein	39 0 1,97	5,0457896
		180 0 15,62	
4	Inselsberg	118 19 12,19	5,2358688
	Taufstein	32 49 15,30	5,0252111
	Brocken	28 51 54,81	4,9749188
		180 0 22,30	
5	Taufstein	113 53 35,52	5,4360513
	Bonn	35 13 19,96	5,2358688
	Brocken	30 54 5,62	5,1854661
		180 1 1,10	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Siegburg	57° 24' 24,73	4,1108493
	Bonn	76 48 34,62	4,1736590
	Löwenburg, 1868 . . .	45 47 1,00	4,0406147
		180 0 0,35	
2	Löwenburg, 1868 . . .	143 7 35,61	4,8309070
	Bonn	30 18 32,83	4,7557208
	Kühfeld	6 33 52,68	4,1108493
		180 0 1,12	
3	Dünsberg	145 54 38,10	4,9980127
	Knüll	12 9 29,09	4,5729110
	Kühfeld	21 55 56,33	4,8217415
		180 0 3,52	
4	Herkules	120 15 13,70	5,1095510
	Knüll	42 22 1,53	5,0017066
	Brocken	17 22 54,54	4,6484012
		180 0 9,77	
5	Knüll	143 50 7,25	5,3367610
	Kühfeld	20 28 22,48	5,1095510
	Brocken	15 41 49,41	4,9980127
		180 0 19,14	
6	Kühfeld	140 37 55,22	5,4360514
	Bonn	30 18 46,39	5,3367610
	Brocken	9 3 42,02	4,8309070
		180 0 23,63	

Azimut in Bonn.

Erste Rechnung.	Azimut von Michelsberg (S. 69)	=	219° 3' 51",21
	Winkel Michelsberg—Nürburg (Dr. 1)	= —	25 27 21,32
	„ Nürburg—Feldberg i. T. (Dr. 2)	= —	74 24 11,22
	„ Feldberg i. T.—Taufstein (Dr. 3)	= —	21 14 2,54
	„ Taufstein—Brocken (Dr. 5)	= —	35 13 19,96
	$T'_{5.6}$ =		62° 44' 56",17
Zweite Rechnung.	Azimut von Siegburg (S. 69)	=	46° 33' 40",76
	Winkel Siegburg—Löwenburg, 1868 (Dr. 1)	= +	76 48 34,62
	„ Löwenburg, 1868—Kühfeld (Dr. 2)	= —	30 18 32,83
	„ Kühfeld—Brocken (Dr. 6)	= —	30 18 46,39
	$T'_{5.6}$ =		62° 44' 56",16
	Mittel: $T'_{5.6}$ =		62° 44' 56",16.

Azimut auf Brocken.

Erste Rechnung.	Azimut von Inselsberg (S. 38)	=	185° 43' 45",42
	Winkel Inselsberg—Taufstein (Dr. 4)	= +	28 51 54,81
	„ Taufstein—Bonn (Dr. 5)	= +	30 54 5,62
	$T'_{6.5}$ =		245° 29' 45",85
Zweite Rechnung.	Azimut von Inselsberg	=	185° 43' 45",42
	Winkel Inselsberg—Herkules (L.-Gr. I, S. 101)	= +	52 23 23,50
	„ Herkules—Knüll (Dr. 4)	= —	17 22 54,54
	„ Knüll—Kühfeld (Dr. 5)	= +	15 41 49,41
	„ Kühfeld—Bonn (Dr. 6)	= +	9 3 42,02
	$T'_{6.5}$ =		245° 29' 45",81
	Mittel: $T'_{6.5}$ =		245° 29' 45",83.

Geodätische Linie Bonn—Brocken.

$\log S'_{5.6}$ (bezogen auf die Lommeler Basis)	=	5,436 0514
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 28)	=	+ 41
	$\log S'_{5.6}$ =	5,436 0555.

Die astronomischen Werthe für Bonn und Brocken sind auf S. 37/38 nachgewiesen.

Zur Dreiecksberechnung diente die Uebersicht in der L.-Gr. I, S. 99/101; zum Anschluss von Bonn wurden einige Dreiecke des vorigen Paragraphen benutzt.

Die Aufstellung der Lothabweichungsgleichungen und die Ableitung des Parallelbogens ist doppelt erfolgt.

Anmerkung. Zur Kontrolle sind die Lothabweichungen und die *Laplacesche* Gleichung auch aus den Angaben des Heftes I der „Lothabweichungen“, S. 47/49, abgeleitet worden; es sind dort die Lothabweichungen von Bonn in Bezug auf Brocken und die zugehörige *Laplacesche* Gleichung, wie sie längs des Zuges Brocken—Meissner—Taufstein—Feldberg i. T.—Bonn erhalten sind, mitgetheilt. Zunächst sind in diesen Gleichungen die Veränderungen infolge anderer Annahmen für die astronomischen Werthe und für die Seitenlängen zu berücksichtigen, nämlich

für Bonn:		für Brocken:	
$\delta B' = + 0",30$	$\delta L' = - 0",905$	$\delta L' = - 0",78$	$\delta T' = - 1",47$
$\delta \log S' = 0,000 0019$ (= Reduktion auf die Lommeler Basis)			
+ 41 (= Reduktion auf intern. Meter etc.)			
$\delta \log S' = 0,000 0060.$			

Ausserdem ist zu bemerken, dass in den „Lothabweichungen“ bei Bildung des Winkels Bonn—Feldberg i. T.—Taufstein für den Winkel Kühfeld—Feldberg i. T.—Taufstein: $89^\circ 4' 54,71$ angesetzt wurde, während nach der L.-Gr. I, S. 100, . . $54,59$ dafür zu nehmen ist; demgemäss ist noch

$$\delta T'_{\text{Feldberg—Bonn}} = + 0,12 \text{ zu setzen.}$$

Mit diesen Verbesserungen geben die beiden letzten Gleichungen (2) und die Gleich. (3) von S. 48/49 der „Lothabweichungen“, wenn sich wie vorher der Index 5 auf Bonn, der Index 6 auf Brocken bezieht:

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} - 0,9983 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,0299 \lambda_6 &= + 9,13 - (\delta B'_5 - \xi_5) \quad + 4042 \frac{da}{a} - 557 da + 0,0381 \delta T'_{6,5} + \dots \\ + 0,1251 \quad , \quad + 0,9899 \quad , &= + 6,72 \quad + \lambda_5 + 12184 \quad , + 7675 \quad , + 1,2596 \quad , - 1,2917 \delta T'_{5,6} + \dots \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 1,69 = + \delta L'_6 - \delta L'_5 - 0,0502 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0141 \lambda_6 - 190 \frac{da}{a} + 35 da + 1,2905 \delta T'_{6,5} - 1,2917 \delta T'_{5,6} + \dots$$

Die Koeffizienten von $\delta T'_{6,5}$ bzw. $\delta T'_{5,6}$ sind dieselben wie die von $\delta T'_{\text{Brocken—Meissner}}$ bzw. $\delta T'_{\text{Bonn—Feldberg}}$.

Die Entwicklung von ξ_6 und λ_6 aus den beiden Lothabweichungsgleichungen giebt:

$$\begin{aligned} \xi_6 &= + 8,91 + \delta B'_6 - 0,9979 (\delta B'_5 - \xi_5) - 0,0301 \lambda_5 + 3666 \frac{da}{a} - 787 da + 0,0389 \delta T'_{5,6} + \dots \\ \lambda_6 &= + 7,91 + 1,2724 \delta T'_{6,5} - 0,1261 \quad , + 1,0064 \quad , + 12772 \quad , + 7654 \quad , - 1,3000 \quad , + \dots \end{aligned}$$

Werden diese Werthe in die *Laplacesche* Gleichung eingesetzt, so geht dieselbe über in

$$- 1,35 = + \delta L'_6 - \delta L'_5 + 0,0483 (\delta B'_5 - \xi_5) + 0,0157 \lambda_5 + 186 \frac{da}{a} + 113 da + 1,2714 \delta T'_{5,6} - 1,2726 \delta T'_{6,5} + \dots$$

Um die *Laplacesche* Gleichung und die Gleichung für λ_6 für den direkten Zug Bonn—Brocken zu erhalten, sind noch die folgenden Glieder in $\frac{da}{a}$ und da zu addiren, bzw. zu subtrahiren (Lothabweichungen. Heft I, S. 31):

$$\text{cosec } B_6 (- 2 \varepsilon \frac{da}{a} + 2 \varepsilon \cos 2 B da) = - 187 \frac{da}{a} - 39 da \quad (\text{mit } \varepsilon = 73,4 \text{ und } B = 51^\circ).$$

Die Koeffizienten der noch fehlenden Glieder in $\delta S'_{5,6}$ werden aus den Koeffizienten von $\frac{da}{a}$ durch die Beziehung (Lothabweichungen. Heft I, S. 64):

$$\text{Koeff. von } \frac{da}{a} = - (\text{Koeff. von } \delta S'_{5,6}) \cdot S'_{5,6}$$

gefunden.

λ_6 aus der Längendifferenz ist die Summe der Gleichung für λ_6 (Azimut) und der *Laplaceschen* Gleichung.

Es folgen mithin aus der Umkehrung des durch den Linienzug Brocken—Meissner—Taufstein—Feldberg i. T.—Bonn erhaltenen Lothabweichungssystems und der *Laplaceschen* Gleichung für die direkte Linie Bonn—Brocken die

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_6 &= + 8,91 + \delta B'_6 - 0,9979 (\delta B'_5 - \xi_5) - 0,0301 \lambda_5 - 0,0134 \delta S'_{5,6} + 0,0389 \delta T'_{5,6} + 3666 \frac{da}{a} - 787 da \\ \lambda_6 &= + 9,26 + \delta L'_6 - \delta L'_5 - 0,0778 \quad , + 1,0221 \quad , - 0,0475 \quad , - 0,0286 \quad , + 12958 \quad , + 7767 \quad , \\ \lambda_6 &= + 7,91 + 1,2724 \delta T'_{6,5} - 0,1261 \quad , + 1,0064 \quad , - 0,0475 \quad , - 1,3000 \quad , + 12959 \quad , + 7693 \quad , \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$- 1,35 = + \delta L'_6 - \delta L'_5 + 0,0483 (\delta B'_5 - \xi_5) + 0,0157 \lambda_5 - 1 \frac{da}{a} + 74 da + 1,2714 \delta T'_{5,6} - 1,2726 \delta T'_{6,5}.$$

Die Uebereinstimmung dieser Gleichungen mit den vorher gefundenen (S. 71) ist gut.

§ 9. Brocken—Göttingen.

Brocken	B'_6	=	$51^\circ 48' 10,34$	\overline{B}_6	=	$51^\circ 48' 1,594$
(6)	L'_6	=	$10 37 7,14$	\overline{L}_6	=	$10 37 5,720$
	$T'_{6,7}$	=	$237 24 28,46$	$\overline{T}_{6,7}$	=	$237 24 19,002$

Göttingen	$B_7 = 51^\circ 31' 48,23$	$\overline{B}_7 = 51^\circ 31' 47,646$
(7)	$L_7 = 9 56 34,68$	$\overline{L}_7 = 9 56 40,980$
	$T'_{7,6} = 56 52 42,04$	$\overline{T}_{7,6} = 56 52 37,024$
	$\log S'_{6,7} = 4,744\ 0571$	$\log \overline{S}_{6,7} = 4,744\ 0627$
	$S'_{6,7} = 55\ 469,86\text{ m}$	$\overline{S}_{6,7} = 55\ 470,58\text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_7 &= -8,24 + \delta B_7 - 1,0000(\delta B'_6 - \xi_6) + 0,0057\lambda_6 + 0,0177\delta S'_{6,7} - 0,0073\delta T'_{6,7} \\ &\quad - 981 \frac{da}{a} + 146\ da \\ \lambda_7 &= -7,55 + \delta L_7 - \delta L'_6 + 0,0148(\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9940\lambda_6 + 0,0435\delta S'_{6,7} + 0,0076\delta T'_{6,7} \\ &\quad - 2410 \frac{da}{a} - 1489\ da \\ \lambda_7 &= -5,42 + 1,2773\delta T'_{7,6} + 0,0241(\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9977\lambda_6 + 0,0435\delta S_{6,7} - 1,2696\delta T'_{6,7} \\ &\quad - 2410 \frac{da}{a} - 1493\ da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 2,13 = + \delta L_7 - \delta L'_6 - 0,0093(\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0037\lambda_6 + 4\ da + 1,2772\delta T'_{6,7} - 1,2773\delta T'_{7,6}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{6,7}^B &= 4,668\ 3523_n & P_{6,7}^B &= -46596,39\text{ m} & l_{6,7} &= -0^\circ 40' 24,83. \\ \log P_{6,7}^{52} &= 4,665\ 1440_n & P_{6,7}^{52} &= -46253,44\text{ m} - 263\ da \\ \text{Kontrolle: } \lambda_7 &= (L'_7 - L'_6 - l_{6,7}) - \delta l_{6,7} & &= -7,63 + 0,08 = -7,55.\end{aligned}$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log s Göttinger Basis
Brocken, G. I.	62° 20' 34,28	4,7071870
Ohmberg	73 18 29,71	4,7411848
Ahlsburg	44 21 0,98	4,6043823
	180 0 4,97	

Die Elemente zur Reduktion von Brocken, Thurmmitte 1881, dem trigonometrischen Punkt der L.-A., auf Brocken, Pfeiler des G. I., sind in der Uebersicht auf S. 104, L.-Gr. I, enthalten.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Göttinger Basis
1	Ahlsburg	70° 17' 41,80	4,7334100
	Brocken, G. I.	36 16 53,62	4,5317549
	Gleichen	73 25 29,05	4,7411848
		180 0 4,47	
2	Kleeper	134 34 34,62	3,9714164
	Göttingen	37 7 44,07	3,8994999
	Gleichen	8 17 41,34	3,2779092
		180 0 0,03	
3	Gleichen	93 21 49,30	4,7440506
	Brocken, G. I.	9 42 4,03	3,9714164
	Göttingen	76 56 7,95	4,7334100
		180 0 1,28	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Göttinger Basis
1	Hoehagen	56° 12' 0,79	4,4051953
	Göttingen	96 58 31,55	4,4823753
	Ahlsburg	26 49 28,54	4,1400277
		180 0 0,88	
2	Ahlsburg	77 30 37,85	4,7440506
	Göttingen	75 54 36,03	4,7411848
	Brocken, G. I.	26 34 49,58	4,4051953
		180 0 3,46	

Zur Uebertragung des Azimutes in Göttingen dient noch das nachstehende Dreieck:

Station	Winkel	log s Göttinger Basis
Hoehagen	15° 44' 25,71	3,7006672
Göttingen	116 0 31,01	4,2208775
Nördl. Meridianzeichen .	48 15 3,44	4,1400277
	180 0 0,16	

Azimut auf Brocken, G. I.

Erste Rechnung.	Azimut von Ohmberg (S. 38)	=	201° 38' 43,77
	Winkel Ohmberg—Ahlzburg (S. 74)	=	+ 62 20 34,28
	„ Ahlzburg—Gleichen (Dr. 1)	=	— 36 16 53,62
	„ Gleichen—Göttingen (Dr. 3)	=	+ 9 42 4,03
		$T'_{6.7}$	= 237° 24' 28,46
Zweite Rechnung.	Azimut von Ahlzburg	=	263° 59' 18,05
	Winkel Ahlzburg—Göttingen (Dr. 2)	=	— 26 34 49,58
		$T'_{6.7}$	= 237° 24' 28,47
	Mittel: $T'_{6.7}$	=	237° 24' 28,46.

Azimut in Göttingen.

Erste Rechnung.	Azimut des nördlichen Meridianzeichens (S. 39) . .	=	0° 0' 5,47
	Winkel Nördl. Meridianzeichen—Hoehagen . . .	=	+ 243 59 28,99
	„ Hoehagen—Kleeper (S. 6)	=	— 147 18 28,54
	„ Kleeper—Gleichen (Dr. 2)	=	+ 37 7 44,07
	„ Gleichen—Brocken, G. I. (Dr. 3)	=	— 76 56 7,95
		$T'_{7.6}$	= 56° 52' 42,04
Zweite Rechnung.	Azimut des nördlichen Meridianzeichens	=	0° 0' 5,47
	Winkel Nördl. Meridianzeichen—Hoehagen . . .	=	— 116 0 31,01
	„ Hoehagen—Ahlzburg (Dr. 1)	=	+ 96 58 31,55
	„ Ahlzburg—Brocken, G. I. (Dr. 2)	=	+ 75 54 36,03
		$T'_{7.6}$	= 56° 52' 42,04
	Mittel: $T'_{7.6}$	=	56° 52' 42,04.

Geodätische Linie Brocken, G. I.,—Göttingen.

log $S'_{6.7}$ (bezogen auf die Göttinger Basis)	=	4,744 0506
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 28) . . .	=	+ 65
	log $S'_{6.7}$	= 4,744 0571 .

Der Nachweis der astronomischen Werthe beider Stationen findet sich auf S. 38/39.

Die Dreiecksberechnungen erfolgten auf Grund der Uebersichten, S. 6/7 u. L.-Gr. I, S. 104/105.

Die Rechnungen zur Ableitung der Lothabweichungsgleichungen sowie des Parallelbogens sind doppelt geführt worden. Das numerische Glied der *Laplaceschen* Gleichung wurde in der auf S. 70 angegebenen Weise kontrollirt; es wurde für dasselbe + 2",14 erhalten.

§ 10. Brocken—Leipzig.

Brocken, G. I.	$B'_6 = 51^\circ 48' 10,34$	$\bar{B}_6 = 51^\circ 48' 1,57$
(6)	$L'_6 = 10 37 7,14$	$\bar{L}_6 = 10 37 7,12$
	$T'_{6.8} = 112 13 44,31$	$\bar{T}_{6.8} = 112 13 37,86$
Leipzig	$B'_8 = 51 20 15,70$	$\bar{B}_8 = 51 20 15,61$
(8)	$L'_8 = 12 22 30,92$	$\bar{L}_8 = 12 22 30,52$
	$T'_{8.6} = 293 36 13,64$	$\bar{T}_{8.6} = 293 36 11,54$
	$\log S'_{6.8} = 5,121 2499$	$\log \bar{S}_{6.8} = 5,121 2432$
	$S'_{6.8} = 132 205,6 \text{ m}$	$\bar{S}_{6.8} = 132 203,6 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_8 &= -8,53 + \delta B'_8 - 0,9996 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0149 \lambda_6 + 0,0130 \delta S'_{6.8} + 0,0190 \delta T'_{6.8} \\ &\quad - 1713 \frac{da}{a} + 236 da \\ \lambda_8 &= +0,03 + \delta L'_8 - \delta L'_6 - 0,0382 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9896 \lambda_6 - 0,0474 \delta S'_{6.8} + 0,0133 \delta T'_{6.8} \\ &\quad + 6259 \frac{da}{a} + 3866 da \\ \lambda_8 &= -6,13 + 1,2806 \delta T'_{8.6} - 0,0627 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9958 \lambda_6 - 0,0474 \delta S'_{6.8} - 1,2671 \delta T'_{6.8} \\ &\quad + 6259 \frac{da}{a} + 3881 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-6,16 = +\delta L'_8 - \delta L'_6 + 0,0245 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0062 \lambda_6 - 15 da + 1,2804 \delta T'_{6.8} - 1,2806 \delta T'_{8.6}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{6.8}^B &= 5,085 5538 & P_{6.8}^B &= 121 773,8 \text{ m} \\ \log P_{6.8}^{52} &= 5,081 4275 & P_{6.8}^{52} &= 120 622,3 \text{ m} + 884 da & l_{6.8} &= 1^\circ 45' 23,61. \end{aligned}$$

Kontrolle: $\lambda_8 = (L'_8 - L'_6 - l_{6.8}) - \delta l_{6.8} = +0,17 - 0,14 = +0,03.$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Kyffhäuser	107° 20' 57,20	4,9785843
	Brocken, L.-A.	40 7 27,04	4,8079842
	Petersberg	32 31 44,09	4,7293555
		180 0 8,33	
2	Petersberg	149 32 54,33	5,1213078
	Brocken, L.-A.	9 3 12,48	4,6133180
	Leipzig	21 23 58,20	4,9785843
		180 0 5,01	

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Ohmberg	154° 46' 46,68	5,0252080
	Brocken, L.-A.	15 55 3,33	4,8338376
	Inselsberg, L.-A.	9 18 12,95	4,6042966
		180 0 2,96	
2	Ettersberg	170 9 39,24	4,9820836
	Inselsberg, L.-A.	3 52 24,75	4,5790284
	Wilsdorf	5 57 56,97	4,7661400
		180 0 0,96	
3	Wilsdorf	178 35 30,71	5,1584195
	Inselsberg, L.-A.	0 28 11,95	4,6818746
	Leipzig	0 56 17,63	4,9820836
		180 0 0,29	
4	Inselsberg, L.-A.	61 39 54,80	5,1213078
	Brocken, L.-A.	73 28 31,92	5,1584195
	Leipzig	44 52 7,29	5,0252080
		180 0 34,01	

Azimut auf Brocken, G. I.

Erste Rechnung.	Azimut von Fallstein auf Brocken, G. I. (S. 38) . . .	=	1° 30' 41,24
	Reduktion nach Brocken, L.-A.	= +	0 2 54,47
	Winkel Fallstein—Brocken, L.-A.,—Ohmberg (S. 38)	= +	200 3 29,96
	„ Ohmberg—Brocken, L.-A.,—Kyffhäuser (L.-Gr. I, S. 104)	= —	58 19 20,72
	„ auf Brocken, L.-A., im Dreieck 1	= —	40 7 27,04
	„ „ „ „ „ 2	= +	9 3 12,48
	Azimut von Leipzig auf Brocken, L.-A.	=	112° 13' 30,39
	Reduktion nach Brocken, G. I.	=	+ 13,91
	$T'_{6.8}$ =		112° 13' 44,30
Zweite Rechnung.	Azimut von Ohmberg auf Brocken, L.-A.	=	201° 37' 5,67
	Winkel auf Brocken, L.-A., im Dreieck 1	= —	15 55 3,33
	„ „ „ „ „ 4	= —	73 28 31,92
	Azimut von Leipzig auf Brocken, L.-A.	=	112° 13' 30,42
	Reduktion nach Brocken, G. I.	=	+ 13,91
	$T'_{6.8}$ =		112° 13' 44,33
	Mittel: $T'_{6.8}$ =		112° 13' 44,31.

Azimut in Leipzig.

Erste Rechnung.	Azimut von Collm (S. 40)	=	94° 27' 3,62
	Winkel Collm—Petersberg (L.-Gr. I, S. 121) . . .	= —	139 27 4,85
	„ in Leipzig im Dreieck 2	= —	21 23 58,20
	Azimut von Brocken, L.-A.	=	293° 36' 0,57
	Reduktion nach Brocken, G. I.	=	+ 13,06
	$T'_{8.6}$ =		293° 36' 13,63
Zweite Rechnung.	Azimut von Collm	=	94° 27' 3,62
	Winkel Collm—Wilsdorf (L.-Gr. I, S. 105 u. 121) .	= —	206 39 27,95
	„ in Leipzig im Dreieck 3	= +	0 56 17,63
	„ „ „ „ „ 4	= +	44 52 7,29
	Azimut von Brocken, L.-A.	=	293° 36' 0,59
	Reduktion nach Brocken, G. I.	=	+ 13,06
	$T'_{8.6}$ =		293° 36' 13,65
	Mittel: $T'_{8.6}$ =		293° 36' 13,64.

Geodätische Linie Brocken, G. I.,—Leipzig.

log (Brocken, L.-A.,—Leipzig) (bezogen auf die Lommeler Basis)	=	5,1213 078
Reduktion nach Brocken, G. I.	=	— 620
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 28)	=	+ 41
$\log S'_{6.8}$ =		5,121 2499.

Die Nachweise für die astronomisch bestimmten Breiten, Längen und Azimute finden sich auf den Seiten 38/40.

Die Grundlagen der Dreiecksberechnungen und der Centrirung von Brocken, L.-A., nach Brocken, G. I., sind der L.-Gr. I, S. 104/105, entnommen.

Für die Centrirung des auf Brocken, G. I., beobachteten Azimuts von Fallstein nach Brocken, L.-A., wurde als Logarithmus der Entfernung Brocken, L.-A.,—Fallstein 4,384 7829 angenommen (vergl. S. 38).

Eine Prüfung der Ergebnisse dieses Paragraphen wird durch die Linien Leipzig—Rauenberg und Brocken—Rauenberg, 4. Kap., § 22/23, bewirkt.

§ 11. Leipzig—Breslau.

Leipzig	$B'_8 = 51^\circ 20' 15,70$	$\overline{B}_8 = 51^\circ 20' 15,61$
(8)	$L'_8 = 12 \quad 22 \quad 30,92$	$\overline{L}_8 = 12 \quad 22 \quad 30,52$
	$T'_{8.11} = 92 \quad 31 \quad 50,23$	$\overline{T}_{8.11} = 92 \quad 31 \quad 47,50$
Breslau	$B'_{11} = 51 \quad 6 \quad 55,82$	$\overline{B}_{11} = 51 \quad 6 \quad 54,06$
(11)	$L'_{11} = 17 \quad 2 \quad 12,54$	$\overline{L}_{11} = 17 \quad 2 \quad 12,90$
	$T'_{11.8} = 276 \quad 10 \quad 0,02$	$\overline{T}_{11.8} = 276 \quad 9 \quad 54,34$
	$\log S'_{8.11} = 5,513 \, 8776$	$\log \overline{S}_{8.11} = 5,513 \, 8780$
	$S'_{8.11} = 326 \, 495,8 \, \text{m}$	$\overline{S}_{8.11} = 326 \, 496,1 \, \text{m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{11} &= +1,81 + \delta B'_{11} - 0,9967 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0398 \lambda_8 + 0,0035 \delta S'_{8.11} + 0,0509 \delta T'_{8.11} - 1135 \frac{da}{a} - 61 da \\ \lambda_{11} &= -0,74 + \delta L'_{11} - \delta L'_8 - 0,1005 \quad , \quad + 0,9932 \quad , \quad - 0,0511 \quad , \quad + 0,0087 \quad , \quad + 16690 \quad , \quad + 10177 \quad , \\ \lambda_{11} &= +3,82 + 1,2847 \delta T'_{11.8} - 0,1661 \quad , \quad + 0,9950 \quad , \quad - 0,0511 \quad , \quad - 1,2742 \quad , \quad + 16690 \quad , \quad + 10197 \quad , \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 4,56 = + \delta L'_{11} - \delta L'_8 + 0,0656 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0018 \lambda_8 - 20 da + 1,2829 \delta T'_{8.11} - 1,2847 \delta T'_{11.8}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{8.11}^B &= 5,512 \, 6981 & P_{8.11}^B &= 325 \, 610,3 \, \text{m} \\ \log P_{8.11}^{52} &= 5,505 \, 3172 & P_{8.11}^{52} &= 320 \, 123,3 \, \text{m} + 4224 da & l_{8.11} &= 4^\circ 39' 42,44. \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{11} = (L'_{11} - L'_8 - l_{8.11}) - \delta l_{8.11} = -0,82 + 0,08 = -0,74.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Zobten	140° 47' 38,84	5,0008805
	Breslau	26 4 47,29	4,8431594
	Schneekoppe	13 7 37,89	4,5563160
		180 0 4,02	
2	Hochstein	145 17 40,37	5,1356689
	Schneekoppe	14 51 38,37	4,7892923
	Keulenberg	19 50 48,49	4,9111101
		180 0 7,23	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Zobten	101° 22' 44,72	4,9515812
	Breslau	55 23 0,86	4,8755847
	Gröditzberg	23 14 21,13	4,5563160
		180 0 6,71	
2	Gröditzberg	136 25 31,14	5,1565342
	Breslau	18 6 33,74	4,8106228
	Rückenberg	25 28 5,21	4,9515812
		180 0 10,09	

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
3	Keulenberg	169° 16' 49,09	5,2253358
	Schneekoppe	2 1 2,28	4,5023224
	Strauch	8 42 10,68	5,1356689
		180 0 2,05	
4	Collm	161 54 2,02	4,9241750
	Strauch	9 30 6,96	4,6495675
	Leipzig	8 35 52,44	4,6065086
		180 0 1,42	
5	Strauch	152 11 24,35	5,3899401
	Schneekoppe	9 11 15,45	4,9241750
	Leipzig	18 37 36,87	5,2253358
		180 0 16,67	
6	Schneekoppe	137 35 43,86	5,5138736
	Breslau	30 28 0,31	5,3899401
	Leipzig	11 56 57,83	5,0008805
		180 0 42,00	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
3	Rückenberg	157° 12' 15,64	5,2580151
	Breslau	4 56 6,53	4,6043890
	Brandberg	17 51 43,49	5,1565342
		180 0 5,66	
4	Brautberg	161 27 43,53	4,9220447
	Brandberg	8 6 6,31	4,5687087
	Grossberg	10 26 11,58	4,6777321
		180 0 1,42	
5	Wurzelberg	119 54 15,30	4,8871927
	Grossberg	28 54 38,39	4,6335839
	Leipzig	31 11 10,66	4,6634179
		180 0 4,35	
6	Grossberg	146 46 48,78	5,1875177
	Brandberg	15 55 32,62	4,8871927
	Leipzig	17 17 47,54	4,9220447
		180 0 8,94	
7	Brandberg	153 49 44,72	5,5138735
	Breslau	12 0 40,46	5,1875177
	Leipzig	14 10 5,98	5,2580151
		180 0 31,16	

Azimut in Leipzig.

Azimut von Collm (S. 40)	= 94° 27' 3,62
Winkel Collm—Strauch (Dr. 4)	= - 8 35 52,44
„ Strauch—Schneekoppe (Dr. 5) = + 18 37 36,87	
„ Schneekoppe—Breslau (Dr. 6) = - 11 56 57,83	
$T'_{8,11}$ =	92° 31' 50,22

Azimut von Collm	= 94° 27' 3,62
Winkel Collm—Wurzelberg (L.-Gr. I, S. 121) = - 64 34 17,56	
„ Wurzelberg—Grossberg (Dr. 5) = + 31 11 10,66	
„ Grossberg—Brandberg (Dr. 6) = + 17 17 47,54	
„ Brandberg—Breslau (Dr. 7) = + 14 10 5,98	
$T'_{8,11}$ =	92° 31' 50,24

Mittel: $T'_{8,11} = 92° 31' 50,23$.

Azimut in Breslau.

Azimut von Goy (S. 42)	= 145° 46' 8,51
Winkel Goy—Zobten (S. 17)	= + 73 51 3,91
„ Zobten—Schneekoppe (Dr. 1) = + 26 4 47,29	
„ Schneekoppe—Leipzig (Dr. 6) = + 30 28 0,31	
$T'_{11,8}$ =	276° 10' 0,02

Azimut von Zobten	= 219° 37' 12,42
Winkel Zobten—Gröditzberg (Dr. 1) = + 55 23 0,86	
„ Gröditzberg—Rückenberg (Dr. 2) = + 18 6 33,74	
„ Rückenberg—Brandberg (Dr. 3) = - 4 56 6,53	
„ Brandberg—Leipzig (Dr. 7) = - 12 0 40,46	
$T'_{11,8}$ =	276° 10' 0,03

Mittel: $T'_{11,8} = 276° 10' 0,02$.

Geodätische Linie Leipzig—Breslau.

log $S'_{8,11}$ (bezogen auf die Lommeler Basis)	= 5,513 8735
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 30)	= + 41
log $S'_{8,11}$ =	5,513 8776.

Leipzig und Breslau waren ursprünglich benachbarte Punkte der Längengradmessung; Grossenhain und Schneekoppe wurden erst nachträglich eingeschaltet. Demgemäss ist auch die Linie Breslau—Leipzig zuerst berechnet worden. Jetzt dient sie nur noch als Kontrolle des Zuges Leipzig—Grossenhain—Schneekoppe—Breslau (siehe die Linie Schneekoppe—Breslau, 4. Kap., § 15), für den die Resultate der ersten Berechnung der Dreiecke unmittelbar benutzt wurden.

Die Nachweise für die astronomisch bestimmten Breiten, Längen und Azimute befinden sich auf den Seiten 39/40, 42.

Die Grundlagen für die Dreiecksberechnung sind der S. 17 und der L.-Gr. I, S. 121/123, 137, entnommen.

§ 12. Leipzig—Grossenhain.

Leipzig	$B'_8 = 51^\circ 20' 15,70$	$\bar{B}_8 = 51^\circ 20' 15,61$
(8)	$L'_8 = 12 22 30,92$	$\bar{L}_8 = 12 22 30,52$
	$T'_{8,9} = 91 58 21,74$	$\bar{T}_{8,9} = 91 58 1,89$
Grossenhain	$B'_9 = 51 18 20,05$	$\bar{B}_9 = 51 18 22,54$
(9)	$L'_9 = 13 33 16,73$	$\bar{L}_9 = 13 33 25,26$
	$T'_{9,8} = 272 53 37,64$	$\bar{T}_{9,8} = 272 53 23,49$
	$\log S'_{8,9} = 4,916 2148$	$\log \bar{S}_{8,9} = 4,916 2026$
	$S'_{8,9} = 82 454,58 \text{ m}$	$\bar{S}_{8,9} = 82 452,27 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_9 &= -2,32 + \delta B'_9 - 0,9998 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0101 \lambda_8 + 0,0016 \delta S'_{8,9} + 0,0129 \delta T'_{8,9} \\ &\quad - 135 \frac{da}{a} + 6 da \\ \lambda_9 &= -9,03 + \delta L'_9 - \delta L'_8 - 0,0257 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9992 \lambda_8 - 0,0516 \delta S'_{8,9} + 0,0010 \delta T'_{8,9} \\ &\quad + 4252 \frac{da}{a} + 2592 da \\ \lambda_9 &= -7,41 + 1,2812 \delta T'_{9,8} - 0,0422 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9996 \lambda_8 - 0,0516 \delta S'_{8,9} - 1,2801 \delta T'_{8,9} \\ &\quad + 4252 \frac{da}{a} + 2593 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 1,62 = + \delta L'_9 - \delta L'_8 + 0,0165 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0004 \lambda_8 - 1 da + 1,2811 \delta T'_{8,9} - 1,2812 \delta T'_{9,8}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{8,9}^B &= 4,915 8277 & P_{8,9}^B &= 82 381,12 \text{ m} & l_{8,9} &= 1^\circ 10' 54,81. \\ \log P_{8,9}^{52} &= 4,909 3426 & P_{8,9}^{52} &= 81 160,11 \text{ m} + 938 da \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_9 = (L'_9 - L'_8 - l_{8,9}) - \delta l_{8,9} = -9,00 - 0,03 = -9,03.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	$\log s$ Lommeler Basis
Strauch	77° 12' 24,36	4,9162105
Leipzig	6 7 10,56	3,9548898
Grossenhain	96 40 26,95	4,9241750
	180 0 1,87	

Azimut in Leipzig.

Azimut von Strauch (S. 79)	=	85° 51' 11",18
Winkel Strauch—Grossenhain	= +	6 7 10,56
$T'_{8,9}$	=	91° 58' 21",74.

Azimut in Grossenhain.

Azimut von Strauch (S. 41)	=	9° 34' 4",59
Winkel Strauch—Leipzig	= -	96 40 26,95
$T'_{9,8}$	=	272° 53' 37",64.

Geodätische Linie Leipzig—Grossenhain.

log $S'_{8,9}$ (bezogen auf die Lommeler Grundlinie)	=	4,916 2105
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 28) . . .	=	+ 43
		<hr/>
log $S'_{8,9}$	=	4,916 2148.

Die Nachweise für die astronomisch bestimmten Breiten, Längen und Azimute befinden sich auf den Seiten 40/41.

Das Dreieck Strauch—Leipzig—Grossenhain schliesst sich an das Dreieck 4 (S. 79) der ersten Rechnung für die Linie Leipzig—Breslau an, das durch die doppelte Berechnung dieser Linie kontrollirt ist, während ausserdem zur Kontrolle der Linien Leipzig—Grossenhain und Grossenhain—Schneekoppe die später folgende Linie Leipzig—Schneekoppe, 4. Kap., § 14, dient.

Der Winkel auf Strauch und die Entfernung Strauch—Grossenhain ist S. 9 angegeben.

§ 13. Grossenhain—Schneekoppe.

Grossenhain	$B'_9 =$	51° 18' 20",05	$\bar{B}_9 =$	51° 18' 22",54
(9)	$L'_9 =$	13 33 16,73	$\bar{L}_9 =$	13 33 25,26
	$T'_{9,10} =$	111 34 38,56	$\bar{T}_{9,10} =$	111 34 47,86
Schneekoppe	$B'_{10} =$	50 44 20,84	$\bar{B}_{10} =$	50 44 13,50
(10)	$L'_{10} =$	15 44 29,84	$\bar{L}_{10} =$	15 44 34,97
	$T'_{10,9} =$	293 16 39,23	$\bar{T}_{10,9} =$	293 16 46,01
	log $S'_{9,10} =$	5,219 8593	log $\bar{S}_{9,10} =$	5,219 8737
	$S'_{9,10} =$	165 904,9 m	$\bar{S}_{9,10} =$	165 910,4 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{10} &= + 9",54 + \delta B'_{10} - 0,9994 (\delta B'_9 - \xi_9) - 0,0187 \lambda_9 + 0,0128 \delta S'_{9,10} + 0,0239 \delta T'_{9,10} \\ &\quad - 2122 \frac{da}{a} + 339 da \\ \lambda_{10} &= + 3,63 + \delta L'_{10} - \delta L'_9 - 0,0465 (\delta B'_9 - \xi_9) + 0,9874 \lambda_9 - 0,0469 \delta S'_{9,10} + 0,0162 \delta T'_{9,10} \\ &\quad + 7773 \frac{da}{a} + 4735 da \\ \lambda_{10} &= + 3,56 + 1,2916 \delta T'_{10,9} - 0,0777 (\delta B'_9 - \xi_9) + 0,9951 \lambda_9 - 0,0469 \delta S'_{9,10} - 1,2749 \delta T'_{9,10} \\ &\quad + 7773 \frac{da}{a} + 4760 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-0,07 = + \delta L'_{10} - \delta L'_9 + 0,0312 (\delta B'_9 - \xi_9) - 0,0077 \lambda_9 - 25 \, da + 1,2911 \delta T'_{9,10} - 1,2916 \delta T'_{10,9}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{9,10}^B &= 5,185 \, 7161 & P_{9,10}^B &= 153 \, 361,4 \, \text{m} & l_{9,10} &= 2^\circ \, 11' \, 9,69. \\ \log P_{9,10}^{52} &= 5,176 \, 4198 & P_{9,10}^{52} &= 150 \, 113,5 \, \text{m} + 2507 \, da \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{10} = (L'_{10} - L'_9 - l_{9,10}) - \delta l_{9,10} = + 3,42 + 0,20 = + 3,62.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log s Lommeler Basis
Strauch	74° 58' 59,99	5,2198552
Grossenhain	102 0 33,97	5,2253358
Schneekoppe	3 0 29,74	3,9548898
	180 0 3,70	

Azimut in Grossenhain.

$$\begin{aligned} \text{Azimut von Strauch (S. 41)} &= 9^\circ \, 34' \, 4,59 \\ \text{Winkel Strauch—Schneekoppe} &= 102 \, 0 \, 33,97 \\ T'_{9,10} &= 111^\circ \, 34' \, 38,56. \end{aligned}$$

Azimut auf Schneekoppe.

$$\begin{aligned} \text{Azimut von Gröditzberg (S. 42)} &= 1^\circ \, 34' \, 48,24 \\ \text{Winkel Gröditzberg—Hochstein (L.-Gr. I, S. 123)} &= -52 \, 27 \, 3,18 \\ \text{„ Hochstein—Keulenberg (Dr. 2 der Linie Leipzig—Breslau, S. 78)} &= -14 \, 51 \, 38,37 \\ \text{„ Keulenberg—Strauch („ 3 „ „ „ „ 79)} &= + 2 \, 1 \, 2,28 \\ \text{„ Strauch—Grossenhain} &= -3 \, 0 \, 29,74 \\ T'_{10,9} &= 295^\circ \, 16' \, 39,23. \end{aligned}$$

Geodätische Linie Grossenhain—Schneekoppe.

$$\begin{aligned} \log S'_{9,10} \text{ (bezogen auf die Lommeler Basis)} &= 5,219 \, 8552 \\ \text{Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29)} &= + 41 \\ \log S'_{9,10} &= 5,219 \, 8593. \end{aligned}$$

Die Nachweise für die astronomischen Bestimmungen befinden sich auf den Seiten 41/42.

Das Dreieck Strauch—Grossenhain—Schneekoppe schliesst sich an das Dreieck 3 der ersten Rechnung für die Linie Leipzig—Breslau an. Wegen der Kontrollen und wegen des Anschlusses von Grossenhain vergl. die Bemerkungen zur Linie Leipzig—Grossenhain (S. 81).

§ 14. Leipzig—Schneekoppe.

Leipzig	$B'_8 = 51^\circ 20' 15,70$	$\overline{B}_8 = 51^\circ 20' 15,61$
(8)	$L'_8 = 12 22 30,92$	$\overline{L}_8 = 12 22 30,52$
	$T'_{8,10} = 104 28 48,05$	$\overline{T}_{8,10} = 104 28 44,87$
Schneekoppe	$B'_{10} = 50 44 20,84$	$\overline{B}_{10} = 50 44 13,50$
(10)	$L'_{10} = 15 44 29,84$	$\overline{L}_{10} = 15 44 34,97$
	$T'_{10,8} = 287 5 53,52$	$\overline{T}_{10,8} = 287 5 53,51$
	$\log S'_{8,10} = 5,389 9443$	$\log \overline{S}_{8,10} = 5,389 9464$
	$S'_{8,10} = 245 439,4 \text{ m}$	$\overline{S}_{8,10} = 245 440,6 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{10} &= + 7,36 + \delta B'_{10} - 0,9984 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0287 \lambda_8 + 0,0095 \delta S'_{8,10} + 0,0368 \delta T'_{8,10} - 2336 \frac{da}{a} + 298 da \\ \lambda_{10} &= - 5,42 + \delta L'_{10} - \delta L'_8 - 0,0717 \quad , \quad + 0,9861 \quad , \quad - 0,0488 \quad , \quad + 0,0178 \quad , \quad + 11966 \quad , \quad + 7296 \quad , \\ \lambda_{10} &= - 3,98 + 1,2916 \delta T'_{10,8} - 0,1197 \quad , \quad + 0,9939 \quad , \quad - 0,0488 \quad , \quad - 1,2729 \quad , \quad + 11966 \quad , \quad + 7337 \quad ,\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 1,44 = + \delta L'_{10} - \delta L'_8 + 0,0480 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0078 \lambda_8 - 41 da + 1,2907 \delta T'_{8,10} - 1,2916 \delta T'_{10,8}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{8,10}^B &= 5,373 2770 & P_{8,10}^B &= 236 198,4 \text{ m} \\ \log P_{8,10}^{52} &= 5,364 1308 & P_{8,10}^{52} &= 231 276,1 \text{ m} + 3799 da & l_{8,10} &= 3^\circ 22' 4,63.\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{10} = (L'_{10} - L'_8 - l_{8,10}) - \delta l_{8,10} = - 5,71 + 0,29 = - 5,42.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Azimut in Leipzig.

$$\begin{aligned}\text{Azimut von Strauch (S. 79)} & \dots\dots\dots = 85^\circ 51' 11,18 \\ \text{Winkel Strauch—Schneekoppe (Dr. 5, 1. Rechnung, der Linie Leipzig—Breslau)} & \dots\dots\dots = + 18 37 36,87 \\ & \dots\dots\dots \underline{T'_{8,10}} = 104^\circ 28' 48,05.\end{aligned}$$

Azimut auf Schneekoppe.

$$\begin{aligned}\text{Azimut von Strauch (S. 82)} & \dots\dots\dots = 296^\circ 17' 8,97 \\ \text{Winkel Strauch—Leipzig (Dr. 5, 1. Rechnung, der Linie Leipzig—Breslau)} & \dots\dots\dots = - 9 11 15,45 \\ & \dots\dots\dots \underline{T'_{10,8}} = 287^\circ 5' 53,52.\end{aligned}$$

Geodätische Linie Leipzig—Schneekoppe.

$$\begin{aligned}\log S'_{8,10} \text{ (bezogen auf die Lommeler Basis; Dr. 5, 1. Rechnung, der Linie Leipzig—Breslau)} &= 5,389 9401 \\ \text{Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 30)} &\dots\dots\dots = + 42 \\ &\dots\dots\dots \underline{\log S'_{8,10}} = 5,389 9443.\end{aligned}$$

Die astronomisch bestimmten Grössen und die Grundlagen zur Berechnung der geodätischen Linie sind den Resultaten für die Linien Leipzig—Breslau, Leipzig—Grossenhain und Grossenhain—Schneekoppe entnommen. Die Linie Leipzig—Schneekoppe ist nur als Kontrolllinie benutzt worden.

Um die S' und T' in sich zu prüfen, wurde das Dreieck Grossenhain—Leipzig—Schneekoppe aus den Werthen $T'_{9,10}-T'_{9,8}$, $S'_{8,9}$ und $S'_{9,10}$ (diese bezogen auf die Lommeler Basis) berechnet.

Station	Winkel	log s Lommeler Basis
Grossenhain	161° 18' 59",08	5,3899402
Leipzig	12 30 26,32	5,2198552
Schneekoppe	6 10 45,70	4,9162105
	180 0 11,10	

log $S'_{8,10}$ ergibt sich hier nur um 1 Einh. d. 7 St. grösser als umstehend angenommen ist. Die Winkel wurden wie folgt geprüft:

Winkel Grossenhain—Leipzig—Schneekoppe = 12° 30' 26",32
 „ Strauch—Leipzig—Grossenhain (S. 80) = 6 7 10,56
 „ Strauch—Leipzig—Schneekoppe = 18° 37' 36",88,
 gegen . . . 36",87 im Dreieck 5, 1. Rechnung, der Linie Leipzig—Breslau (S. 79).

Winkel Leipzig—Schneekoppe—Grossenhain = 6° 10' 45",70
 „ Grossenhain—Schneekoppe—Strauch (S. 82) = 3 0 29,74
 „ Leipzig—Schneekoppe—Strauch = 9° 11' 15",44,
 gegen . . . 15",45 im Dreieck 5 der Linie Leipzig—Breslau.

Um nun auch die \overline{T} und \overline{S} zu kontrolliren, wurde dasselbe Dreieck aus den Werthen $\overline{T}_{9,8}-\overline{T}_{9,10}$, $\overline{S}_{8,9}$ und $\overline{S}_{9,10}$ berechnet. Diese Berechnung ergab nachstehende Resultate und Vergleichen mit den aus den \overline{B} und \overline{L} erhaltenen Ergebnissen.

Station	Winkel		log s	
	Aus der Berechnung des Dreiecks	Aus den \overline{B} und \overline{L} berechnet	Aus der Berechnung des Dreiecks	Aus den \overline{B} und \overline{L} berechnet
Grossenhain	161° 18' 35",63	35",63	5,3899464	5,3899464
Leipzig	12 30 42,99	42,98	5,2198737	5,2198737
Schneekoppe	6 10 52,48	52,50	4,9162026	4,9162026
	180 0 11,10	11,11		

Hiernach erhält man aus der Dreiecksberechnung die Winkel auf Leipzig und Schneekoppe um + 0",01 und — 0",02, und den Excess um — 0",01 anders, als aus den \overline{B} und \overline{L} ; die Seite Leipzig—Schneekoppe stimmt überein.

Zur Prüfung der Lothabweichungen sind die Gleichungen für die ξ und λ von Schneekoppe gegen Leipzig auch aus den Linien Leipzig—Grossenhain und Grossenhain—Schneekoppe abgeleitet. Um für die S' dieselbe Maasseinheit zu erhalten wie für $S'_{8,10}$, war log $S'_{8,9}$ um — 1 Einh. d. 7. St. und log $S'_{9,10}$ um + 1 Einh. d. 7. St. zu ändern; eine Aenderung in den konstanten Gliedern für die ξ und λ bewirkt dieses nicht.

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{10} &= + 7",36 + \delta B'_{10} - 0,9984 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0288 \lambda_8 - 2336 \frac{da}{a} + 297 da + 0,0026 \delta S'_{8,9} + 0,0128 \delta S'_{9,10} \\ &\quad + 0,0368 \delta T'_{8,9} - 0,0239 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\ \lambda_{10} &= - 5,41 + \delta L'_{10} - \delta L'_8 - 0,0718 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9861 \lambda_8 + 11966 \frac{da}{a} + 7295 da - 0,0508 \delta S'_{8,9} - 0,0469 \delta S'_{9,10} \\ &\quad + 0,0178 \delta T'_{8,9} - 0,0162 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\ \lambda_{10} &= - 3,99 + 1,2916 \delta T'_{10,9} - 0,1197 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9939 \lambda_8 + 11995 \frac{da}{a} + 7341 da - 0,0512 \delta S'_{8,9} - 0,0469 \delta S'_{9,10} \\ &\quad - 1,2728 \delta T'_{8,9} + 1,2749 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}).\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 1',42 = + \delta L'_{10} - \delta L'_8 + 0,0479 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0078 \lambda_8 - 29 \frac{da}{a} - 46 da + 0,0004 \delta S'_{8,9} + 1,2906 \delta T''_{8,9} \\ - 1,2911 (\delta T''_{9,8} - \delta T''_{9,10}) - 1,2916 \delta T''_{10,9}.$$

Die Uebereinstimmung mit den aus der Linie Leipzig — Schneekoppe erhaltenen Resultaten ist in allen unmittelbar vergleichbaren Gliedern gut. Die Differenz in den Gliedern mit $\frac{da}{a}$ und da für die *Laplaceschen* Gleichungen ist:

$$- 29 \frac{da}{a} - 5 da.$$

Die Formel $\frac{d\varepsilon}{\sin B_{10}} = - \frac{2\varepsilon}{\sin B_{10}} \frac{da}{a} + \frac{2\varepsilon \cos 2B}{\sin B_{10}} da$ giebt für $\varepsilon = 11',1$; $B = 51^\circ 7',6$; $B_{10} = 50^\circ 44',3$:

$$- 29 \frac{da}{a} - 6 da,$$

also in gleichfalls guter Uebereinstimmung.

Ebenso ist für die letzte *Laplacesche* Gleichung der Koeffizient von $\frac{da}{a}$ gleich dem negativen Koeffizienten von $\frac{\delta S'_{8,9}}{S'_{8,9}}$.

In Bezug auf die Parallelbogen kann man nachstehende Kontrolle vornehmen. Es ist (die Reduktion auf die Maasseinheit von $S'_{8,10}$ ändert im vorliegenden Falle nichts):

$+ P_{8,9}^{52} = + 81\,160,1 \text{ m}$	oder	$+ l_{8,9} = + 1^\circ 10' 54'',81$
$+ P_{9,10}^{52} = + 150\,113,5 \text{ „}$		$+ l_{9,10} = + 2 \quad 11 \quad 9,69$
$- P_{9,10}^{52} = - 231\,276,1 \text{ „}$		$- l_{8,10} = - 3 \quad 22 \quad 4,63$
$\text{Summe} = - 2,5 \text{ m}$		$\text{Summe} = - 0'',13.$

$0'',13$ im Parallel für 52° Breite entsprechen $2,5 \text{ m}$. Der Schlussfehler entsteht dadurch, dass bei der Berechnung der Parallelbogen die astronomisch bestimmten Azimute und Breiten der drei Punkte berücksichtigt werden, während zur Festlegung der Figur auf dem Erdellipsoid Breite und Azimut in einem Punkte genügen. Um die berechneten $l_{k,k}$ hiernach zu verbessern, macht man wieder von der Formel für $\delta l_{k,k}$ (S. 56) Gebrauch.

Geht man im vorliegenden Falle vom Punkte Leipzig aus, so sind zu $l_{8,9}$ und $l_{8,10}$ die bereits berechneten Grössen $\delta l_{8,9} = + 0'',03$ und $\delta l_{8,10} = - 0'',29$ zu addiren. Zur Berechnung von $\delta l_{9,10}$ ist in diesem Falle anzuwenden:

$\delta T_{9,10} = + 5'',68$	$\delta B_9 = + 2'',32$
$\delta T_{10,9} = + 3,08$	$\delta B_{10} = - 7,36$
$\frac{1}{2} (\delta T_{9,10} + \delta T_{10,9}) = \delta T = + 4'',38;$	$\frac{1}{2} (\delta B_9 + \delta B_{10}) = \delta B = - 2'',52.$

δB_9 und δB_{10} sind die negativen Werthe der konstanten Glieder der relativen Lothabweichungen in Breite von Grossenhain und Schneekoppe gegen Leipzig, und $\delta T_{9,10}$ und $\delta T_{10,9}$ die entsprechenden negativen Werthe der relativen Lothabweichungen im Azimut.

Mit diesen Werthen von δT und δB erhält man

$$\delta l_{9,10} = - 0'',19.$$

Durch die Korrekturen $\delta l_{8,9}$, $\delta l_{8,10}$ und $\delta l_{9,10}$ wird der Schlussfehler der l null wie es sein muss.

§ 15. Schneekoppe — Breslau.

Schneekoppe (10)	B_{10}	=	50°	44'	20",84	\overline{B}_{10}	=	50°	44'	13",50	
	L'_{10}	=	15	44	29,84		\overline{L}_{10}	=	15	44	34,97
	$T'_{10,11}$	=	64	41	37,38		$\overline{T}_{10,11}$	=	64	41	37,15
Breslau (11)	B'_{11}	=	51	6	55,82	\overline{B}_{11}	=	51	6	54,06	
	L'_{11}	=	17	2	12,54		\overline{L}_{11}	=	17	2	12,90
	$T'_{11,10}$	=	245	41	59,71		$\overline{T}_{11,10}$	=	245	41	53,34
	$\log S'_{10,11}$	=	5,000 8843				$\log \overline{S}_{10,11}$	=	5,000 8798		
	$S'_{10,11}$	=	100 203,82 m				$\overline{S}_{10,11}$	=	100 202,79 m		

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{11} &= -\ 5",59 + \delta B'_{11} - 0,9997 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) - 0,0111 \lambda_{10} - 0,0133 \delta S'_{10,11} + 0,0143 \delta T'_{10,11} \\ &\quad + 1335 \frac{da}{a} - 277 da \\ \lambda_{11} &= +\ 4,52 + \delta L'_{11} - \delta L'_{10} - 0,0279 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 1,0080 \lambda_{10} - 0,0469 \delta S'_{10,11} - 0,0103 \delta T'_{10,11} \\ &\quad + 4695 \frac{da}{a} + 2815 da \\ \lambda_{11} &= +\ 7,51 + 1,2847 \delta T'_{11,10} - 0,0461 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 1,0025 \lambda_{10} - 0,0469 \delta S'_{10,11} - 1,2948 \delta T'_{10,11} \\ &\quad + 4695 \frac{da}{a} + 2805 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+2",99 = +\ \delta L'_{11} - \delta L'_{10} + 0,0182 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 0,0055 \lambda_{10} + 10 da + 1,2845 \delta T'_{10,11} - 1,2847 \delta T'_{11,10}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{10,11}^B &= 4,958\ 8574 & P_{10,11}^B &= 90\ 961,46\ \text{m} \\ \log P_{10,11}^{52} &= 4,948\ 6747 & P_{10,11}^{52} &= 88\ 853,53\ \text{m} + 1629 da & l_{10,11} &= 1^\circ\ 17'\ 38",14.\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{11} = (L'_{11} - L'_{10} - l_{10,11}) - \delta l_{10,11} = +\ 4",56 - 0",04 = +\ 4",52.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Azimut auf Schneekoppe.

$$\begin{aligned}\text{Azimut von Gröditzberg (S. 42)} &\dots\dots\dots = 1^\circ\ 34'\ 48",24 \\ \text{Winkel Gröditzberg—Zobten (L.-Gr. I, S. 123)} &\dots\dots\dots = +\ 76\ 14\ 27,03 \\ \text{„ Zobten—Breslau (Dr. 1, 1.Rechn., der Linie Leipzig—Breslau, S. 78)} &= -\ 13\ 7\ 37,89 \\ &\overline{T'_{10,11}} = 64^\circ\ 41'\ 37",38.\end{aligned}$$

Azimut in Breslau.

$$\begin{aligned}\text{Azimut von Zobten (Linie Leipzig—Breslau, S. 79)} &\dots\dots\dots = 219^\circ\ 37'\ 12",42 \\ \text{Winkel Zobten—Schneekoppe (Dr. 1 der Linie Leipzig—Breslau)} &\dots\dots\dots = +\ 26\ 4\ 47,29 \\ &\overline{T'_{11,10}} = 245^\circ\ 41'\ 59",71.\end{aligned}$$

Geodätische Linie Schneekoppe—Breslau.

$$\begin{aligned} \log S'_{10.11} \text{ (bezogen auf die Lommeler Basis; Dr. 1 der Linie Leipzig—Breslau)} &= 5,000\ 8805 \\ \text{Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29)} &= + 38 \\ \log S'_{10.11} &= 5,000\ 8843. \end{aligned}$$

Die astronomisch bestimmten Grössen und die Grundlagen zur Berechnung der Azimute und der geodätischen Linie sind den Ergebnissen für die Linien Leipzig—Breslau und Leipzig—Schneekoppe entnommen.

Um die Richtigkeit der \overline{T} und \overline{S} zu prüfen, ist das nachfolgende Dreieck aus den Differenzen der \overline{T} in den drei Eckpunkten und aus den für die \overline{S} erhaltenen Werthen zusammengestellt.

Station	Winkel	$\log \overline{S}$
Breslau	30° 28' 1",00	5,3899464
Schneekoppe	137 35 43,64	5,5138780
Leipzig	11 56 57,37	5,0008798
	180 0 42,01	

Der Excess dieses Dreiecks beträgt 42",00; er ist also bis auf 0",01 mit dem vorstehenden Werth übereinstimmend. Winkel und Seiten werden in sich durch den Sinussatz bestätigt.

Zur Prüfung der Lothabweichungen sind die Gleichungen für die ξ und λ von Breslau gegen Leipzig aus den Linien Leipzig—Schneekoppe und Schneekoppe—Breslau abgeleitet, die mit den Resultaten der direkten Linie Leipzig—Breslau zu vergleichen sind. Um für die S' dieselbe Maasseinheit wie für $S'_{8.11}$ zu erhalten, ist $\log S'_{8.10}$ um -1 Einh. d. 7. St. und $\log S'_{10.11}$ um $+3$ Einh. d. 7. St. zu ändern, was indessen eine Aenderung in den konstanten Gliedern für die ξ und λ nicht bewirkt.

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{11} &= +1,81 + \delta B'_{11} - 0,9968(\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0397 \lambda_8 - 1134 \frac{da}{a} - 61 d\alpha - 0,0090 \delta S'_{8.10} - 0,0133 \delta S'_{10.11} \\ &\quad + 0,0509 \delta T'_{8.10} - 0,0143 (\delta T'_{10.8} - \delta T'_{10.11}) \\ \lambda_{11} &= -0,72 + \delta L'_{11} - \delta L'_8 - 0,1005(\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9933 \lambda_8 + 16691 \frac{da}{a} + 10178 d\alpha - 0,0490 \delta S'_{8.10} - 0,0469 \delta S'_{10.11} \\ &\quad + 0,0085 \delta T'_{8.10} + 0,0103 (\delta T'_{10.8} - \delta T'_{10.11}) \\ \lambda_{11} &= +3,86 + 1,2847 \delta T'_{11.10} - 0,1660(\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9951 \lambda_8 + 16583 \frac{da}{a} + 10174 d\alpha - 0,0485 \delta S'_{8.10} - 0,0469 \delta S'_{10.11} \\ &\quad - 1,2744 \delta T'_{8.10} + 1,2948 (\delta T'_{10.8} - \delta T'_{10.11}). \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$\begin{aligned} +4,58 &= +\delta L'_{11} - \delta L'_8 + 0,0655(\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0018 \lambda_8 + 108 \frac{da}{a} + 4 d\alpha - 0,0005 \delta S'_{8.10} + 1,2829 \delta T'_{8.10} \\ &\quad - 1,2845 (\delta T'_{10.8} - \delta T'_{10.11}) - 1,2847 \delta T'_{11.10}. \end{aligned}$$

Die Uebereinstimmung mit den auf S. 78 aus der Linie Leipzig—Breslau erhaltenen Resultaten ist in allen unmittelbar vergleichbaren Gliedern gut. Die Differenz in den Gliedern mit $\frac{da}{a}$ und $d\alpha$ für die Laplaceschen Gleichungen ist:

$$-108 \frac{da}{a} - 24 d\alpha.$$

Die Formel $\frac{d\varepsilon}{\sin B_{11}} = -\frac{2\varepsilon}{\sin B_{11}} \frac{da}{a} + \frac{2\varepsilon \cos 2B}{\sin B_{11}} da$ gibt aber für $\varepsilon = 42''0$; $B = 51^\circ 3'8$; $B_{11} = 51^\circ 6'9$:

$$- 108 \frac{da}{a} - 23 da.$$

Für die umstehende *Laplace'sche* Gleichung ist der Koeffizient von $\frac{da}{a}$ gleich dem negativen Koeffizienten von $\frac{\delta S'_{8,10}}{S'_{8,10}}$.

Die aus dem Dreieck Leipzig—Breslau—Schneekoppe abgeleiteten Parallelbogen wurden in der bereits angegebenen Weise (S. 85) kontrollirt. Die Reduktion auf die Maasseinheit von $S'_{8,11}$ ändert $P_{8,10}^{52}$ um $-0,1$ m und $P_{10,11}^{52}$ um $+0,06$ m; in den l macht es nichts.

$+ P_{8,10}^{52} = + 231\,276,0$ m	oder	$+ l_{8,10} = + 3^\circ 22' 4'',63$
$+ P_{10,11}^{52} = + 88\,853,6$ „		$+ l_{10,11} = + 1\ 17\ 38,14$
$- P_{8,11}^{52} = - 320\,123,3$ „		$- l_{8,11} = - 4\ 39\ 42,44$
Summe = $+ 6,3$ m		Summe = $+ 0'',33$.

Den $0'',33$ im Parallel für 52° Breite entsprechen $6,3$ m.

Geht man zur anderweiten Ableitung des Schlussfehlers vom Punkte Leipzig aus (vergl. S. 85), so sind zu $l_{8,10}$ und $l_{8,11}$ die bereits berechneten Grössen $\delta l_{8,10} = -0'',29$ und $\delta l_{8,11} = -0'',08$ zu addiren.

Zur Berechnung von $\delta l_{10,11}$ ist in diesem Falle anzuwenden:

$\delta T_{11,10} = - 2'',97$	$\delta B_{11} = - 1'',81$
$\delta T_{10,11} = + 3,08$	$\delta B_{10} = - 7,36$
$\frac{1}{2} (\delta T_{11,10} + \delta T_{10,11}) = \delta T = + 0'',06$;	$\frac{1}{2} (\delta B_{11} + \delta B_{10}) = \delta B = - 4'',59$,

und hiermit wird

$$\delta l_{10,11} = - 0'',13.$$

Nach Berücksichtigung dieser Korrekturen wird der Schlussfehler auf $-0'',01$ erniedrigt.

§ 16. Breslau—Rosenthal.

Breslau (11)	$B'_{11} = 51^\circ 6' 55'',82$ $L'_{11} = 17\ 2\ 12,54$ $T'_{11,12} = 0\ 0\ 2,64$	$\bar{B}_{11} = 51^\circ 6' 55'',82$ $\bar{L}_{11} = 17\ 2\ 12,54$ $\bar{T}_{11,12} = 0\ 0\ 0,00$
Rosenthal (12)	$B'_{12} = 51\ 8\ 10,07$ $L'_{12} = 17\ 2\ 12,90$ $T'_{12,11} = 180\ 0\ 2,64$	$\bar{B}_{12} = 51\ 8\ 10,84$ $\bar{L}_{12} = 17\ 2\ 12,54$ $\bar{T}_{12,11} = 180\ 0\ 0,00$
	$\log S'_{11,12} = 3,365\,1379$ $S'_{11,12} = 2318,13$ m	$\log \bar{S}_{11,12} = 3,365\,1277$ $\bar{S}_{11,12} = 2318,08$ m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{12} = & -0'',77 + \delta B'_{12} - 1,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,0000 \lambda_{11} - 0,0324 \delta S'_{11,12} + 0,0000 \delta T'_{11,12} \\ & + 75 \frac{da}{a} - 14 da \\ \lambda_{12} = & + 0,36 + \delta L'_{12} - \delta L'_{11} + 0,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 1,0004 \lambda_{11} + 0,0000 \delta S'_{11,12} - 0,0006 \delta T'_{11,12} \\ & + 0 \frac{da}{a} + 0 da \\ \lambda_{12} = & 0,00 + 1,2843 \Delta T'_{12,11} + 0,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 1,0002 \lambda_{11} + 0,0000 \delta S'_{11,12} - 1,2849 \delta T'_{11,12} \\ & + 0 \frac{da}{a} + 0 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-0,36 = +\delta L'_{12} - \delta L'_{11} + 0,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,0002 \lambda_{11} + 0 da + 1,2843 \delta T'_{11,12} - 1,2843 \Delta T'_{12,11}$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{11,12}^B &= 8,4947-10 & P_{11,12}^B &= 0,03 \text{ m} & l_{11,12} &= 0^\circ 0' 0,00. \\ \log P_{11,12}^{52} &= 8,4864-10 & P_{11,12}^{52} &= 0,03 \text{ m} & + 0 da \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{12} = (L'_{12} - L'_{11} - l_{11,12}) - \delta l_{11,12} = + 0,36 - 0,00 = + 0,36.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Die Linie Breslau—Rosenthal ist eine Seite des Dreiecksnetzes, das zum Anschluss von Breslau und Rosenthal an die Dreiecke der Längengradmessung dient (S. 17).

Azimut in Breslau.

$$\begin{aligned} \text{Azimut der Meridianmarke (S. 42)} & \dots\dots\dots = 0^\circ 0' 4,97 \\ \text{Winkel Meridianmarke—Rosenthal (S. 17)} & \dots\dots\dots = - 0 \quad 0 \quad 2,33 \\ & \hline T'_{11,12} &= 0^\circ 0' 2,64. \end{aligned}$$

Azimut in Rosenthal.

Da das Azimut in Rosenthal nicht beobachtet ist, so wurde als Azimut von Breslau der Werth $180^\circ + T'_{11,12}$ angenommen.

Geodätische Linie Breslau—Rosenthal.

$$\begin{aligned} \log S'_{11,12} \text{ (bezogen auf die Lommeler Basis)} & \dots\dots\dots = 3,365 \ 1342 \\ \text{Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29)} & \dots\dots = + \quad 37 \\ & \hline \log S'_{11,12} &= 3,365 \ 1379. \end{aligned}$$

Die Nachweise für die astronomischen Resultate finden sich auf der Seite 42.

§ 17. Breslau—Trockenberg.

Breslau	B'_{11}	=	51°	6'	55,82	\overline{B}_{11}	=	51°	6'	54,06
(11)	L'_{11}	=	17	2	12,54	\overline{L}_{11}	=	17	2	12,90
	$T'_{11,13}$	=	120	19	40,11	$\overline{T}_{11,13}$	=	120	19	33,63
Trockenberg	B'_{13}	=	50	24	43,89	\overline{B}_{13}	=	50	24	42,89
(13)	L'_{13}	=	18	52	37,01	\overline{L}_{13}	=	18	52	44,05
	$T'_{13,11}$	=	301	45	8,06	$\overline{T}_{13,11}$	=	301	45	10,01
	$\log S'_{11,13}$	=	5,180	8645		$\log \overline{S}_{11,13}$	=	5,180	8603	
	$S'_{11,13}$	=	151	657,7	m	$\overline{S}_{11,13}$	=	151	656,2	m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{13} &= - 0,61 + \delta B'_{13} - 0,9996 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) - 0,0158 \lambda_{11} + 0,0170 \delta S'_{11,13} + 0,0202 \delta T'_{11,13} \\ &\quad - 2583 \frac{da}{a} + 476 da \\ \lambda_{13} &= - 6,68 + \delta L'_{13} - \delta L'_{11} - 0,0388 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,9848 \lambda_{11} - 0,0431 \delta S'_{11,13} + 0,0196 \delta T'_{11,13} \\ &\quad + 6532 \frac{da}{a} + 3958 da \\ \lambda_{13} &= - 10,99 + 1,2976 \delta T'_{13,11} - 0,0654 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,9946 \lambda_{11} - 0,0431 \delta S'_{11,13} - 1,2777 \delta T'_{11,13} \\ &\quad + 6532 \frac{da}{a} + 3984 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-4,31 = + \delta L'_{13} - \delta L'_{11} + 0,0266 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) - 0,0098 \lambda_{11} - 26 da + 1,2973 \delta T'_{11,13} - 1,2976 \delta T'_{13,11}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{11,13}^B &= 5,113\,7563 & P_{11,13}^B &= 129\,944,0\,m \\ \log P_{11,13}^{52} &= 5,102\,0560 & P_{11,13}^{52} &= 126\,489,9\,m + 2677\,da & l_{11,13} &= 1^\circ\,50'\,31",23.\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } (L'_{13} - L'_{11} - l_{11,13}) - \delta l_{11,13} = -6,76 + 0,07 = -6,69.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Goy	156° 48' 41",57	4,7099184
	Breslau	11 48 44,55	4,4258207
	Lossen	11 22 34,56	4,4097068
		180 0 0,68	
2	Annaberg	144 25 49,89	5,0108847
	Lossen	16 37 0,49	4,7024988
	Trockenberg	18 57 13,87	4,7578052
		180 0 4,25	
3	Lossen	159 36 18,60	5,1808608
	Breslau	13 37 43,85	5,0108847
	Trockenberg	6 46 2,19	4,7099184
		180 0 4,64	

Azimut in Breslau.

$$\begin{aligned}\text{Azimut von Goy (S. 42)} & = 145^\circ\,46'\,8",51 \\ \text{Winkel Goy—Lossen (Dr. 1)} & = - 11\,48\,44,55 \\ \text{„ Lossen—Trockenberg (Dr. 3)} & = - 13\,37\,43,85 \\ & T'_{11,13} = 120^\circ\,19'\,40",11.\end{aligned}$$

Azimut auf Trockenberg.

Azimut von Lubschau (S. 43)	=	19° 36' 30",92
Winkel Lubschau—Annaberg (L.-Gr. I, S. 138)	=	—103 34 38,92
„ Annaberg—Lossen (Dr. 2)	=	+ 18 57 13,87
„ Lossen—Breslau (Dr. 3)	=	+ 6 46 2,19
	<hr/>	
$T'_{13.11}$	=	301° 45' 8",06.

Geodätische Linie Breslau—Trockenberg.

$\log S'_{11.13}$ (bezogen auf die Lommeler Basis)	=	5,180 8608
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29) . . .	=	+ 37
	<hr/>	
$\log S'_{11.13}$	=	5,180 8645.

Die Nachweise für die astronomisch bestimmten Breiten, Längen und Azimute befinden auf den Seiten 42/43.

Die Grundlagen für die Dreiecksberechnung sind der L.-Gr. I, S. 137/38, entnommen. Die Rechnungen werden durch die folgende Kontrolllinie Schneekoppe—Trockenberg geprüft.

§ 18. Schneekoppe—Trockenberg.

Sneekoppe	B'_{10}	=	50° 44' 20",84	\overline{B}_{10}	=	50° 44' 13",50
(10)	L'_{10}	=	15 44 29,84	\overline{L}_{10}	=	15 44 34,97
	$T'_{10.13}$	=	98 2 6,83	$\overline{T}_{10.13}$	=	98 2 6,54
Trockenberg	B'_{13}	=	50 24 43,89	\overline{B}_{13}	=	50 24 42,89
(13)	L'_{13}	=	18 52 37,01	\overline{L}_{13}	=	18 52 44,05
	$T'_{13.10}$	=	280 27 25,73	$\overline{T}_{13.10}$	=	280 27 27,72
	$\log S'_{10.13}$	=	5,352 2205	$\log \overline{S}_{10.13}$	=	5,352 2163
	$S'_{10.13}$	=	225 019,7 m	$\overline{S}_{10.13}$	=	225 017,5 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{13} &= -6",31 + \delta B'_{13} - 0,9986(\delta B'_{10} - \xi_{10}) - 0,0269 \lambda_{10} + 0,0059 \delta S'_{10.13} + 0,0347 \delta T'_{10.13} - 1322 \frac{da}{a} + 156 da \\ \lambda_{13} &= -2,50 + \delta L'_{13} - \delta L'_{10} - 0,0660 \quad , \quad + 0,9922 \quad , \quad - 0,0498 \quad , \quad + 0,0100 \quad , \quad + 11208 \quad , \quad + 6719 \quad , \\ \lambda_{13} &= -3,88 + 1,2976 \delta T'_{13.10} - 0,1112 \quad , \quad + 0,9963 \quad , \quad - 0,0498 \quad , \quad - 1,2868 \quad , \quad + 11208 \quad , \quad + 6740 \quad , \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$- 1",38 = + \delta L'_{13} - \delta L'_{10} + 0,0452 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) - 0,0041 \lambda_{10} - 21 da + 1,2968 \delta T'_{10.13} - 1,2976 \delta T'_{13.10}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P^B_{10.13} &= 5,346 5726 & P^B_{10.13} &= 222 112,3 \text{ m} & l_{10.13} &= 3^\circ 8' 9",48. \\ \log P^{52}_{10.13} &= 5,333 1361 & P^{52}_{10.13} &= 215 345,6 \text{ m} + 5249 da \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{13} = (L'_{13} - L'_{10} - l_{10.13}) - \delta l_{10.13} = - 2",31 - 0",20 = - 2",51.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Zobten	161° 20' 43",99	5,1084325
	Schneekoppe	8 39 16,31	4,7809179
	Lossen	10 0 3,11	4,8431594
		180 0 3,41	
2*)	Annaberg	144 25 49,89	5,0108847
	Lossen	16 37 0,49	4,7024988
	Trockenberg	18 57 13,87	4,7578052
		180 0 4,25	
3	Lossen	153 54 59,26	5,3522169
	Schneekoppe	11 33 35,25	5,0108847
	Trockenberg	14 31 40,15	5,1084325
		180 0 14,66	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Schneeberg	135° 1' 37",77	5,1177377
	Schneekoppe	13 1 44,04	4,6214670
	Bischofskoppe	31 56 45,54	4,9919990
		180 0 7,35	
2	Orzesche	125 4 31,51	4,7291723
	Pschow	27 9 5,99	4,4755007
	Trockenberg	27 46 24,39	4,4845692
		180 0 1,89	
3	Pschow	110 8 15,48	5,0187590
	Bischofskoppe	28 48 54,11	4,7291723
	Trockenberg	41 2 59,72	4,8635222
		180 0 9,31	
4	Bischofskoppe	145 22 0,26	5,3522167
	Schneekoppe	15 17 35,57	5,0187590
	Trockenberg	19 20 43,88	5,1177377
		180 0 19,71	

Azimut auf Schneekoppe.

Azimut von Zobten (S. 86) . . . = 77° 49' 15",27
Winkel Zobten—Lossen (Dr. 1) . = + 8 39 16,31
„ Lossen—Trockenberg (Dr. 3) = + 11 33 35,25

$$T'_{10.13} = 98^{\circ} 2' 6",83$$

$$\text{Mittel: } T'_{10.13} = 98^{\circ} 2' 6",83.$$

Azimut von Gröditzberg (S. 42) . . = 1° 34' 48",24
Winkel Gröditzberg—Schneeberg
(L.-Gr. I, S. 123) . . . = + 124 46 38,21
„ Schneeberg—Bischofskoppe
(Dr. 1) = — 13 1 44,04
„ Bischofskoppe—Trockenberg
(Dr. 4) = — 15 17 35,57
 $T'_{10.13} = 98^{\circ} 2' 6",84$

Azimut auf Trockenberg.

Azimut von Annaberg (S. 91) . . . = 276° 1' 52",00
Winkel Annaberg—Lossen (Dr. 2) = + 18 57 13,87
„ Lossen—Schneekoppe (Dr. 3) = — 14 31 40,15

$$T'_{13.10} = 280^{\circ} 27' 25",72$$

$$\text{Mittel: } T'_{13.10} = 280^{\circ} 27' 25",73.$$

Azimut von Lubschau (S. 43) . . = 19° 36' 30",92
Winkel Lubschau—Orzesche
(L.-Gr. I, S. 138) . . . = — 187 19 13,16
„ Orzesche—Pschow (Dr. 2) . = + 27 46 24,39
„ Pschow—Bischofskoppe (Dr. 3) = + 41 2 59,72
„ Bischofskoppe—Schneekoppe
(Dr. 4) = + 19 20 43,88
 $T'_{13.10} = 280^{\circ} 27' 25",75$

*) Ist identisch mit dem Dreieck 2 der Linie Breslau—Trockenberg.

Geodätische Linie Schneekoppe—Trockenberg.

$\log S'_{10.13}$ (bezogen auf die Lommeler Basis) = 5,352 2168

Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 30) . . = + 37

$\log S'_{10.13}$ = 5,352 2205 .

Die Grundlagen für die Berechnungen und für die astronomischen Daten dieser Linie sind bei den Linien Schneekoppe—Breslau und Breslau—Trockenberg zu ersehen (S. 86/87 u. 89/91).

Die Linie Schneekoppe—Trockenberg hat jetzt nur noch den Werth einer Kontrolle für die Linien Schneekoppe—Breslau und Breslau—Trockenberg. Sie wurde aber seinerzeit zuerst berechnet, um möglichst bald aus der für sie geltenden *Laplaceschen* Gleichung einen Beweis dafür zu erhalten, dass die früher vorhanden gewesenens Unsicherheiten auf Annaberg nunmehr eliminirt sind.

Zur weiteren Prüfung der geodätischen Linien Schneekoppe—Breslau und Breslau—Trockenberg wurden noch die beiden Dreiecke Breslau—Schneekoppe—Lossen und Breslau—Schneekoppe—Trockenberg aus den Winkeln in Breslau und den anliegenden Seiten berechnet, wie sie die Berechnung der beiden Linien ergeben hatte.

Station	Winkel	$\log s$ Lommeler Basis
Breslau	111° 44' 35",75	5,1084325
Schneekoppe	21 46 54,17	4,7099184
Lossen	46 28 42,17	5,0008805
	180 0 12,09	

Station	Winkel	$\log s$ Lommeler Basis
Breslau	125° 22' 19",60	5,3522169
Schneekoppe	33 20 29,44	5,1808608
Trockenberg	21 17 42,34	5,0008805
	180 0 31,38	

Die Logarithmen der Seiten Schneekoppe—Lossen und Schneekoppe—Trockenberg stimmen mit den entsprechenden Resultaten der nebenstehenden Dreiecke 1 und 3 der ersten Rechnung. Die Winkel werden in nachfolgender Weise geprüft:

Winkel Breslau—Schneekoppe—Lossen = 21° 46' 54",17
 „ Breslau—Schneekoppe—Zobten (Dr. 1 der Linie Leipzig—Breslau, S. 78) = 13 7 37,89
 „ Zobten—Schneekoppe—Lossen = 8° 39' 16",28
 gegen . . . 16",31 im Dreieck 1.

Winkel Schneekoppe—Lossen—Breslau = 46° 28' 42",17
 „ Zobten—Lossen—Breslau (Dr. 1 der Linie Breslau—Trockenberg, S. 90, und L.-Gr. I, S. 137) = 36 28 39,03
 „ Schneekoppe—Lossen—Zobten = 10° 0' 3",14
 gegen . . . 3",11 im Dreieck 1.

Winkel Schneekoppe—Trockenberg—Breslau = 21° 17' 42",34
 „ Lossen—Trockenberg—Breslau (Dr. 3 der Linie Breslau—Trockenberg, S. 90) = 6 46 2,19
 „ Schneekoppe—Trockenberg—Lossen = 14° 31' 40",15
 genau mit dem Werthe im Dreieck 3 übereinstimmend.

Winkel Breslau—Schneekoppe—Trockenberg = 33° 20' 29",44
 „ Breslau—Schneekoppe—Lossen = 21 46 54,17
 „ Lossen—Schneekoppe—Trockenberg = 11° 33' 35",27
 gegen . . . 35",25 im Dreieck 3.

Um die Richtigkeit der \overline{S} und \overline{T} zu prüfen, ist das nachfolgende Dreieck aus den Differenzen der \overline{T} in den drei Eckpunkten und aus den $\log \overline{S}$ zusammengestellt.

Station	Winkel	$\log \overline{S}$
Breslau	125° 22' 19",71	5,3522163
Schneekoppe	33 20 29,39	5,1808603
Trockenberg	21 17 42,29	5,0008798
	180 0 31,39	

Der Excess beträgt 31",38, ist also bis auf 0",01 mit vorstehendem Werth übereinstimmend. Die Winkel und Seiten erfüllen den Sinussatz.

Zur Prüfung der Lothabweichungen sind die Gleichungen für ξ und λ von Trockenberg gegen Schneekoppe auch aus den Linien Schneekoppe—Breslau und Breslau—Trockenberg abgeleitet. Die S' können als auf dieselbe Längeneinheit bezogen angenommen werden.

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{13} &= - 6',32 + \delta B'_{13} - 0,9986 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) - 0,0269 \lambda_{10} - 1323 \frac{da}{a} + 155 d\alpha - 0,0126 \delta S'_{10,11} \\ &\quad + 0,0170 \delta S'_{11,13} + 0,0348 \delta T'_{10,11} - 0,0202 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) \\ \lambda_{13} &= - 2',49 + \delta L'_{13} - \delta L'_{10} - 0,0660 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 0,9923 \lambda_{10} + 11207 \frac{da}{a} + 6720 d\alpha - 0,0466 \delta S'_{10,11} \\ &\quad - 0,0431 \delta S'_{11,13} + 0,0099 \delta T'_{10,11} - 0,0196 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) \\ \lambda_{13} &= - 3',89 + 1,2976 \delta T'_{13,11} - 0,1112 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 0,9963 \lambda_{10} + 11289 \frac{da}{a} + 6756 d\alpha - 0,0475 \delta S'_{10,11} \\ &\quad - 0,0431 \delta S'_{11,13} - 1,2869 \delta T'_{10,11} + 1,2777 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}).\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$\begin{aligned}- 1',40 &= + \delta L'_{13} - \delta L'_{10} + 0,0452 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) - 0,0040 \lambda_{10} - 82 \frac{da}{a} - 36 d\alpha + 0,0009 \delta S'_{10,11} + 1,2968 \delta T'_{10,11} \\ &\quad - 1,2973 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) - 1,2976 \delta T'_{13,11}.\end{aligned}$$

Die Uebereinstimmung mit den aus der Linie Schneekoppe—Trockenberg direkt erhaltenen Resultaten ist in allen unmittelbar vergleichbaren Gliedern gut. Die Differenz in den Gliedern mit $\frac{da}{a}$ und $d\alpha$ für die *Laplaceschen* Gleichungen ist:

$$- 82 \frac{da}{a} - 15 d\alpha.$$

Die Formel $\frac{d\varepsilon}{\sin B_{13}} = - \frac{2\varepsilon}{\sin B_{13}} \frac{da}{a} + \frac{2\varepsilon \cos 2B}{\sin B_{13}} d\alpha$ giebt für $\varepsilon = 31',4$; $B = 50^\circ 45',3$; $B_{13} = 50^\circ 24',7$:

$$- 82 \frac{da}{a} - 16 d\alpha,$$

also ebenfalls in guter Uebereinstimmung.

Ebenso ist für die letzte *Laplacesche* Gleichung der Koeffizient von $\frac{da}{a}$ gleich dem negativen Koeffizienten von $\frac{\delta S'_{10,11}}{S'_{10,11}}$.

Die aus dem Dreieck Schneekoppe—Breslau—Trockenberg abgeleiteten Parallelbogen werden in nachstehender Weise kontrollirt. Bildet man die Summe der Parallelbogen und der daraus abgeleiteten Längendifferenzen, so erhält man:

$$P_{10,11}^{52} + P_{11,13}^{52} + P_{13,10}^{52} = - 2,2 \text{ m} \quad \text{und} \quad l_{10,11} + l_{11,13} + l_{13,10} = - 0',11,$$

die sich genau entsprechen.

Geht man behufs Erklärung des Schlussfehlers vom Punkte Schneekoppe aus, so sind zu $l_{10,11}$ und $l_{10,13}$ die bereits berechneten Grössen $\delta l_{10,11} = + 0',04$ und $\delta l_{10,13} = + 0',20$ zu addiren. Zur Berechnung von $\delta l_{11,13}$ ist in diesem Falle anzuwenden:

$$\begin{array}{l} \delta T_{11.13} = - 5,84 \\ \delta T_{13.11} = + 2,99 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \delta B_{11} = + 5,59 \\ \delta B_{13} = + 6,31 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} (\delta T_{11.13} + \delta T_{13.11}) = \delta T = - 1,43; \qquad \frac{1}{2} (\delta B_{11} + \delta B_{13}) = \delta B = + 5,95$$

und hiermit wird

$$\delta l_{11.13} = + 0,26$$

Nach Berücksichtigung dieser Aenderungen wird der Schlussfehler — 0,01.

§ 19. Trockenberg—Mirow.

Trockenberg	$B'_{13} = 50^{\circ} 24' 43,89$	$\bar{B}_{13} = 50^{\circ} 24' 43,89$
(13)	$L'_{13} = 18 52 37,01$	$\bar{L}_{13} = 18 52 37,05$
	$T'_{13.14} = 26 10 54,40$	$\bar{T}_{13.14} = 26 10 57,24$
Mirow	$B'_{14} = 50 48 40,30$	$\bar{B}_{14} = 50 48 36,57$
(14)	$L'_{14} = 19 11 13,99$	$\bar{L}_{14} = 19 11 9,95$
	$T'_{14.13} = 206 25 18,03$	$\bar{T}_{14.13} = 206 25 17,36$
	$\log S'_{13.14} = 4,693 5294$	$\log \bar{S}_{13.14} = 4,693 5239$
	$S'_{13.14} = 49 377,53 \text{ m}$	$\bar{S}_{13.14} = 49 376,91 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{14} &= + 3,71 + \delta B'_{14} - 0,9999 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) - 0,0027 \lambda_{13} - 0,0290 \delta S'_{13.14} + 0,0035 \delta T'_{13.14} \\ &\quad + 1432 \frac{da}{a} - 299 da \\ \lambda_{14} &= + 4,09 + \delta L'_{14} - \delta L'_{13} - 0,0066 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0084 \lambda_{13} - 0,0227 \delta S'_{13.14} - 0,0110 \delta T'_{13.14} \\ &\quad + 1122 \frac{da}{a} + 667 da \\ \lambda_{14} &= + 4,54 + 1,2902 \Delta T'_{14.13} - 0,0110 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0027 \lambda_{13} - 0,0227 \delta S'_{13.14} - 1,3012 \delta T'_{13.14} \\ &\quad + 1122 \frac{da}{a} + 664 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 0,45 = + \delta L'_{14} - \delta L'_{13} + 0,0044 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 0,0057 \lambda_{13} + 3 da + 1,2902 \delta T'_{13.14} - 1,2902 \Delta T'_{14.13}$$

Parallelbogen.

$$\begin{array}{ll} \log P_{13.14}^B = 4,340 0281 & P_{13.14}^B = 21 879,03 \text{ m} \\ \log P_{13.14}^{52} = 4,326 9232 & P_{13.14}^{52} = 21 228,69 \text{ m} + 504 da \end{array} \qquad l_{13.14} = 0^{\circ} 18' 32,91.$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{14} = (L'_{14} - L'_{13} - l_{13.14}) - \delta l_{13.14} = + 4,07 + 0,03 = + 4,10.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Strehlener Basis
1	Markowice	152° 38' 57,91	4,6609386
	Trockenberg	12 1 25,15	4,3174343
	Olstin	15 19 37,58	4,4208585
		180 0 0,64	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Strehlener Basis
1	Lubschau	164° 59' 30,53	4,5318448
	Trockenberg	4 35 43,52	4,0223523
	Lysiec	10 24 46,11	4,3756679
		180 0 0,16	

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Strehlener Basis
2	Olstin	101° 51' 49",85	4,6935227
	Trockenberg	12 55 10,21	4,0523327
	Mirow	65 13 1,22	4,6609386
		180 0 1,28	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Strehlener Basis
2	Lysiec	173° 39' 8",93	4,6935229
	Trockenberg	1 58 39,98	4,1878933
	Mirow	4 22 11,24	4,5318448
		180 0 0,15	

Azimut auf Trockenberg.

Erste Rechnung.	Azimut von Lubschau (S. 43)	=	19° 36' 30",92
	Winkel Lubschau—Markowice (L.-Gr. I, S. 149)	= +	31 30 58,81
	„ Markowice—Olstin (Dr. 1)	= -	12 1 25,15
	„ Olstin—Mirow (Dr. 2)	= -	12 55 10,21
			$T'_{13,14} = 26° 10' 54",37$
Zweite Rechnung.	Azimut von Lubschau	=	19° 36' 30",92
	Winkel Lubschau—Lysiec (Dr. 1)	= +	4 35 43,52
	„ Lysiec - Mirow (Dr. 2)	= +	1 58 39,98
			$T'_{13,14} = 26° 10' 54",42$
	Mittel: $T'_{13,14} = 26° 10' 54",40$.		

Azimut in Mirow.

Erste Rechnung.	Azimut von Lysiec (S. 44)	=	210° 47' 29",27
	Winkel Lysiec—Olstin (L.-Gr. I, S. 261)	= -	69 35 12,46
	„ Olstin—Trockenberg (Dr. 2)	= +	65 13 1,22
			$T'_{14,13} = 206° 25' 18",03$
Zweite Rechnung.	Azimut von Lysiec	=	210° 47' 29",27
	Winkel Lysiec—Trockenberg (Dr. 2)	= -	4 22 11,24
			$T'_{14,13} = 206° 25' 18",03$
	Mittel: $T'_{14,13} = 206° 25' 18",03$.		

Geodätische Linie Trockenberg—Mirow.

log $S'_{13,14}$ (bezogen auf die Strehlener Basis)	=	4,693 5228
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 30)	=	+ 66
		$\log S'_{13,14} = 4,693 5294$.

Die astronomisch bestimmten Grössen sind den Seiten 43/44 entnommen.

Die Grundlagen für die Berechnung der geodätischen Linie sind in der L.-Gr. I, S. 149 und 261, aufgeführt. Die Seitenlogarithmen des Czenstochauer Basisnetzes wurden um 4 Einh. d. 7. St. vermehrt, um sie auf die Strehlener Grundlinie zu beziehen; benutzt wurden die Resultate der dritten Ausgleichung des Czenstochauer Basisnetzes.

Da in Mirow kein Azimut beobachtet ist, der angenommene Werth desselben vielmehr von Markowice her übertragen ist, so wurde die Azimutverbesserung mit $\Delta T'_{14,13}$ bezeichnet. Das von Markowice her übertragene Azimut wurde deshalb beibehalten, weil es der Rechnung in den „Sapiski“, Bd. 47, S. 205 u. 217, entspricht, und weil ausserdem der Unterschied in den λ_{14} aus der Länge und aus dem Azimut hiermit sehr gering wird.

Sämmtliche Rechnungen sind doppelt und unabhängig von einander ausgeführt worden.

§ 20. Mirow—Warschau.

Mirow	B_{14}	=	50° 48' 40,30	\overline{B}_{14}	=	50° 48' 40,30
(14)	L'_{14}	=	19 11 13,99	\overline{L}_{14}	=	19 11 13,99
	$T'_{14,19}$	=	38 31 39,71	$\overline{T}_{14,19}$	=	38 31 40,50
Warschau	B'_{19}	=	52 13 4,90	\overline{B}_{19}	=	52 13 10,00
(19)	L'_{19}	=	21 1 50,60	\overline{L}_{19}	=	21 1 51,99
	$T'_{19,14}$	=	219 58 10,88	$\overline{T}_{19,14}$	=	219 58 17,12
	$\log S'_{14,19}$	=	5,305 9482	$\log \overline{S}_{14,19}$	=	5,305 9496
	$S'_{14,19}$	=	202 277,8 m	$\overline{S}_{14,19}$	=	202 278,5 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= -5,10 + \delta B'_{19} - 0,9992(\delta B'_{14} - \xi_{14}) - 0,0158\lambda_{14} - 0,0248\delta S'_{14,19} + 0,0204\Delta T'_{14,19} \\ &\quad + 5016 \frac{da}{a} - 853 da \\ \lambda_{19} &= -1,34 + \delta L'_{19} - \delta L'_{14} - 0,0414(\delta B'_{14} - \xi_{14}) + 1,0307\lambda_{14} - 0,0338\delta S'_{14,19} - 0,0396\Delta T'_{14,19} \\ &\quad + 6846 \frac{da}{a} + 4113 da \\ \lambda_{19} &= -6,85 + 1,2653\delta T'_{19,14} - 0,0664(\delta B'_{14} - \xi_{14}) + 1,0109\lambda_{14} - 0,0338\delta S'_{14,19} - 1,3042\Delta T'_{14,19} \\ &\quad + 6846 \frac{da}{a} + 4062 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-5,51 = +\delta L'_{19} - \delta L'_{14} + 0,0250(\delta B'_{14} - \xi_{14}) + 0,0198\lambda_{14} + 51 da + 1,2646\Delta T'_{14,19} - 1,2653\delta T'_{19,14}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{14,19}^B &= 5,107 1381 & P_{14,19}^B &= 127 978,8 \text{ m} \\ \log P_{14,19}^{52} &= 5,102 4818 & P_{14,19}^{52} &= 126 614,0 \text{ m} + 1050 da & l_{14,19} &= 1^\circ 50' 37,73.\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{19} = (L'_{19} - L'_{14} - l_{14,19}) - \delta l_{14,19} = -1,12 - 0,20 = -1,32^*).$$

Berechnung der geodätischen Linie.

In den „Sapiski“, Bd. 47, S. 217/226, ist zwar schon die geodätische Linie Mirow—Warschau, Sternwarte, aus der südlichen Dreieckskette berechnet worden, jedoch bedarf diese Rechnung noch einer kleinen Korrektur. Als Anschlussseite des Warschauer Basisnetzes an die südliche Dreieckskette zwischen Warschau und Mirow ist die Seite Milosna—Warschau, Theater, eingeführt („Sapiski“, Bd. 47, S. 172/181). Die südliche Dreieckskette hat mit dem Warschauer Basisnetz das Dreieck Warschau, Theater,—Milosna—Slomtschin**) gemeinsam; hierauf ist aber bei der Ausgleichung der Dreieckskette zwischen den als fest angenommenen Seiten Milosna—Warschau, Theater, und Lysiec—Mirow keine Rücksicht genommen. In der ausgeglichenen Dreieckskette ist dadurch der Logarithmus der Seite Milosna—Slomtschin („Sapiski“, Bd. 47, S. 178)

*) Diese Zahl ist um 0,02 kleiner als λ_{19} aus der Länge, weil zur Berechnung des Parallelbogens, ebenso wie bei der Linie Trockenberg—Mirow, das angegebene Azimut in Mirow um $-0,35$ geändert wurde.

**) Ob dem Dreieck, wie es in die Ausgleichung der Kette eingeht („Sapiski“, Bd. 47, S. 172), andere Winkelmessungen, als im Warschauer Basisnetz, zu Grunde liegen, war nicht zu ermitteln. Jedenfalls sind aber andere Winkel wie im Basisnetz als beobachtet eingeführt. Der beobachtete Werth des Winkels auf Warschau, Theater, ist z. B. in beiden Netzen um 0,43 verschieden angegeben.

um 40 Einheiten der 7. Decimale kleiner erhalten, als aus der Ausgleichung des Warschauer Basisnetzes (S. 20). Die schliessliche Ableitung der geodätischen Linie Mirow—Warschau, Sternwarte, ist nun auf S. 226 des 47. Bandes der „Sapiski“ in Rechnungs-dreieck 38^{bis} durch das Dreieck Milosna—Slomtschin—Warschau, Sternwarte, erfolgt, nachdem dessen Seitenlogarithmen, wie sie das Warschauer Basisnetz giebt, um 40 bzw. 41 Einheiten der 7. Decimale vermindert, die Winkel aber beibehalten worden waren. Korrekt hat der Uebergang zur Sternwarte in Warschau aber durch das Dreieck Milosna—Warschau, Theater,—Warschau, Sternwarte, zu erfolgen, wobei dann keine Aenderungen in den Seiten des Warschauer Basisnetzes vorzunehmen sind. Da in der russischen Dreiecksberechnung unter Nr. 38 das Dreieck Warschau, Theater,—Mirow—Milosna noch richtig ist, so war nur noch das nachstehende Dreieck zu bestimmen. Die gegebenen Grössen sind die folgenden:

log (Mirow—Warschau, Theater) („Sapiski“, Bd. 47, S. 226, Dr. 38) = 5,309 2261
 log (Warschau, Theater,—Warschau, Sternwarte) (S. 20) = 3,504 3187
 Winkel Milosna—Warschau, Theat.,—Mirow („Sapiski“, Bd. 47, S. 226, Dr. 38) = 121° 7' 55",69
 „ Milosna—Warschau, Theater,—Warschau, Sternwarte (S. 20) . . . = 60 15 18,21
 Winkel Warschau, Sternwarte,—Warschau, Theater,—Mirow = 60° 52' 37",48.

Station	Winkel	log s
		Czenstochauer u. Warschauer Basis
Warschau, Theater . . .	60° 52' 37",48	5,3059424
Mirow	0 47 25,70	3,5043187
Warschau, Sternwarte .	118 19 58,26	5,3092261
	180 0 1,44	

Der Logarithmus der Seite Mirow—Warschau, Sternwarte, wird hierdurch um 3 Einheiten der 7. Decimale kleiner erhalten, als a. a. O. in den „Sapiski“.

Azimut in Mirow.

Azimut von Lysiec (S. 44, übereinstimmend mit „Sapiski“, Bd. 47, S. 217) = 210° 47' 29",35.

Durch die Dreiecksberechnung der „Sapiski“ ergab sich sodann:

Azimut von Warschau, Theater („Sapiski“, Bd. 47, S. 226) = 37° 44' 14",01
 Winkel Warschau, Theater,—Mirow—Warschau, Sternwarte = 0 47 25,70
 $T'_{14.19}$ = 38° 31' 39",71.

Azimut in Warschau, Sternwarte.

Azimut von Warschau, Theater (S. 47) = 338° 18' 9",14
 Winkel Warschau, Theater,—Warschau, Sternwarte,—Mirow = 118 19 58,26
 $T'_{19.14}$ = 219° 58' 10",88.

Geodätische Linie Mirow—Warschau.

log $S'_{14.19}$ (bezogen auf die Czenstochauer und Warschauer Basis) = 5,305 9424
 Reduktion auf intern. Meter (S. 30) = + 58
log $S'_{14.19}$ = 5,305 9482.

Die Nachweise für die astronomisch bestimmten Breiten, Längen und Azimute finden sich auf den Seiten 43/44 und 47.

Infolge der von uns vorgenommenen Aenderung in der Berechnung der geodätischen Linie haben wir das Azimut Mirow—Warschau um 0,07 kleiner als in den „Sapiski“, Bd. 47, S. 226, erhalten.

Mit Hülfe der Rechnungen der „Sapiski“ erhält man für das Azimut Warschau, Sternwarte,—Mirow folgenden Werth:

Azimut Warschau, Sternwarte,—Milosna (S. 47)	=	85° 47' 31,75
Winkel Milosna—Warschau, Sternw.,—Mirow („Sapiski“, Bd. 47, S. 226, Dreieck 38 ^{bis})	=	134 10 38,78
Azimut Warschau, Sternwarte,—Mirow	=	219° 58' 10,53.

In den „Sapiski“, Bd. 47, S. 314 und 316, wird der hiermit nahe übereinstimmende Werth 219° 58' 10,58 gegeben, während nach S. 325 zur Berechnung des Parallelbogens der falsche Werth 219° 58' 23,6 angewendet ist, der um 13" zu gross ist. Wie dieser falsche Werth entstanden ist, konnten wir nicht ermitteln (vergl. 3. Kap., (19). Warschau. S. 47/48).

§ 21. Trockenberg—Warschau.

Trockenberg	B'_{13}	=	50° 24' 43,89	\bar{B}_{13}	=	50° 24' 43,89
(13)	L'_{13}	=	18 52 37,01	\bar{L}_{13}	=	18 52 37,01
	$T'_{13,19}$	=	35 55 19,20	$\bar{T}_{13,19}$	=	35 55 25,30
Warschau	B'_{19}	=	52 13 4,90	\bar{B}_{19}	=	52 13 6,27
(19)	L'_{19}	=	21 1 50,60	\bar{L}_{19}	=	21 1 47,91
	$T'_{19,13}$	=	217 36 8,70	$\bar{T}_{19,13}$	=	217 36 16,67
	$\log S'_{13,19}$	=	5,399 2774	$\log \bar{S}_{13,19}$	=	5,399 2803
	$S'_{13,19}$	=	250 771,0 m	$\bar{S}_{13,19}$	=	250 772,7 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= -1,47 + \delta B'_{19} - 0,9990 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) - 0,0185 \lambda_{13} - 0,0256 \delta S'_{13,19} + 0,0240 \delta T'_{13,19} + 6428 \frac{da}{a} - 1164 da \\ \lambda_{19} &= +3,05 + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} - 0,0483 \quad , \quad +1,0391 \quad , \quad -0,0321 \quad , \quad -0,0507 \quad , \quad +8062 \quad , \quad +4788 \quad , \\ \lambda_{19} &= -2,01 + 1,2653 \delta T'_{19,13} - 0,0775 \quad , \quad +1,0134 \quad , \quad -0,0321 \quad , \quad -1,3150 \quad , \quad +8062 \quad , \quad +4711 \quad ,\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-5,06 = +\delta L'_{19} - \delta L'_{13} + 0,0292 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 0,0257 \lambda_{13} + 77 da + 1,2643 \delta T'_{13,19} - 1,2653 \delta T'_{19,13}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{13,19}^{B} &= 5,176 3364 & P_{13,19}^{B} &= 150 084,7 \text{ m} & l_{13,19} &= 2^\circ 9' 10,46. \\ \log P_{13,19}^{S_2} &= 5,169 7898 & P_{13,19}^{S_2} &= 147 839,3 \text{ m} & & + 1726 da\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{19} = (L'_{19} - L'_{13} - l_{13,19}) - \delta l_{13,19} = +3,13 - 0,08 = +3,05.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log <i>s</i> Intern. Meter
Mirow	167° 53' 38",32	5,3992774
Trockenberg	9 44 24,80	5,3059482
Warschau	2 22 2,18	4,6935294
	180 0 5,30	

Azimut auf Trockenberg.

$$\begin{aligned} \text{Azimut von Mirow (S. 96)} & \dots = 26^\circ 10' 54",40 \\ \text{Winkel Mirow—Warschau} & \dots = 9 \quad 44 \quad 24,80 \\ T'_{13,10} & = 35^\circ 55' 19",20. \end{aligned}$$

Azimut in Warschau.

$$\begin{aligned} \text{Azimut von Mirow (S. 98)} & \dots = 219^\circ 58' 10",88 \\ \text{Winkel Mirow—Trockenberg} & \dots = - 2 \quad 22 \quad 2,18 \\ T'_{10,13} & = 217^\circ 36' 8",70. \end{aligned}$$

Geodätische Linie Trockenberg—Warschau.

$$\log S'_{13,10} \text{ (in intern. Metern)} = 5,399 \, 2774.$$

Die astronomisch bestimmten Grössen und die Grundlagen zur Berechnung des Dreiecks Mirow—Trockenberg—Warschau sind den Linien Trockenberg—Mirow und Mirow—Warschau entnommen.

Eine Prüfung der \bar{S} und \bar{T} in sich für das Dreieck Mirow—Trockenberg—Warschau ist hier nicht möglich, weil die zu Grunde gelegten \bar{B} und \bar{L} nicht demselben System geodätischer Werthe angehören.

Die Linie Trockenberg—Warschau dient zur Kontrolle.

Zur Prüfung der Lothabweichungen sind die Gleichungen für ξ und λ von Warschau gegen Trockenberg auch aus den Linien Trockenberg—Mirow und Mirow—Warschau abgeleitet worden; da aber in Mirow kein direkt beobachtetes Azimut vorhanden ist, so werden auch sie späterhin Verwendung finden. Die S' bedürfen keiner Aenderung.

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{19} &= -1",46 + \delta B'_{19} - 0,9990 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) - 0,0185 \lambda_{13} + 6429 \frac{da}{a} - 1163 da \\ &\quad - 0,0286 \delta S'_{13,14} - 0,0248 \delta S'_{14,19} + 0,0241 \delta T'_{13,14} - 0,0204 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) \\ \lambda_{19} &= +3,05 + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} - 0,0483 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0391 \lambda_{13} + 8061 \frac{da}{a} + 4788 da \\ &\quad - 0,0245 \delta S'_{13,14} - 0,0338 \delta S'_{14,19} - 0,0509 \delta T'_{13,14} + 0,0396 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) \\ \lambda_{19} &= -2,01 + 1,2653 \delta T'_{19,14} - 0,0775 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0134 \lambda_{13} + 8075 \frac{da}{a} + 4713 da \\ &\quad - 0,0248 \delta S'_{13,14} - 0,0338 \delta S'_{14,19} - 1,3152 \delta T'_{13,14} + 1,3042 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}). \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$\begin{aligned} -5",06 &= + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} + 0,0292 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 0,0257 \lambda_{13} - 14 \frac{da}{a} + 75 da + 0,0003 \delta S'_{13,14} \\ &\quad + 1,2643 \delta T'_{13,14} - 1,2646 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) - 1,2653 \delta T'_{19,14}. \end{aligned}$$



Die Uebereinstimmung mit den aus der Linie Trockenberg—Warschau erhaltenen Resultaten ist in allen unmittelbar vergleichbaren Gliedern gut. Die Differenz in den Gliedern mit $\frac{da}{a}$ und da für die *Laplaceschen* Gleichungen ist:

$$- 14 \frac{da}{a} - 2 da.$$

Die Formel $\frac{d\varepsilon}{\sin B_{19}} = - \frac{2\varepsilon}{\sin B_{19}} \frac{da}{a} + \frac{2\varepsilon \cos 2B}{\sin B_{19}} da$ giebt für $\varepsilon = 5''3$; $B_{19} = 52^\circ 13',1$; $B = 51^\circ 8',8$:

$$- 13 \frac{da}{a} - 3 da,$$

also ebenfalls in guter Uebereinstimmung.

Ebenso ist für die letzte *Laplacesche* Gleichung der Koeffizient von $\frac{da}{a}$ gleich dem negativen Koeffizienten von $\frac{\delta S'_{13,14}}{S'_{13,14}}$.

Die aus dem Dreieck Mirow — Trockenberg — Warschau abgeleiteten Parallelbogen geben zusammen $P_{13,14}^{52} + P_{14,19}^{52} + P_{19,13}^{52} = + 3,4$ m; die entsprechende Summe der Längendifferenzen ist $l_{13,14} + l_{14,19} + l_{19,13} = + 0'',18$; 3,4 m entsprechen aber $0'',18$ im Parallel für 52° Breite.

Geht man behufs Erklärung dieses Schlussfehlers vom Punkte Trockenberg aus, so sind zu $l_{13,14}$ und $l_{13,19}$ die bereits berechneten Grössen $\delta l_{13,14} = - 0'',03$ und $\delta l_{13,19} = + 0'',08$ zu addiren. Zur Berechnung von $\delta l_{14,19}$ ist in diesem Falle anzuwenden:

$$\begin{array}{rcl} \delta T_{19,13} = + 1'',59 & & \delta B_{19} = + 1'',47 \\ \delta T_{14,13} = - 3,17 & & \delta B_{14} = - 3,71 \\ \hline \frac{1}{2} (\delta T_{19,13} + \delta T_{14,13}) = \delta T = - 0'',79; & & \frac{1}{2} (\delta B_{19} + \delta B_{14}) = \delta B = - 1'',12, \end{array}$$

und hiermit wird

$$\delta l_{14,19} = - 0'',08.$$

Nach Berücksichtigung dieser Korrekturen wird der Schlussfehler gleich $- 0'',01$.

§ 22. Leipzig—Rauenberg.

Leipzig	$B'_8 = 51^\circ 20' 15'',70$	$\overline{B}_8 = 51^\circ 20' 15'',61$
(8)	$L'_8 = 12 22 30,92$	$\overline{L}_8 = 12 22 30,52$
	$T'_{8,15} = 28 28 27,83$	$\overline{T}_{8,15} = 28 28 27,53$
Rauenberg	$B'_{15} = 52 27 12,19$	$\overline{B}_{15} = 52 27 12,02$
(15)	$L'_{15} = 13 22 7,29$	$\overline{L}_{15} = 13 22 9,01$
	$T'_{15,8} = 209 15 25,10$	$\overline{T}_{15,8} = 209 15 23,56$
	$\log S'_{8,15} = 5,151 4481$	$\log \overline{S}_{8,15} = 5,151 4485$
	$S'_{8,15} = 141 725,5$ m	$\overline{S}_{8,15} = 141 725,7$ m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{15} &= + 0'',08 + \delta B'_{15} - 0,9997 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0085 \lambda_8 - 0,0282 \delta S'_{8,15} + 0,0109 \delta T'_{8,15} \\ &\quad + 4001 \frac{da}{a} - 582 da \\ \lambda_{15} &= - 2,12 + \delta L'_{15} - \delta L'_8 - 0,0225 (\delta B'_8 - \xi_8) + 1,0248 \lambda_8 - 0,0259 \delta S'_{8,15} - 0,0317 \delta T'_{8,15} \\ &\quad + 3668 \frac{da}{a} + 2237 da \\ \lambda_{15} &= + 1,56 + 1,2612 \delta T'_{15,8} - 0,0359 (\delta B'_8 - \xi_8) + 1,0093 \lambda_8 - 0,0259 \delta S'_{8,15} - 1,2927 \delta T'_{8,15} \\ &\quad + 3668 \frac{da}{a} + 2216 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 3,68 = + \delta L'_{15} - \delta L'_8 + 0,0134 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,0155 \lambda_8 + 21 da + 1,2610 \delta T'_{8,15} - 1,2612 \delta T'_{15,8}.$$

Parallelbogen.

$$\log P_{8,15}^B = 4,835\,1744$$

$$P_{8,15}^B = 68\,418,63\text{ m}$$

$$l_{8,15} = 0^\circ 59' 38,52.$$

$$\log P_{8,15}^{52} = 4,834\,1655$$

$$P_{8,15}^{52} = 68\,259,88\text{ m} + 121\text{ da}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{15} = (L'_{15} - L'_8 - l_{8,15}) - \delta l_{8,15} = - 2,15 + 0,02 = - 2,13.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Petersberg	102° 7' 47,30	4,9533518
	Leipzig	51 19 47,31	4,8556676
	Hagelsberg	26 32 32,68	4,6133180
		180 0 7,29	
2	Hagelsberg	122 23 35,56	5,0795325
	Leipzig	18 26 53,53	4,6532680
	Eichberg	39 9 39,55	4,9533518
		180 0 8,64	
3	Eichberg	156 48 48,70	5,1514432
	Leipzig	3 41 48,22	4,3656093
	Rauenberg	19 29 25,86	5,0795325
		180 0 2,78	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Lommeler Basis
1	Wurzelberg	160° 29' 47,01	5,0048068
	Leipzig	11 20 21,03	4,7748427
	Golmberg	8 9 54,12	4,6335839
		180 0 2,16	
2	Golmberg	142 35 28,65	5,0958218
	Leipzig	7 53 42,13	4,4501082
	Glienicke	29 30 53,60	5,0048068
		180 0 4,38	
3	Glienicke	144 4 5,28	5,1514432
	Leipzig	4 50 57,13	4,3099304
	Rauenberg	31 5 1,37	5,0958218
		180 0 3,78	

Azimut in Leipzig.

Erste Rechnung.	Azimut von Collm (S. 40)	=	94° 27' 3,62
	Winkel Collm—Petersberg (L.-Gr. I, S. 121) . . .	=	— 139 27 4,85
	„ Petersberg—Hagelsberg (Dr. 1)	=	+ 51 19 47,31
	„ Hagelsberg—Eichberg (Dr. 2)	=	+ 18 26 53,53
	„ Eichberg—Rauenberg (Dr. 3)	=	+ 3 41 48,22
		$T'_{8,15}$	= 28° 28' 27,83

Zweite Rechnung.	Azimut von Collm	=	94° 27' 3,62
	Winkel Collm—Wurzelberg (L.-Gr. I, S. 121) . . .	=	— 64 34 17,56
	„ Wurzelberg—Golmberg (Dr. 1)	=	+ 11 20 21,03
	„ Golmberg—Glienicke (Dr. 2)	=	— 7 53 42,13
	„ Glienicke—Rauenberg (Dr. 3)	=	— 4 50 57,13
		$T'_{8,15}$	= 28° 28' 27,83

$$\text{Mittel: } T'_{8,15} = 28^\circ 28' 27,83.$$

Azimut auf Rauenberg.

Erste Rechnung.	Azimut von Glienicke (S. 45)	=	178° 10'	23,73
	Winkel Glienicke—Eichberg (S. 8)	= +	50 34	27,22
	„ Eichberg—Leipzig (Dr. 3)	= —	19 29	25,86
			<hr/>	
		$T'_{15.8}$	=	209° 15' 25,09
Zweite Rechnung.	Azimut von Glienicke	=	178° 10'	23,73
	Winkel Glienicke—Leipzig (Dr. 3)	= +	31 5	1,37
			<hr/>	
		$T'_{15.8}$	=	209° 15' 25,10
	Mittel: $T'_{15.8}$	=	209° 15'	25,10.

Geodätische Linie Leipzig—Rauenberg.

log $S'_{8.15}$ (bezogen auf die Lommeler Basis)	=	5,151 4432
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29) . . .	=	+ 49
		<hr/>
	log $S'_{8.15}$ =	5,151 4481.

Die Nachweise für die astronomisch bestimmten Breiten, Längen und Azimute finden sich auf den Seiten 40 und 45.

Die Grundlagen für die Dreiecksberechnungen sind der L.-Gr. I, S. 121, und diesem Heft, S. 7/8, entnommen.

§ 23. Brocken—Rauenberg.

Brocken, G. I.	$B'_6 = 51^\circ 48' 10,34$	$\overline{B}_6 = 51^\circ 48' 1,57$
(6)	$L'_6 = 10 37 7,14$	$\overline{L}_6 = 10 37 7,12$
	$T'_{6.15} = 67 49 46,22$	$\overline{T}_{6.15} = 67 49 39,04$
Rauenberg	$B'_{15} = 52 27 12,19$	$\overline{B}_{15} = 52 27 12,02$
(15)	$L'_{15} = 13 22 7,29$	$\overline{L}_{15} = 13 12 9,01$
	$T'_{15.6} = 250 0 0,08$	$\overline{T}_{15.6} = 249 59 56,01$
	$\log S'_{6.15} = 5,305\ 0284$	$\log \overline{S}_{6.15} = 5,305\ 0273$
	$S'_{6.15} = 201\ 849,8\text{ m}$	$\overline{S}_{6.15} = 201\ 849,3\text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{15} &= -8,38 + \delta B'_{15} - 0,9987 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0234 \lambda_6 - 0,0011 \delta S'_{6,15} + 0,0298 \delta T'_{6,15} + 2234 \frac{da}{a} - 379 da \\ \lambda_{15} &= -2,44 + \delta L'_{15} - \delta L'_6 - 0,0623 \quad , + 1,0139 \quad , - 0,0498 \quad , - 0,0177 \quad , + 10046 \quad , + 6204 \quad , \\ \lambda_{15} &= -4,95 + 1,2612 \delta T'_{15,6} - 0,0992 \quad , + 1,0046 \quad , - 0,0498 \quad , - 1,2783 \quad , + 10046 \quad , + 6171 \quad , \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$- 2",51 = + \delta L'_{15} - \delta L'_6 + 0,0369 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,0093 \lambda_6 + 33 d\alpha + 1,2606 \delta T'_{6.15} - 1,2612 \delta T'_{15.6}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{array}{lll} \log P_{6.15}^B = 5,274\,9553 & P_{6.15}^B = 188\,345,5 \text{ m} & \\ \log P_{6.15}^{5g} = 5,276\,1981 & P_{6.15}^{5g} = 188\,885,3 \text{ m} - 412 \text{ d} & l_{6.15} = 2^\circ\,45'\,2''30. \end{array}$$

Kontrolle: $\lambda_{15} = (L'_{15} - L'_6 - l_{6,15}) - \delta l_{6,15} = -2''_{,15} - 0''_{,29} = -2''_{,44}$.

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log <i>s</i> Lommeler Basis
Leipzig	94° 52' 14",19	5,3050239
Brocken, G. I.	44 23 58,09	5,1514432
Rauenberg	40 44 34,98	5,1212458
	180 0 47,26	

Azimuth auf Brocken, G. I.

$$\begin{aligned}
 \text{Azimuth von Leipzig (S. 77)} & \dots = 112^\circ 13' 44",31 \\
 \text{Winkel Leipzig—Rauenberg} & \dots = - 44 \quad 23 \quad 58,09 \\
 \hline
 T'_{0,15} & = 67^\circ 49' 46",22.
 \end{aligned}$$

Azimuth auf Rauenberg.

$$\begin{aligned}
 \text{Azimuth von Leipzig (S. 103)} & \dots = 209^\circ 15' 25",10 \\
 \text{Winkel Leipzig—Brocken} & \dots = + 40 \quad 44 \quad 34,98 \\
 \hline
 T'_{15,0} & = 250^\circ 0' 0",08.
 \end{aligned}$$

Geodätische Linie Brocken, G. I.,—Rauenberg.

$$\begin{aligned}
 \log S'_{0,15} \text{ (bezogen auf die Lommeler Basis)} & \dots \dots \dots = 5,305 \, 0239 \\
 \text{Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 30)} & \dots \dots = + 45 \\
 \hline
 \log S'_{0,15} & = 5,305 \, 0284.
 \end{aligned}$$

Die astronomisch bestimmten Grössen und die Grundlagen zur Berechnung des Dreiecks Leipzig—Brocken—Rauenberg sind den Linien Brocken—Leipzig und Leipzig—Rauenberg entnommen.

Die Linie Brocken—Rauenberg ist nur zur Kontrolle berechnet worden.

Um die \bar{T} und \bar{S} zu prüfen, wurde das Dreieck Leipzig—Brocken, G. I.,—Rauenberg auch aus den Werthen von $T_{8,15}$ — $\bar{T}_{8,0}$, $\bar{S}_{3,0}$ und $S_{3,15}$ berechnet. Diese Berechnung ergab nachstehende Resultate und Vergleichen mit den aus den \bar{B} und \bar{L} erhaltenen Ergebnissen.

Station	Winkel				log <i>s</i>	
	Aus der Berechnung des Dreiecks		Aus den \bar{B} und \bar{L} berechnet		Aus der Berechnung des Dreiecks	Aus den \bar{B} und \bar{L} berechnet
Leipzig	94°	52'	15",99	15",99	5,3050273	5,3050273
Brocken, G. I.	44	23	58,86	58,82	5,1514485	5,1514485
Rauenberg	40	44	32,42	32,45	5,1212432	5,1212432
	180	0	47,27	47,26		

Hiernach erhält man aus der Dreiecksberechnung den Excess um + 0",01 und die Winkel auf Brocken und auf Rauenberg um + 0",04 und — 0",03 anders, als aus den \bar{B} und \bar{L} ; für die Seite Brocken—Rauenberg ergibt sich derselbe Werth.

Zur Prüfung der Lothabweichungen sind die Gleichungen für ξ und λ von Rauenberg gegen Brocken auch aus den Linien Brocken—Leipzig und Leipzig—Rauenberg abzuleiten; hierbei ist für die S' dieselbe Grundlage der Seitenlängen einzuführen. Behält man $S'_{0,15}$ bei, so ist $\delta \log S'_{0,8} = + 4$ Einh. d. 7. St. und $\delta \log S'_{8,15} = - 4$ Einh. d. 7. St., oder $\delta S'_{0,8} = + 0,1$ m und $\delta S'_{8,15} = - 0,1$ m zu setzen. Die hierdurch bewirkten Aenderungen sind indessen zu vernachlässigen, da sie 0",005 nicht erreichen.

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{15} &= - 8",39 + \delta B'_{15} - 0,9988 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0234 \lambda_6 + 0,0134 \delta S'_{6,8} - 0,0282 \delta S'_{8,15} + 0,0298 \delta T'_{6,8} \\ &\quad - 0,0109 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) + 2235 \frac{da}{a} - 379 da \\ \lambda_{15} &= - 2,44 + \delta L'_{15} - \delta L'_6 - 0,0623 (\delta B'_6 - \xi_6) + 1,0139 \lambda_6 - 0,0482 \delta S'_{6,8} - 0,0259 \delta S'_{8,15} - 0,0177 \delta T'_{6,8} \\ &\quad + 0,0319 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) + 10043 \frac{da}{a} + 6204 da \\ \lambda_{15} &= - 4,94 + 1,2612 \delta T'_{15,8} - 0,0992 (\delta B'_6 - \xi_6) + 1,0045 \lambda_6 - 0,0473 \delta S'_{6,8} - 0,0259 \delta S'_{8,15} - 1,2782 \delta T'_{6,8} \\ &\quad + 1,2926 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) + 9923 \frac{da}{a} + 6141 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$\begin{aligned}- 2",50 &= + \delta L'_{15} - \delta L'_6 + 0,0369 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,0094 \lambda_6 + 120 \frac{da}{a} + 63 da - 0,0009 \delta S'_{6,8} + 1,2605 \delta T'_{6,8} \\ &\quad - 1,2607 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) - 1,2612 \delta T'_{15,8}.\end{aligned}$$

Die Uebereinstimmung mit den aus der Linie Brocken — Rauenberg direkt erhaltenen Resultaten ist in allen unmittelbar vergleichbaren Gliedern gut. Die Differenz in den Gliedern mit $\frac{da}{a}$ und da für die *Laplaceschen* Gleichungen ist:

$$- 120 \frac{da}{a} - 30 da.$$

Die Formel $\frac{d\varepsilon}{\sin B_{15}} = - \frac{2\varepsilon}{\sin B_{15}} \frac{da}{a} + \frac{2\varepsilon \cos 2B}{\sin B_{15}} da$ giebt für $\varepsilon = 47",3$; $B = 51^\circ 51',8$; $B_{15} = 52^\circ 27',2$:

$$- 119 \frac{da}{a} - 28 da,$$

also in gleichfalls guter Uebereinstimmung.

Endlich ist in der zweiten *Laplaceschen* Gleichung der negative Koeffizient von $\frac{\delta S'_{6,8}}{S'_{6,8}} = + 119$, während der Koeffizient von $\frac{da}{a} = + 120$ ist, so dass auch diese Kontrolle stimmt.

In Bezug auf die Parallelbogen hat man nachstehende Kontrolle. Es ist (nach Reduktion auf das System der Seitenlängen für $S'_{6,15}$):

$$P_{6,8}^{s_2} + P_{8,15}^{s_2} + P_{15,6}^{s_2} = - 3,1 \text{ m, während } l_{6,8} + l_{8,15} + l_{15,6} = - 0",16 \text{ ist.}$$

3,1 m entsprechen aber 0",16 im Parallel für 52° Breite. Wählt man den Brocken als Ausgangspunkt, so sind zu $l_{6,8}$ und $l_{6,15}$ die bereits berechneten $\delta l_{6,8} = + 0",14$ und $\delta l_{6,15} = + 0",29$ zu addiren. Für $\delta l_{8,15}$ ist in diesem Falle anzuwenden:

$$\begin{array}{lcl}\delta T_{8,15} &= + 4",79 & \delta B_8 = + 8",53 \\ \delta T_{15,8} &= + 3,92 & \delta B_{15} = + 8,38 \\ \frac{1}{2}(\delta T_{8,15} + \delta T_{15,8}) = \delta T &= + 4",36; & \frac{1}{2}(\delta B_8 + \delta B_{15}) = \delta B = + 8",46,\end{array}$$

und hiermit wird

$$\delta l_{8,15} = + 0",32.$$

Nach Berücksichtigung dieser Korrekturen ist der Schlussfehler für die l nur noch $+ 0",01$.

§ 24. Rauenberg — Berlin, Sternwarte.

Rauenberg	$B'_{15} =$	52°	27'	12",19	$\overline{B}_{15} =$	52°	27'	12",021
(15)	$L'_{15} =$	13	22	7,29	$\overline{L}_{15} =$	13	22	7,690
	$T'_{15,16} =$	17	39	21,83	$\overline{T}_{15,16} =$	17	39	19,28

Berlin, Sternwarte	$B'_{16} = 52^{\circ} 30' 16,48$	$\overline{B}_{16} = 52^{\circ} 30' 16,680$
(16)	$L'_{16} = 13 \quad 23 \quad 43,18$	$\overline{L}_{16} = 13 \quad 23 \quad 44,012$
	$T'_{16.15} = 197 \quad 40 \quad 35,68$	$\overline{T}_{16.15} = 197 \quad 40 \quad 35,68$
	$\log S'_{15.16} = 3,777 \ 3986$	$\log \overline{S}_{15.16} = 3,777 \ 4004$
	$S'_{15.16} = 5 \ 989,611 \text{ m}$	$\overline{S}_{15.16} = 5 \ 989,636 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{16} &= -0,37 + \delta B'_{16} - 1,0000 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) - 0,0002 \lambda_{15} - 0,0308 \delta S'_{15.16} + 0,0003 \delta T'_{15.16} \\ &\quad + 185 \frac{da}{a} - 21 da \\ \lambda_{16} &= -0,44 + \delta L'_{16} - \delta L'_{15} - 0,0006 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0012 \lambda_{15} - 0,0161 \delta S'_{15.16} - 0,0015 \delta T'_{15.16} \\ &\quad + 96 \frac{da}{a} + 61 da \\ \lambda_{16} &= -3,22 + 1,2604 \Delta T'_{16.15} - 0,0010 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0005 \lambda_{15} - 0,0161 \delta S'_{15.16} - 1,2618 \delta T'_{15.16} \\ &\quad + 96 \frac{da}{a} + 61 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-2,78 = + \delta L'_{16} - \delta L'_{15} + 0,0004 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 0,0007 \lambda_{15} + 1,2603 \delta T'_{15.16} - 1,2604 \Delta T'_{16.15}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{15.16}^B &= 3,259 \ 5260 & P_{15.16}^B &= 1817,716 \text{ m} \\ \log P_{15.16}^{52} &= 3,264 \ 2015 & P_{15.16}^{52} &= 1837,391 \text{ m} - 15 da & l_{15.16} &= 0^{\circ} 1' 36,33. \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{16} = (L'_{16} - L'_{15} - l_{15.16}) - \delta l_{15.16} = -0,44 + 0,00 = -0,44.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Station	Winkel	log s Alte Berliner Basis (einschl. + 31.6 Einh. der 7. Stelle)
Berlin, Marienthurm . .	5° 55' 19,88	3,7773994
Rauenberg	2 6 45,44	3,3304151
Berlin, Sternwarte	171 57 54,73	3,9092423
	180 0 0,00	

Die Unterlagen für die Berechnung dieses Dreiecks sind der „Küstenvermessung“, S. 364 und 586/587, entnommen.

Da die astronomischen Bestimmungen für Rauenberg in derselben Zeit wie die Beobachtungen für das neue Berliner Basisnetz erfolgten, so war es zunächst nöthig, die auf die gleichnamigen Punkte der Küstenvermessung und des neuen Berliner Basisnetzes bezüglichen Messungsergebnisse mit einander in Verbindung zu setzen. Beide Netze haben das Fünfeck Rauenberg—Müggeberg—Colberg—Glienicke—Eichberg gemeinschaftlich; die Punkte Berlin-Marienthurm, Zietzen und Golm sind nicht identisch (vergl. darüber „Jahresbericht des Direktors des Königl. Geodätischen Instituts für 1890/91“, S. 10, und „Neues Berliner Basisnetz“, S. 86, 30 und 63). Nach der Küstenvermessung, S. 362/364, und nach dem Basisnetz, S. 69/70 oder auch nach S. 86/87, ergeben sich für das Fünfeck die folgenden Werthe:

Station	Winkel		log s Alte Berliner Basis (einschl. + 31.6 Einh. der 7. Stelle)	
	Küstenvermessung	N. Berliner Basisnetz	Küstenvermessung	N. Berliner Basisnetz
Rauenberg	50° 34' 27,132	27,223	4,2742271.6	2291.7
Glienicke	72 25 46,006	47,350	4,3656088.4	6116.6
Eichberg	56 59 47,788	46,354	4,3099328.0	9327.7
Rauenberg	75 55 17,067	16,397	4,3752726.0	2710.2
Müggelsberg	56 33 41,969	42,863	4,3099328.0	9327.7
Glienicke	47 31 1,870	1,644	4,2562672.4	2655.8
Rauenberg	126 29 44,198	43,620	4,5670963.7	0969.2
Müggelsberg	30 21 51,309	52,177	4,3656088.4	6116.6
Eichberg	23 8 25,345	25,055	4,2562672.4	2655.8
Müggelsberg	79 16 39,349	38,325	4,4815624.1	5601.2
Colberg	50 17 8,110	8,236	4,3752726.0	2710.2
Glienicke	50 26 13,944	14,843	4,3762247.1	2244.3

Der Log. Müggelsberg—Colberg ist in der Küstenvermessung um 4.3 Einheiten der 7. Stelle kleiner als vorstehend angegeben; der letzte Werth wurde angenommen, um die Seiten mit den Winkeln in Einklang zu bringen.

Die hier in Betracht kommenden Messungen der Küstenvermessung fanden in den Jahren 1845 und 1846, die des neuen Berliner Basisnetzes 1885 und 1887 statt.

Die aus beiden Netzen erhaltenen Figuren sind nun nach dem in der L.-Gr. I, § 21, S. 47 u. f., benutzten Verfahren, nach welchem die Summe der Quadrate der Entfernungen gleichnamiger Punkte zum Minimum gemacht wird, aneinander gefügt worden*).

Wird die positive y -Axe parallel der Richtung Glienicke—Colberg, die positive x -Axe senkrecht hierzu und nach Norden gerichtet angenommen, so finden sich für die Koordinatenunterschiede ξ , η der Eckpunkte des Fünfecks der Küstenvermessung und des neuen Berliner Basisnetzes die nachstehenden Werthe.

Eckpunkt	Küstenvermessung minus Basisnetz	
	ξ	η
Rauenberg	— 0,044 m	— 0,057 m
Eichberg	+ 0,078 „	+ 0,034 „
Glienicke	— 0,047 „	— 0,076 „
Müggelsberg	— 0,011 „	+ 0,016 „
Colberg	+ 0,024 „	+ 0,083 „

Die günstigste Lage beider Figuren, d. h. diejenige, bei welcher $\Sigma (\xi^2 + \eta^2)$ seinen kleinsten Werth erhält, ergibt sich, wenn der Maassstab der Küstenvermessung um

*) Vergl. Astr. Nachr. Bd. 133, S. 153—176. L. Krüger. Ueber ein Verfahren, die Ergebnisse mehrfacher Beobachtungen eines Dreiecksnetzes mit einander zu verbinden.

1 : 1233000 verkleinert wird, oder wenn dem entsprechend die Logarithmen der Seiten um 3.5 Einheiten der 7. Stelle vermindert werden, während der Maassstab des neuen Berliner Basisnetzes ungeändert bleibt. In diesem Falle wird $\Sigma (\xi^2 + \eta^2) = 0,0270$; mit den obigen Werthen wird dafür 0,0283 erhalten.

Vermittelst des so ermittelten Lagenunterschiedes beider Figuren ist alsdann hier, wie auch bei der Ableitung der geodätischen Linie Rauenberg—Springberg, vom Punkte Rauenberg der Küstenvermessung auf den Punkt Rauenberg des Berliner Basisnetzes reducirt worden.

Azimut auf Rauenberg.

Winkel Berlin, Sternwarte, — Berlin, Marienthurm (S. 106)	=	2° 6' 45",44
„ Berlin, Marienthurm, — Glienicke (Küstenvermessung, S. 362)	= +	158 24 15,03
Reduktion auf die Punkte Rauenberg und Glienicke des neuen Berliner Basisnetzes		+ 1,43
Winkel Berlin, Sternwarte, — Glienicke, 1885	=	160° 31' 1",90
Azimut Rauenberg—Glienicke (S. 45)	=	178 10 23,73
	$T'_{15.16}$ =	17° 39' 21",83 .

Azimut in Berlin, Sternwarte.

Das Azimut nach Rauenberg ist übereinstimmend mit dem Werthe, der sich aus der Rechnung mit den genäherten geographischen Positionen ergeben hat, angenommen worden.

Geodätische Linie Rauenberg—Berlin, Sternwarte.

log $S'_{15.16}$ (abgeleitet aus der Küstenvermessung und bezogen auf die alte Berliner Basis + 31.6 Einh. d. 7. Stelle d. Log.)	=	3,777 3994
Reduktion auf den Punkt Rauenberg des neuen Berliner Basisnetzes	=	— 40
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29)	=	+ 32
	log $S'_{15.16}$ =	3,777 3986 .

Die Angaben über die astronomischen Werthe sind auf S. 45 nachzusehen. Die Ableitung der Lothabweichungsgleichungen und des Parallelbogens ist doppelt ausgeführt worden. Die Berechnung des numerischen Gliedes der *Laplaceschen* Gleichung in der auf S. 70 angegebenen Weise ergab — 2",78, übereinstimmend mit der genaueren Herleitung.

§ 25. Rauenberg—Springberg.

Rauenberg	B'_{15} =	52° 27' 12",19	\bar{B}_{15} =	52° 27' 12",021
(15)	L'_{15} =	13 22 7,29	\bar{L}_{15} =	13 22 7,690
	$T'_{15.17}$ =	68 18 42,11	$\bar{T}_{15.17}$ =	68 18 39,064
Springberg	B'_{17} =	53 11 0,94	\bar{B}_{17} =	53 11 7,036
(17)	L'_{17} =	16 37 0,51	\bar{L}_{17} =	16 37 3,314
	$T'_{17.15}$ =	250 53 54,48	$\bar{T}_{17.15}$ =	250 53 58,466
	log $S'_{15.17}$ =	5,368 5222	log $\bar{S}_{15.17}$ =	5,368 5192
	$S'_{15.17}$ =	233 626,6 m	$\bar{S}_{15.17}$ =	233 624,9 m

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned}\xi_{17} &= - 6,18 + \delta B'_{17} - 0,9983 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) - 0,0274 \lambda_{15} - 0,0106 \delta S'_{15,17} + 0,0346 \delta T'_{15,17} \\ &\quad + 2473 \frac{da}{a} - 355 da \\ \lambda_{17} &= - 2,56 + \delta L'_{17} - \delta L'_{15} - 0,0755 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0158 \lambda_{15} - 0,0509 \delta S'_{15,17} - 0,0200 \delta T'_{15,17} \\ &\quad + 11890 \frac{da}{a} + 7475 da \\ \lambda_{17} &= - 8,94 + 1,2491 \delta T'_{17,15} - 0,1180 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0055 \lambda_{15} - 0,0509 \delta S'_{15,17} - 1,2682 \delta T'_{15,17} \\ &\quad + 11890 \frac{da}{a} + 7433 da.\end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$- 6,38 = + \delta L'_{17} - \delta L'_{15} + 0,0425 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 0,0103 \lambda_{15} + 42 da + 1,2482 \delta T'_{15,17} - 1,2491 \delta T'_{17,15}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned}\log P_{15,17}^B &= 5,340\,4409 & P_{15,17}^B &= 218\,998,4\text{ m} \\ \log P_{15,17}^{59} &= 5,348\,4800 & P_{15,17}^{59} &= 223\,089,9\text{ m} - 3097 da & l_{15,17} &= 3^\circ 14' 55,47.\end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{17} = (L'_{17} - L'_{15} - l_{15,17}) - \delta l_{15,17} = - 2,25 - 0,31 = - 2,56.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Alte Berliner Basis (einschl. + 31,6 E. d. 7. St.)
1	Berlin, Marienthurm .	119° 14' 8,50	4,7066693
	Rauenberg	52 46 2,58	4,6668587
	Krugberg	7 59 49,75	3,9092423
		180 0 0,83	
2	Krugberg	85 0 32,86	4,7241330
	Rauenberg	21 51 56,28	4,2968244
	Freienwalde	73 7 33,40	4,7066693
		180 0 2,54	
3	Koboldsberg	157 47 59,25	4,9582215
	Freienwalde	14 9 14,43	4,7692309
	Vogelsang	8 2 48,21	4,5269640
		180 0 1,89	
4	Freienwalde	152 54 51,27	5,1464156
	Rauenberg	17 10 14,71	4,9582215
	Vogelsang	9 54 59,57	4,7241330
		180 0 5,55	
5	Sprengelsberg	122 41 18,92	4,9689015
	Vogelsang	24 10 15,92	4,6559890
	Klorberg	33 8 30,99	4,7815385
		180 0 5,83	
6	Klorberg	113 31 4,40	5,0312487
	Vogelsang	13 53 33,04	4,4492851
	Bullenberg	52 35 28,64	4,9689015
		180 0 6,08	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Alte Berliner Basis (einschl. + 31,6 E. d. 7. St.)
1	Berlin, Marienthurm .	61° 38' 57,00	4,5889954
	Rauenberg	107 44 58,70	4,6233037
	Colberg	10 36 5,06	3,9092423
		180 0 0,76	
2	Berlin	120 29 5,24	4,7983700
	Colberg	24 21 18,94	4,4782878
	Prenden	35 9 38,58	4,6233037
		180 0 2,76	
3	Prenden	116 18 26,32	4,8698277
	Colberg	14 11 27,74	4,3067444
	Hausberg	49 30 8,83	4,7983700
		180 0 2,89	
4	Koboldsberg	121 12 53,34	4,9227181
	Hausberg	36 54 52,40	4,7692309
	Vogelsang	21 52 18,90	4,5617896
		180 0 4,64	
5	Hausberg	139 15 24,24	5,1701671
	Colberg	21 40 0,50	4,9227181
	Vogelsang	19 4 45,51	4,8698277
		180 0 10,25	
6	Colberg	70 48 52,24	5,1464156
	Rauenberg	94 1 7,11	5,1701671
	Vogelsang	15 10 14,38	4,5889954
		180 0 13,73	

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Alte Berliner Basis (einschl. + 31,6 E. d. 7. St.)
7	Bullenberg	142° 52' 16",58	5,1541209
	Vogelsang	10 4 23,88	4,6161424
	Schottenberg	27 3 26,32	5,0312487
		180 0 6,78	
8	Schottenberg	82 44 38,85	5,1554545
	Vogelsang	15 47 5,73	4,5935249
	Springberg	81 28 29,46	5,1541209
		180 0 14,04	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Alte Berliner Basis (einschl. + 31,6 E. d. 7. St.)
7	Hochratzenberg . . .	147° 40' 22",23	4,9107296
	Springberg	17 20 45,09	4,6569870
	Kleistberg, 1865 . . .	14 58 55,10	4,5950534
		180 0 2,42	
8	Kleistberg, 1865 . . .	160 14 0,86	5,1554545
	Springberg	8 40 5,85	4,8044219
	Vogelsang	11 5 57,74	4,9107296
		180 0 4,45	

Die erste Rechnung ergibt für den Winkel Springberg — Vogelsang — Rauenberg 111° 12' 23",27, die zweite . . . 23",26; die Logarithmen der Seiten Rauenberg — Vogelsang und Vogelsang — Springberg sind auf beiden Wegen übereinstimmend erhalten.

Station	Winkel	log s
Vogelsang	111° 12' 23",27	5,3685187
Rauenberg	34 48 41,61	5,1554545
Springberg	33 59 42,41	5,1464156
	180 0 47,29	

Azimuth auf Rauenberg.

Erste Rechnung.	Winkel Springberg—Vogelsang	= — 34° 48' 41",61
	„ Vogelsang—Freienwalde (Dr. 4)	= + 17 10 14,71
	„ Freienwalde—Krugberg (Dr. 2)	= + 21 51 56,28
	„ Krugberg—Berlin, Marienthurm (Dr. 1)	= — 52 46 2,58
	„ Berlin, Marienth.,—Glienicke (K.-V., S. 362)	= + 158 24 15,03
	Winkel Springberg—Glienicke	= 109° 51' 41",83

Zweite Rechnung.	Winkel Springberg—Vogelsang	= — 34° 48' 41",61
	„ Vogelsang—Colberg (Dr. 6)	= + 94 1 7,11
	„ Colberg—Berlin, Marienthurm (Dr. 1)	= — 107 44 58,70
	„ Berlin, Marienth.,—Glienicke (K.-V., S. 362)	= + 158 24 15,03
	Winkel Springberg—Glienicke	= 109° 51' 41",83

Mittel: Winkel Springberg—Glienicke = 109° 51' 41",83

Reduktion auf die Punkte Rauenberg und Glienicke des neuen Berliner

Basisnetzes	=	— 0,21
Winkel Springberg—Glienicke, 1885	=	109° 51' 41",62
Azimuth Rauenberg—Glienicke (S. 45)	=	178 10 23,73
$T''_{15.17}$	=	68° 18' 42",11

Azimut auf Springberg.

Erste Rechnung.	Azimut von Dembe (S. 46)	=	188° 44' 6",31
	Winkel Dembe—Krostkowo (L.-A., II, S. 573) . .	= —	90 24 45,99
	„ Krostkowo—Schottenberg (L.-A., I, S. 367) .	= —	91 57 13,98
	„ Schottenberg—Vogelsang (Dr. 8)	= —	81 28 29,46
	„ Vogelsang—Rauenberg	= —	33 59 42,41
	Reduktion auf den Punkt Rauenberg, 1885, des neuen Berliner Basisnetzes	=	+ 0,01
	Azimut von Rauenberg, 1885	=	250° 53' 54",48

Zweite Rechnung.	Azimut von Krostkowo	=	98° 19' 20",32
	Winkel Krostkowo—Hochratzenberg (L.-A., I, S. 367) =	—147 24 52,50	
	„ Hochratzenberg—Kleistberg, 1865 (Dr. 7) .	= — 17 20 45,09	
	„ Kleistberg, 1865,—Vogelsang (Dr. 8) . . .	= — 8 40 5,85	
	„ Vogelsang—Rauenberg	= — 33 59 42,41	
	Reduktion auf Rauenberg, 1885	=	+ 0,01
	Azimut von Rauenberg, 1885	=	250° 53' 54",48

Mittel: $T'_{17.15} = 250^\circ 53' 54",48$.

Geodätische Linie Rauenberg—Springberg.

log $S'_{15.17}$ (abgeleitet aus der Küstenvermessung und bezogen auf die alte Berliner Basis + 31.6 E. d. 7. St. des Log.)	=	5,368 5187
Reduktion auf den Punkt Rauenberg des neuen Berliner Basisnetzes	=	— 1
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 30)	=	+ 36
	log $S'_{15.17}$ =	5,368 5222 .

Die Angaben für die astronomischen Werthe der Punkte Rauenberg und Springberg sind auf den S. 45/46 nachgewiesen.

Die Dreiecksberechnungen zur Ableitung der geodätischen Linie Rauenberg—Vogelsang, für welche die Ergebnisse bereits in Heft I der „Lothabweichungen“, S. 26/27, mitgetheilt sind, erfolgte auf Grund der Zusammenstellung der Richtungen und der Logarithmen der Entfernungen der Küstenvermessung, S. 362/367; die Log. der Entfernungen der Dreieckspunkte sind zuvor um 31.6 E. d. 7. Decimalstelle vergrößert worden. Für die Berechnung der geodätischen Linie Vogelsang—Springberg diente die Uebersicht im I. Theil der Hauptdreiecke der Königl. Preuss. Landestriangulation, S. 366/367, als Unterlage.

Wegen der Reduktion auf Rauenberg für die geodätische Linie Rauenberg—Springberg vergleiche den vorigen Paragraphen.

Die Lothabweichungsgleichungen und der Parallelbogen sind doppelt abgeleitet worden. Die auf S. 70 erwähnte Kontrolle des konstanten Gliedes der *Laplaceschen* Gleichung ergab für dasselbe — 6",39.

§ 26. Springberg—Schönsee.

Springberg (17)	$B'_{17} = 53^{\circ} 11' 0,94$	$\overline{B}_{17} = 53^{\circ} 11' 7,036$
	$L'_{17} = 16 37 0,51$	$\overline{L}_{17} = 16 37 3,314$
	$T'_{17,18} = 90 14 42,11$	$\overline{T}_{17,18} = 90 14 44,106$
Schönsee (18)	$B'_{18} = 53 9 26,22$	$\overline{B}_{18} = 53 9 27,047$
	$L'_{18} = 18 53 54,21$	$\overline{L}_{18} = 18 54 3,858$
	$T'_{18,17} = 272 4 17,25$	$\overline{T}_{18,17} = 272 4 24,408$
	$\log S'_{17,18} = 5,183 8532$	$\log \overline{S}_{17,18} = 5,183 8535$
	$S'_{17,18} = 152 705,0 \text{ m}$	$\overline{S}_{17,18} = 152 705,1 \text{ m}$

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{18} &= + 5,22 + \delta B'_{18} - 0,9992 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) - 0,0192 \lambda_{17} + 0,0012 \delta S'_{17,18} + 0,0239 \delta T'_{17,18} \\ &\quad - 179 \frac{da}{a} - 43 da \\ \lambda_{18} &= - 6,52 + \delta L'_{18} - \delta L'_{17} - 0,0530 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) + 0,9988 \lambda_{17} - 0,0538 \delta S'_{17,18} + 0,0014 \delta T'_{17,18} \\ &\quad + 8214 \frac{da}{a} + 5264 da \\ \lambda_{18} &= - 5,94 + 1,2496 \delta T'_{18,17} - 0,0829 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) + 0,9989 \lambda_{17} - 0,0538 \delta S'_{17,18} - 1,2478 \delta T'_{17,18} \\ &\quad + 8214 \frac{da}{a} + 5265 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$+ 0,58 = + \delta L'_{18} - \delta L'_{17} + 0,0299 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) - 0,0001 \lambda_{17} - 1 da + 1,2492 \delta T'_{17,18} - 1,2496 \delta T'_{18,17}.$$

Parallelbogen.

$$\begin{aligned} \log P_{17,18}^B &= 5,183 7828 & P_{17,18}^B &= 152 680,2 \text{ m} \\ \log P_{17,18}^{52} &= 5,195 3528 & P_{17,18}^{52} &= 156 802,4 \text{ m} - 3107 da & l_{17,18} &= 2^{\circ} 17' 0,36. \end{aligned}$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{18} = (L'_{18} - L'_{17} - l_{17,18}) - \delta l_{17,18} = - 6,66 + 0,14 = - 6,52.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Landes- Aufnahme
1	Krostkowo	124° 22' 47,45	4,8289155
	Springberg	24 27 28,10	4,5293157
	Jastrczembke	31 9 47,44	4,6261836
		180 0 2,99	
2	Jastrczembke	124 2 6,29	4,8982386
	Springberg	11 1 10,99	4,2612005
	Trzementowken	44 56 45,30	4,8289155
		180 0 2,58	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Landes- Aufnahme
1	Krummenfliess	108° 5' 48,74	4,8289155
	Springberg	35 35 22,07	4,6158466
	Jastrczembke	36 18 53,36	4,6234278
		180 0 4,17	
2	Trzementowken	130 5 40,01	4,6104985
	Jastrczembke	29 53 28,19	4,4243825
	Berlinek	20 0 52,74	4,2612005
		180 0 0,94	

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Landes- Aufnahme
3	Trzementowken . . .	135° 38' 32",60	5,0413036
	Springberg	14 9 54,63	4,5853900
	Kabott	30 11 38,16	4,8982386
		180 0 5,39	
4	Culmsee, 1865	133 46 33,81	4,6732982
	Schönsee	29 2 58,51	4,5009777
	Kabott	17 10 28,80	4,2849703
		180 0 1,12	
5	Kabott	150 16 19,40	5,1838492
	Springberg	8 48 15,73	4,6732982
	Schönsee	20 55 31,38	5,0413036
		180 0 6,51	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Landes- Aufnahme
3	Jastrczembke	153° 55' 34",47	5,0236897
	Springberg	9 46 24,00	4,6104985
	Berlinek	16 18 4,59	4,8289155
		180 0 3,06	
4	Blendowo	112 3 20,37	4,5830282
	Schönsee	32 59 45,85	4,3520942
	Culm	34 56 55,03	4,3740660
		180 0 1,25	
5	Culm	119 58 46,09	4,6930122
	Schönsee	17 46 1,58	4,2398993
	Berlinek	42 15 13,79	4,5830282
		180 0 1,46	
6	Berlinek	159 7 52,03	5,1838492
	Springberg	6 36 25,89	4,6930122
	Schönsee	14 15 46,78	5,0236897
		180 0 4,70	

Azimut auf Springberg.

Erste Rechnung.	Azimut von Dembe (S. 46)	=	188° 44' 6",31
	Winkel Dembe—Krostkowo (L.-A. II, S. 573) . . .	=	— 90 24 45,99
	„ Krostkowo—Jastrczembke (Dr. 1) . . .	=	— 24 27 28,10
	„ Jastrczembke—Trzementowken (Dr. 2) . .	=	+ 11 1 10,99
	„ Trzementowken—Kabott (Dr. 3)	=	+ 14 9 54,63
	„ Kabott—Schönsee (Dr. 5)	=	— 8 48 15,73
	$T'_{17.18}$	=	90° 14' 42",11

Zweite Rechnung.	Azimut von Krostkowo	=	98° 19' 20",32
	Winkel Krostkowo—Krummenfluss (L.-A. I, S. 367) =	—	60 2 50,17
	„ Krummenfluss—Jastrczembke (Dr. 1) . .	=	+ 35 35 22,07
	„ Jastrczembke—Berlinek (Dr. 3)	=	+ 9 46 24,00
	„ Berlinek—Schönsee (Dr. 6)	=	+ 6 36 25,89
	$T'_{17.18}$	=	90° 14' 42",11

Mittel: $T'_{17.18} = 90° 14' 42",11$.

Azimut in Schönsee.

Erste Rechnung.	Azimut von Culmsee, 1865 (S. 46)	=	280° 11' 44",38
	Winkel Culmsee, 1865,—Kabott (Dr. 4)	=	— 29 2 58,51
	„ Kabott—Springberg (Dr. 5)	=	+ 20 55 31,38
	$T'_{18.17}$	=	272° 4' 17",25

Zweite Rechnung. Azimut von Culmsee, 1853 (S. 46)	=	280°	10'	45",87
Winkel Culmsee, 1853,—Blendowo (Verbind., S. 206) = +	56	55	5,59	
„ Blendowo—Culm (Dr. 4)	=	— 32	59	45,85
„ Culm—Berlinek (Dr. 5)	=	— 17	46	1,58
„ Berlinek—Springberg (Dr. 6)	=	— 14	15	46,78
		<hr/>		
		$T'_{18,17}$	=	272° 4' 17",25
Mittel: $T'_{18,17}$	=	272°	4'	17",25.

Geodätische Linie Springberg—Schönsee.

$\log S'_{17,18}$	=	5,183 8492
Reduktion auf intern. Meter und wegen Grundlinienausgleichung (S. 29/30) . .	=	+ 40
		<hr/>
	$\log S'_{17,18}$	= 5,183 8532 .

Die astronomischen Bestimmungen für Springberg und Schönsee sind auf Seite 46 angegeben.

Zur Dreiecksberechnung dienten als Unterlage die Zusammenstellungen der Richtungen und Entfernungen in dem 1. Theil der Hauptdreiecke der Landes-Triangulation, S. 367/369 und S. 288, und in den Verbindungen, S. 205 und 206.

Die Rechnungen für die Lothabweichungsgleichungen und für den Parallelbogen sind doppelt ausgeführt worden.

Das numerische Glied der *Laplaceschen* Gleichung ist in derselben Weise geprüft worden, wie auf Seite 70 angegeben ist; es ergab sich für dasselbe wie vorher + 0",58.

§ 27. Schönsee—Warschau.

Schönsee	B'_{18}	=	53°	9'	26",22	\bar{B}_{18}	=	53°	9'	27",047
(18)	L'_{18}	=	18	53	54,21	\bar{L}_{18}	=	18	54	3,858
	$T'_{18,19}$	=	125	6	58,01	$\bar{T}_{18,19}$	=	125	6	56,36
Warschau	B'_{19}	=	52	13	4,90	\bar{B}_{19}	=	52	13	5,368
(19)	L'_{19}	=	21	1	50,60	\bar{L}_{19}	=	21	1	53,090
	$T'_{19,18}$	=	306	48	34,92	$\bar{T}_{19,18}$	=	306	48	36,51
	$\log S'_{18,19}$	=	5,250 3072			$\log \bar{S}_{18,19}$	=	5,250 3013		
	$S'_{18,19}$	=	177 953,8 m			$\bar{S}_{18,19}$	=	177 951,4 m		

Lothabweichungen.

$$\begin{aligned} \xi_{19} &= + 0",44 + \delta B'_{19} - 0,9995 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) - 0,9179 \lambda_{18} + 0,0194 \delta S'_{18,19} + 0,0223 \delta T'_{18,19} \\ &\quad - 3450 \frac{da}{a} + 303 da \\ \lambda_{19} &= + 7,14 + \delta L'_{19} - \delta L'_{18} - 0,0478 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) + 0,9782 \lambda_{18} - 0,0422 \delta S'_{18,19} + 0,0272 \delta T'_{18,19} \\ &\quad + 7506 \frac{da}{a} + 4807 da \\ \lambda_{19} &= - 4,08 + 1,2653 \delta T'_{19,18} - 0,0767 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) + 0,9903 \lambda_{18} - 0,0422 \delta S'_{18,19} - 1,2375 \delta T'_{18,19} \\ &\quad + 7506 \frac{da}{a} + 4842 da. \end{aligned}$$

Laplacesche Gleichung.

$$-11",22 = + \delta L'_{19} - \delta L'_{18} + 0,0289 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) - 0,9121 \lambda_{18} - 35 da + 1,2647 \delta T'_{18,19} - 1,2653 \delta T'_{19,18}.$$

Parallelbogen.

$$\log P_{18.19}^B = 5,158\,4802$$

$$P_{18.19}^B = 144\,039,0\text{ m}$$

$$\log P_{18.19}^{52} = 5,165\,2183$$

$$P_{18.19}^{52} = 146\,291,2\text{ m} - 1707\text{ da}$$

$$l_{18.19} = 2^0\ 7'\ 49,31''.$$

$$\text{Kontrolle: } \lambda_{19} = (L'_{19} - L'_{18} - l_{18.19}) - \delta l_{18.19} = +7,08 + 0,05 = +7,13.$$

Berechnung der geodätischen Linie.

Erste Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Russische Grundlinien
1	Dulsk	125° 29' 46,80	4,5241459
	Schönsee	27 22 45,54	4,2760825
	Konotope	27 7 28,39	4,2723333
		180 0 0,73	
2	Konotope	151 49 22,83	4,6855359
	Schönsee	9 10 22,55	4,2139378
	Baldowo	19 0 15,27	4,5241459
		180 0 0,65	
3	Baldowo	140 54 57,30	4,8456092
	Schönsee	13 13 44,89	4,4054871
	Gosdowo	25 51 19,78	4,6855359
		180 0 1,97	
4	Maschewo	97 57 8,89	4,4821665
	Gosdowo	45 44 23,04	4,3413828
	Peplowo	36 18 29,06	4,2587769
		180 0 0,99	
5	Peplowo	135 46 2,47	4,6596854
	Gosdowo	16 37 5,25	4,2724455
	Slomino	27 36 53,28	4,4821665
		180 0 1,00	
6	Slomino	150 51 32,14	4,8566995
	Gosdowo	11 7 11,68	4,4544459
	Sakrotschim	18 1 17,78	4,6596854
		180 0 1,60	
7	Sakrotschim	144 29 19,81	4,9846238
	Gosdowo	9 52 29,79	4,4547957
	Segrsche	25 38 13,41	4,8566995
		180 0 3,01	
8	Gosdowo	155 7 38,87	5,2116387
	Schönsee	14 26 29,95	4,9846238
	Segrsche	10 25 58,38	4,8456092
		180 0 7,20	
9	Kobelka	104 16 10,67	4,4590249
	Warschau, Observ.	38 48 16,48	4,2696708
	Segrsche	36 55 33,66	4,2513524
		180 0 0,81	
10	Segrsche	117 34 27,05	5,2503014
	Schönsee	8 14 31,40	4,4590249
	Warschau, Observ.	54 11 12,06	5,2116387
		180 0 10,51	

Zweite Rechnung.

Lfd. Nr.	Station	Winkel	log s Russische Grundlinien
1	Mirow	44° 58' 6,87	5,2225415
	Warschau, Observ.	76 8 51,11	5,3605202
	Racionzek	58 54 25,03	5,3059591
		180 1 23,01	
2	Dobrczejewice	176 50 35,31	4,5309545
	Schönsee	1 41 28,13	4,2600362
	Racionzek	1 27 56,60	4,1979218
		180 0 0,04	
3	Racionzek	103 30 8,63	5,2503014
	Schönsee	65 48 23,21	5,2225415
	Warschau, Observ.	10 41 42,12	4,5309545
		180 0 13,96	

Azimut in Schönsee.

Erste Rechnung.	Azimut von Culmsee, 1853 (S. 46)	=	280° 10' 45",87
	Winkel Culmsee—Dobrzejewice } (Sechseck um	= —	87 33 56,52
	„ Dobrzejewice—Dulsk } Dobrzejewice)	= —	66 16 30,88
	„ Dulsk—Konotope (Dr. 1)	= +	27 22 45,54
	„ Konotope—Baldowo (Dr. 2)	= —	9 10 22,55
	„ Baldowo—Gosdowo (Dr. 3)	= —	13 13 44,89
	„ Gosdowo—Segrsche (Dr. 8)	= —	14 26 29,95
	„ Segrsche—Warschau, Observ. (Dr. 10) .	= +	8 14 31,40
	$T'_{18.19}$	=	125° 6' 58",02
Zweite Rechnung.	Azimut von Dobrzejewice	=	192° 36' 49",35
	Winkel Dobrzejewice—Racionzek (Dr. 2)	= —	1 41 28,13
	„ Racionzek—Warschau, Observ. (Dr. 3) .	= —	65 48 23,21
	$T'_{18.19}$	=	125° 6' 58",01
	Mittel: $T'_{18.19}$	=	125° 6' 58",01.

Azimut in Warschau, Observ.

Erste Rechnung.	Azimut von Kobelka (S. 47)	=	39° 48' 3",45
	Winkel Kobelka—Segrsche (Dr. 9)	= —	38 48 16,48
	„ Segrsche—Schönsee (Dr. 10)	= —	54 11 12,06
	$T'_{19.18}$	=	306° 48' 34",91
Zweite Rechnung.	Azimut von Kobelka	=	39° 48' 3",45
	Winkel Kobelka—Mirow („Sap.“, Bd. 47, S. 216, Dr. 47) = +	180 9' 58,25	
	„ Mirow—Racionzek (Dr. 1)	= +	76 8 51,11
	„ Racionzek—Schönsee (Dr. 3)	= +	10 41 42,12
	$T'_{19.18}$	=	306° 48' 34",93
	Mittel: $T'_{19.18}$	=	306° 48' 34",92.

Geodätische Linie Schönsee—Warschau.

log $S'_{18.19}$ (bezogen auf die russ. Grundl. bei Warschau und Czenstochau) . . .	=	5,250 3014
Reduktion auf intern. Meter (S. 30)	=	+ 58
		<hr/>
	log $S'_{18.19}$	= 5,250 3072.

Ueber die astronomischen Angaben sind die S. 46/47 zu vergleichen. Die Unterlagen für die Dreiecksberechnungen sind im wesentlichen der nordwestlichen der beiden von Warschau nach Czenstochau gehenden Dreiecksketten, „Sapiski“, Bd. 47, S. 189 u. 190, entnommen. Dieselbe besteht aus 43 aneinander gereihten Dreiecken und ist mit der Seite Kobelka—Warschau, Theater, an das Warschauer Basisnetz, mit der Seite Mirow—Grabowka an den aus der russischen Ausgleichung erhaltenen Werth des Czenstochauer Basisnetzes angeschlossen. Das erste Dreieck der 2. Rechnung ist aus den Angaben für die geodätischen Linien auf S. 211 und 216 der „Sapiski“ abgeleitet worden. Die Einfügung des Punktes Warschau, Observatorium, geschah vermittelst der Uebersicht auf S. 20.

Der Anschluss des Punktes Schönsee an die Dreieckskette lässt sich mit den Angaben der „Sapiski“, Bd. 47, nicht herstellen. Von dem Sechseck Dobrzejewice—Racionzek—Thorn—Culmsee—Schönsee—Dulsk—Konotope findet man auf S. 197 und 198 nur vier Dreiecke; die beiden Dreiecke Racionzek—Dobrzejewice—Konotope und Konotope—Dobrzejewice—Dulsk fehlen hier wie überhaupt in dem Bande. Es wurden daher die russischen Beobachtungswerthe für das Sechseck um Dobrzejewice, wie sie sich in den „Sapiski“, Bd. 23, S. 252/255, finden, und

welche in Uebereinstimmung sind mit einer bei den Akten des Geodätischen Instituts befindlichen Einsendung des Generals *Tenner* über den Anschluss bei Thorn, einer Ausgleichung unterworfen.

Die Beobachtungswerthe für die vier Dreiecke Dobrzejewice—Racionzek—Thorn—Culmsee—Schönsee—Dulsk sind auch in den „Verbindungen“, S. 413 und 414, mitgetheilt. Für diese Dreiecke findet sich gleichfalls, wie schon erwähnt, in den „Sapiski“ Bd. 47, S. 197 u. 198, eine Zusammenstellung der Ergebnisse der russischen und preussischen Messungen (die Winkel sind hier durch Anbringung von ein Drittel des zugehörigen Excesses auf ebene reducirt). Da aber über die Herkunft der ersteren, die etwas von den Werthen der „Sapiski“, Bd. 23, abweichen, nichts angegeben ist, so blieben sie unberücksichtigt. Die Ausgleichung der Winkelmessungen lieferte das nachstehende Ergebnis. Bei der Ableitung der Logarithmen der Seitenlängen ist von dem Werth für die Seite Konotope—Racionzek der russischen Dreieckskette ausgegangen.

Der mittlere Fehler eines Winkels (vom Gewicht 1) ist nach der Ausgleichung $\pm 0,50$; die Dreieckswidersprüche ergeben für denselben $\pm 0,51$.

Sechseck um Dobrzejewice.

Beobachter: *Tenner*. — Instrument: *Ertelscher* Theodolit Nr. 60.

Winkel	Jahr der Beob.	Anzahl der Messungen	Gewicht	Ausgleichung	Beobachtung	A—B	log s Russische Grundlinien
Dobrzejewice	{ 1850 53	12 16	2	60° 49' 37,06	37,29 } 37,03 }	— 0,10	<u>4,3324987</u>
Konotope	{ 1850 53	12 14	2	47 38 37,81	37,71 } 38,03 }	— 0,06	4,2600362
Racionzek	{ 1850 53	12 14	2	71 31 46,07 $\varepsilon = 0,94$	46,15 } 45,86 }	+ 0,06	4,3684404
Dobrzejewice	1853	16	1	51 41 44,24	44,17	+ 0,07	4,2760825
Dulsk	„	12	1	76 5 31,01	30,72	+ 0,29	4,3684404
Konotope	„	14	1	52 12 45,62 $\varepsilon = 0,88$	45,13	+ 0,49	4,2791495
Dobrzejewice	1853	12	1	64 19 14,01	13,95	+ 0,06	4,2723333
Schönsee *)	„	10	1	66 16 30,88	30,63	+ 0,25	4,2791495
Dulsk	„	12	1	49 24 15,79 $\varepsilon = 0,68$	15,29	+ 0,50	4,1979218
Dobrzejewice	1853	10	1	52 10 9,79	10,01	— 0,22	4,2850030
Culmsee	„	12	1	40 15 54,45	54,63	— 0,18	4,1979218
Schönsee	„	14	1	87 33 56,52 $\varepsilon = 0,77$	56,46	+ 0,06	4,3870791
Dobrzejewice	1853	10	1	53 11 55,16	55,60	— 0,44	4,2920748
Thorn	„	8	1	85 12 50,60	50,79	— 0,19	4,3870791
Culmsee	„	12	1	41 35 15,04 $\varepsilon = 0,80$	14,99	+ 0,05	4,2106085
Dobrzejewice	1853	12	1	77 47 19,74	19,35	+ 0,39	4,3360119
Racionzek	„	12	1	47 4 30,61	30,13	+ 0,48	4,2106085
Thorn	„	11	1	55 8 10,39 $\varepsilon = 0,73$	9,59	+ 0,80	4,2600362

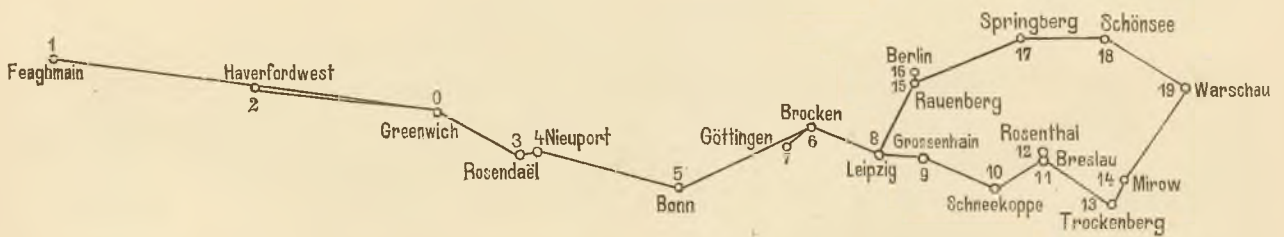
Die Rechnungen zur Ableitung der Lothabweichungsgleichungen und für den Parallelbogen sind zweimal gemacht worden. Die in derselben Weise wie auf S. 70 ausgeführte Kontrolle des numerischen Gliedes der *Laplaceschen* Gleichung lieferte 11,26.

*) Schönsee ist identisch mit dem sonst auch Kowalewo genannten Dreieckspunkt.

§ 28.

Lothabweichungen und Laplacesche Gleichungen zwischen den aufeinanderfolgenden Punkten.

Der besseren Uebersicht wegen sind die einzelnen Ausdrücke für die Lothabweichungskomponenten und die *Laplaceschen* Gleichungen der §§ 2 bis 27, abgesehen von den Kontrolllinien, im Folgenden nochmals zusammengestellt. Die kursiv gedruckten Ziffern der konstanten Glieder und die $\Delta T'_{k,i}$ deuten an, dass in dem betreffenden Punkt keine astronomische Azimutbestimmung vorhanden ist, dass vielmehr von einem plausiblem Werth des Azimuts ausgegangen ist.



Greenwich — Feaghmain.

$$\begin{aligned}\xi_1 &= + 2,72 + \delta B_1 - 0,9837 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0877 \lambda_0 + 0,0001 \delta S'_{0,1} - 0,1121 \delta T'_{0,1} \\ &\quad - 46 \frac{da}{a} - 1260 da \\ \lambda_1 &= - 5,94 + \delta L_1 - \delta L'_0 + 0,2286 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9997 \lambda_0 + 0,0523 \delta S'_{0,1} + 0,0004 \delta T'_{0,1} \\ &\quad - 37487 \frac{da}{a} - 22945 da \\ \lambda_1 &= - 1,97 + 1,2704 \delta T'_{1,0} + 0,3693 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9873 \lambda_0 + 0,0523 \delta S'_{0,1} - 1,2620 \delta T'_{0,1} \\ &\quad - 37487 \frac{da}{a} - 22857 da. \\ + 3,97 &= + \delta L_1 - \delta L'_0 - 0,1407 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0124 \lambda_0 - 88 da + 1,2624 \delta T'_{0,1} - 1,2704 \delta T'_{1,0}.\end{aligned}$$

Greenwich — Haverfordwest.

$$\begin{aligned}\xi_2 &= + 0,27 + \delta B_2 - 0,9962 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0423 \lambda_0 - 0,0022 \delta S'_{0,2} - 0,0540 \delta T'_{0,2} \\ &\quad + 774 \frac{da}{a} - 413 da \\ \lambda_2 &= + 1,12 + \delta L_2 - \delta L'_0 - 0,1096 (\delta B'_0 - \xi_0) + 1,0047 \lambda_0 + 0,0521 \delta S'_{0,2} - 0,0061 \delta T'_{0,2} \\ &\quad - 17979 \frac{da}{a} - 11004 da \\ \lambda_2 &= + 2,35 + 1,2725 \Delta T'_{2,0} + 0,1777 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9989 \lambda_0 + 0,0521 \delta S'_{0,2} - 1,2767 \delta T'_{0,2} \\ &\quad - 17979 \frac{da}{a} - 10973 da. \\ + 1,23 &= + \delta L_2 - \delta L'_0 - 0,0681 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0058 \lambda_0 - 31 da + 1,2706 \delta T'_{0,2} - 1,2725 \Delta T'_{2,0}.\end{aligned}$$

Greenwich — Rosendaël — les-Dunkerque.

$$\begin{aligned}\xi_3 &= + 1",99 + \delta B'_3 - 0,9992 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0206 \lambda_0 + 0,0094 \delta S'_{0.3} + 0,0263 \delta T'_{0.3} \\ &\quad - 1647 \frac{da}{a} + 218 da \\ \lambda_3 &= - 5,92 + \delta L'_3 - \delta L'_0 - 0,0519 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9901 \lambda_0 - 0,0491 \delta S'_{0.3} + 0,0127 \delta T'_{0.3} \\ &\quad + 8603 \frac{da}{a} + 5266 da \\ \lambda_3 &= - 10,47 + 1,2859 \delta T'_{3.0} - 0,0860 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9958 \lambda_0 - 0,0491 \delta S'_{0.3} - 1,2728 \delta T'_{0.3} \\ &\quad + 8603 \frac{da}{a} + 5287 da. \\ - 4",55 &= + \delta L'_3 - \delta L'_0 + 0,0341 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0057 \lambda_0 - 21 da + 1,2855 \delta T'_{0.3} - 1,2859 \delta T'_{3.0}.\end{aligned}$$

Rosendaël — les-Dunkerque — Nieuport.

$$\begin{aligned}\xi_4 &= + 0",53 + \delta B'_4 - 1,0000 (\delta B'_3 - \xi_3) - 0,0030 \lambda_3 - 0,0117 \delta S'_{3.4} + 0,0038 \delta T'_{3.4} \\ &\quad + 306 \frac{da}{a} - 58 da \\ \lambda_4 &= + 0,42 + \delta L'_4 - \delta L'_3 - 0,0075 (\delta B'_3 - \xi_3) + 1,0018 \lambda_3 - 0,0479 \delta S'_{3.4} - 0,0024 \delta T'_{3.4} \\ &\quad + 1249 \frac{da}{a} + 755 da \\ \lambda_4 &= - 7,69 + 1,2844 \delta T'_{4.3} - 0,0124 (\delta B'_3 - \xi_3) + 1,0007 \lambda_3 - 0,0479 \delta S'_{3.4} - 1,2868 \delta T'_{3.4} \\ &\quad + 1249 \frac{da}{a} + 754 da. \\ - 8",11 &= + \delta L'_4 - \delta L'_3 + 0,0049 (\delta B'_3 - \xi_3) + 0,0011 \lambda_3 + 1 da + 1,2844 \delta T'_{3.4} - 1,2844 \delta T'_{4.3}.\end{aligned}$$

Nieuport — Bonn.

$$\begin{aligned}\xi_5 &= + 4",04 + \delta B'_5 - 0,9972 (\delta B'_4 - \xi_4) - 0,0371 \lambda_4 + 0,0056 \delta S'_{4.5} + 0,0476 \delta T'_{4.5} \\ &\quad - 1738 \frac{da}{a} + 104 da \\ \lambda_5 &= - 5,46 + \delta L'_5 - \delta L'_4 - 0,0923 (\delta B'_4 - \xi_4) + 0,9897 \lambda_4 - 0,0502 \delta S'_{4.5} + 0,0133 \delta T'_{4.5} \\ &\quad + 15485 \frac{da}{a} + 9387 da \\ \lambda_5 &= + 0,47 + 1,2917 \delta T'_{5.4} - 0,1542 (\delta B'_4 - \xi_4) + 0,9942 \lambda_4 - 0,0502 \delta S'_{4.5} - 1,2769 \delta T'_{4.5} \\ &\quad + 15485 \frac{da}{a} + 9422 da. \\ + 5",93 &= + \delta L'_5 - \delta L'_4 + 0,0619 (\delta B'_4 - \xi_4) - 0,0045 \lambda_4 - 35 da + 1,2902 \delta T'_{4.5} - 1,2917 \delta T'_{5.4}.\end{aligned}$$

Bonn — Brocken.

$$\begin{aligned}\xi_6 &= + 8",91 + \delta B'_6 - 0,9979 (\delta B'_5 - \xi_5) - 0,0302 \lambda_5 - 0,0134 \delta S'_{5.6} + 0,0389 \delta T'_{5.6} \\ &\quad + 3663 \frac{da}{a} - 791 da \\ \lambda_6 &= + 9,26 + \delta L'_6 - \delta L'_5 - 0,0779 (\delta B'_5 - \xi_5) + 1,0222 \lambda_5 - 0,0475 \delta S'_{5.6} - 0,0286 \delta T'_{5.6} \\ &\quad + 12961 \frac{da}{a} + 7768 da \\ \lambda_6 &= + 7,93 + 1,2725 \delta T'_{6.5} - 0,1261 (\delta B'_5 - \xi_5) + 1,0064 \lambda_5 - 0,0475 \delta S'_{5.6} - 1,3000 \delta T'_{5.6} \\ &\quad + 12961 \frac{da}{a} + 7694 da. \\ - 1",33 &= + \delta L'_6 - \delta L'_5 + 0,0482 (\delta B'_5 - \xi_5) + 0,0158 \lambda_5 + 74 da + 1,2714 \delta T'_{5.6} - 1,2725 \delta T'_{6.5}.\end{aligned}$$

Brocken—Göttingen.

$$\begin{aligned}
 \xi_7 &= - 8,24 + \delta B_7 - 1,0000 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,0057 \lambda_6 + 0,0177 \delta S'_{6,7} - 0,0073 \delta T'_{6,7} \\
 &\quad - 981 \frac{da}{a} + 146 da \\
 \lambda_7 &= - 7,55 + \delta L'_7 - \delta L'_6 + 0,0148 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9940 \lambda_6 + 0,0435 \delta S'_{6,7} + 0,0076 \delta T'_{6,7} \\
 &\quad - 2410 \frac{da}{a} - 1489 da \\
 \lambda_7 &= - 5,42 + 1,2773 \delta T'_{7,6} + 0,0241 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9977 \lambda_6 + 0,0435 \delta S'_{6,7} - 1,2696 \delta T'_{6,7} \\
 &\quad - 2410 \frac{da}{a} - 1493 da \\
 + 2,13 &= + \delta L'_7 - \delta L'_6 - 0,0093 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0037 \lambda_6 + 4 da + 1,2772 \delta T'_{6,7} - 1,2773 \delta T'_{7,6}.
 \end{aligned}$$

Brocken—Leipzig.

$$\begin{aligned}
 \xi_8 &= - 8,53 + \delta B'_8 - 0,9996 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0149 \lambda_6 + 0,0130 \delta S'_{6,8} + 0,0190 \delta T'_{6,8} \\
 &\quad - 1713 \frac{da}{a} + 236 da \\
 \lambda_8 &= + 0,03 + \delta L'_8 - \delta L'_6 - 0,0382 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9896 \lambda_6 - 0,0474 \delta S'_{6,8} + 0,0133 \delta T'_{6,8} \\
 &\quad + 6259 \frac{da}{a} + 3866 da \\
 \lambda_8 &= - 6,13 + 1,2806 \delta T'_{8,6} - 0,0627 (\delta B'_6 - \xi_6) + 0,9958 \lambda_6 - 0,0474 \delta S'_{6,8} - 1,2671 \delta T'_{6,8} \\
 &\quad + 6259 \frac{da}{a} + 3881 da \\
 - 6,16 &= + \delta L'_8 - \delta L'_6 + 0,0245 (\delta B'_6 - \xi_6) - 0,0062 \lambda_6 - 15 da + 1,2804 \delta T'_{6,8} - 1,2806 \delta T'_{8,6}.
 \end{aligned}$$

Leipzig—Grossenhain.

$$\begin{aligned}
 \xi_9 &= - 2,32 + \delta B_9 - 0,9998 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0101 \lambda_8 + 0,0016 \delta S'_{8,9} + 0,0129 \delta T'_{8,9} \\
 &\quad - 135 \frac{da}{a} + 6 da \\
 \lambda_9 &= - 9,03 + \delta L'_9 - \delta L'_8 - 0,0257 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9992 \lambda_8 - 0,0516 \delta S'_{8,9} + 0,0010 \delta T'_{8,9} \\
 &\quad + 4252 \frac{da}{a} + 2592 da \\
 \lambda_9 &= - 7,41 + 1,2812 \delta T'_{9,8} - 0,0422 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,9996 \lambda_8 - 0,0516 \delta S'_{8,9} - 1,2801 \delta T'_{8,9} \\
 &\quad + 4252 \frac{da}{a} + 2593 da \\
 + 1,62 &= + \delta L'_9 - \delta L'_8 + 0,0165 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0004 \lambda_8 - 1 da + 1,2811 \delta T'_{8,9} - 1,2812 \delta T'_{9,8}.
 \end{aligned}$$

Grossenhain—Schneekoppe.

$$\begin{aligned}
 \xi_{10} &= + 9,54 + \delta B'_{10} - 0,9994 (\delta B'_9 - \xi_9) - 0,0187 \lambda_9 + 0,0128 \delta S'_{9,10} + 0,0239 \delta T'_{9,10} \\
 &\quad - 2122 \frac{da}{a} + 339 da \\
 \lambda_{10} &= + 3,63 + \delta L'_{10} - \delta L'_9 - 0,0465 (\delta B'_9 - \xi_9) + 0,9874 \lambda_9 - 0,0469 \delta S'_{9,10} + 0,0162 \delta T'_{9,10} \\
 &\quad + 7773 \frac{da}{a} + 4735 da \\
 \lambda_{10} &= + 3,56 + 1,2916 \delta T'_{10,9} - 0,0777 (\delta B'_9 - \xi_9) + 0,9951 \lambda_9 - 0,0469 \delta S'_{9,10} - 1,2749 \delta T'_{9,10} \\
 &\quad + 7773 \frac{da}{a} + 4760 da \\
 - 0,07 &= + \delta L'_{10} - \delta L'_9 + 0,0312 (\delta B'_9 - \xi_9) - 0,0077 \lambda_9 - 25 da + 1,2911 \delta T'_{9,10} - 1,2916 \delta T'_{10,9}.
 \end{aligned}$$

Schneekoppe—Breslau.

$$\begin{aligned}\xi_{11} &= - 5,59 + \delta B'_{11} - 0,9997 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) - 0,0111 \lambda_{10} - 0,0133 \delta S'_{10,11} + 0,0143 \delta T'_{10,11} \\ &\quad + 1335 \frac{da}{a} - 277 da \\ \lambda_{11} &= + 4,52 + \delta L'_{11} - \delta L'_{10} - 0,0279 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 1,0080 \lambda_{10} - 0,0469 \delta S'_{10,11} - 0,0103 \delta T'_{10,11} \\ &\quad + 4695 \frac{da}{a} + 2815 da \\ \lambda_{11} &= + 7,51 + 1,2847 \delta T'_{11,10} - 0,0461 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 1,0025 \lambda_{10} - 0,0469 \delta S'_{10,11} - 1,2948 \delta T'_{10,11} \\ &\quad + 4695 \frac{da}{a} + 2805 da . \\ + 2,99 &= + \delta L'_{11} - \delta L'_{10} + 0,0182 (\delta B'_{10} - \xi_{10}) + 0,0055 \lambda_{10} + 10 da + 1,2845 \delta T'_{10,11} - 1,2847 \delta T'_{11,10} .\end{aligned}$$

Breslau—Rosenthal.

$$\begin{aligned}\xi_{12} &= - 0,77 + \delta B'_{12} - 1,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,0000 \lambda_{11} - 0,0324 \delta S'_{11,12} + 0,0000 \delta T'_{11,12} \\ &\quad + 75 \frac{da}{a} - 14 da \\ \lambda_{12} &= + 0,36 + \delta L'_{12} - \delta L'_{11} + 0,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 1,0004 \lambda_{11} + 0,0000 \delta S'_{11,12} - 0,0006 \delta T'_{11,12} \\ &\quad + 0 \frac{da}{a} + 0 da \\ \lambda_{12} &= 0,00 + 1,2843 \delta T'_{12,11} + 0,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 1,0002 \lambda_{11} + 0,0000 \delta S'_{11,12} - 1,2849 \delta T'_{11,12} \\ &\quad + 0 \frac{da}{a} + 0 da . \\ - 0,36 &= + \delta L'_{12} - \delta L'_{11} + 0,0000 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,0002 \lambda_{11} + 1,2843 \delta T'_{11,12} - 1,2843 \delta T'_{12,11} .\end{aligned}$$

Breslau—Trockenberg.

$$\begin{aligned}\xi_{13} &= - 0,61 + \delta B'_{13} - 0,9996 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) - 0,0158 \lambda_{11} + 0,0170 \delta S'_{11,13} + 0,0202 \delta T'_{11,13} \\ &\quad - 2583 \frac{da}{a} + 476 da \\ \lambda_{13} &= - 6,68 + \delta L'_{13} - \delta L'_{11} - 0,0388 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,9848 \lambda_{11} - 0,0431 \delta S'_{11,13} + 0,0196 \delta T'_{11,13} \\ &\quad + 6532 \frac{da}{a} + 3958 da \\ \lambda_{13} &= - 10,99 + 1,2976 \delta T'_{13,11} - 0,0654 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) + 0,9946 \lambda_{11} - 0,0431 \delta S'_{11,13} - 1,2777 \delta T'_{11,13} \\ &\quad + 6532 \frac{da}{a} + 3984 da . \\ - 4,31 &= + \delta L'_{13} - \delta L'_{11} + 0,0266 (\delta B'_{11} - \xi_{11}) - 0,0098 \lambda_{11} - 26 da + 1,2973 \delta T'_{11,13} - 1,2976 \delta T'_{13,11} .\end{aligned}$$

Trockenberg—Mirow.

$$\begin{aligned}\xi_{14} &= + 3,71 + \delta B'_{14} - 0,9999 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) - 0,0027 \lambda_{13} - 0,0290 \delta S'_{13,14} + 0,0035 \delta T'_{13,14} \\ &\quad + 1432 \frac{da}{a} - 299 da \\ \lambda_{14} &= + 4,09 + \delta L'_{14} - \delta L'_{13} - 0,0066 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0084 \lambda_{13} - 0,0227 \delta S'_{13,14} - 0,0110 \delta T'_{13,14} \\ &\quad + 1122 \frac{da}{a} + 667 da \\ \lambda_{14} &= + 4,54 + 1,2902 \delta T'_{14,13} - 0,0110 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0027 \lambda_{13} - 0,0227 \delta S'_{13,14} - 1,3012 \delta T'_{13,14} \\ &\quad + 1122 \frac{da}{a} + 664 da . \\ + 0,45 &= + \delta L'_{14} - \delta L'_{13} + 0,0044 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 0,0057 \lambda_{13} + 3 da + 1,2902 \delta T'_{13,14} - 1,2902 \delta T'_{14,13} .\end{aligned}$$

Trockenberg — Warschau *).

$$\begin{aligned}
 \xi_{19} &= -1,46 + \delta B'_{19} - 0,9990 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) - 0,0185 \lambda_{13} + 6429 \frac{da}{a} - 1163 da \\
 &\quad - 0,0286 \delta S'_{13,14} - 0,0248 \delta S'_{14,19} + 0,0241 \delta T'_{13,14} - 0,0204 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) \\
 \lambda_{19} &= +3,05 + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} - 0,0483 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0391 \lambda_{13} + 8061 \frac{da}{a} + 4788 da \\
 &\quad - 0,0245 \delta S'_{13,14} - 0,0338 \delta S'_{14,19} - 0,0509 \delta T'_{13,14} + 0,0396 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) \\
 \lambda_{19} &= -2,01 + 1,2653 \delta T'_{19,14} - 0,0775 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 1,0134 \lambda_{13} + 8075 \frac{da}{a} + 4713 da \\
 &\quad - 0,0248 \delta S'_{13,14} - 0,0338 \delta S'_{14,19} - 1,3152 \delta T'_{13,14} + 1,3042 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) . \\
 -5,06 &= + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} + 0,0292 (\delta B'_{13} - \xi_{13}) + 0,0257 \lambda_{13} - 14 \frac{da}{a} + 75 da \\
 &\quad + 0,0003 \delta S'_{13,14} + 1,2643 \delta T'_{13,14} - 1,2646 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) - 1,2653 \delta T'_{19,14} .
 \end{aligned}$$

Leipzig — Rauenberg.

$$\begin{aligned}
 \xi_{15} &= +0,08 + \delta B'_{15} - 0,9997 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,0085 \lambda_8 - 0,0282 \delta S'_{8,15} + 0,0109 \delta T'_{8,15} \\
 &\quad + 4001 \frac{da}{a} - 582 da \\
 \lambda_{15} &= -2,12 + \delta L'_{15} - \delta L'_8 - 0,0225 (\delta B'_8 - \xi_8) + 1,0248 \lambda_8 - 0,0259 \delta S'_{8,15} - 0,0317 \delta T'_{8,15} \\
 &\quad + 3668 \frac{da}{a} + 2237 da \\
 \lambda_{15} &= +1,56 + 1,2612 \delta T'_{15,8} - 0,0359 (\delta B'_8 - \xi_8) + 1,0093 \lambda_8 - 0,0259 \delta S'_{8,15} - 1,2927 \delta T'_{8,15} \\
 &\quad + 3668 \frac{da}{a} + 2216 da . \\
 +3,68 &= + \delta L'_{15} - \delta L'_8 + 0,0134 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,0155 \lambda_8 + 21 da + 1,2610 \delta T'_{8,15} - 1,2612 \delta T'_{15,8} .
 \end{aligned}$$

Rauenberg — Berlin.

$$\begin{aligned}
 \xi_{16} &= -0,37 + \delta B'_{16} - 1,0000 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) - 0,0002 \lambda_{15} - 0,0308 \delta S'_{15,16} + 0,0003 \delta T'_{15,16} \\
 &\quad + 185 \frac{da}{a} - 21 da \\
 \lambda_{16} &= -0,44 + \delta L'_{16} - \delta L'_{15} - 0,0006 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0012 \lambda_{15} - 0,0161 \delta S'_{15,16} - 0,0015 \delta T'_{15,16} \\
 &\quad + 96 \frac{da}{a} + 61 da \\
 \lambda_{16} &= -3,22 + 1,2604 \Delta T'_{16,15} - 0,0010 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0005 \lambda_{15} - 0,0161 \delta S'_{15,16} - 1,2618 \delta T'_{15,16} \\
 &\quad + 96 \frac{da}{a} + 61 da . \\
 -2,78 &= + \delta L'_{16} - \delta L'_{15} + 0,0004 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 0,0007 \lambda_{15} + 1,2603 \delta T'_{15,16} - 1,2604 \Delta T'_{16,15} .
 \end{aligned}$$

*) Vergl. § 21, S. 100.

Rauenberg—Springberg.

$$\begin{aligned}\xi_{17} &= -6",18 + \delta B'_{17} - 0,9983 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) - 0,0274 \lambda_{15} - 0,0106 \delta S'_{15,17} + 0,0346 \delta T'_{15,17} \\ &\quad + 2473 \frac{da}{a} - 355 da \\ \lambda_{17} &= -2,56 + \delta L'_{17} - \delta L'_{15} - 0,0755 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0158 \lambda_{15} - 0,0509 \delta S'_{15,17} - 0,0200 \delta T'_{15,17} \\ &\quad + 11890 \frac{da}{a} + 7475 da \\ \lambda_{17} &= -8,94 + 1,2491 \delta T'_{17,15} - 0,1180 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 1,0055 \lambda_{15} - 0,0509 \delta S'_{15,17} - 1,2682 \delta T'_{15,17} \\ &\quad + 11890 \frac{da}{a} + 7433 da. \\ -6",38 &= +\delta L'_{17} - \delta L'_{15} + 0,0425 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) + 0,0103 \lambda_{15} + 42 da + 1,2482 \delta T'_{15,17} - 1,2491 \delta T'_{17,15}.\end{aligned}$$

Springberg—Schönsee.

$$\begin{aligned}\xi_{18} &= +5",22 + \delta B'_{18} - 0,9992 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) - 0,0192 \lambda_{17} + 0,0012 \delta S'_{17,18} + 0,0239 \delta T'_{17,18} \\ &\quad - 179 \frac{da}{a} - 43 da \\ \lambda_{18} &= -6,52 + \delta L'_{18} - \delta L'_{17} - 0,0530 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) + 0,9988 \lambda_{17} - 0,0538 \delta S'_{17,18} + 0,0014 \delta T'_{17,18} \\ &\quad + 8214 \frac{da}{a} + 5264 da \\ \lambda_{18} &= -5,94 + 1,2496 \delta T'_{18,17} - 0,0829 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) + 0,9989 \lambda_{17} - 0,0538 \delta S'_{17,18} - 1,2478 \delta T'_{17,18} \\ &\quad + 8214 \frac{da}{a} + 5265 da. \\ +0",58 &= +\delta L'_{18} - \delta L'_{17} + 0,0299 (\delta B'_{17} - \xi_{17}) - 0,0001 \lambda_{17} - 1 da + 1,2492 \delta T'_{17,18} - 1,2496 \delta T'_{18,17}.\end{aligned}$$

Schönsee—Warschau.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= +0",44 + \delta B'_{19} - 0,9995 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) - 0,0179 \lambda_{18} + 0,0194 \delta S'_{18,19} + 0,0223 \delta T'_{18,19} \\ &\quad - 3450 \frac{da}{a} + 303 da \\ \lambda_{19} &= +7,14 + \delta L'_{19} - \delta L'_{18} - 0,0478 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) + 0,9782 \lambda_{18} - 0,0422 \delta S'_{18,19} + 0,0272 \delta T'_{18,19} \\ &\quad + 7506 \frac{da}{a} + 4807 da \\ \lambda_{19} &= -4,08 + 1,2653 \delta T'_{19,18} - 0,0767 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) + 0,9903 \lambda_{18} - 0,0422 \delta S'_{18,19} - 1,2375 \delta T'_{18,19} \\ &\quad + 7506 \frac{da}{a} + 4842 da. \\ -11",22 &= +\delta L'_{19} - \delta L'_{18} + 0,0289 (\delta B'_{18} - \xi_{18}) - 0,0121 \lambda_{18} - 35 da + 1,2647 \delta T'_{18,19} - 1,2653 \delta T'_{19,18}.\end{aligned}$$

§ 29.

Zusammenstellung

der Lothabweichungen und Laplaceschen Gleichungen, bezogen auf Greenwich.

Als Ausgangspunkt für die relativen Lothabweichungen ist Greenwich angenommen worden. Ein mehr in der Mitte der Reihenfolge der Stationen gelegener Punkt wäre zwar für die Rechnung selbst praktischer gewesen; indessen wurde Greenwich, das ja auch ziemlich allgemein als Nullpunkt für die Längen gilt, schon aus dem Grunde gewählt, weil es dem bei der successiven Ableitung der Lothabweichungen eingeschlagenen Rechnungswege entsprach.

Es wurde in folgender Weise verfahren. Waren auf der k -ten Station ξ_k , λ_k (aus der Länge), λ_k (aus dem Azimut) und die *Laplacesche* Gleichung gegen Greenwich abgeleitet, so wurden in die entsprechenden Ausdrücke für die geodätische Linie zwischen dem k -ten und dem $(k+1)$ -ten Punkt der Werth für $\delta B'_k - \xi_k$ und der aus dem Azimut folgende Ausdruck für λ_k eingesetzt. ξ_{k+1} und λ_{k+1} (aus dem Azimut) erhielt man hiermit sofort auf Greenwich bezogen.

Wurde nun die *Laplacesche* Gleichung gegen Greenwich für den k -ten Punkt zu dem erhaltenen Ausdruck für λ_{k+1} aus der Länge und zu der *Laplaceschen* Gleichung für den $(k+1)$ -ten Punkt gegen den k -ten Punkt addirt, so ergab sich die gesuchte Lothabweichung λ_{k+1} (aus der Länge) und die *Laplacesche* Gleichung für den $(k+1)$ -ten Punkt gegen Greenwich. Eine theilweise Kontrolle wurde dann dadurch geliefert, dass die so erhaltene *Laplacesche* Gleichung gleich der Differenz der beiden Werthe für λ_{k+1} sein musste. Im übrigen wurden alle diese Rechnungen doppelt, einmal durch direktes Ausmultipliciren und das andere mal logarithmisch, ausgeführt.

Von Leipzig aus wurden diese Rechnungen sowohl für den südlichen als auch für den nördlichen Weg bis Warschau durchgeführt.

Ebenso wie für Mirow wurden auch für Berlin und für Rosenthal die Lothabweichungen gegen Greenwich nicht abgeleitet. Für diese Stationen und für Haverfordwest sind keine Azimutbestimmungen vorhanden; sie geben daher auch keine *Laplaceschen* Gleichungen, die gemeinsam mit den anderen und mit den drei Polyongleichungen ausgeglichen werden könnten. Die Reduktion der Lothabweichungen dieser Punkte auf Greenwich wird sich am einfachsten nach der Ausgleichung bewirken lassen.

Die Differenzen zwischen den Lothabweichungen in Breite und in Länge und zwischen den *Laplaceschen* Gleichungen für Warschau geben unmittelbar die drei Polyongleichungen. Diejenigen Koefficienten in den beiden für Warschau erhaltenen Gleichungssystemen, die identisch herauskommen müssen, stimmen auch in der That innerhalb der möglichen Abrundungsfehler der ziemlich complicirten Rechnungen und Eliminationen überein, ein weiterer Beweis für die Richtigkeit der Angaben für die Linien des Polygons. Die Erklärung einiger Differenzen in den Gliedern mit $\frac{da}{a}$ und da wird im 5. Kap., § 1, gegeben werden.

(1). Feaghmain.

$$\begin{aligned}\xi_1 &= + 2,72 + \delta B'_1 - 0,9837 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0877 \lambda_0 - 46 \frac{da}{a} - 1260 da \\ &\quad + 0,0001 \delta S'_{0.1} - 0,1121 \delta T'_{0.1} \\ \lambda_1 &= - 5,94 + \delta L'_1 - \delta L'_0 + 0,2286 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9997 \lambda_0 - 37487 \frac{da}{a} - 22945 da \\ &\quad + 0,0523 \delta S'_{0.1} + 0,0004 \delta T'_{0.1} \\ \lambda_1 &= - 1,97 + 1,2704 \delta T'_{1.0} + 0,3693 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9873 \lambda_0 - 37487 \frac{da}{a} - 22857 da \\ &\quad + 0,0523 \delta S'_{0.1} - 1,2620 \delta T'_{0.1} . \\ + 3,97 &= + \delta L'_1 - \delta L'_0 - 0,1407 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0124 \lambda_0 - 88 da + 1,2624 \delta T'_{0.1} - 1,2704 \delta T'_{1.0} .\end{aligned}$$

(3). Rosendaël-lès-Dunkerque.

$$\begin{aligned}\xi_3 &= + 1,99 + \delta B'_3 - 0,9992 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0206 \lambda_0 - 1647 \frac{da}{a} + 218 da \\ &\quad + 0,0094 \delta S'_{0.3} + 0,0263 \delta T'_{0.3} \\ \lambda_3 &= - 5,92 + \delta L'_3 - \delta L'_0 - 0,0519 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9901 \lambda_0 + 8603 \frac{da}{a} + 5266 da \\ &\quad - 0,0491 \delta S'_{0.3} + 0,0127 \delta T'_{0.3} \\ \lambda_3 &= - 10,47 + 1,2859 \delta T'_{3.0} - 0,0860 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9958 \lambda_0 + 8603 \frac{da}{a} + 5287 da \\ &\quad - 0,0491 \delta S'_{0.3} - 1,2728 \delta T'_{0.3} . \\ - 4,55 &= + \delta L'_3 - \delta L'_0 + 0,0341 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0057 \lambda_0 - 21 da + 1,2855 \delta T'_{0.3} - 1,2859 \delta T'_{3.0} .\end{aligned}$$

(4). Nieuport.

$$\begin{aligned}\xi_4 &= + 2,55 + \delta B'_4 - 0,9989 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0235 \lambda_0 - 1367 \frac{da}{a} + 144 da + 0,0095 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0117 \delta S'_{3.4} + 0,0301 \delta T'_{0.3} - 0,0038 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ \lambda_4 &= - 5,50 + \delta L'_4 - \delta L'_0 - 0,0596 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9917 \lambda_0 + 9855 \frac{da}{a} + 6033 da - 0,0491 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0479 \delta S'_{3.4} + 0,0107 \delta T'_{0.3} + 0,0024 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ \lambda_4 &= - 18,14 . - 0,0985 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9962 \lambda_0 + 9838 \frac{da}{a} + 6048 da - 0,0490 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0479 \delta S'_{3.4} - 1,2733 \delta T'_{0.3} + 1,2868 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 1,2844 \delta T'_{4.3} . \\ - 12,64 &= + \delta L'_4 - \delta L'_0 + 0,0389 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0045 \lambda_0 + 17 \frac{da}{a} - 15 da - 0,0001 \delta S'_{0.3} \\ &\quad + 1,2840 \delta T'_{0.3} - 1,2844 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 1,2844 \delta T'_{4.3} .\end{aligned}$$

(5). Bonn.

$$\begin{aligned}\xi_5 &= + 7,26 + \delta B'_5 - 0,9924 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0604 \lambda_0 - 3466 \frac{da}{a} + 24 da + 0,0113 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0099 \delta S'_{3.4} + 0,0056 \delta S'_{4.5} + 0,0772 \delta T'_{0.3} - 0,0515 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad - 0,0476 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) \\ \lambda_5 &= - 10,54 + \delta L'_5 - \delta L'_0 - 0,1508 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9792 \lambda_0 + 25113 \frac{da}{a} + 15371 da - 0,0477 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0485 \delta S'_{3.4} - 0,0502 \delta S'_{4.5} + 0,0265 \delta T'_{0.3} - 0,0113 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad - 0,0133 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_5 &= -17,17 \quad . \quad -0,2519 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9868 \lambda_0 + 25055 \frac{da}{a} + 15457 da - 0,0472 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0494 \delta S'_{3.4} - 0,0502 \delta S'_{4.5} - 1,2613 \delta T'_{0.3} + 1,2787 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad + 1,2769 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2917 \delta T'_{5.4} . \\ -6,63 &= + \delta L'_5 - \delta L'_0 + 0,1011 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0076 \lambda_0 + 58 \frac{da}{a} - 86 da - 0,0005 \delta S'_{0.3} \\ &\quad + 0,0009 \delta S'_{3.4} \quad . \quad + 1,2878 \delta T'_{0.3} - 1,2900 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad - 1,2902 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2917 \delta T'_{5.4} .\end{aligned}$$

(6). **Brocken.**

$$\begin{aligned}\xi_6 &= +16,67 + \delta B'_6 - 0,9827 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0901 \lambda_0 - 553 \frac{da}{a} - 1234 da + 0,0127 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0084 \delta S'_{3.4} + 0,0071 \delta S'_{4.5} - 0,0134 \delta S'_{5.6} + 0,1151 \delta T'_{0.3} - 0,0900 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad - 0,0861 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,0389 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) . \\ \lambda_6 &= -1,10 + \delta L'_6 - \delta L'_0 - 0,2337 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9964 \lambda_0 + 38360 \frac{da}{a} + 23484 da - 0,0478 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0504 \delta S'_{3.4} - 0,0509 \delta S'_{4.5} - 0,0475 \delta S'_{5.6} + 0,0045 \delta T'_{0.3} + 0,0131 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad + 0,0113 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 0,0286 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ \lambda_6 &= -8,44 \quad . \quad -0,3786 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9855 \lambda_0 + 37739 \frac{da}{a} + 23253 da - 0,0461 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0509 \delta S'_{3.4} - 0,0498 \delta S'_{4.5} - 0,0475 \delta S'_{5.6} - 1,2597 \delta T'_{0.3} + 1,2804 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad + 1,2791 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,3000 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 1,2725 \delta T'_{6.5} . \\ -7,34 &= + \delta L'_6 - \delta L'_0 + 0,1449 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0109 \lambda_0 + 621 \frac{da}{a} + 231 da - 0,0017 \delta S'_{0.3} \\ &\quad + 0,0005 \delta S'_{3.4} - 0,0011 \delta S'_{4.5} \quad . \quad + 1,2642 \delta T'_{0.3} - 1,2673 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ &\quad - 1,2678 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2714 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 1,2725 \delta T'_{6.5} .\end{aligned}$$

(7). **Göttingen.**

$$\begin{aligned}\xi_7 &= +8,38 + \delta B'_7 - 0,9849 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0845 \lambda_0 - 1319 \frac{da}{a} - 955 da + 0,0124 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0087 \delta S'_{3.4} + 0,0068 \delta S'_{4.5} - 0,0137 \delta S'_{5.6} + 0,0177 \delta S'_{6.7} + 0,1079 \delta T'_{0.3} \\ &\quad - 0,0827 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 0,0788 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,0315 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ &\quad + 0,0073 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.7}) \\ \lambda_7 &= -8,84 + \delta L'_7 - \delta L'_0 - 0,2169 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9918 \lambda_0 + 35731 \frac{da}{a} + 21874 da - 0,0477 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0500 \delta S'_{3.4} - 0,0507 \delta S'_{4.5} - 0,0470 \delta S'_{5.6} + 0,0435 \delta S'_{6.7} + 0,0103 \delta T'_{0.3} \\ &\quad + 0,0067 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 0,0049 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 0,0214 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ &\quad - 0,0076 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.7}) \\ \lambda_7 &= -14,24 \quad . \quad -0,3540 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9854 \lambda_0 + 35255 \frac{da}{a} + 21738 da - 0,0463 \delta S'_{0.3} \\ &\quad - 0,0506 \delta S'_{3.4} - 0,0499 \delta S'_{4.5} - 0,0471 \delta S'_{5.6} + 0,0435 \delta S'_{6.7} + 1,2596 \delta T'_{0.3} \\ &\quad + 1,2797 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 1,2783 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2979 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ &\quad + 1,2696 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.7}) + 1,2773 \delta T'_{7.6} . \\ -5,40 &= + \delta L'_7 - \delta L'_0 + 0,1371 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0064 \lambda_0 + 476 \frac{da}{a} + 136 da - 0,0014 \delta S'_{0.3} \\ &\quad + 0,0006 \delta S'_{3.4} - 0,0008 \delta S'_{4.5} + 0,0001 \delta S'_{5.6} \quad . \quad + 1,2699 \delta T'_{0.3} \\ &\quad - 1,2730 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 1,2734 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2765 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ &\quad - 1,2772 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.7}) - 1,2773 \delta T'_{7.6} .\end{aligned}$$

(8). Leipzig.

$$\begin{aligned}
 \xi_8 &= + 8",26 + \delta B'_8 - 0,9767 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1048 \lambda_0 - 2828 \frac{da}{a} - 1344 da + 0,0134 \delta S'_{0,3} \\
 &\quad - 0,0076 \delta S'_{3,4} + 0,0078 \delta S'_{4,5} - 0,0127 \delta S'_{5,6} + 0,0130 \delta S'_{6,8} + 0,1339 \delta T'_{0,3} \\
 &\quad - 0,1091 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,1052 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) - 0,0583 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\
 &\quad - 0,0190 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) \\
 \lambda_8 &= - 0",35 + \delta L'_8 - \delta L'_0 - 0,2673 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9828 \lambda_0 + 44206 \frac{da}{a} + 27061 da - 0,0468 \delta S'_{0,3} \\
 &\quad - 0,0503 \delta S'_{3,4} - 0,0501 \delta S'_{4,5} - 0,0475 \delta S'_{5,6} - 0,0474 \delta S'_{6,8} + 0,0220 \delta T'_{0,3} \\
 &\quad - 0,0035 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0053 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) + 0,0136 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\
 &\quad - 0,0133 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) \\
 \lambda_8 &= - 13",49 \quad . \quad - 0,4386 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9758 \lambda_0 + 43805 \frac{da}{a} + 26959 da - 0,0451 \delta S'_{0,3} \\
 &\quad - 0,0512 \delta S'_{3,4} - 0,0492 \delta S'_{4,5} - 0,0481 \delta S'_{5,6} - 0,0474 \delta S'_{6,8} - 1,2472 \delta T'_{0,3} \\
 &\quad + 1,2695 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 1,2683 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) + 1,2921 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\
 &\quad + 1,2671 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 1,2806 \delta T'_{8,6} . \\
 - 13",14 &= + \delta L'_8 - \delta L'_0 + 0,1713 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0070 \lambda_0 + 401 \frac{da}{a} + 102 da - 0,0017 \delta S'_{0,3} \\
 &\quad + 0,0009 \delta S'_{3,4} - 0,0009 \delta S'_{4,5} + 0,0006 \delta S'_{5,6} \quad . \quad + 1,2692 \delta T'_{0,3} \\
 &\quad - 1,2730 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 1,2736 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) - 1,2785 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\
 &\quad - 1,2804 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 1,2806 \delta T'_{8,6} .
 \end{aligned}$$

(9). Grossenhain.

$$\begin{aligned}
 \xi_9 &= + 6",07 + \delta B'_9 - 0,9721 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1147 \lambda_0 - 3404 \frac{da}{a} - 1610 da \\
 &\quad + 0,0139 \delta S'_{0,3} - 0,0071 \delta S'_{3,4} + 0,0083 \delta S'_{4,5} - 0,0122 \delta S'_{5,6} + 0,0135 \delta S'_{6,8} \\
 &\quad + 0,0016 \delta S'_{8,9} + 0,1465 \delta T'_{0,3} - 0,1219 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,1180 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 &\quad - 0,0714 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0318 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0129 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 \lambda_9 &= - 9",16 + \delta L'_9 - \delta L'_0 - 0,2920 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9793 \lambda_0 + 48350 \frac{da}{a} + 29597 da \\
 &\quad - 0,0465 \delta S'_{0,3} - 0,0505 \delta S'_{3,4} - 0,0499 \delta S'_{4,5} - 0,0478 \delta S'_{5,6} - 0,0471 \delta S'_{6,8} \\
 &\quad - 0,0516 \delta S'_{8,9} + 0,0264 \delta T'_{0,3} - 0,0073 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0090 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 &\quad + 0,0111 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0148 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0010 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 \lambda_9 &= - 20",55 \quad . \quad - 0,4796 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9710 \lambda_0 + 47918 \frac{da}{a} + 29484 da \\
 &\quad - 0,0445 \delta S'_{0,3} - 0,0515 \delta S'_{3,4} - 0,0489 \delta S'_{4,5} - 0,0486 \delta S'_{5,6} - 0,0469 \delta S'_{6,8} \\
 &\quad - 0,0516 \delta S'_{8,9} - 1,2411 \delta T'_{0,3} + 1,2644 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 1,2634 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 &\quad + 1,2891 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) + 1,2658 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 1,2801 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 &\quad + 1,2812 \delta T'_{9,8} . \\
 - 11",39 &= + \delta L'_9 - \delta L'_0 + 0,1876 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0083 \lambda_0 + 432 \frac{da}{a} + 113 da \\
 &\quad - 0,0020 \delta S'_{0,3} + 0,0010 \delta S'_{3,4} - 0,0010 \delta S'_{4,5} + 0,0008 \delta S'_{5,6} - 0,0002 \delta S'_{6,8} \\
 &\quad . \quad + 1,2675 \delta T'_{0,3} - 1,2717 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 1,2724 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 &\quad - 1,2780 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 1,2806 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 1,2811 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 &\quad - 1,2812 \delta T'_{9,8} .
 \end{aligned}$$

(10). Schneekoppe.

$$\begin{aligned}\xi_{10} = & + 15,99 + \delta B'_{10} - 0,9625 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1328 \lambda_0 - 6420 \frac{da}{a} - 1821 da \\ & + 0,0147 \delta S'_{0.3} - 0,0061 \delta S'_{3.4} + 0,0092 \delta S'_{4.5} - 0,0113 \delta S'_{5.6} + 0,0144 \delta S'_{6.8} \\ & + 0,0026 \delta S'_{8.9} + 0,0128 \delta S'_{9.10} + 0,1696 \delta T'_{0.3} - 0,1454 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & - 0,1415 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,0955 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0555 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & - 0,0368 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 0,0239 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{10} = & - 4,99 + \delta L'_{10} - \delta L'_0 - 0,3312 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9616 \lambda_0 + 55362 \frac{da}{a} + 33886 da \\ & - 0,0453 \delta S'_{0.3} - 0,0501 \delta S'_{3.4} - 0,0489 \delta S'_{4.5} - 0,0478 \delta S'_{5.6} - 0,0459 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0508 \delta S'_{8.9} - 0,0469 \delta S'_{9.10} + 0,0488 \delta T'_{0.3} - 0,0289 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & - 0,0304 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,0084 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0322 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & - 0,0177 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 0,0162 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{10} = & - 16,42 \quad . \quad - 0,5528 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9573 \lambda_0 + 55193 \frac{da}{a} + 33975 da \\ & - 0,0432 \delta S'_{0.3} - 0,0518 \delta S'_{3.4} - 0,0481 \delta S'_{4.5} - 0,0493 \delta S'_{5.6} - 0,0457 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0512 \delta S'_{8.9} - 0,0469 \delta S'_{9.10} - 1,2236 \delta T'_{0.3} + 1,2487 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & + 1,2480 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2773 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 1,2571 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & + 1,2728 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) + 1,2749 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) + 1,2916 \delta T'_{10.9}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}- 11,43 = & + \delta L'_{10} - \delta L'_0 + 0,2216 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0043 \lambda_0 + 169 \frac{da}{a} - 89 da \\ & - 0,0021 \delta S'_{0.3} + 0,0017 \delta S'_{3.4} - 0,0008 \delta S'_{4.5} + 0,0015 \delta S'_{5.6} - 0,0002 \delta S'_{6.8} \\ & + 0,0004 \delta S'_{8.9} \quad . \quad + 1,2724 \delta T'_{0.3} - 1,2776 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & - 1,2784 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2857 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 1,2893 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & - 1,2905 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 1,2911 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) - 1,2916 \delta T'_{10.9}.\end{aligned}$$

(11). Breslau.

$$\begin{aligned}\xi_{11} = & + 10,58 + \delta B'_{11} - 0,9561 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1434 \lambda_0 - 5696 \frac{da}{a} - 2474 da \\ & + 0,0152 \delta S'_{0.3} - 0,0055 \delta S'_{3.4} + 0,0097 \delta S'_{4.5} - 0,0108 \delta S'_{5.6} + 0,0149 \delta S'_{6.8} \\ & + 0,0032 \delta S'_{8.9} + 0,0133 \delta S'_{9.10} - 0,0133 \delta S'_{10.11} + 0,1831 \delta T'_{0.3} - 0,1593 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & - 0,1554 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,1097 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0695 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & - 0,0509 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 0,0381 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) - 0,0143 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{11} = & - 0,15 + \delta L'_{11} - \delta L'_0 - 0,3625 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9656 \lambda_0 + 60320 \frac{da}{a} + 36922 da \\ & - 0,0452 \delta S'_{0.3} - 0,0507 \delta S'_{3.4} - 0,0490 \delta S'_{4.5} - 0,0485 \delta S'_{5.6} - 0,0459 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0511 \delta S'_{8.9} - 0,0469 \delta S'_{9.10} - 0,0469 \delta S'_{10.11} + 0,0437 \delta T'_{0.3} - 0,0230 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & - 0,0243 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,0009 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0237 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & - 0,0085 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 0,0067 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) + 0,0103 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{11} = & - 8,21 \quad . \quad - 0,5986 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9536 \lambda_0 + 59730 \frac{da}{a} + 36781 da \\ & - 0,0426 \delta S'_{0.3} - 0,0522 \delta S'_{3.4} - 0,0478 \delta S'_{4.5} - 0,0499 \delta S'_{5.6} - 0,0451 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0512 \delta S'_{8.9} - 0,0464 \delta S'_{9.10} - 0,0469 \delta S'_{10.11} - 1,2189 \delta T'_{0.3} + 1,2451 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & + 1,2446 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2761 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 1,2576 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & + 1,2743 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) + 1,2770 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) + 1,2948 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11}) \\ & + 1,2847 \delta T'_{11.10}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - 8''06 &= + \delta L'_{11} - \delta L'_0 + 0,2361 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0120 \lambda_0 + 590 \frac{da}{a} + 141 da \\
 &- 0,0026 \delta S'_{0.3} + 0,0015 \delta S'_{3.4} - 0,0012 \delta S'_{4.5} + 0,0014 \delta S'_{5.6} - 0,0008 \delta S'_{6.8} \\
 &+ 0,0001 \delta S'_{8.9} - 0,0005 \delta S'_{9.10} \quad . \quad + 1,2626 \delta T'_{0.3} - 1,2681 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 &- 1,2689 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2770 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 1,2813 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 &- 1,2828 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 1,2837 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) - 1,2845 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11}) \\
 &- 1,2847 \delta T'_{11.10} .
 \end{aligned}$$

(13). **Trockenberg.**

$$\begin{aligned}
 \xi_{13} &= + 10''10 + \delta B'_{13} - 0,9462 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1584 \lambda_0 - 9221 \frac{da}{a} - 2578 da \\
 &+ 0,0159 \delta S'_{0.3} - 0,0047 \delta S'_{3.4} + 0,0105 \delta S'_{4.5} - 0,0100 \delta S'_{5.6} + 0,0156 \delta S'_{6.8} \\
 &+ 0,0040 \delta S'_{8.9} + 0,0140 \delta S'_{9.10} - 0,0126 \delta S'_{10.11} + 0,0170 \delta S'_{11.13} + 0,2023 \delta T'_{0.3} \\
 &- 0,1789 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 0,1750 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,1299 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\
 &- 0,0894 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 0,0710 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 0,0583 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) \\
 &- 0,0348 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11}) - 0,0202 (\delta T'_{11.10} - \delta T'_{11.13})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{13} &= - 6''29 + \delta L'_{13} - \delta L'_0 - 0,3905 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9456 \lambda_0 + 65723 \frac{da}{a} + 40225 da \\
 &- 0,0440 \delta S'_{0.3} - 0,0501 \delta S'_{3.4} - 0,0479 \delta S'_{4.5} - 0,0481 \delta S'_{5.6} - 0,0446 \delta S'_{6.8} \\
 &- 0,0502 \delta S'_{8.9} - 0,0457 \delta S'_{9.10} - 0,0467 \delta S'_{10.11} - 0,0431 \delta S'_{11.13} + 0,0693 \delta T'_{0.3} \\
 &- 0,0481 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 0,0492 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,0246 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\
 &- 0,0455 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 0,0299 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 0,0276 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) \\
 &- 0,0099 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11}) - 0,0196 (\delta T'_{11.10} - \delta T'_{11.13})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{13} &= - 18''46 \quad . \quad - 0,6579 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9391 \lambda_0 + 65566 \frac{da}{a} + 40404 da \\
 &- 0,0414 \delta S'_{0.3} - 0,0523 \delta S'_{3.4} - 0,0469 \delta S'_{4.5} - 0,0503 \delta S'_{5.6} - 0,0439 \delta S'_{6.8} \\
 &- 0,0507 \delta S'_{8.9} - 0,0453 \delta S'_{9.10} - 0,0475 \delta S'_{10.11} - 0,0431 \delta S'_{11.13} - 1,2003 \delta T'_{0.3} \\
 &+ 1,2280 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 1,2277 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2620 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\
 &+ 1,2463 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) + 1,2641 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) + 1,2676 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) \\
 &+ 1,2869 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11}) + 1,2777 (\delta T'_{11.10} - \delta T'_{11.13}) + 1,2976 \delta T'_{13.11} .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - 12''17 &= + \delta L'_{13} - \delta L'_0 + 0,2674 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0065 \lambda_0 + 157 \frac{da}{a} - 179 da \\
 &- 0,0026 \delta S'_{0.3} + 0,0022 \delta S'_{3.4} - 0,0010 \delta S'_{4.5} + 0,0022 \delta S'_{5.6} - 0,0007 \delta S'_{6.8} \\
 &+ 0,0005 \delta S'_{8.9} - 0,0004 \delta S'_{9.10} + 0,0008 \delta S'_{10.11} \quad . \quad + 1,2696 \delta T'_{0.3} \\
 &- 1,2761 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 1,2769 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2866 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\
 &- 1,2918 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 1,2940 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.9}) - 1,2952 (\delta T'_{9.8} - \delta T'_{9.10}) \\
 &- 1,2968 (\delta T'_{10.9} - \delta T'_{10.11}) - 1,2973 (\delta T'_{11.10} - \delta T'_{11.13}) - 1,2976 \delta T'_{13.11} .
 \end{aligned}$$

(19). **Warschau.** (Aus dem südlichen Wege.)

$$\begin{aligned}\xi_{19} = + 8",97 + \delta B'_{19} - 0,9331(\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1756 \lambda_0 - 3996 \frac{da}{a} - 4485 da + 0,0167 \delta S'_{0,3} \\ - 0,0037 \delta S'_{3,4} + 0,0114 \delta S'_{4,5} - 0,0091 \delta S'_{5,6} + 0,0164 \delta S'_{6,8} + 0,0049 \delta S'_{8,9} \\ + 0,0148 \delta S'_{9,10} - 0,0117 \delta S'_{10,11} + 0,0178 \delta S'_{11,13} - 0,0286 \delta S'_{13,14} - 0,0248 \delta S'_{14,19} \\ + 0,2243 \delta T'_{0,3} - 0,2014 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,1975 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) - 0,1531 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\ - 0,1124 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0943 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) - 0,0817 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\ - 0,0586 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) - 0,0438 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) - 0,0241 (\delta T'_{13,11} - \delta T'_{13,14}) \\ - 0,0204 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{19} = - 3",47 + \delta L'_{19} - \delta L'_0 - 0,4619 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9746 \lambda_0 + 75903 \frac{da}{a} + 46468 da - 0,0448 \delta S'_{0,3} \\ - 0,0523 \delta S'_{3,4} - 0,0492 \delta S'_{4,5} - 0,0506 \delta S'_{5,6} - 0,0456 \delta S'_{6,8} - 0,0520 \delta S'_{8,9} \\ - 0,0468 \delta S'_{9,10} - 0,0492 \delta S'_{10,11} - 0,0440 \delta S'_{11,13} - 0,0245 \delta S'_{13,14} - 0,0338 \delta S'_{14,19} \\ + 0,0322 \delta T'_{0,3} - 0,0087 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0097 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) + 0,0184 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\ - 0,0011 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 0,0161 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) + 0,0192 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\ + 0,0387 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) + 0,0294 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) + 0,0508 (\delta T'_{13,11} - \delta T'_{13,14}) \\ + 0,0396 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{19} = - 19",93 - 0,7400 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9394 \lambda_0 + 73805 \frac{da}{a} + 45458 da - 0,0407 \delta S'_{0,3} \\ - 0,0534 \delta S'_{3,4} - 0,0467 \delta S'_{4,5} - 0,0518 \delta S'_{5,6} - 0,0433 \delta S'_{6,8} - 0,0511 \delta S'_{8,9} \\ - 0,0448 \delta S'_{9,10} - 0,0491 \delta S'_{10,11} - 0,0424 \delta S'_{11,13} - 0,0248 \delta S'_{13,14} - 0,0338 \delta S'_{14,19} \\ - 1,2007 \delta T'_{0,3} + 1,2305 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 1,2306 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) + 1,2688 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\ + 1,2561 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 1,2755 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) + 1,2801 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\ + 1,3014 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) + 1,2932 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) + 1,3151 (\delta T'_{13,11} - \delta T'_{13,14}) \\ + 1,3042 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) + 1,2653 \delta T'_{19,14}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}- 16",46 = + \delta L'_{19} - \delta L'_0 + 0,2781 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0352 \lambda_0 + 2098 \frac{da}{a} + 1010 da - 0,0041 \delta S'_{0,3} \\ + 0,0011 \delta S'_{3,4} - 0,0025 \delta S'_{4,5} + 0,0012 \delta S'_{5,6} - 0,0023 \delta S'_{6,8} - 0,0009 \delta S'_{8,9} \\ - 0,0020 \delta S'_{9,10} - 0,0001 \delta S'_{10,11} - 0,0016 \delta S'_{11,13} + 0,0003 \delta S'_{13,14} \\ + 1,2329 \delta T'_{0,3} - 1,2392 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 1,2403 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) - 1,2504 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) \\ - 1,2572 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 1,2594 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) - 1,2609 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\ - 1,2627 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) - 1,2638 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) - 1,2643 (\delta T'_{13,11} - \delta T'_{13,14}) \\ - 1,2646 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) - 1,2653 \delta T'_{19,14}.\end{aligned}$$

(15). Rauenberg.

$$\begin{aligned}\xi_{15} = & + 8,45 + \delta B'_{15} - 0,9727 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1131 \lambda_0 + 802 \frac{da}{a} - 2155 da \\ & + 0,0138 \delta S'_{0.3} - 0,0072 \delta S'_{3.4} + 0,0082 \delta S'_{4.5} - 0,0123 \delta S'_{5.6} + 0,0134 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0282 \delta S'_{8.15} + 0,1445 \delta T'_{0.3} - 0,1199 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 0,1160 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) \\ & - 0,0693 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0298 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 0,0109 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{15} = & - 2,62 + \delta L'_{15} - \delta L'_0 - 0,3002 (\delta B'_0 - \xi_0) + 1,0046 \lambda_0 + 48896 \frac{da}{a} + 29937 da \\ & - 0,0476 \delta S'_{0.3} - 0,0518 \delta S'_{3.4} - 0,0511 \delta S'_{4.5} - 0,0490 \delta S'_{5.6} - 0,0483 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0259 \delta S'_{8.15} - 0,0057 \delta T'_{0.3} + 0,0255 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 0,0238 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) \\ & + 0,0443 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 0,0177 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) + 0,0317 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{15} = & - 11,76 - 0,4778 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9811 \lambda_0 + 47778 \frac{da}{a} + 29378 da \\ & - 0,0450 \delta S'_{0.3} - 0,0520 \delta S'_{3.4} - 0,0494 \delta S'_{4.5} - 0,0490 \delta S'_{5.6} - 0,0473 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0259 \delta S'_{8.15} - 1,2540 \delta T'_{0.3} + 1,2774 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 1,2763 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) \\ & + 1,3020 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 1,2782 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) + 1,2926 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) \\ & + 1,2612 \delta T'_{15.8}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}- 9,14 = & + \delta L'_{15} - \delta L'_0 + 0,1776 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0235 \lambda_0 + 1118 \frac{da}{a} + 559 da \\ & - 0,0026 \delta S'_{0.3} + 0,0002 \delta S'_{3.4} - 0,0017 \delta S'_{4.5} + 0,0000 \delta S'_{5.6} - 0,0010 \delta S'_{6.8} \\ & + 1,2483 \delta T'_{0.3} - 1,2519 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 1,2525 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) \\ & - 1,2577 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 1,2605 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 1,2609 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) \\ & - 1,2612 \delta T'_{15.8}.\end{aligned}$$

(17). Springberg.

$$\begin{aligned}\xi_{17} = & + 2,58 + \delta B'_{17} - 0,9579 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1398 \lambda_0 + 1965 \frac{da}{a} - 3311 da \\ & + 0,0150 \delta S'_{0.3} - 0,0058 \delta S'_{3.4} + 0,0096 \delta S'_{4.5} - 0,0110 \delta S'_{5.6} + 0,0147 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0275 \delta S'_{8.15} - 0,0106 \delta S'_{15.17} + 0,1787 \delta T'_{0.3} - 0,1547 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & - 0,1508 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,1049 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0647 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & - 0,0463 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 0,0346 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{17} = & - 4,73 + \delta L'_{17} - \delta L'_0 - 0,3812 (\delta B'_0 - \xi_0) + 1,0116 \lambda_0 + 61602 \frac{da}{a} + 37713 da \\ & - 0,0473 \delta S'_{0.3} - 0,0531 \delta S'_{3.4} - 0,0513 \delta S'_{4.5} - 0,0507 \delta S'_{5.6} - 0,0480 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0284 \delta S'_{8.15} - 0,0509 \delta S'_{15.17} - 0,0146 \delta T'_{0.3} + 0,0366 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\ & + 0,0352 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 0,0597 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 0,0357 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\ & + 0,0513 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) + 0,0200 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{17} = & - 19,77 \quad . \quad - 0,5953 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9732 \lambda_0 + 60026 \frac{da}{a} + 36719 da \\
 & - 0,0436 \delta S'_{0.3} - 0,0531 \delta S'_{3.4} - 0,0487 \delta S'_{4.5} - 0,0508 \delta S'_{5.6} - 0,0460 \delta S'_{6.8} \\
 & - 0,0293 \delta S'_{8.15} - 0,0509 \delta S'_{15.17} - 1,2438 \delta T'_{0.3} + 1,2703 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 & + 1,2696 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,3010 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 1,2817 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 & + 1,2984 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) + 1,2682 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) + 1,2491 \delta T'_{17.15} . \\
 - 15,04 = & + \delta L'_{17} - \delta L'_0 + 0,2141 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0384 \lambda_0 + 1576 \frac{da}{a} + 994 da \\
 & - 0,0037 \delta S'_{0.3} + 0,0000 \delta S'_{3.4} - 0,0026 \delta S'_{4.5} + 0,0001 \delta S'_{5.6} - 0,0020 \delta S'_{6.8} \\
 & + 0,0009 \delta S'_{8.15} \quad . \quad + 1,2292 \delta T'_{0.3} - 1,2337 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 & - 1,2344 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2413 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 1,2460 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 & - 1,2471 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 1,2482 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) - 1,2491 \delta T'_{17.15} .
 \end{aligned}$$

(18). Schönsee.

$$\begin{aligned}
 \xi_{18} = & + 8,18 + \delta B'_{18} - 0,9457 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1584 \lambda_0 + 632 \frac{da}{a} - 4056 da + 0,0158 \delta S'_{0.3} \\
 & - 0,0048 \delta S'_{3.4} + 0,0105 \delta S'_{4.5} - 0,0100 \delta S'_{5.6} + 0,0156 \delta S'_{6.8} - 0,0269 \delta S'_{8.15} \\
 & - 0,0096 \delta S'_{15.17} + 0,0012 \delta S'_{17.18} + 0,2025 \delta T'_{0.3} - 0,1790 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 & - 0,1751 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,1298 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 0,0892 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 & - 0,0712 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 0,0589 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) - 0,0239 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) \\
 \lambda_{18} = & - 11,09 + \delta L'_{18} - \delta L'_0 - 0,4313 (\delta B'_0 - \xi_0) + 1,0030 \lambda_0 + 69848 \frac{da}{a} + 42758 da - 0,0464 \delta S'_{0.3} \\
 & - 0,0533 \delta S'_{3.4} - 0,0507 \delta S'_{4.5} - 0,0512 \delta S'_{5.6} - 0,0471 \delta S'_{6.8} - 0,0299 \delta S'_{8.15} \\
 & - 0,0514 \delta S'_{15.17} - 0,0538 \delta S'_{17.18} - 0,0036 \delta T'_{0.3} + 0,0269 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 & + 0,0257 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 0,0525 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 0,0308 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 & + 0,0472 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) + 0,0167 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) - 0,0014 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) \\
 \lambda_{18} = & - 25,47 \quad . \quad - 0,6740 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9605 \lambda_0 + 68337 \frac{da}{a} + 41670 da - 0,0424 \delta S'_{0.3} \\
 & - 0,0535 \delta S'_{3.5} - 0,0478 \delta S'_{4.5} - 0,0516 \delta S'_{5.6} - 0,0447 \delta S'_{6.8} - 0,0316 \delta S'_{8.15} \\
 & - 0,0517 \delta S'_{15.17} - 0,0538 \delta S'_{17.18} - 1,2276 \delta T'_{0.3} + 1,2561 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 & + 1,2557 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2909 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) + 1,2749 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 & + 1,2932 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) + 1,2639 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) + 1,2478 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) \\
 & + 1,2496 \delta T'_{18.17} . \\
 - 14,38 = & + \delta L'_{18} - \delta L'_0 + 0,2427 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0425 \lambda_0 + 1511 \frac{da}{a} + 1088 da - 0,0040 \delta S'_{0.3} \\
 & + 0,0002 \delta S'_{3.4} - 0,0029 \delta S'_{4.5} + 0,0004 \delta S'_{5.6} - 0,0024 \delta S'_{6.8} + 0,0017 \delta S'_{8.15} \\
 & + 0,0003 \delta S'_{15.17} \quad . \quad + 1,2240 \delta T'_{0.3} - 1,2292 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) \\
 & - 1,2300 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2384 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) - 1,2441 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) \\
 & - 1,2460 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 1,2472 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) - 1,2492 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) \\
 & - 1,2496 \delta T'_{18.17} .
 \end{aligned}$$

(19). **Warschau.** (Aus dem nördlichen Wege.)

$$\begin{aligned}\xi_{19} = & + 9,07 + \delta B'_{19} - 0,9331 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1755 \lambda_0 - 4041 \frac{da}{a} - 4497 da \\ & + 0,0166 \delta S'_{0.3} - 0,0038 \delta S'_{3.4} + 0,0114 \delta S'_{4.5} - 0,0091 \delta S'_{5.6} + 0,0164 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0263 \delta S'_{8.15} - 0,0087 \delta S'_{15.17} + 0,0022 \delta S'_{17.18} + 0,0194 \delta S'_{18.19} + 0,2244 \delta T'_{0.3} \\ & - 0,2014 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 0,1975 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 0,1528 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ & - 0,1120 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 0,0943 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 0,0815 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) \\ & - 0,0462 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) - 0,0223 (\delta T'_{18.17} - \delta T'_{18.19})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{19} = & - 3,01 + \delta L'_{19} - \delta L'_0 - 0,4618 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9745 \lambda_0 + 75894 \frac{da}{a} + 46463 da \\ & - 0,0447 \delta S'_{0.3} - 0,0523 \delta S'_{3.4} - 0,0492 \delta S'_{4.5} - 0,0506 \delta S'_{5.6} - 0,0454 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0305 \delta S'_{8.15} - 0,0508 \delta S'_{15.17} - 0,0525 \delta S'_{17.18} - 0,0422 \delta S'_{18.19} + 0,0329 \delta T'_{0.3} \\ & - 0,0091 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 0,0099 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 0,0182 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ & - 0,0013 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) + 0,0156 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 0,0137 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) \\ & - 0,0297 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) - 0,0272 (\delta T'_{18.17} - \delta T'_{18.19})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{19} = & - 28,68 \quad . \quad - 0,7400 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9390 \lambda_0 + 75228 \frac{da}{a} + 45797 da \\ & - 0,0408 \delta S'_{0.3} - 0,0534 \delta S'_{3.4} - 0,0465 \delta S'_{4.5} - 0,0519 \delta S'_{5.6} - 0,0431 \delta S'_{6.8} \\ & - 0,0334 \delta S'_{8.15} - 0,0519 \delta S'_{15.17} - 0,0532 \delta S'_{17.18} - 0,0422 \delta S'_{18.19} - 1,2002 \delta T'_{0.3} \\ & + 1,2302 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) + 1,2301 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) + 1,2684 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ & + 1,2557 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) + 1,2752 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) + 1,2471 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) \\ & + 1,2339 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) + 1,2375 (\delta T'_{18.17} - \delta T'_{18.19}) + 1,2653 \delta T'_{19.18} .\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}- 25,67 = & + \delta L'_{19} - \delta L'_0 + 0,2782 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0355 \lambda_0 + 666 \frac{da}{a} + 666 da \\ & - 0,0039 \delta S'_{0.3} + 0,0011 \delta S'_{3.4} - 0,0027 \delta S'_{4.5} + 0,0013 \delta S'_{5.6} - 0,0023 \delta S'_{6.8} \\ & + 0,0029 \delta S'_{8.15} + 0,0011 \delta S'_{15.17} + 0,0007 \delta S'_{17.18} \quad . \quad + 1,2331 \delta T'_{0.3} \\ & - 1,2393 (\delta T'_{3.0} - \delta T'_{3.4}) - 1,2400 (\delta T'_{4.3} - \delta T'_{4.5}) - 1,2502 (\delta T'_{5.4} - \delta T'_{5.6}) \\ & - 1,2570 (\delta T'_{6.5} - \delta T'_{6.8}) - 1,2596 (\delta T'_{8.6} - \delta T'_{8.15}) - 1,2608 (\delta T'_{15.8} - \delta T'_{15.17}) \\ & - 1,2636 (\delta T'_{17.15} - \delta T'_{17.18}) - 1,2647 (\delta T'_{18.17} - \delta T'_{18.19}) - 1,2653 \delta T'_{19.18} .\end{aligned}$$

§ 30.

Parallelbogen in 52° Breite für die aufeinanderfolgenden geodätischen Linien zwischen Feaghmain und Warschau.

Wenn auch die gewöhnliche Art, die Resultate der Gradmessungen in der Form von Meridian- oder Parallelbogen darzustellen, die gegebenen geodätischen und astronomischen Beobachtungen nur unvollkommen ausnutzt, so sind gleichwohl solche Zusammenstellungen insofern von Interesse, als sie für die Ableitung der Erddimensionen dienen können. Um daher die Benutzung der Längengradmessung unter 52° Breite für Untersuchungen dieser Art leichter zugänglich zu machen, wurde die nachfolgende Tabelle I aus den Angaben der §§ 2 bis 27 zusammengestellt.

Da sich alle Rechnungen auf die *Besselschen* Elemente des Erdellipsoids beziehen, so sind, um den Uebergang auf andere Elemente, z. B. die *Clarkeschen*, zu erleichtern, den Längen der Parallelbogen die Glieder mit da hinzugefügt, die den Einfluss einer Aenderung in der Annahme für die Abplattung beim Uebergang vom Parallel der Mittelbreite der beiden Endpunkte des Bogens auf 52° darstellen (vergl. Formel (7), 4. Kap., § 1, S. 55). Wie man sieht, ist dieser Einfluss nicht unmerklich; er beträgt z. B. für Nieuport — Bonn schon 0,4 Meter, wenn man vom *Besselschen* zum *Clarkeschen* Ellipsoid übergeht. Die kleinen Glieder mit $\frac{da}{a}$ und da , die aus der Reduktion der geodätischen Linie auf den Parallel ihrer Mittelbreite entspringen, können aus den im 4. Kap., § 1, S. 56, angegebenen Gründen vernachlässigt werden. Die geodätischen Längendifferenzen für andere Elemente sind freilich von neuem, jedoch in ziemlich einfacher Weise, nach der Formel (4), S. 54, abzuleiten.

Aenderungen, die durch etwaige spätere Beobachtungen oder dergl. in den Annahmen über die Längen der geodätischen Linien, die geographischen Breiten und die Azimute bei den Parallelbogen bewirkt werden könnten, lassen sich nach der Formel (10) des § 1, S. 56, leicht berechnen. Den entsprechenden Einfluss auf die geodätische Längendifferenz erhält man dann einfach aus einer der Tafeln, die die Längen einer Sekunde im Meridian und im Parallel geben.

Die astronomischen Längendifferenzen sind, abgesehen von Greenwich—Feaghmain und von Greenwich—Haverfordwest, den Resultaten der schon oft erwähnten, von Herrn *van de Sande Bakhuyzen* vorgenommenen Ausgleichung des europäischen Längenbestimmungsnetzes entnommen. Die später folgende Ausgleichung des Linienzuges der Längengradmessung nach dem im I. Hefte der „Lothabweichungen“, S. 56/94, eingeschlagenen Verfahren wird zwar nochmals Aenderungen dieser Längendifferenzen, sowie der Längen der Parallelbogen bewirken, von deren Berücksichtigung hier jedoch abgesehen ist.

Die relativen Lothabweichungen in Länge für zwei aufeinanderfolgende Punkte erreichen keimnal den Betrag von 10".

Der Parallelbogen für Leipzig — Warschau wird auf dem südlichen Wege um 16,3 m, oder dem entsprechend die geodätische Längendifferenz um 0,85, grösser erhalten, als auf dem

nördlichen, was bei einer mittleren Länge von 594451,6 m für jeden der beiden Wege 1:73000 der Länge ausmacht.

In der Tabelle II sind die Lothabweichungen in Länge zwischen Feaghmain und Warschau, wie sie sich aus den Angaben der Tabelle I unter gewissen Annahmen ergeben, zusammengestellt. Aus den relativen Lothabweichungen in Länge zwischen den aufeinanderfolgenden Stationen wurden zunächst die Lothabweichungen aller Punkte in Länge unter der Annahme, dass sie für Feaghmain gleich null sei, abgeleitet. Für Warschau erhielt man so auf den beiden Wegen um 0",85 von einander abweichende Resultate. Diese Differenz wurde je zur Hälfte auf die Linien des nördlichen und des südlichen Weges gleichmässig vertheilt. Schliesslich wurde aus den so erhaltenen Lothabweichungswerthen für alle Punkte, wobei jedoch, wegen ihrer nahen Lage und wegen der geringen Unterschiede in den λ , $\frac{1}{2} (\lambda_{\text{Breslau}} + \lambda_{\text{Rosenthal}})$ und $\frac{1}{2} (\lambda_{\text{Rauenberg}} + \lambda_{\text{Berlin}})$ als je ein Werth eingeführt wurde, das arithmetische Mittel, — 0",57, gebildet, und sodann, um die Bedingung $[\lambda] = 0$ zu erhalten, + 0",57 zu allen λ addirt. Damit wurde die Zusammenstellung der letzten Kolumne erhalten, für die infolge von Abrundungen $[\lambda]$ noch + 0",04 ist. Diese Zahlen zeigen schon, dass sich für die Längengradmessung unter 52° Breite die *Besselschen* Elemente des Erdellipsoids sehr gut anschliessen.

I. Zusammenstellung der Parallelbogen
in 52° Breite
für die aufeinanderfolgenden Linien zwischen Feaghmain und Warschau.

Linie	Länge des Parallelbogens in intern. Metern	Längendifferenz		A—G
		Astronom.	Geod.	
Greenwich—Feaghmain . . .	— 710 474,7 — 3634 $d\alpha$	— 10° 20' 52",19	46",58	—5",61
Greenwich—Haverfordwest .	— 340 821,3 — 2106 „	— 4 57 46,40	47,53	+1,13
Greenwich—Rosendaël . . .	+ 165 678,0 + 2090 „	+ 2 24 39,64	45,66	—6,02
Rosendaël—Nieuport	+ 23 783,65 + 371 „	+ 0 20 47,28	46,86	+0,42
Nieuport—Bonn	+ 298 109,9 + 5453 „	+ 4 20 22,74	28,39	—5,65
Bonn—Brocken	+ 241 653,3 + 3029 „	+ 3 31 17,48	8,66	+8,82
Brocken—Göttingen	— 46 253,44 — 263 „	— 0 40 32,46	24,83	—7,63
Brocken—Leipzig	+ 120 622,3 + 884 „	+ 1 45 23,78	23,61	+0,17
Leipzig—Grossenhain . . .	+ 81 160,11 + 938 „	+ 1 10 45,81	54,81	—9,00
Grossenhain—Schneekoppe .	+ 150 113,5 + 2507 „	+ 2 11 13,11	9,69	+3,42
Schneekoppe—Breslau . . .	+ 88 853,53 + 1629 „	+ 1 17 42,70	38,14	+4,56
Breslau—Rosenthal	+ 0,03 + 0 „	+ 0 0 0,36	0,00	+0,36
Breslau—Trockenberg . . .	+ 126 489,9 + 2677 „	+ 1 50 24,47	31,23	—6,76
Trockenberg—Mirow	+ 21 228,69 + 504 „	+ 0 18 36,98	32,91	+4,07
Mirow—Warschau	+ 126 614,0 + 1050 „	+ 1 50 36,61	37,73	—1,12
Leipzig—Rauenberg	+ 68 259,88 + 121 „	+ 0 59 36,37	38,52	—2,15
Rauenberg—Berlin	+ 1 837,39 — 15 „	+ 0 1 35,89	36,33	—0,44
Rauenberg—Springberg . . .	+ 223 089,9 — 3097 „	+ 3 14 53,22	55,47	—2,25
Springberg—Schönsee . . .	+ 156 802,4 — 3107 „	+ 2 16 53,70	60,36	—6,66
Schönsee—Warschau	+ 146 291,2 — 1707 „	+ 2 7 56,39	49,31	+7,08

Anmerkung. Die Glieder mit $d\alpha$ geben die Aenderungen in den Längen der Parallelbogen für eine Aenderung $d\alpha$ der Abplattung des Erdellipsoids gegen den *Besselschen* Werth $\alpha = 1:299,152813\dots$

II. Zusammenstellung der Lothabweichungen

in Länge zwischen Feaghmain und Warschau aus den einzelnen Parallelbogen in 52° Breite
für Bessels Elemente des Erdellipsoids.

Nr.	Station	Länge gegen Greenwich	Relat. Lothabw. in Länge zwischen den einzelnen Stationen	Loth- abweichungen in Länge für $\lambda_{\text{Feaghmain}} = 0$	Ausgegl. Loth- abweichungen in Länge für $\lambda_{\text{Feaghmain}} = 0$	Loth- abweichungen in Länge für $[\lambda] = 0$
1	Feaghmain	—10° 21'	+ 6,74	0,00	0,00	+ 0,57
2	Haverfordwest	— 4 58	— 1,13	+ 6,74	+ 6,74	+ 7,31
0	Greenwich	0 0	— 6,02	+ 5,61	+ 5,61	+ 6,18
3	Rosendaël-lès-Dunkerque.	+ 2 25	+ 0,42	— 0,41	— 0,41	+ 0,16
4	Nieuport	+ 2 45	— 5,65	+ 0,01	+ 0,01	+ 0,58
5	Bonn	+ 7 6	+ 1,19	— 5,64	— 5,64	— 5,07
7	Göttingen	+ 9 57	+ 7,63	— 4,45	— 4,45	— 3,88
6	Brocken	+10 37	+ 0,17	+ 3,18	+ 3,18	+ 3,75
8	Leipzig	+12 23	— 9,00	+ 3,35	+ 3,35	+ 3,92
9	Grossenhain	+13 33	+ 3,42	— 5,65	— 5,58	— 5,01
10	Schneekoppe	+15 44	+ 4,56	— 2,23	— 2,09	— 1,52
11	Breslau	+17 2		+ 2,33	+ 2,54	+ 3,11
11	Breslau	+ 0,36	(+ 2,33)	(+ 2,54)	.
12	Rosenthal	+17 2		+ 2,69	+ 2,90	+ 3,47
11	Breslau	— 6,76	(+ 2,33)	(+ 2,54)	.
13	Trockenberg	+18 53	+ 4,07	— 4,43	— 4,15	— 3,58
14	Mirow	+19 11	— 1,12	— 0,36	— 0,01	+ 0,56
19	Warschau	+21 2		— 1,48	— 1,06	— 0,49
8	Leipzig	— 2,15	(+ 3,35)	(+ 3,35)	.
15	Rauenberg	+13 22		+ 1,20	+ 1,09	+ 1,66
15	Rauenberg	— 0,44	(+ 1,20)	(+ 1,09)	.
16	Berlin	+13 24		+ 0,76	+ 0,65	+ 1,22
15	Rauenberg	— 2,25	(+ 1,20)	(+ 1,09)	.
17	Springberg	+16 37	— 6,66	— 1,05	— 1,27	— 0,70
18	Schönsee	+18 54	+ 7,08	— 7,71	— 8,04	— 7,47
19	Warschau		— 0,63	(— 1,06)	.

5. Kapitel.

Ausgleichung der Längengradmessung in 52° Breite zwischen Feaghmain und Warschau.

§ 1. Bedingungsgleichungen.

Um die Resultate der Längengradmessung vollständig auszunutzen, reicht es nicht aus, bei den im 4. Kap., § 30, S. 136, zusammengestellten Parallelbogen und bei ihrer Vergleichung mit den entsprechenden astronomischen Längendifferenzen stehen zu bleiben. Zu dem Zweck ist vielmehr ein Weg eingeschlagen, der im allgemeinen durch das in der Veröffentlichung des Königlich Preussischen Geodätischen Instituts „Lothabweichungen. Heft I“ von Herrn Professor *Helmert* entwickelte Verfahren vorgeschrieben ist. Die *Laplaceschen* Gleichungen für den Linienzug der Längengradmessung und die vorhandenen Polygongleichungen werden zunächst einer Ausgleichung unterworfen. Als Unbekannte treten hierbei auf: Verbesserungen der astronomischen Längen und Azimute sowie der Winkel und der linearen Längen des Zuges geodätischer Linien, während $\delta B'_0 - \xi_0$, λ_0 , $\frac{da}{a}$, da als unbestimmte Grössen mitgeführt werden.

Die Hauptschwierigkeit bei der Ausgleichung wird in einer plausibeln Abschätzung der Gewichte der zu verbessernden Grössen bestehen. Von den Gewichtsbestimmungen wird in den §§ 3 bis 8 die Rede sein.

Als Bedingungsgleichungen, die die *Laplaceschen* Gleichungen liefern, könnten die Gleichungen des § 29 im 4. Kap., S. 125/133, unmittelbar beibehalten werden. In Rücksicht auf eine Vereinfachung, die sich sehr leicht darbietet, ist aber in folgender Weise verfahren worden. Es wurden die einzelnen *Laplaceschen* Gleichungen gegen Greenwich insofern wieder in die zwischen den aufeinanderfolgenden Punkten bestehenden verwandelt, als jedesmal die *Laplacesche* Gleichung des vorangehenden Punktes gegen Greenwich von der des zweiten Punktes abgezogen wurde.

Auf diese Weise nehmen die aus den *Laplaceschen* Gleichungen folgenden Bedingungsgleichungen die nachstehend beschriebene Form an. Auf der linken Seite jeder Gleichung stehen ihr Schlussfehler und die zunächst als unbestimmt beizubehaltenden Glieder mit $\delta B'_0 - \xi_0$, λ_0 , $\frac{da}{a}$ und da , rechts dagegen hauptsächlich die Differenz zwischen den Verbesserungen der astronomischen Längen des zweiten und des ersten Punktes und die Differenz zweier Glieder mit den Verbesserungen der Azimute der geodätischen Linie im ersten und im zweiten Punkt, multiplicirt mit Faktoren, die wenig verschieden sind.

Ausserdem treten noch für die Linien östlich von Rosendaël Glieder auf mit Verbesserungen des Azinuts der geodätischen Linie Greenwich—Rosendaël-lès-Dunkerque und des Azinuts der geodätischen Linie vom ersten Punkt der betreffenden geodätischen Linie nach dem nächstvorhergehenden Punkte, sowie Verbesserungen der Winkel der geodätischen Linien in den dazwischen liegenden Punkten. Die Koefficienten aller dieser Glieder sind indessen immer sehr klein und erreichen keimnal den Werth 0,04. Man wird sie daher zunächst ganz vernachlässigen können. Eine vollständig ausreichende Berücksichtigung dieser Glieder würde man aber, bei eintretendem Bedürfnis, dadurch erhalten können, dass man mit den aus der abgekürzten Ausgleichung erhaltenen Werthen der $\delta T'$ die Glieder ausrechnet, um ihren Betrag die linken Seiten änderte, und nun die Auflösung der Normalgleichungen wiederholte. Die bei der Ausgleichung nicht mitgenommenen Glieder mit $\delta T'$ sind mit kleineren Ziffern gedruckt.

Endlich kommen noch Glieder mit den verschiedenen $\delta S'_{i,k}$ von Greenwich bis zu dem vorletzten Punkt vor. Indessen erreichen hierbei die Koefficienten keimnal den Werth 0,002. Mit Rücksicht hierauf wird man ohne jedes Bedenken diese Glieder von vornherein unberücksichtigt lassen können. In der nachfolgenden Zusammenstellung sind sie zunächst, aber in kleineren Lettern, noch mit aufgeführt. Von den Gliedern mit $\delta S'_{i,k}$ können diejenigen, die dem Polygon Leipzig—Warschau angehören, wenn es überhaupt nöthig sein sollte, nachträglich in derselben Weise, wie die analogen mit $\delta T'$ berücksichtigt werden.

Die Zusammenstellung des § 29, 4. Kap., S. 125/133, liefert nun 16 solche *Laplacesche* Gleichungen. Jedoch sind nur 15 von ihnen als voneinander unabhängig anzusehen, wenn man alle drei Polygongleichungen des Polygons Leipzig—Warschau beibehält. Die Differenz zwischen den Summen der *Laplaceschen* Gleichungen für den südlichen und für den nördlichen Linienzug giebt nämlich direkt die der Polygonwinkelgleichung entsprechende Bedingungs-gleichung. Deshalb ist die letzte *Laplacesche* Gleichung für die Linie Schönsee—Warschau fortgelassen, der Uebersicht halber aber in einer Anmerkung aufgeführt worden.

Die drei Polygongleichungen wurden in der Weise erhalten, dass die für Warschau auf dem nördlichen Zuge erhaltenen Werthe für die *Laplacesche* Gleichung und für ξ_{19} und λ_{19} (aus der Länge) von den entsprechenden, aus dem südlichen Zuge folgenden, subtrahirt wurden.

Hierbei wurde auf die kleinen Unterschiede in den Koefficienten der Glieder mit $\delta B'_0$ — ξ_0 und λ_0 , und in denen mit $\delta T'$ und $\delta S'$ für die Linien von Greenwich bis Leipzig, da sie offenbar nur von Abrundungsfehlern herrühren, keine Rücksicht genommen.

Auch die klein gedruckten Glieder mit den $\delta S'$ des Polygons in der Polygonwinkelgleichung können aus denselben Gründen wie bei den *Laplaceschen* Gleichungen entweder ganz vernachlässigt oder in der angegebenen Art berücksichtigt werden, zumal da ihre Koefficienten den Werth 0,003 nicht erreichen.

Dividirt man den Schlussfehler der Polygonwinkelgleichung: $+ 9",21$, durch den Mittelwerth der Koefficienten der 10 Winkelverbesserungen des Polygons: 1,2630*), so erhält man als Schlussfehler des Polygons im gewöhnlichen Sinne: $+ 7",30$, ein Werth, der mit Rücksicht auf die hier eingehenden, viel weniger genauen russischen Messungen, noch nicht zu gross erscheint.

In den beiden anderen Polygongleichungen sind die Glieder mit den Verbesserungen $\delta S'$ der Polygonseiten beibehalten worden, da ihre Koefficienten von derselben Grössenordnung wie die der Winkelverbesserungen sind.

*) Ueber die Erklärung der Verschiedenheiten der Koefficienten in den Polygonwinkelgleichungen vergl. Lothabweichungen. Heft I. S. 62/63.

Den Schlussfehlern in Breite und in Länge, im Betrage von $+ 0,10$ und von $+ 0,46$, entsprechen in linearem Maasse 3,1 m und 8,7 m. Der bei der Zusammenstellung der Parallelobogen (S. 135) aufgetretene Schlussfehler in Länge, $0,85$ oder 16,3 m, ist also durch die Ausnutzung der Lothabweichungsgleichungen fast auf die Hälfte zurückgegangen.

Schliesslich wollen wir noch einige Untersuchungen über die Glieder mit $\frac{da}{a}$ und da in den Polyongleichungen anstellen.

Was zunächst die Polygonwinkelgleichung betrifft, so sind die Glieder mit $\frac{da}{a}$ und da im allgemeinen hinreichend genau durch die Formel

$$\frac{d}{\sin B_{19}} = - \frac{2\varepsilon}{\sin B_{19}} \frac{da}{a} + 2\varepsilon \frac{\cos 2B_m}{\sin B_{19}} da \quad (1)$$

zu prüfen.

ε ist der sphäroidische Excess des Polygons, B_m seine mittlere Breite und B_{19} die Breite von Warschau. Den Excess würde man am einfachsten aus der Winkelsumme der 10 Polygonwinkel, die man aus den Differenzen der T' auf den verschiedenen Punkten (4. Kap., § 2 bis 27) erhält, finden können, indem man dabei auf den Schlussfehler des Polygons Rücksicht nimmt. Diese Winkelsumme ist nun:

$$\begin{array}{rcl} & 1440^\circ & 9' & 20,04 \\ \text{dazu der Schlussfehler} & . & . & . \\ & & + & 7,30 \\ \hline \text{giebt} & . & . & . \\ & 1440^\circ & 9' & 27,34. \end{array}$$

Der Excess würde also hiernach $9' 27,34$ betragen.

Um jedoch eine scharfe Kontrolle für das konstante Glied der Polygonwinkelgleichung zu erhalten, wurde der sphäroidische Excess, und zwar aus bestimmten Gründen für die südlich und nördlich der direkten Linie Leipzig—Warschau gelegenen Theile des Polygons getrennt, auch noch besonders abgeleitet.

Für die einzelnen Theildreiecke, aus denen das Polygon zusammengesetzt wurde, ist der Excess nach der Formel gerechnet worden:

$$\varepsilon'' = F q'' \mu \left(1 + \frac{1}{8} \mu m^2 \right),$$

wo F der Inhalt des entsprechenden ebenen Dreiecks, $q'' = 206264,8$, μ das arithmetische Mittel der *Gauss'schen* Krümmungsmaasse in den 3 Eckpunkten des Dreiecks und $m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$ ist; a, b, c sind die Seiten des Dreiecks.

Man erhielt

$$\begin{array}{rcl} \text{für das südliche Theilpolygon} & . & . & . & \varepsilon_1'' = 253,00 \\ \text{und „ „ nördliche} & „ & . & . & \varepsilon_2'' = 314,36 \\ & & & & \hline \text{zusammen} & . & . & . & \varepsilon'' = 567,36 = 9' 27,36, \end{array}$$

also auf $0,02$ mit dem vorher gefundenen Werth übereinstimmend.

Da ferner $B_m = 51^\circ 40',4$ und $B_{19} = 52^\circ 13',1$ ist, so folgt:

$$\frac{d\varepsilon}{\sin B_{19}} = - 1436 \frac{da}{a} - 331 da,$$

$$\text{gegen } - 1432 \frac{da}{a} - 344 da$$

in der Polygonwinkelgleichung. Die Uebereinstimmung in den Koefficienten von $\frac{da}{a}$ ist gut. Die Glieder mit da stimmen weniger gut; dies ist indessen nicht auf Rechnungsungenauigkeiten, sondern darauf zurückzuführen, dass für so grosse Polygone die Genauigkeit der Formel (1) nicht mehr ausreicht. Rechnet man nämlich diese Glieder für die beiden Theilpolygone getrennt aus, so erhält man, da für das südliche Polygon $B_m = 51^\circ 8',0$, und für das nördliche $B_m = 52^\circ 28',2$ ist:

$$\frac{d\varepsilon_1}{\sin B_{19}} = - 640 \frac{da}{a} - 136 da$$

$$\frac{d\varepsilon_2}{\sin B_{19}} = - 796 \frac{da}{a} - 205 da$$

und daher für das ganze Polygon: $- 1436 \frac{da}{a} - 341 da$.

Jetzt weichen die Koefficienten von da nur noch um 3 Einheiten voneinander ab.

In den beiden anderen Polygongleichungen sind die Koefficienten von da , und in der, die den Fehler in der Länge giebt, auch der Koefficient von $\frac{da}{a}$ nur klein. Dagegen erreicht der Koefficient von $\frac{da}{a}$ in der zweiten Polygongleichung den Betrag von 45 Einheiten, der sich nicht aus Rechnungsungenauigkeiten erklären lässt. Ausserdem ergab sich, dass für ξ_{19} die Bedingung

$$- \Sigma \text{ Koeff. von } \frac{\delta S'}{S'} = \text{Koeff. von } \frac{da}{a}$$

auf dem südlichen und auf dem nördlichen Wege gut erfüllt war. Man fand nämlich auf dem südlichen Wege für die linke Seite dieser Gleichung den Werth 3982 gegen 3996 der rechten Seite, und auf dem nördlichen Wege 4037 gegen 4041.

Die Nothwendigkeit des Vorhandenseins des Koefficienten von $\frac{da}{a}$ in der zweiten Polygongleichung wurde deshalb zunächst durch nachstehendes Beispiel festgestellt.

Es wurde ein Dreieck gebildet aus den Punkten Leipzig, Warschau und einem dritten Punkte P , der die Länge von Leipzig und die Breite von Warschau hat. Als Grundlagen der Rechnung wurden die von Lothabweichung gegen Greenwich befreiten astronomischen Längen und Breiten von Leipzig und Warschau angenommen. Für Warschau wurden die Mittelwerthe der Lothabweichungen, wie sie sich auf den beiden Wegen ergeben, benutzt. Hiernach hat man:

$$\begin{array}{lll} B_8 = 51^\circ 20' 7'',44; & B_P = 52^\circ 12' 55'',88; & B_{19} = 52^\circ 12' 55'',88; \\ L_8 = 12 \quad 22 \quad 31,27; & L_P = 12 \quad 22 \quad 31,27; & L_{19} = 21 \quad 1 \quad 53,84. \end{array}$$

Die Berechnung der geodätischen Linien und der Azimute ergab folgendes Dreieck:

	Winkel			log <i>S</i>
Leipzig	77°	18'	23",89	5,771 7434
<i>P</i>	93	25	23,03	5,781 7433
Warschau	9	18	39,48	4,990 8444
	180	2	26,40	

Die Richtigkeit dieser Zahlen wird durch die Erfüllung des Sinussatzes und durch die Berechnung des sphäroidischen Excesses aus der Fläche, die 2' 26",41 ergab, bestätigt.

Von den Lothabweichungsgleichungen setzen wir nur die uns interessirenden Glieder hierher.

1. Leipzig—Warschau.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= c_1 - 0,98846 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,07360 \lambda_8 + 2008 \frac{da}{a} - 1187 da + \dots \\ \lambda_{19} &= c_2 - 0,19362 \quad \quad \quad + 1,01236 \quad \quad + 31701 \quad \quad + 19327 \quad \quad + \dots \\ \lambda_{19} &= c_3 - 0,31034 \quad \quad \quad + 0,99586 \quad \quad + 31701 \quad \quad + 19183 \quad \quad + \dots \\ c_3 - c_2 &= \quad \quad + 0,11672 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,01650 \lambda_0 \quad \quad + 144 da + \dots\end{aligned}$$

2. Leipzig—*P*.

$$\begin{aligned}\xi_P &= c'_1 - 0,99986 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,00000 \lambda_8 + 3168 \frac{da}{a} - 471 da + \dots \\ \lambda_P &= c'_2 - 0,00000 \quad \quad \quad + 1,01952 \quad \quad + 0 \quad \quad + 0 \quad \quad + \dots \\ \lambda_P &= c'_3 - 0,00000 \quad \quad \quad + 1,00740 \quad \quad + 0 \quad \quad + 0 \quad \quad + \dots \\ c'_3 - c'_2 &= \quad \quad + 0,01212 \lambda_8 \quad \quad + \dots\end{aligned}$$

3. *P*—Warschau.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= c''_1 - 0,98860 (\delta B'_P - \xi_P) - 0,07306 \lambda_P - 1142 \frac{da}{a} - 713 da + \dots \\ \lambda_{19} &= c''_2 - 0,19365 \quad \quad \quad + 0,99289 \quad \quad + 31088 \quad \quad + 19418 \quad \quad + \dots \\ \lambda_{19} &= c''_3 - 0,31034 \quad \quad \quad + 0,98860 \quad \quad + 31088 \quad \quad + 19418 \quad \quad + \dots \\ c''_3 - c''_2 &= \quad \quad + 0,11669 (\delta B'_P - \xi_P) + 0,00429 \lambda_P \quad \quad + \dots\end{aligned}$$

Aus dem Zuge Leipzig—*P*—Warschau folgt aber:

4. Leipzig—Warschau.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= c'''_1 - 0,98846 (\delta B'_8 - \xi_8) - 0,07360 \lambda_8 + 1990 \frac{da}{a} - 1179 da + \dots \\ \lambda_{19} &= c'''_2 - 0,19360 \quad \quad \quad + 1,01234 \quad \quad + 31701 \quad \quad + 19327 \quad \quad + \dots \\ \lambda_{19} &= c'''_3 - 0,31030 \quad \quad \quad + 0,99590 \quad \quad + 32071 \quad \quad + 19272 \quad \quad + \dots \\ c'''_3 - c'''_2 &= \quad \quad + 0,11670 (\delta B'_8 - \xi_8) + 0,01644 \lambda_8 - 370 \frac{da}{a} + 55 da + \dots\end{aligned}$$

Auch hier sind die Koeffizienten von $\frac{da}{a}$ und da in λ_{19} aus der Länge als identisch mit den entsprechenden der direkten Linie anzusehen, während die Differenz der Koeffizienten von da in ξ_{19} wohl durch die weniger scharfe Berechnung von p_6 verursacht sein dürfte; nur die Koeffizienten von $\frac{da}{a}$ in ξ_{19} zeigen eine Differenz von 18 Einheiten, und zwar in demselben Sinne, wie in der zweiten Polygongleichung. Da das Polygon aber $9\frac{1}{2}'$, das Hilfsdreieck dagegen nur $2\frac{1}{2}'$ Excess hat, so ist die Existenz der 45 Einheiten in dem Koeffizienten von $\frac{da}{a}$ in der zweiten Polygongleichung wohl wahrscheinlich gemacht.

Die Differenz der beiden *Laplaceschen* Gleichungen für Leipzig—Warschau

$$- 370 \frac{da}{a} - 89 da$$

wird genau durch die Formel für $\frac{d\varepsilon}{\sin B_{19}}$ dargestellt.

Schliesslich wurde mittelst der direkten Linie Leipzig—Warschau und aus den ξ und λ für Leipzig gegen Greenwich noch einmal Warschau gegen Greenwich bestimmt. Die sich hierbei ergebenden Koeffizienten von $\delta B'_0 - \xi_0$, λ_0 , $\frac{da}{a}$ und da sind die folgenden:

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= \dots - 0,9331 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1754 \lambda_0 - 4011 \frac{da}{a} - 4500 da + \dots \\ \lambda_{19} &= \dots - 0,4619 \quad \quad \quad + 0,9746 \quad \quad + 75900 \quad \quad + 46462 \quad \quad + \dots \\ \lambda_{19} &= \dots - 0,7399 \quad \quad \quad + 0,9393 \quad \quad + 74446 \quad \quad + 45614 \quad \quad + \dots \\ \dots &= \quad \quad + 0,2780 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0353 \lambda_0 + 1454 \frac{da}{a} + 848 da + \dots\end{aligned}$$

Die Koeffizienten von $\delta B'_0 - \xi_0$ und von λ_0 , sowie die von da in ξ_{19} und in λ_{19} aus der Länge und der Koeffizient von $\frac{da}{a}$ in λ_{19} aus der Länge stimmen mit den auf dem südlichen und den auf dem nördlichen Wege erhaltenen gut überein; der von $\frac{da}{a}$ in ξ_{19} fällt zwischen die beiden andern, und die Differenzen zwischen der *Laplaceschen* Gleichung der direkten Linie und denen der beiden andern sind

$$\begin{aligned}\text{für das südliche Polygon:} & - 644 \frac{da}{a} - 162 da \quad \text{und} \\ \text{,, ,, nördliche ,,} & - 788 \frac{da}{a} - 182 da ,\end{aligned}$$

hinlänglich mit den vorher abgeleiteten Werthen (S. 141) übereinstimmend.

Dass im allgemeinen die Koeffizienten von $\frac{da}{a}$ und da in den durch Gleichsetzung der Lothabweichungskomponenten erhaltenen Polygongleichungen nicht verschwinden werden, lässt sich wie folgt zeigen.

Die geodätische Linie S zwischen den beiden Punkten P_1 und P_2 sei mittelst des beobachteten Linienzuges $P_1 P_3 P_2$ hergeleitet worden. In dem Dreieck $P_1 P_3 P_2$ soll der auf P_3 gemessene Winkel mit ω , dagegen sollen die berechneten Winkel bei P_1 und P_2 mit A und B bezeichnet werden. Ferner sei $P_1 P_3 = s_{1.3}$ und $P_3 P_2 = s_{3.2}$.

Ist ε der Excess des Dreiecks $P_1 P_3 P_2$, so ergibt sich für die Länge der geodätischen Linie:

$$S^2 = s_{1.3}^2 + s_{3.2}^2 - 2 s_{1.3} s_{3.2} \cos \left(\omega - \frac{\varepsilon}{3} \right). \quad (1)$$

Ändert man nun die Elemente a und α des Ellipsoids, so wird auch für den Excess ein anderer Werth, nämlich $\varepsilon + \delta\varepsilon$, erhalten. Und zwar ist

$$\delta\varepsilon = - 2 \varepsilon \frac{da}{a} + 2 \varepsilon \cos 2 B_m da, \quad (2)$$

wo B_m die mittlere Breite des Dreiecks ist.

Für die Länge der geodätischen Linie zwischen den beiden Punkten P_1 und P_2 findet man jetzt:

$$S'^2 = s_{1.3}^2 + s_{3.2}^2 - 2 s_{1.3} s_{3.2} \cos \left(\omega - \frac{\varepsilon + \delta\varepsilon}{3} \right). \quad (3)$$

Aus den Gleichungen (1) und (3) folgt aber:

$$S'^2 - S^2 = (S' + S)(S' - S) = - 2 s_{1.3} s_{3.2} \left(\cos \left(\omega - \frac{\varepsilon + \delta\varepsilon}{3} \right) - \cos \left(\omega - \frac{\varepsilon}{3} \right) \right)$$

oder, wenn man

$$S' - S = \delta S$$

setzt und die Glieder 2. Ordnung vernachlässigt,

$$S \delta S = - \frac{\delta \varepsilon}{3 \varrho''} s_{1.3} s_{3.2} \sin \left(\omega - \frac{\varepsilon}{3} \right) = - \frac{2}{3} \frac{\delta \varepsilon}{\varrho''} F = - \frac{1}{3} \frac{\delta \varepsilon}{\varrho''} S h,$$

also

$$\delta S = - \frac{h}{3} \frac{\delta \varepsilon}{\varrho''}. \quad (4)$$

F ist der Inhalt des ebenen Dreiecks und h die Höhe von P_3 auf $P_1 P_2$.

Um die Aenderung δA des Winkels A zu erhalten, wenn der Excess sich ändert, kann man die Gleichung

$$\frac{s_{3.2}}{s_{1.3}} = \frac{\sin \left(A - \frac{\varepsilon}{3} \right)}{\sin \left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right)} = \frac{\sin \left(A + \delta A - \frac{\varepsilon + \delta \varepsilon}{3} \right)}{\sin \left(B + \delta B - \frac{\varepsilon + \delta \varepsilon}{3} \right)} \quad (5)$$

benutzen. Bringt man diese in die Form

$$\frac{\sin \left(\left(A - \frac{\varepsilon}{3} \right) + \left(\delta A - \frac{\delta \varepsilon}{3} \right) \right) - \sin \left(A - \frac{\varepsilon}{3} \right)}{\sin \left(A - \frac{\varepsilon}{3} \right)} = \frac{\sin \left(\left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right) + \left(\delta B - \frac{\delta \varepsilon}{3} \right) \right) - \sin \left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right)}{\sin \left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right)},$$

so giebt deren Entwicklung, wenn die Glieder zweiter Ordnung vernachlässigt werden,

$$\cot \left(A - \frac{\varepsilon}{3} \right) \left(\delta A - \frac{1}{3} \delta \varepsilon \right) = \cot \left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right) \left(\delta B - \frac{1}{3} \delta \varepsilon \right). \quad (6)$$

Nun ist aber

$$\omega + A + \delta A + B + \delta B = 180^\circ + \varepsilon + \delta \varepsilon$$

und

$$\omega + A + B = 180^\circ + \varepsilon,$$

also

$$\delta A + \delta B = \delta \varepsilon. \quad (7)$$

Damit erhält man jetzt aus Gl. (6)

$$\delta A - \frac{1}{3} \delta \varepsilon = \frac{\cot \left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right)}{\cot \left(A - \frac{\varepsilon}{3} \right) + \cot \left(B - \frac{\varepsilon}{3} \right)} \frac{\delta \varepsilon}{3} = \frac{1}{3} \frac{S_{3.2}}{S} \delta \varepsilon$$

oder

$$\delta A = \frac{S + S_{3.2}}{3S} \delta \varepsilon. \quad (8)$$

$S_{3.2}$ ist die Projektion von $s_{3.2}$ auf S .

Die Aenderungen, welche durch δS und δA in ξ_2 und λ_2 hervorgerufen werden, sind aber

$$\begin{aligned} \text{in } \xi_2: & p_3 \delta S + p_4 \delta A \\ \text{in } \lambda_2: & q_3 \delta S + q_4 \delta A. \end{aligned}$$

Setzt man also $\delta S = - \frac{h}{3} \frac{\delta \varepsilon}{\varrho''}$ und $\delta A = \frac{S + S_{3.2}}{3S} \delta \varepsilon$, so wird mithin, wenn noch $m = S$ genommen wird, die Aenderung betragen

$$\begin{aligned} \text{in } \xi_2: & - \frac{\delta \varepsilon}{3 \varrho'' [2]_2} \left\{ h \cos T_{2.1} + (S + S_{3.2}) \sin T_{2.1} \right\} \\ \text{in } \lambda_2: & - \frac{\delta \varepsilon}{3 \varrho'' [1]_2} \left\{ h \sin T_{2.1} - (S + S_{3.2}) \cos T_{2.1} \right\} \sec B_2. \end{aligned} \quad (9)$$

Es möge sich nun die geodätische Linie noch auf einem zweiten Wege $P_1 P_4 P_2$ ableiten lassen. Der Excess des Dreiecks $P_1 P_4 P_2$ werde mit ε' , das Loth von P_4 auf $P_1 P_2$ mit h' und die Projektion von $P_4 P_2$ auf $P_1 P_2$ mit $S'_{4.2}$ bezeichnet.

Ändert man wieder a und α , so ist die entsprechende Änderung des Excesses:

$$\delta \varepsilon' = - 2 \varepsilon' \frac{da}{a} + 2 \varepsilon' \cos 2 B'_m da,$$

wo B'_m eine mittlere Breite des Dreiecks $P_1 P_4 P_2$ ist.

Durch diese Änderung des Excesses treten zu den auf dem Wege $P_1 P_4 P_2$ abgeleiteten Lothabweichungskomponenten die folgenden Glieder hinzu

$$\begin{aligned} \text{in } \xi_2: & - \frac{\delta \varepsilon'}{3 \varrho'' [2]_2} \left\{ h' \cos T_{2,1} + (S + S'_{4,2}) \sin T_{2,1} \right\} \\ \text{in } \lambda_2: & - \frac{\delta \varepsilon'}{3 \varrho'' [1]_2} \left\{ h' \sin T_{2,1} - (S + S'_{4,2}) \cos T_{2,1} \right\} \sec B_2. \end{aligned}$$

Diese sind im allgemeinen von den Ausdrücken (9) verschieden. Bildet man demnach die beiden Polygongleichungen durch Gleichsetzung der auf den beiden Wegen $P_1 P_3 P_2$ und $P_1 P_4 P_2$ erhaltenen ξ_2 und λ_2 , so bleiben in diesen Gleichungen Glieder mit $\delta \varepsilon$ und $\delta \varepsilon'$. Die Koeffizienten von $\frac{da}{a}$ und da in den Polygongleichungen müssen daher von null verschieden sein.

Berechnet man z. B. nach (9) den Einfluss auf ξ und λ für das auf S. 141/142 behandelte Beispiel, so erhält man

$$\text{in } \xi_{19}: - 18 \frac{da}{a} - 4 da; \quad \text{in } \lambda_{19}: + 1 \frac{da}{a} + 0 da.$$

Bedingungsgleichungen.

$$\begin{aligned} (1). \quad & + 3,97 + 0,1407 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0124 \lambda_0 \quad . \quad + 88 da \\ & = + \delta L'_1 - \delta L'_0 + 1,2624 \delta T'_{0,1} - 1,2704 \delta T'_{1,0} \\ (2). \quad & - 4,55 - 0,0341 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0057 \lambda_0 \quad . \quad + 21 da \\ & = + \delta L'_3 - \delta L'_0 + 1,2855 \delta T'_{0,3} - 1,2859 \delta T'_{3,0} \\ (3). \quad & - 8,09 - 0,0048 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0012 \lambda_0 - 17 \frac{da}{a} - 6 da \\ & = + \delta L'_4 - \delta L'_3 + 1,2844 \delta T'_{3,4} - 1,2844 \delta T'_{4,3} \\ & \quad - 0,0015 \delta T'_{0,3} + 0,0015 \delta T'_{3,0} \\ & \quad - 0,0001 \delta S'_{0,3} \\ (4). \quad & + 6,01 - 0,0622 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0031 \lambda_0 - 41 \frac{da}{a} + 71 da \\ & = + \delta L'_5 - \delta L'_4 + 1,2902 \delta T'_{4,5} - 1,2917 \delta T'_{5,4} \\ & \quad + 0,0038 \delta T'_{0,3} - 0,0056 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0058 \delta T'_{4,3} \\ & \quad - 0,0004 \delta S'_{0,3} + 0,0009 \delta S'_{3,4} \\ (5). \quad & - 0,71 - 0,0438 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0185 \lambda_0 - 563 \frac{da}{a} - 317 da \\ & = + \delta L'_6 - \delta L'_5 + 1,2714 \delta T'_{5,6} - 1,2725 \delta T'_{6,5} \\ & \quad - 0,0236 \delta T'_{0,3} + 0,0227 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0224 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\ & \quad + 0,0203 \delta T'_{5,4} \\ & \quad - 0,0012 \delta S'_{0,3} - 0,0004 \delta S'_{3,4} - 0,0011 \delta S'_{4,5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6). \quad & + 1,94 + 0,0078 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0045 \lambda_0 + 145 \frac{da}{a} + 95 da \\
 & = + \delta L'_7 - \delta L'_6 + 1,2772 \delta T'_{6,7} - 1,2773 \delta T'_{7,6} \\
 & \quad + 0,0057 \delta T'_{0,3} - 0,0057 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0056 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad - 0,0051 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0047 \delta T'_{6,5} \\
 & \quad + 0,0003 \delta S'_{0,3} + 0,0001 \delta S'_{3,4} + 0,0003 \delta S'_{4,5} + 0,0001 \delta S'_{5,6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7). \quad & - 5,80 - 0,0264 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0039 \lambda_0 + 220 \frac{da}{a} + 129 da \\
 & = + \delta L'_8 - \delta L'_6 + 1,2804 \delta T'_{6,8} - 1,2806 \delta T'_{8,6} \\
 & \quad + 0,0050 \delta T'_{0,3} - 0,0057 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0058 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad - 0,0071 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0079 \delta T'_{6,5} \\
 & \quad + 0,0000 \delta S'_{0,3} + 0,0004 \delta S'_{3,4} + 0,0002 \delta S'_{4,5} + 0,0006 \delta S'_{5,6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8). \quad & + 1,75 - 0,0163 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0013 \lambda_0 - 31 \frac{da}{a} - 11 da \\
 & = + \delta L'_9 - \delta L'_8 + 1,2811 \delta T'_{8,9} - 1,2812 \delta T'_{9,8} \\
 & \quad - 0,0017 \delta T'_{0,3} + 0,0013 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0012 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad + 0,0005 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0002 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0005 \delta T'_{8,6} \\
 & \quad - 0,0003 \delta S'_{0,3} + 0,0001 \delta S'_{3,4} - 0,0001 \delta S'_{4,5} + 0,0002 \delta S'_{5,6} - 0,0002 \delta S'_{6,8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (9). \quad & - 0,04 - 0,0340 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0040 \lambda_0 + 263 \frac{da}{a} + 202 da \\
 & = + \delta L'_{10} - \delta L'_9 + 1,2911 \delta T'_{9,10} - 1,2916 \delta T'_{10,9} \\
 & \quad + 0,0049 \delta T'_{0,3} - 0,0059 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0060 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad - 0,0077 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0087 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0094 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 & \quad - 0,0099 \delta T'_{9,8} \\
 & \quad - 0,0001 \delta S'_{0,3} + 0,0007 \delta S'_{3,4} + 0,0002 \delta S'_{4,5} + 0,0007 \delta S'_{5,6} + 0,0000 \delta S'_{6,8} \\
 & \quad + 0,0004 \delta S'_{8,9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10). \quad & + 3,37 - 0,0145 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0077 \lambda_0 - 421 \frac{da}{a} - 230 da \\
 & = + \delta L'_{11} - \delta L'_{10} + 1,2845 \delta T'_{10,11} - 1,2847 \delta T'_{11,10} \\
 & \quad - 0,0098 \delta T'_{0,3} + 0,0095 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0095 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad + 0,0087 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) + 0,0080 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 0,0077 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 & \quad + 0,0074 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) + 0,0071 \delta T'_{10,9} \\
 & \quad - 0,0005 \delta S'_{0,3} - 0,0002 \delta S'_{3,4} - 0,0004 \delta S'_{4,5} - 0,0001 \delta S'_{5,6} - 0,0006 \delta S'_{6,8} \\
 & \quad - 0,0003 \delta S'_{8,9} - 0,0005 \delta S'_{9,10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (11). \quad & - 4,11 - 0,0313 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0055 \lambda_0 + 433 \frac{da}{a} + 320 da \\
 & = + \delta L'_{13} - \delta L'_{11} + 1,2973 \delta T'_{11,13} - 1,2976 \delta T'_{13,11} \\
 & \quad + 0,0070 \delta T'_{0,3} - 0,0080 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0080 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad - 0,0096 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0105 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0112 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 & \quad - 0,0115 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) - 0,0123 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) - 0,0126 \delta T'_{11,10} \\
 & \quad + 0,0000 \delta S'_{0,3} + 0,0007 \delta S'_{3,4} + 0,0002 \delta S'_{4,5} + 0,0008 \delta S'_{5,6} + 0,0001 \delta S'_{6,8} \\
 & \quad + 0,0004 \delta S'_{8,9} + 0,0001 \delta S'_{9,10} + 0,0008 \delta S'_{10,11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (12). \quad & - 4,29 - 0,0107 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0287 \lambda_0 - 1941 \frac{da}{a} - 1189 da \\
 & = + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} + 1,2643 \delta T'_{13,14} - 1,2646 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) - 1,2653 \delta T'_{19,14} \\
 & \quad - 0,0367 \delta T'_{0,3} + 0,0369 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0366 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad + 0,0362 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) + 0,0346 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 0,0346 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,9}) \\
 & \quad + 0,0343 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) + 0,0341 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) + 0,0335 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) \\
 & \quad + 0,0333 \delta T'_{13,11} \\
 & \quad - 0,0015 \delta S'_{0,3} - 0,0011 \delta S'_{3,4} - 0,0015 \delta S'_{4,5} - 0,0010 \delta S'_{5,6} - 0,0016 \delta S'_{6,8} \\
 & \quad - 0,0014 \delta S'_{8,9} - 0,0016 \delta S'_{9,10} - 0,0009 \delta S'_{10,11} - 0,0016 \delta S'_{11,13} + 0,0003 \delta S'_{13,14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (13). \quad & + 4,00 - 0,0063 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0165 \lambda_0 - 717 \frac{da}{a} - 457 da \\
 & = + \delta L'_{15} - \delta L'_{8} + 1,2609 \delta T'_{8,15} - 1,2612 \delta T'_{15,8} \\
 & \quad - 0,0209 \delta T'_{0,3} + 0,0211 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0211 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad + 0,0208 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) + 0,0199 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 0,0197 \delta T'_{8,6} \\
 & \quad - 0,0009 \delta S'_{0,3} - 0,0007 \delta S'_{3,4} - 0,0008 \delta S'_{4,5} - 0,0006 \delta S'_{5,6} - 0,0010 \delta S'_{6,8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (14). \quad & - 5,90 - 0,0365 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0149 \lambda_0 - 458 \frac{da}{a} - 435 da \\
 & = + \delta L'_{17} - \delta L'_{15} + 1,2482 \delta T'_{15,17} - 1,2491 \delta T'_{17,15} \\
 & \quad - 0,0191 \delta T'_{0,3} + 0,0182 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0181 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad + 0,0164 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) + 0,0145 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 0,0138 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) \\
 & \quad + 0,0130 \delta T'_{15,8} \\
 & \quad - 0,0011 \delta S'_{0,3} - 0,0002 \delta S'_{3,4} - 0,0009 \delta S'_{4,5} + 0,0001 \delta S'_{5,6} - 0,0010 \delta S'_{6,8} \\
 & \quad + 0,0009 \delta S'_{8,15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (15). \quad & + 0,66 - 0,0286 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0041 \lambda_0 + 65 \frac{da}{a} - 94 da \\
 & = + \delta L'_{18} - \delta L'_{17} + 1,2492 \delta T'_{17,18} - 1,2496 \delta T'_{18,17} \\
 & \quad - 0,0052 \delta T'_{0,3} + 0,0045 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) + 0,0044 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 & \quad + 0,0029 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) + 0,0019 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) + 0,0011 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) \\
 & \quad + 0,0010 (\delta T'_{15,8} - \delta T'_{15,17}) - 0,0001 \delta T'_{17,15} \\
 & \quad - 0,0003 \delta S'_{0,3} + 0,0002 \delta S'_{3,4} - 0,0003 \delta S'_{4,5} + 0,0003 \delta S'_{5,6} - 0,0004 \delta S'_{6,8} \\
 & \quad + 0,0008 \delta S'_{8,15} + 0,0003 \delta S'_{15,17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (16). \quad & + 9,21 \quad \quad \quad - 1432 \frac{da}{a} - 344 da \\
 & = \quad \quad \quad + 1,2595 (\delta T'_{8,9} - \delta T'_{8,15}) - 1,2609 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) \\
 & \quad - 1,2627 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) - 1,2638 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) - 1,2643 (\delta T'_{13,11} - \delta T'_{13,14}) \\
 & \quad - 1,2646 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) + 1,2608 (\delta T'_{15,8} - \delta T'_{15,17}) + 1,2636 (\delta T'_{17,15} - \delta T'_{17,18}) \\
 & \quad + 1,2647 (\delta T'_{18,17} - \delta T'_{18,19}) - 1,2653 (\delta T'_{19,14} - \delta T'_{19,18}) \\
 & \quad - 0,0009 \delta S'_{8,9} - 0,0020 \delta S'_{9,10} - 0,0001 \delta S'_{10,11} - 0,0016 \delta S'_{11,13} + 0,0003 \delta S'_{13,14} \\
 & \quad - 0,0029 \delta S'_{8,15} - 0,0011 \delta S'_{15,17} - 0,0007 \delta S'_{17,18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (17). \quad & + 0,10 \quad \quad \quad - 45 \frac{da}{a} - 12 da \\
 & = + 0,0943 (\delta T'_{8,9} - \delta T'_{8,15}) - 0,0817 (\delta T'_{9,8} - \delta T'_{9,10}) - 0,0586 (\delta T'_{10,9} - \delta T'_{10,11}) \\
 & \quad - 0,0438 (\delta T'_{11,10} - \delta T'_{11,13}) - 0,0241 (\delta T'_{13,11} - \delta T'_{13,14}) - 0,0204 (\delta T'_{14,13} - \delta T'_{14,19}) \\
 & \quad + 0,0815 (\delta T'_{15,8} - \delta T'_{15,17}) + 0,0462 (\delta T'_{17,15} - \delta T'_{17,18}) + 0,0223 (\delta T'_{18,17} - \delta T'_{18,19}) \\
 & \quad + 0,0049 \delta S'_{8,9} + 0,0148 \delta S'_{9,10} - 0,0117 \delta S'_{10,11} + 0,0178 \delta S'_{11,13} - 0,0286 \delta S'_{13,14} \\
 & \quad - 0,0248 \delta S'_{14,19} + 0,0263 \delta S'_{8,15} + 0,0087 \delta S'_{15,17} - 0,0022 \delta S'_{17,18} - 0,0194 \delta S'_{18,19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (18). \quad & + 0,46 \quad \quad \quad - 9 \frac{da}{a} - 5 da \\
 & = -0,0158(\delta T''_{8,9} - \delta T''_{8,15}) + 0,0192(\delta T''_{9,8} - \delta T''_{9,10}) + 0,0387(\delta T''_{10,9} - \delta T''_{10,11}) \\
 & \quad + 0,0294(\delta T''_{11,10} - \delta T''_{11,13}) + 0,0508(\delta T''_{13,11} - \delta T''_{13,14}) + 0,0396(\delta T''_{14,13} - \delta T''_{14,19}) \\
 & \quad + 0,0137(\delta T''_{15,8} - \delta T''_{15,17}) + 0,0297(\delta T''_{17,15} - \delta T''_{17,18}) + 0,0272(\delta T''_{18,17} - \delta T''_{18,19}) \\
 & \quad - 0,0520 \delta S'_{8,9} - 0,0468 \delta S'_{9,10} - 0,0492 \delta S'_{10,11} - 0,0440 \delta S'_{11,13} - 0,0245 \delta S'_{13,14} \\
 & \quad - 0,0338 \delta S'_{14,19} + 0,0305 \delta S'_{8,15} + 0,0508 \delta S'_{15,17} + 0,0525 \delta S'_{17,18} + 0,0422 \delta S'_{18,19}.
 \end{aligned}$$

Anmerkung. Die überschüssige, zur Ausgleichung nicht herangezogene *Laplacesche* Gleichung für Schönsee — Warschau lautet:

$$\begin{aligned}
 - 11,29 - 0,0355 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0070 \lambda_0 + 845 \frac{da}{a} + 422 da \\
 = + \delta L'_{19} - \delta L'_{18} + 1,2647 \delta T'_{18,19} - 1,2653 \delta T'_{19,18} \\
 + 0,0091 \delta T'_{0,3} - 0,0101 (\delta T'_{3,0} - \delta T'_{3,4}) - 0,0100 (\delta T'_{4,3} - \delta T'_{4,5}) \\
 - 0,0118 (\delta T'_{5,4} - \delta T'_{5,6}) - 0,0129 (\delta T'_{6,5} - \delta T'_{6,8}) - 0,0136 (\delta T'_{8,6} - \delta T'_{8,15}) \\
 - 0,0136 (\delta T'_{15,8} - \delta T'_{15,17}) - 0,0144 (\delta T'_{17,15} - \delta T'_{17,18}) - 0,0151 \delta T'_{18,17} \\
 + 0,0001 \delta S'_{0,3} + 0,0009 \delta S'_{3,4} + 0,0002 \delta S'_{4,5} + 0,0009 \delta S'_{6,8} + 0,0001 \delta S'_{6,8} \\
 + 0,0012 \delta S'_{8,15} + 0,0008 \delta S'_{15,17} + 0,0007 \delta S'_{17,18}.
 \end{aligned}$$

§ 2. Zusammenstellung der Bedingungsgleichungen für die Ausgleichung.

In den im § 1 zusammengestellten Bedingungsgleichungen sind zum Zwecke der Ausgleichung noch einige Vereinfachungen und Aenderungen getroffen worden.

Da in den einzelnen *Laplaceschen* Gleichungen die Koeffizienten von $\delta T'_{i,k}$ und $\delta T'_{k,i}$ nahezu übereinstimmen, so wurden beide jedesmal durch ihr arithmetisches Mittel ersetzt. Ebenso wurde in der Polygonwinkelgleichung, Nr. 16 im vorigen §, für die Koeffizienten ein Durchschnittswerth genommen.

An die Stelle von $\delta T'_{i,k}$, der Verbesserung einer astronomisch orientirten geodätischen Linie $P_i P_k$, kam der astronomische Orientirungsfehler δ_i auf der Station P_i und der Richtungsfehler $v_{i,k}$ der geodätischen Linie zur Einführung; vergl. weiterhin § 7. Es ist also angesetzt worden

$$\delta T'_{i,k} = \delta_i + v_{i,k}.$$

Dem entsprechend wird in den 3 Polyongleichungen

$$\delta T'_{i,h} - \delta T'_{i,k} = v_{i,h} - v_{i,k}.$$

Die beiden letzten Polyongleichungen, Nr. 17 und Nr. 18 des vorigen §, wurden noch mit 20 bzw. 40 multiplicirt, um die Koeffizienten der v im Mittel annähernd den Koeffizienten in den übrigen Gleichungen gleich zu machen.

Die in den nachfolgenden Gleichungen durch eckige Klammern eingeschlossenen Fehleraggregate sind, da sie nur in diesen Verbindungen auftreten, je als ein Fehler anzusehen; sie hätten durch ein Symbol ersetzt werden können. Man erhält natürlich damit dieselben Normalgleichungen sowie dieselbe Fehlerquadratsumme, als wenn die Fehler einzeln in die Korrelaten umgesetzt würden.

Abgekürzte Bedingungsgleichungen.

$$(1). \quad + 3,97 + 0,1407 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0124 \lambda_0 \quad . \quad + 88 \, da \\ = + \delta L'_1 - \delta L'_0 + 1,266 \left\{ \delta_0 + [-\delta_1 + v_{0,1} - v_{1,0}] \right\}$$

$$(2). \quad - 4,55 - 0,0341 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0057 \lambda_0 \quad . \quad + 21 \, da \\ = + \delta L'_3 - \delta L'_0 + 1,286 \left\{ \delta_0 - \delta_3 + [v_{0,3} - v_{3,0}] \right\}$$

$$(3). \quad - 8,09 - 0,0048 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0012 \lambda_0 - 17 \frac{da}{a} - 6 \, da \\ = + \delta L'_4 - \delta L'_3 + 1,284 \left\{ \delta_3 - \delta_4 + [v_{3,4} - v_{4,3}] \right\}$$

$$(4). \quad + 6,01 - 0,0622 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0031 \lambda_0 - 41 \frac{da}{a} + 71 \, da \\ = + \delta L'_5 - \delta L'_4 + 1,291 \left\{ \delta_4 - \delta_5 + [v_{4,5} - v_{5,4}] \right\}$$

$$(5). \quad - 0,71 - 0,0438 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0185 \lambda_0 - 563 \frac{da}{a} - 317 \, da \\ = + \delta L'_6 - \delta L'_5 + 1,272 \left\{ \delta_5 - \delta_6 + [v_{5,6} - v_{6,5}] \right\}$$

$$(6). \quad + 1,94 + 0,0078 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0045 \lambda_0 + 145 \frac{da}{a} + 95 \, da \\ = + \delta L'_7 - \delta L'_6 + 1,277 \left\{ \delta_6 + [-\delta_7 + v_{6,7} - v_{7,6}] \right\}$$

$$(7). \quad - 5,80 - 0,0264 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0039 \lambda_0 + 220 \frac{da}{a} + 129 \, da \\ = + \delta L'_8 - \delta L'_6 + 1,281 \left\{ \delta_6 - \delta_8 + [v_{6,8} - v_{8,6}] \right\}$$

$$(8). \quad + 1,75 - 0,0163 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0013 \lambda_0 - 31 \frac{da}{a} - 11 \, da \\ = + \delta L'_9 - \delta L'_8 + 1,281 \left\{ \delta_8 - \delta_9 + v_{8,9} - v_{9,8} \right\}$$

$$(9). \quad - 0,04 - 0,0340 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0040 \lambda_0 + 263 \frac{da}{a} + 202 \, da \\ = + \delta L'_{10} - \delta L'_9 + 1,291 \left\{ \delta_9 - \delta_{10} + v_{9,10} - v_{10,9} \right\}$$

$$(10). \quad + 3,37 - 0,0145 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0077 \lambda_0 - 421 \frac{da}{a} - 230 \, da \\ = + \delta L'_{11} - \delta L'_{10} + 1,285 \left\{ \delta_{10} - \delta_{11} + v_{10,11} - v_{11,10} \right\}$$

$$(11). \quad - 4,11 - 0,0313 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0055 \lambda_0 + 433 \frac{da}{a} + 320 \, da \\ = + \delta L'_{13} - \delta L'_{11} + 1,297 \left\{ \delta_{11} - \delta_{13} + v_{11,13} - v_{13,11} \right\}$$

$$(12). \quad - 4,29 \quad - 0,0107 (\delta B'_0 - \xi_0) \quad - 0,0287 \lambda_0 \quad - 1941 \frac{da}{a} \quad - 1189 da \\ = + \delta L'_{19} - \delta L'_{13} + 1,265 \left\{ \delta_{13} - \delta_{19} + v_{13,14} - [v_{14,13} - v_{14,19}] - v_{19,14} \right\}$$

$$(13). \quad + 4,00 \quad - 0,0063 (\delta B'_0 - \xi_0) \quad - 0,0165 \lambda_0 \quad - 717 \frac{da}{a} \quad - 457 da \\ = + \delta L'_{15} - \delta L'_8 + 1,261 \left\{ \delta_8 - \delta_{15} + v_{8,15} - v_{15,8} \right\}$$

$$(14). \quad - 5,90 \quad - 0,0365 (\delta B'_0 - \xi_0) \quad - 0,0149 \lambda_0 \quad - 458 \frac{da}{a} \quad - 435 da \\ = + \delta L'_{17} - \delta L'_{15} + 1,249 \left\{ \delta_{15} - \delta_{17} + v_{15,17} - v_{17,15} \right\}$$

$$(15). \quad + 0,66 \quad - 0,0286 (\delta B'_0 - \xi_0) \quad - 0,0041 \lambda_0 \quad + 65 \frac{da}{a} \quad - 94 da \\ = + \delta L'_{18} - \delta L'_{17} + 1,249 \left\{ \delta_{17} - \delta_{18} + v_{17,18} - v_{18,17} \right\}$$

$$(16). \quad + 9,21 \quad . \quad . \quad - 1432 \frac{da}{a} \quad - 344 da \\ = . \quad + 1,263 \left\{ v_{8,9} - v_{8,15} - v_{9,8} + v_{9,10} - v_{10,9} + v_{10,11} - v_{11,10} \right. \\ \left. + v_{11,13} - v_{13,11} + v_{13,14} - [v_{14,13} - v_{14,19}] + v_{15,8} - v_{15,17} + v_{17,15} - v_{17,18} \right. \\ \left. + v_{18,17} - v_{18,19} - v_{19,14} + v_{19,18} \right\}$$

$$(17). \quad + 2,00 \quad . \quad . \quad - 900 \frac{da}{a} \quad - 240 da \\ = + 1,886 v_{8,9} - 1,886 v_{8,15} - 1,634 v_{9,8} + 1,634 v_{9,10} - 1,172 v_{10,9} \\ + 1,172 v_{10,11} - 0,876 v_{11,10} + 0,876 v_{11,13} - 0,482 v_{13,11} + 0,482 v_{13,14} \\ - 0,408 [v_{14,13} - v_{14,19}] + 1,630 v_{15,8} - 1,630 v_{15,17} + 0,924 v_{17,15} \\ - 0,924 v_{17,18} + 0,446 v_{18,17} - 0,446 v_{18,19} + 0,098 \delta S'_{8,9} + 0,296 \delta S'_{9,10} \\ - 0,234 \delta S'_{10,11} + 0,356 \delta S'_{11,13} - 0,572 \delta S'_{13,14} - 0,496 \delta S'_{14,19} + 0,526 \delta S'_{8,15} \\ + 0,174 \delta S'_{15,17} - 0,044 \delta S'_{17,18} - 0,388 \delta S'_{18,19}$$

$$(18). \quad + 18,40 \quad . \quad . \quad - 360 \frac{da}{a} \quad - 200 da \\ = - 0,632 v_{8,9} + 0,632 v_{8,15} + 0,768 v_{9,8} - 0,768 v_{9,10} + 1,548 v_{10,9} \\ - 1,548 v_{10,11} + 1,176 v_{11,10} - 1,176 v_{11,13} + 2,032 v_{13,11} - 2,032 v_{13,14} \\ + 1,584 [v_{14,13} - v_{14,19}] + 0,548 v_{15,8} - 0,548 v_{15,17} + 1,188 v_{17,15} \\ - 1,188 v_{17,18} + 1,088 v_{18,17} - 1,088 v_{18,19} - 2,080 \delta S'_{8,9} - 1,872 \delta S'_{9,10} \\ - 1,968 \delta S'_{10,11} - 1,760 \delta S'_{11,13} - 0,980 \delta S'_{13,14} - 1,352 \delta S'_{14,19} + 1,220 \delta S'_{8,15} \\ + 2,032 \delta S'_{15,17} + 2,100 \delta S'_{17,18} + 1,688 \delta S'_{18,19}.$$

§ 3. Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate der bei den Fehlerberechnungen für die geodätischen Linien benutzten Gewichtseinheiten.

Zur Schätzung des mittleren Werthes der Quadrate der Fehler v und $\delta S'$ einer geodätischen Linie ist zunächst die Kenntnis des mittleren Fehlerquadrates der Gewichtseinheit nothwendig.

Als Gewichtseinheit ist für die Fehlerberechnung eine auf der Station ausgeglichene Richtungsbeobachtung eingeführt worden. Nur für die beiden russischen Linien Mirow—Warschau und Schönsee—Warschau, die aus Dreiecksketten mit Winkelbeobachtungen hervorgegangen sind, erhielt eine Winkelbeobachtung mit dem aus den Dreiecksabschlüssen der Kette sich ergebenden mittleren Fehler das Gewicht 1.

Wenn also die geodätische Linie ganz innerhalb derselben Gruppe der Längengradmessung lag, so war das mittlere Fehlerquadrat der Gewichtseinheit gleich dem mittleren Fehlerquadrat einer Richtung in der Netzgruppe zu nehmen. Erstreckte sich die geodätische Linie durch mehrere Netze, so wurde für sie das mittlere Fehlerquadrat einer Richtung aus den mittleren Fehlerquadraten für die einzelnen Netze im Verhältnis der auf diese kommenden Theile der geodätischen Linie zusammengesetzt.

Wo er bekannt war, kam immer der Werth des mittleren Richtungsfehlers zur Anwendung, welcher sich auf den Durchschnittsbetrag der Gewichte sämtlicher Richtungen bezieht. Zum Beispiel ist für die, der Netzgruppe V* angehörige Linie Rosendaël—Nieuport der mittlere Fehler der Gewichtseinheit gleich $\pm 0,66$ (L.-Gr. I, S.78) angenommen worden. War dieser Werth des mittleren Fehlers nicht berechnet, so wurde derjenige mittlere Richtungsfehler benutzt, der aus der Summe der Quadrate der Richtungsverbesserungen jeder Station, nachdem ihre Summe ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Gewichte auf null gebracht war, gebildet ist. Beispielsweise ist das mittlere Fehlerquadrat der Gewichtseinheit für die geodätische Linie Brocken—Göttingen wie folgt zusammengesetzt. Der (über Ahlsburg gehende) zur Ableitung der geodätischen Linie benutzte Linienzug gehört etwa zu $\frac{2}{3}$ der thüringisch-sächsischen Netzgruppe, zu $\frac{1}{3}$ dem Göttinger Basisnetz an. Der mittlere Fehler einer Richtung in dem ersteren ist $\pm 0,34$ (L.-Gr. I, S. 106). Für das Göttinger Basisnetz war der mittlere Fehler noch zu berechnen. Bringt man für jede Station (auch bei den Zwischenpunkten) die Summe der Richtungsverbesserungen*) auf null und bildet nun die Quadratsumme dieser Werthe, so ergibt sich bei 17 Bedingungsgleichungen als mittlerer Fehler einer Richtung $\sqrt{\frac{5,49}{17}} = \pm 0,57$. Das mittlere Fehlerquadrat für die Gewichtseinheit ist daher $\frac{1}{3} (2 \cdot 0,34^2 + 0,57^2) = 0,18$.

Bei dem englischen Netze, der Küstenvermessung, der Kette von 1865, der Weichselkette und bei den beiden russischen Ketten stand nur der aus den Dreiecksabschlüssen abgeleitete mittlere Fehler zur Verfügung. Für die geodätische Linie Greenwich—Feaghmain des englischen Dreiecksnetzes z. B. ist dem entsprechend als mittlerer Fehler einer Richtung $\pm 1,83 \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm 1,29$ nach dem, 1892 von General *Ferrero* erstatteten „Rapport sur les triangulations etc.“ S. 30,

*) Die Königlich Preussische Landes-Triangulation. Hauptdreiecke. Sechster Theil. Berlin 1894. S.237/246.

angesetzt worden. Die Werthe der mittleren Winkelfehler der übrigen, umstehend angegebenen Ketten sind der Uebersicht in der L.-Gr. I, S. 13 und 14, entnommen. Als Beispiel sei noch die Berechnung des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit bei der geodätischen Linie Schönsee—Warschau angeführt. Diese Linie liegt etwa zu $\frac{5}{6}$ innerhalb der nördlichen russischen, von Warschau ausgehenden Kette und zu $\frac{1}{6}$ in dem Polygon um Culmsee, welches gleichfalls aus Winkelbeobachtungen hervorgegangen ist, S. 117. Die mittleren Winkelfehler sind $\pm 0,80$ bzw. $\pm 0,50$; daher ist für das mittlere Fehlerquadrat der Gewichtseinheit angenommen worden: $\frac{5}{6} \cdot 0,80^2 + \frac{1}{6} \cdot 0,50^2 = 0,58$.

Auch für das sächsische Dreiecksnetz, welches bei den geodätischen Linien Leipzig—Grossenhain und Grossenhain—Schneekoppe in Betracht kommt, ist der aus den Dreiecksabschlüssen folgende mittlere Richtungsfehler, $\pm 0,35 \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm 0,25$ (L.-Gr. I, S. 249), zur Benutzung gekommen.

Mittlere Fehlerquadrate μ^2 der Gewichtseinheiten für die Fehlerberechnung bei den geodätischen Linien.

Geodätische Linie		μ^2
Greenwich	— Feaglmair	1,66
Greenwich	— Rosendaël	1,26
Rosendaël	— Nieuport	0,44
Nieuport	— Bonn	1,00
Bonn	— Brocken	0,48
Brocken	— Göttingen	0,18
Brocken	— Leipzig	0,12
Leipzig	— Grossenhain	0,15
Grossenhain	— Schneekoppe	0,17
Schneekoppe	— Breslau	0,18
Breslau	— Trockenberg	0,26
Trockenberg	— Mirow	0,76
Leipzig	— Rauenberg	0,17
Rauenberg	— Springberg	0,17
Springberg	— Schönsee	0,17
Mirow	— Warschau	0,46
Schönsee	— Warschau	0,58

Zu den Linien Rauenberg—Springberg und Springberg—Schönsee ist noch zu bemerken, dass hier μ^2 , für welches sich aus den Schlussfehlern der Dreiecke der Küstenvermessung, der Kette von 1865 und der Weichselkette 0,14 bzw. 0,11 ergeben würde, auf 0,17, denselben Werth wie bei der Linie Leipzig—Rauenberg, erhöht ist; vergl. weiterhin § 7.

§ 4. Die Gewichte der Richtungsverbesserungen einer geodätischen Linie.

Bei den *Laplaceschen* Gleichungen und bei der aus ihnen gebildeten Polygongleichung kommen infolge der getroffenen Vernachlässigungen die Verbesserungen der Richtungen $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ einer die beiden Punkte P_i und P_k verbindenden geodätischen Linie nur in der Verbindung $v_{i,k} - v_{k,i}$ vor, während bei den beiden Polygongleichungen, welche durch Gleichsetzung der Lothabweichungskomponenten entstanden sind, $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ im allgemeinen mit verschiedenen Koeffizienten auftreten. Für die geodätischen Linien von Feaghmain bis Leipzig ist daher zum Zweck der Ausgleichung nur für $v_{i,k} - v_{k,i}$, bei den das Polygon Leipzig—Warschau bildenden Linien aber auch für $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ einzeln eine Schätzung der Gewichte nothwendig. Um jedoch nach erfolgter Ausgleichung die Ausdrücke für die Lothabweichungskomponenten ableiten, oder um etwaige Gewichtsbestimmungen vornehmen zu können, müssen auch für die Linien von Feaghmain bis Leipzig die v einzeln bekannt sein. Es musste also auch für diese Linien eine Gewichts-schätzung der einzelnen v stattfinden.

Um eine Schätzung des Gewichtes von $v_{i,k} - v_{k,i}$ sowie der Gewichte von $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ zu erhalten, wurden in dem Dreiecksnetz, welches zur Ableitung der geodätischen Linie $P_i P_k$ gedient hat, alle überschüssigen Richtungen fortgelassen. An Stelle des Dreiecksnetzes trat also eine einfache Dreieckskette. Diese wurde aber so ausgewählt, dass die Verbindung zwischen den beiden Punkten P_i und P_k möglichst dem Laufe der geodätischen Linie folgte und sich durch eine möglichst geringe Anzahl Dreiecke herstellte.

Allen Richtungen der Kette ist das gleiche Gewicht beigelegt worden. Wenn nun einerseits durch Weglassung aller Diagonallinien auch eine Gewichtsverminderung eintritt, so wird diese doch andererseits im allgemeinen dadurch theilweise ausgeglichen, dass allen Richtungen dasselbe Gewicht beigelegt ist, was bei Netzen doch meistens nicht der Fall ist. Eine genaue Gewichtsbestimmung dürfte für die Ausgleichung ausserdem überflüssig sein.

Zunächst möge Folgendes vorausgeschickt werden.

Eine Dreieckskette soll derart beobachtet sein, dass für jede Station das Ergebnis der Ausgleichung einem vollen Satz unabhängiger Richtungsbeobachtungen mit dem gleichen Gewicht 1 äquivalent ist. Die Kette setze sich aus den n Dreiecken 1. 2. 3, 2. 4. 3, 3. 4. 5 u. s. w. zusammen. Siehe Fig. 1, S. 156.

Wenn die Verbesserungen der beobachteten Werthe für die Richtungen 1.2 und 1.3 auf der Station 1 mit $v_{1,2}$ und $v_{1,3}$ u. s. w. bezeichnet werden, so sind die n Bedingungsgleichungen der Kette:

$$\begin{aligned} - v_{1,2} + v_{1,3} - v_{2,3} + v_{2,1} - v_{3,1} + v_{3,2} &= \dots \\ - v_{2,4} + v_{2,3} - v_{3,2} + v_{3,4} - v_{4,3} + v_{4,2} &= \dots \\ - v_{3,4} + v_{3,5} - v_{4,5} + v_{4,3} - v_{5,3} + v_{5,4} &= \dots \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \tag{1}$$

Das Gewicht einer linearen Funktion F der Verbesserungen ist zu bestimmen.

Es sei

$$F - F_0 = f_1 v_{1,2} + f_2 v_{1,3} + f_3 v_{2,1} + \dots \tag{2}$$

Man fügt nun bekanntlich den umstehenden Ausdruck als letzte Bedingungsgleichung zu den Gleichungen (1) hinzu und bildet die Normalgleichungen. Diese lauten, wenn $k_1, k_2, k_3, \dots k_n, u$ die Korrelaten der Gleichungen (1) und (2) sind,

$$\begin{array}{rcl}
 6 k_1 - 2 k_2 & + & g_1 u = \dots \\
 - 2 k_1 + 6 k_2 - 2 k_3 & + & g_2 u = \dots \\
 - 2 k_2 + 6 k_3 - 2 k_4 & + & g_3 u = \dots \\
 \vdots & & \vdots \\
 - 2 k_{n-1} + 6 k_n & + & g_n u = \dots \\
 g_1 k_1 + g_2 k_2 + \dots & + & g_{n-1} k_{n-1} + g_n k_n + [ff] u = \dots,
 \end{array} \tag{3}$$

wo die g in bekannter Weise aus den Konstanten f zusammengesetzt sind.

Bildet man aus den Gleichungen (3), ohne auf die rechten Seiten Rücksicht zu nehmen, die reducirten Normalgleichungen, so erhalten sie die folgende Form:

$$\begin{array}{rcl}
 [aa] k_1 - 2 k_2 & + & g_1 u = \dots \\
 [bb \cdot 1] k_2 - 2 k_3 & + & [g_2 \cdot 1] u = \dots \\
 [cc \cdot 2] k_3 - 2 k_4 & + & [g_3 \cdot 2] u = \dots \\
 \vdots & & \vdots \\
 [nn \cdot n-1] k_n & + & [g_n \cdot n-1] u = \dots \\
 & & [ff \cdot n] u = \dots
 \end{array} \tag{4}$$

Hierbei ist $[aa] = 6$.

Alsdann stellt

$$[ff \cdot n] = [ff] - \left(\frac{g_1^2}{[aa]} + \frac{[g_2 \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} + \dots + \frac{[g_n \cdot n-1]^2}{[nn \cdot n-1]} \right) \tag{5}$$

das reciproke Gewicht der Funktion F dar.

Um zur Kenntniss der einzelnen Glieder $\frac{[g_i \cdot i-1]^2}{[ii \cdot i-1]}$ in dem Klammerausdruck zu gelangen, multiplicire man die Gleichungen (3) der Reihe nach mit den vorläufig unbestimmten Multiplikatoren $N_1, N_2, \dots N_n$. Addirt man darauf die ersten i Gleichungen, so erhält man

$$\begin{aligned}
 & 2 (3 N_1 - N_2) k_1 + 2 (-N_1 + 3 N_2 - N_3) k_2 + \dots + 2 (-N_{i-2} + 3 N_{i-1} - N_i) k_{i-1} \\
 & + 2 (-N_{i-1} + 3 N_i) k_i - 2 N_i k_{i+1} + (g_1 N_1 + g_2 N_2 + \dots + g_i N_i) u = \dots
 \end{aligned} \tag{6}$$

Wird nun festgesetzt, dass

$$- N_{i-1} + 3 N_i - N_{i+1} = 0$$

und

$$N_0 = 0 \tag{7}$$

sein soll, so reducirt sich Gleichung (6) auf

$$2 N_{i+1} k_i - 2 N_i k_{i+1} + (g_1 N_1 + g_2 N_2 + \dots + g_i N_i) u = \dots \tag{6*}$$

Setzt man jetzt die rechten Seiten der i ersten Gleichungen (3) gleich null und nimmt man ausserdem für n einen willkürlichen Werth an, etwa $= -1$, so wird

$$\frac{2 N_{i+1}}{N_i} k_i = 2 k_{i+1} + \left(\frac{N_1}{N_i} g_1 + \frac{N_2}{N_i} g_2 + \dots + \frac{N_{i-1}}{N_i} g_{i-1} + 1 g_i \right).$$

Andererseits würde die i -te reducirte Normalgleichung in diesem Falle geben:

$$[ii \cdot i-1] k_i = 2 k_{i+1} + [g_i \cdot i-1].$$

Da nun $[g_i \cdot i-1]$ die Form $c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_{i-1} g_{i-1} + 1 g_i$ hat — die c sind Konstanten —, so schliesst man aus beiden Gleichungen, dass

$$[ii \cdot i-1] = \frac{2 N_{i+1}}{N_i}$$

und

$$[g_i \cdot i-1] = \frac{1}{N_i} (N_1 g_1 + N_2 g_2 + \dots + N_i g_i) \quad (8)$$

ist; denn sonst würde sich k_i nicht eindeutig durch die g ausdrücken lassen.

Mit diesen Werthen folgt aus Gleichung (5) für das reciproke Gewicht der Funktion F der Ausdruck:

$$\frac{1}{P} = [ff] - \frac{1}{2} \left(\frac{(g_1 N_1)^2}{N_1 N_2} + \frac{(g_1 N_1 + g_2 N_2)^2}{N_2 N_3} + \dots + \frac{(g_1 N_1 + g_2 N_2 + \dots + g_n N_n)^2}{N_n N_{n+1}} \right). \quad (9)$$

Die Gleichung (9) ist zuerst von Herrn Dr. *Paul Simon* durch Entwicklung der Koefficienten der reducirten Normalgleichungen in Kettenbrüche und auch mit Hülfe von Determinanten abgeleitet worden*).

Wird festgesetzt, dass

$$N_1 = 1$$

sein soll, so ist

$N_2 = 3$	$N_6 = 144$	$N_{10} = 6\,765$
$N_3 = 8$	$N_7 = 377$	$N_{11} = 17\,711$
$N_4 = 21$	$N_8 = 987$	$N_{12} = 46\,368$
$N_5 = 55$	$N_9 = 2\,584$	$N_{13} = 121\,393$

u. s. w.

Einfacher wird die Bestimmung des Gewichts einer Funktion der Beobachtungsgrössen, wenn in jedem Dreiecke der Kette die drei Winkel gemessen worden sind. Sind die Winkelbeobachtungen ausserdem sämmtlich gleichwerthig, so haben die Normalgleichungen die folgende

*) Veröffentlichung des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts. Gewichtsbestimmungen für Seitenverhältnisse in schematischen Dreiecksnetzen von Dr. *Paul Simon*. Berlin 1889. S. 3, 4, 7 und 35/39.

Form, wenn k_1, k_2, \dots, k_n und u wieder die Korrelaten der Bedingungsgleichungen und einer Funktion F der Winkelverbesserungen bezeichnen:

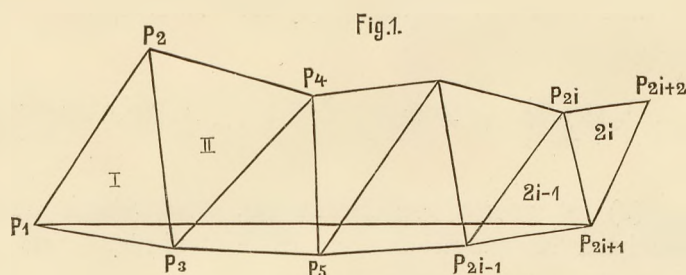
$$\begin{aligned} 3 k_1 &+ h_1 u = \dots \\ 3 k_2 &+ h_2 u = \dots \\ &\vdots \\ 3 k_n &+ h_n u = \dots \\ h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots + h_n k_n + [ff] u &= \dots \end{aligned}$$

Die h sind in bekannter Weise aus den Koeffizienten f von F zusammengesetzt.

Die Elimination der k giebt als reciprokes Gewicht der Funktion F :

$$\frac{1}{P} = [ff] - \frac{1}{3} [hh]. \quad (10)$$

Nachdem dieses vorausgeschickt ist, gehen wir dazu über, das Gewicht der Differenz der Richtungsverbesserungen $v_{i,k} - v_{k,i}$ einer aus der Kette, Fig. 1, erhaltenen geodätischen Linie nach Gleichung (9) zu bestimmen.



Die geodätische Linie $P_1 P_{2i+1} = S$ sei mittelst des Linienzuges $P_1 P_3, P_3 P_5, \dots, P_{2i-1} P_{2i+1}$ abgeleitet worden.

Wenn dieser Zug nahezu geradlinig ist, und wenn ausserdem von der Krümmung der Erdoberfläche abgesehen wird, so ist im wesentlichen (vergl. Lothabweichungen. Heft I, S. 68):

$$\begin{aligned} S v_{1,2i+1} &= S v_{1,3} + S'_{3,2i+1} (-v_{3,1} + v_{3,5}) + \dots + S'_{2i-1,2i+1} (-v_{2i-1,2i-3} + v_{2i-1,2i+1}) \\ S v_{2i+1,1} &= S'_{3,1} (+v_{3,1} - v_{3,5}) + \dots + S'_{2i-1,1} (+v_{2i-1,2i-3} - v_{2i-1,2i+1}) + S v_{2i+1,2i-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

$S'_{\lambda,2i+1}$ bzw. $S'_{\lambda,1}$ bedeuten die Projektionen von $S_{\lambda,2i+1}$ bzw. $S_{\lambda,1}$ auf die geodätische Linie, und zwar ist immer

$$S'_{\lambda,2i+1} + S'_{\lambda,1} = S.$$

Die Subtraktion der beiden Gleichungen (11) voneinander giebt, wenn noch durch S dividirt wird,

$$v_{1,2i+1} - v_{2i+1,1} = v_{1,3} - v_{3,1} + v_{3,5} - v_{5,3} + \dots + v_{2i-1,2i+1} - v_{2i+1,2i-1}, \quad (12)$$

welche Gleichung sich auch direkt aus der Winkelsumme des Polygons $P_1 P_3 P_5 \dots P_{2i+1}$ ableiten lässt.

Um das Gewicht von $v_{1,2i+1} - v_{2i+1,1}$ zu erhalten, sind zunächst die Verbesserungen v auf der rechten Seite der Gleichung (12) in die Korrelaten umzusetzen. Sind $k_1, k_2, \dots, k_{2i-1}$ die Korrelaten, die der Reihe nach zu den Bedingungsgleichungen für die $2i-1$ Dreiecke zwischen P_1 und P_{2i+1} gehören, und ist ferner u die Korrelate der Gleichung (12), so ist

$$\begin{aligned} v_{1,3} &= + k_1 + u & v_{2i-3,2i-1} &= + k_{2i-3} + u \\ v_{3,1} &= - k_1 - u & v_{2i-1,2i-3} &= - k_{2i-3} - u \\ v_{3,5} &= + k_3 + u & v_{2i-1,2i+1} &= + k_{2i-1} + u \\ v_{5,3} &= - k_3 - u & v_{2i+1,2i-1} &= - k_{2i-1} - u. \end{aligned}$$

Diese Werthe in die Gleichung (12) eingesetzt, giebt

$$v_{1,2i+1} - v_{2i+1,1} = + 2 k_1 + 2 k_3 + 2 k_5 + \dots + 2 k_{2i-1} + 2 i u. \quad (13)$$

Wendet man nun hierauf die Gleichung (9) an, so findet man als reciprokes Gewicht von $v_{1,2i+1} - v_{2i+1,1}$, wenn die Kette aus $2i-1$ Dreiecken besteht,

$$\frac{1}{P} = 2i - 2 \left\{ N_1^2 \left(\frac{1}{N_1 N_2} + \frac{1}{N_2 N_3} \right) + (N_1 + N_3)^2 \left(\frac{1}{N_3 N_4} + \frac{1}{N_4 N_5} \right) + \dots + (N_1 + N_3 + \dots + N_{2i-1})^2 \frac{1}{N_{2i-1} N_{2i}} \right\},$$

und wenn zur Kette $2i$ Dreiecke gehören,

$$\frac{1}{P} = 2i - 2 \left\{ N_1^2 \left(\frac{1}{N_1 N_2} + \frac{1}{N_2 N_3} \right) + (N_1 + N_3)^2 \left(\frac{1}{N_3 N_4} + \frac{1}{N_4 N_5} \right) + \dots + (N_1 + N_3 + \dots + N_{2i-1})^2 \left(\frac{1}{N_{2i-1} N_{2i}} + \frac{1}{N_{2i} N_{2i+1}} \right) \right\}.$$

Vermittelst der Gleichung (7) leitet man nun leicht ab, dass

$$\frac{1}{N_{2i-1} N_{2i}} + \frac{1}{N_{2i} N_{2i+1}} = \frac{N_{2i}}{N_{2i-1} N_{2i+1}}$$

oder allgemein

$$\frac{1}{N_{\lambda} N_{\lambda+1}} + \frac{1}{N_{\lambda+1} N_{\lambda+2}} + \dots + \frac{1}{N_{\mu-1} N_{\mu}} = \frac{N_{\mu-\lambda}}{N_{\lambda} N_{\mu}} \quad (14)$$

und dass

$$N_1 + N_3 + \dots + N_{2\lambda-1} = N_{\lambda}^2$$

ist. (Vergl. *Simon*, a. a. O., S. 5/6.)

Für das reciproke Gewicht von $v_{1.2i+1} - v_{2i+1.1}$ lässt sich daher auch schreiben, wenn die Anzahl der Dreiecke $2i - 1$ ist:

$$\frac{1}{P} = 2i - 6 \left\{ \frac{N_1^4}{N_1 N_3} + \frac{N_2^4}{N_3 N_5} + \dots + \frac{N_{i-1}^4}{N_{2i-3} N_{2i-1}} + \frac{1}{3} \frac{N_i^4}{N_{2i-1} N_{2i}} \right\}, \quad (15)$$

und wenn die Anzahl der Dreiecke $2i$ ist:

$$\frac{1}{P} = 2i - 6 \left\{ \frac{N_1^4}{N_1 N_3} + \frac{N_2^4}{N_3 N_5} + \dots + \frac{N_{i-1}^4}{N_{2i-3} N_{2i-1}} + \frac{N_i^4}{N_{2i-1} N_{2i+1}} \right\}. \quad (15^*)$$

Es sei noch bemerkt, dass

$$\lim_{\lambda=\infty} \frac{N_{\lambda}^4}{N_{2\lambda-1} N_{2\lambda+1}} = \frac{1}{5} \quad \text{und} \quad \lim_{\lambda=\infty} \frac{1}{3} \frac{N_{\lambda}^4}{N_{2\lambda-1} N_{2\lambda}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{30} = 0,174$$

ist.

Beispielsweise erhält man für das reciproke Gewicht der Richtungsdivergenz der geodätischen Linie $P_1 P_9$ bei einer Kette von 7 Dreiecken:

$$\frac{1}{P} = 8 - 6 \left\{ 0,125 + 0,184 + 0,198 + 0,174 \right\} = 8 - 4,09 = 3,91,$$

und bei einer Kette von 8 Dreiecken:

$$\frac{1}{P} = 8 - 6 \left\{ 0,125 + 0,184 + 0,198 + 0,200 \right\} = 8 - 4,24 = 3,76.$$

Ist mithin $i \geq 4$, so kann man für Gleichung (15) auch schreiben

$$\frac{1}{P} = 0,714 + 0,8i$$

und für Gleichung (15*)

$$\frac{1}{P} = 0,558 + 0,8i.$$

Die Formeln (15) oder (15*) sind aber nicht zur Anwendung gekommen, da sich aus den Dreiecksnetzen der Längengradmessung nie Ketten mit solcher regelmässiger Anordnung der Dreiecke wie in Figur 1 herstellen liessen. Es wurden vielmehr in jedem Falle die abzuleitenden Gewichte der besonderen Form der Kette entsprechend bestimmt.

Die Gleichungen (15) und (15*) würden jedoch, wie sich zeigte, meistens eine gute Annäherung gegeben haben.

Als Beispiel soll die Berechnung des reciproken Gewichts der Differenz der Richtungsverbesserungen bei der geodätischen Linie Brocken—Leipzig hier Platz finden. Siehe Fig. 2, S. 159.

Zur Ableitung der geodätischen Linie $P_1 P_4$ wurde der Linienzug $P_1 P_2$ (Brocken—Kyffhäuser), $P_2 P_3$ (Kyffhäuser—Petersberg), $P_3 P_4$ (Petersberg—Leipzig) ausgewählt. Dann ist

$$v_{1.4} - v_{4.1} = v_{1.2} - v_{2.1} + v_{2.3} - v_{3.2} + v_{3.4} - v_{4.3}. \quad (16)$$

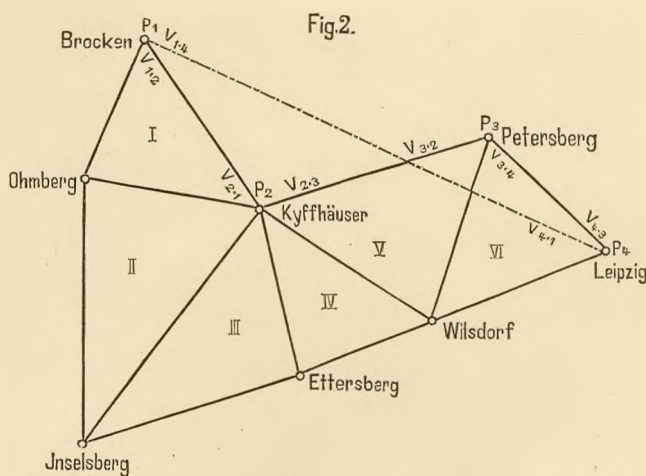
Zu den Bedingungsgleichungen, welche sich auf die Dreiecke I, II, III, IV, V, VI beziehen, mögen der Reihe nach die Korrelaten $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ und zur Gleichung (16) die Korrelate u gehören. Drückt man die Verbesserungen durch die Korrelaten aus, so wird

$$\begin{aligned} v_{1,2} &= -k_1 + u \\ v_{2,1} &= +k_1 - u \\ v_{2,3} &= -k_5 + u \\ v_{3,2} &= +k_5 - u \\ v_{3,4} &= -k_6 + u \\ v_{4,3} &= +k_6 - u \end{aligned}$$

Mit diesen Werthen geht Gleichung (16) über in

$$v_{1,4} - v_{4,1} = -2k_1 - 2k_5 - 2k_6 + 6u,$$

während die Bedingungsgleichungen der Kette in die Normalgleichungen (3) übergehen.



Die Anwendung der Gleichung (9) gibt jetzt als reciprokes Gewicht von $v_{1,4} - v_{4,1}$:

$$\frac{1}{P} = 6 - \frac{2^2}{2} \left(\frac{1}{N_1 N_2} + \frac{1}{N_2 N_3} + \frac{1}{N_3 N_4} + \frac{1}{N_4 N_5} + \frac{(1 + N_5)^2}{N_5 N_6} + \frac{(1 + N_5 + N_6)^2}{N_6 N_7} \right),$$

oder wenn man von der Beziehung (14) Gebrauch macht:

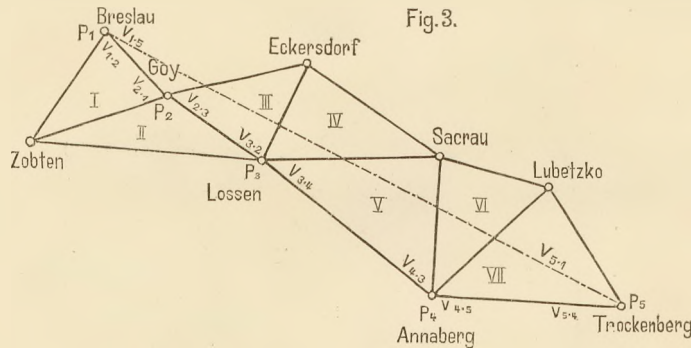
$$\begin{aligned} \frac{1}{P} &= 6 - 2 \left\{ \frac{N_4}{N_5} + \frac{(1 + N_5)}{N_5 N_6} + \frac{(1 + N_5 + N_6)^2}{N_6 N_7} \right\}, \\ &= 6 - 2 \left\{ 0,382 + 0,396 + 0,737 \right\} = 6 - 3,03 = 2,97. \end{aligned} \quad (17)$$

Dasselbe Resultat würde übrigens in diesem Falle auch die Gleichung (15*) ergeben haben. Nach dieser ist

$$\frac{1}{P} = 6 - 6 (0,125 + 0,184 + 0,198) = 6 - 3,04 = 2,96.$$

Um auch die Bestimmung der reciproken Gewichte der einzelnen Richtungsverbesserungen der geodätischen Linie zu zeigen, sei hier als Beispiel die betreffende Rechnung für die geodätische Linie Breslau—Trockenberg hergesetzt.

Der Punkt Breslau ist durch das Dreieck Breslau—Goy—Zobten, das aus dem Rosenthaler Netz und den Angaben der Landesaufnahme hergestellt ist, S. 17, an die Gruppe III der Längengradmessung angeschlossen. Aus der Gruppe III wurde die in Fig. 3 angegebene Kette ausgewählt, welche die Verbindung durch die geringste Anzahl Dreiecke herstellt.



Wählt man zur Ableitung der geodätischen Linie $P_1 P_5 = S$ den Linienzug $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$ (Breslau—Goy—Lössen—Annaberg—Trockenberg), so ist nach Gleichung (11)

$$\begin{aligned} S v_{1.5} &= S v_{1.2} + S'_{2.5} (-v_{2.1} + v_{2.3}) + S'_{3.5} (-v_{3.2} + v_{3.4}) + S'_{4.5} (-v_{4.3} + v_{4.5}) \\ S v_{5.1} &= + S'_{2.1} (+v_{2.1} - v_{2.3}) + S'_{3.1} (+v_{3.2} - v_{3.4}) + S'_{4.1} (+v_{4.3} - v_{4.5}) + S v_{5.4} \quad (18) \\ v_{1.5} - v_{5.1} &= v_{1.2} - v_{2.1} + v_{2.3} - v_{3.2} + v_{3.4} - v_{4.3} + v_{4.5} - v_{5.4}. \end{aligned}$$

Die Werthe für S und S' sind der Karte der Längengradmessung entnommen. Wenn man durch S dividirte, so ergab sich für die ersten beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} v_{1.5} &= v_{1.2} + 0,85 (-v_{2.1} + v_{2.3}) + 0,66 (-v_{3.2} + v_{3.4}) + 0,29 (-v_{4.3} + v_{4.5}) \\ v_{5.1} &= -0,15 (-v_{2.1} + v_{2.3}) - 0,34 (-v_{3.2} + v_{3.4}) - 0,71 (-v_{4.3} + v_{4.5}) + v_{5.4}. \quad (19) \end{aligned}$$

Bezeichnen wieder $k_1, k_2, \dots k_7$ die zu den Bedingungsgleichungen für die Dreiecke I, II, \dots VII, ferner u, v, w die zu den Funktionen $v_{1.5}, v_{5.1}$ und $v_{1.5} - v_{5.1}$ gehörigen Korrelaten, so findet man für die Verbesserungen die folgenden Ausdrücke:

	für $v_{1.5}$	für $v_{5.1}$	für $v_{1.5} - v_{5.1}$
$v_{1.2} = - k_1$	$+ u$.	$+ w$
$v_{2.1} = + k_1$	$- 0,85 u$	$+ 0,15 v$	$- w$
$v_{2.3} = - k_2 + k_3$	$+ 0,85 u$	$- 0,15 v$	$+ w$
$v_{3.2} = + k_2 - k_3$	$- 0,66 u$	$+ 0,34 v$	$- w$
$v_{3.4} = + k_5$	$+ 0,66 u$	$- 0,34 v$	$+ w$
$v_{4.3} = - k_5$	$- 0,29 u$	$+ 0,71 v$	$- w$
$v_{4.5} = + k_7$	$+ 0,29 u$	$- 0,71 v$	$+ w$
$v_{5.4} = - k_7$.	$+ v$	$- w$

Setzt man also in $v_{1.5}$ für $v_{1.2} = - k_1 + u$, für $v_{2.1} = + k_1 - 0,85 u$ u. s. w., in $v_{5.1}$ für $v_{1.2} = - k_1$, für $v_{2.1} = + k_1 + 0,15 v$ u. s. w., und in $v_{1.5} - v_{5.1}$ für $v_{1.2} = - k_1 + w$, für $v_{2.1} = + k_1 - w$ u. s. w., so ergibt sich

$$\begin{aligned}
 v_{1.5} &= - 1,85 k_1 - 1,51 k_2 + 1,51 k_3 + 0,95 k_5 + 0,29 k_7 + 3,48 u \\
 v_{5.1} &= + 0,15 k_1 + 0,49 k_2 - 0,49 k_3 - 1,05 k_5 - 1,71 k_7 + 2,28 v \\
 v_{1.5} - v_{5.1} &= - 2 k_1 - 2 k_2 + 2 k_3 + 2 k_5 + 2 k_7 + 8 w.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Man hat nun für jede dieser 3 Funktionen zunächst die Ausdrücke

$$\begin{aligned}
 L_1 &= g_1 N_1 \\
 L_2 &= g_2 N_2 + L_1 \\
 L_3 &= g_3 N_3 + L_2 \\
 L_5 &= g_5 N_5 + L_3 \\
 L_7 &= g_7 N_7 + L_5
 \end{aligned}$$

zu bilden, worin g_1, g_2 u. s. w. die Koeffizienten von k_1, k_2 u. s. w. in den Gleichungen (20) bedeuten. Das giebt für

$v_{1.5}$	$v_{5.1}$	$v_{1.5} - v_{5.1}$
$L_1 = - 1,85 = - 1,85$	$+ 0,15 = + 0,15$	$- 2 = - 2$
$L_2 = - 4,53 + L_1 = - 6,38$	$+ 1,47 + L_1 = + 1,62$	$- 6 + L_1 = - 8$
$L_3 = + 12,08 + L_2 = + 5,70$	$- 3,92 + L_2 = - 2,30$	$+ 16 + L_2 = + 8$
$L_5 = + 52,3 + L_3 = + 58$	$- 57,7 + L_3 = - 60$	$+ 110 + L_3 = + 118$
$L_7 = + 109,3 + L_5 = + 167$	$- 644,7 + L_5 = - 705$	$+ 754 + L_5 = + 872$

Das reciproke Gewicht der 3 Funktionen lässt sich alsdann mittelst der Gleichung (9) darstellen:

$$\frac{1}{P} = [f] - \frac{1}{2} \left\{ L_1^2 \frac{1}{N_1 N_2} + L_2^2 \frac{1}{N_2 N_3} + L_3^2 \left(\frac{1}{N_3 N_4} + \frac{1}{N_4 N_5} \right) + L_5^2 \left(\frac{1}{N_5 N_6} + \frac{1}{N_6 N_7} \right) + L_7^2 \frac{1}{N_7 N_8} \right\},$$

oder mit Berücksichtigung der Gleichung (14):

$$\frac{1}{P} = [f] - \frac{1}{2} \left\{ L_1^2 \frac{1}{N_1 N_2} + L_2^2 \frac{1}{N_2 N_3} + L_3^2 \frac{N_2}{N_3 N_5} + L_5^2 \frac{N_2}{N_5 N_7} + L_7^2 \frac{1}{N_7 N_8} \right\}. \quad (21)$$

Die Berechnung des Ausdrucks in der Klammer liefert bei den drei Funktionen die nachstehenden Werthe:

	$v_{1.5}$	$v_{5.1}$	$v_{1.5} - v_{5.1}$
$L_1^2 \frac{1}{N_1 N_2} =$	1,141	0,007	1,333
$L_2^2 \frac{1}{N_2 N_3} =$	1,696	0,107	2,667
$L_3^2 \frac{N_2}{N_3 N_5} =$	0,221	0,036	0,436
$L_5^2 \frac{N_2}{N_5 N_7} =$	0,487	0,521	2,015
$L_7^2 \frac{1}{N_7 N_8} =$	0,075	1,336	2,044
	<u>3,620</u>	<u>2,007</u>	<u>8,495</u>

Mithin beträgt das reciproke Gewicht von

	$v_{1.5}$	$v_{5.1}$	$v_{1.5} - v_{5.1}$
$\frac{1}{P} =$	3,48—1,81	2,28—1,00	8—4,25
$=$	1,67	1,28	3,75

Die Formel (15) würde als reciprokes Gewicht von $v_{1.5} - v_{5.1}$, nach S. 158, $\frac{1}{P} = 3,91$ ergeben haben.

Die Summe der reciproken Gewichte von $v_{1.5}$ und $v_{5.1}$ ist hiernach $1,67 + 1,28 = 2,95$, also kleiner als das reciproke Gewicht von $v_{1.5} - v_{5.1}$. Dies war bei allen geodätischen Linien der Fall, vergl. Lothabweichungen. Heft I, S. 72. Eine Ausnahme machte nur die Linie Brocken—Göttingen. Hier dürfte dies daher rühren, dass sich der Linienzug zur Ableitung der geodätischen Linie ziemlich weit von dieser entfernt; infolge dessen sind hier die Gleichungen (11) sehr wenig genau.

Um den Einfluss zu erkennen, den eine Vermehrung der Dreiecksanzahl der Kette hervorruft, ist die Rechnung noch einmal wiederholt worden, nachdem das Dreieck Zobten—Goy—Lossen durch die beiden Dreiecke Zobten—Goy—Rummelsberg und Rummelsberg—Goy—Lossen ersetzt war. Es ergaben sich alsdann für die reciproken Gewichte der drei Funktionen $v_{1.5}$, $v_{5.1}$ und $v_{1.5} - v_{5.1}$ die folgenden Werthe: 1,81, 1,28 und 3,95.

Von der Seite Goy—Zobten kann man, ausser durch die in Fig. 3 angegebene Kette, noch mittelst zweier anderen Dreiecksketten nach dem Punkte Trockenberg gelangen. In der

südlichern Kette beträgt, von dem Dreieck Breslau—Goy—Zobten abgesehen, die Anzahl der Dreiecke 8, in der nördlichern 11, wobei noch ein Dreieck der direkten Kette zu benutzen wäre. Wenn nun auch eine Berücksichtigung dieser beiden Ketten eine Gewichtsverstärkung ergeben haben würde, so ist doch andererseits zu bedenken, dass die direkte Kette, indem man ihren sämtlichen Richtungen gleiches Gewicht beilegte, grössere Gewichte für $v_{i,k}$, $v_{k,i}$ und $v_{i,k}-v_{k,i}$ geliefert haben dürfte, als die Kette mit ihren wirklichen Gewichten. Die Uebersicht der Stationsergebnisse der Gruppe III, L.-Gr. I, S. 126, zeigt, dass in der direkten Kette starke Gewichtsunterschiede der Richtungen vorkommen.

§ 5. Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate für die Richtungen der geodätischen Linien.

In der Weise, wie das im vorigen Paragraphen auf S. 158/159 mitgetheilte Beispiel zeigt, wurden nun die reciproken Gewichte von $v_{i,k}-v_{k,i}$ für sämtliche geodätischen Linien zwischen je zwei aufeinanderfolgenden *Laplaceschen* Punkten ermittelt. Bei den beiden von Leipzig ausgehenden Zügen Leipzig—Grossenhain—Schneekoppe—Breslau—Trockenberg—Mirow und Leipzig—Rauenberg—Springberg—Schönsee sind ausserdem nach dem auf S. 160/162 im vorhergehenden Paragraphen angegebenen Verfahren die reciproken Gewichte von $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ abgeleitet worden. Die Trennung der $v_{i,k}-v_{k,i}$ in $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ auf dem Linienzuge von Feaghmain bis Leipzig, ausgenommen die Linien Rosendaël—Nieuport und Brocken—Göttingen, ist der Einfachheit wegen im Verhältnis

$$v_{i,k} : v_{k,i} = \left\{ 1 + 2 \sum_{\lambda=2}^{k-1} \left(\frac{S'_{\lambda,k}}{S} \right)^2 \right\} : \left\{ 1 + 2 \sum_{\lambda=2}^{k-1} \left(\frac{S'_{\lambda,i}}{S} \right)^2 \right\}$$

(d. h. im Verhältnis der Koefficienten der Korrelaten u und v vor der Ausgleichung der Kette) erfolgt. λ bezieht sich auf die Punkte des beobachteten Linienzuges zwischen den Punkten P_i und P_k , welcher der geodätischen Linie $P_i P_k$ am nächsten verläuft. Die in den Kolonnen (3) und (4) der Tabelle auf S. 164 eingeklammerten Zahlen sind auf diese Weise erhalten worden. Bei den beiden Linien Rosendaël—Nieuport und Brocken—Göttingen musste für $v_{i,k}-v_{k,i}$, sowie für $v_{i,k}$ und $v_{k,i}$ die Ausgleichung etwas anders stattfinden, als in dem auf S. 160/162 angegebenen Beispiele Breslau—Trockenberg, da infolge der Form der Ketten die zugehörigen Normalgleichungen nicht wie bei den Gleichungen (3), S. 154, in den nicht-quadratischen Gliedern sämtlich Minusvorzeichen haben.

Die Ergebnisse der Gewichtsschätzungen sind in der folgenden Zusammenstellung aufgeführt. Vermittelt der mittleren Fehlerquadrate der Gewichtseinheiten, die von S. 152 hier nochmals hergesetzt sind, ergeben sich sodann die mittleren Fehlerquadrate

$$\mu^2_{v_{i,k}}, \mu^2_{v_{k,i}}, \mu^2_{v_{i,k}-v_{k,i}}.$$

In den Kolonnen (7) und (8) dieser Tabelle geben die eingeklammerten Zahlen bei den Linien 3.4, 6.7, 8.9, 9.10, 10.11, 11.13, 13.14, 8.15, 15.17 und 17.18 die proportional vergrösserten Werthe von $\mu^2_{v_{i,k}}$ und $\mu^2_{v_{k,i}}$ an, deren Summe jetzt gleich dem entsprechenden Werthe von $\mu^2_{v_{i,k}-v_{k,i}}$ wird. Die durchschnittliche Vergrösserung bei den zum Polygon Leipzig—Warschau gehörigen Linien beträgt 20 Procent des Betrages der mittleren Fehlerquadrate.

Die eingeklammerten Werthe in den Columnen (7) und (8) sind für die weitere Rechnung zur Verwendung gekommen*).

Die mittleren Fehlerquadrate für die Richtungen der geodätischen Linien.

Geodätische Linie				Reciprokes Gewicht von			Mittleres Fehlerquadrat der Gewichtseinheit	μ^2		
i		k		$v_{i,k}$	$v_{k,i}$	$v_{i,k}-v_{k,i}$		für $v_{i,k}$	für $v_{k,i}$	für $v_{i,k}-v_{k,i}$
	(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0	Greenwich . .	1	Feaghlmain . .	(4,51)	(4,81)	9,32	1,66	(7,49)	(7,98)	15,47
0	Greenwich . .	3	Rosendaël . . .	(2,89)	(2,85)	5,74	1,26	(3,64)	(3,59)	7,23
3	Rosendaël . . .	4	Nieuport	0,90	1,00	2,00	0,44	0,40 (0,42)	0,44 (0,46)	0,88
4	Nieuport	5	Bonn	(3,97)	(6,11)	10,08	1,00	(3,97)	(6,11)	10,08
5	Bonn	6	Brocken	(4,77)	(2,34)	7,11	0,48	(2,29)	(1,12)	3,41
6	Brocken	7	Göttingen	0,80	2,61	3,26	0,18	0,14 (0,14)	0,47 (0,45)	0,59
6	Brocken	8	Leipzig	(1,42)	(1,55)	2,97	0,12	(0,17)	(0,19)	0,36
8	Leipzig	9	Grossenhain . . .	1,12	1,15	2,40	0,15	0,17 (0,18)	0,17 (0,18)	0,36
9	Grossenhain . .	10	Schneekoppe . .	1,71	1,02	3,40	0,17	0,29 (0,36)	0,17 (0,22)	0,58
10	Schneekoppe . .	11	Breslau	0,84	1,29	2,40	0,18	0,15 (0,17)	0,23 (0,26)	0,43
11	Breslau	13	Trockenberg . .	1,67	1,28	3,75	0,26	0,43 (0,55)	0,33 (0,42)	0,97
13	Trockenberg . .	14	Mirow	0,98	1,49	2,73	0,76	0,74 (0,82)	1,13 (1,25)	2,07
8	Leipzig	15	Rauenberg . . .	1,48	1,68	3,52	0,17	0,25 (0,28)	0,29 (0,32)	0,60
15	Rauenberg . . .	17	Springberg . . .	2,82	2,94	7,49	0,17	0,48 (0,62)	0,50 (0,65)	1,27
17	Springberg . . .	18	Schönsee	1,62	2,13	5,11	0,17	0,28 (0,38)	0,36 (0,49)	0,87

Bei der geodätischen Linie Mirow—Warschau wurden, wie schon erwähnt, mit Hülfe der Gleichungen (11) und (10), S. 156, die reciproken Gewichte der Winkel Olstin—Mirow—Warschau, Observatorium, und Warschau, Theater,—Warschau, Observatorium,—Mirow bestimmt. Man er-

*) Infolge eines Versehens ist bei der Linie Rosendaël—Nieuport als mittleres Fehlerquadrat der Gewichtseinheit 0,66 statt 0,44 eingeführt worden. Die später bei der Ausgleichung angewendeten Werthe sind daher um die Hälfte zu gross.

hielt, die Gewichte sämtlicher Dreieckswinkel gleich 1 vorausgesetzt, für das reciproke Gewicht des ersteren 8,42 und für das des zweiten 11,91. Mit 0,46 als mittlerem Fehlerquadrat eines Winkels (S. 152) findet man daher als mittleres Fehlerquadrat

für den Winkel Olstin—Mirow—Warschau, Observatorium = $8,42 \cdot 0,46 = 3,87$
und „ „ „ „ Warschau, Theater,—Warschau, Observatorium,—Mirow = $11,91 \cdot 0,46 = 5,48$.

Mithin wird man das mittlere Fehlerquadrat

der Richtung Mirow—Warschau, Observatorium = $3,87 - 0,23 = 3,64$
und „ „ „ Warschau, Observatorium,—Mirow = $5,48 - 0,23 = 5,25$

setzen können.

Bei der geodätischen Linie Schönsee—Warschau, Observatorium, ist in derselben Weise das reciproke Gewicht

des Winkels Warschau, Observatorium,—Schönsee—Cuhnsee zu 5,47
und das des Winkels Warschau, Theater,—Warschau, Observ.,—Schönsee zu 5,00

geschätzt worden.

Das mittlere Fehlerquadrat der Gewichtseinheit ist nach S. 152 = 0,58. Damit erhält man als mittleres Fehlerquadrat

des Winkels Warschau, Observatorium,—Schönsee—Cuhnsee $5,47 \cdot 0,58 = 3,17$
und des Winkels Warschau, Theater,—Warschau, Observatorium,—Schönsee $5,00 \cdot 0,58 = 2,90$,
und hieraus das mittlere Fehlerquadrat

der Richtung Schönsee—Warschau, Observatorium = $3,17 - 0,29 = 2,88$
und der Richtung Warschau, Observatorium,—Schönsee = $2,90 - 0,29 = 2,61$.

Schliesslich sind die mittleren Fehlerquadrate der Richtungen noch um 20% ihrer Beträge, entsprechend der durchschnittlichen Vergrösserung bei den anderen Linien, erhöht worden, so dass sich also für die Ausgleichung die nachfolgenden Werthe von $\mu_{v_{i,k}}^2$ und $\mu_{v_{k,i}}^2$ ergaben.

Die mittleren Fehlerquadrate für die Richtungen der geodätischen Linien.

Geodätische Linie				μ^2	
<i>i</i>		<i>k</i>		für $v_{i,k}$	für $v_{k,i}$
14	Mirow	19	Warschau	4,37	6,30
18	Schönsee	19	Warschau	3,46	3,13

Zu den einzelnen Ketten, welche zur Gewichtsbestimmung für die Richtungen der geodätischen Linien ausgewählt wurden, ist noch Folgendes zu bemerken.

Bei Greenwich—Feaghmain liess sich die, beide Punkte verbindende, dem Laufe der geodätischen Linie folgende Dreieckskette nicht aus lauter gegenseitig beobachteten Richtungen herstellen. Da jedoch die 3 Punkte dieser für die Gewichtsbestimmung gewählten Kette, auf denen je eine einseitig beobachtete Richtung vorkommt, Centralpunkte von Polygonen im englischen Netz sind, so wurden auch diese Richtungen als beobachtet angesehen. Zur Einfügung von Greenwich in die Kette, auf welchem Punkte keine Messungen stattgefunden haben, welcher aber von 3 Stationen des Hauptnetzes aus angeschnitten ist, wurde noch ein beobachtetes Dreieck mit Greenwich als Eckpunkt angenommen.

Auch bei der Kette, welche zur Verbindung von Greenwich mit Rosendaël aus dem Netze ausgesucht ist, kommt auf 2 Punkten je eine einseitig beobachtete Richtung vor; aber beide Punkte sind durch andere Beobachtungen im Netze so festgelegt, dass man für die Gewichtsbestimmung auch diese Richtungen als gegenseitig beobachtete ansehen konnte.

Bei den geodätischen Linien Nieuport—Bonn und Bonn—Brocken wurde das mittlere Fehlerquadrat der Differenz der Richtungsverbesserungen so bestimmt, als ob in Bonn die Linien von der Meridianmarke ausgingen.

§ 6. Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate der linearen Längen der geodätischen Linien.

Die Schätzung der mittleren Fehlerquadrate μ_s^2 für die linearen Längen der geodätischen Linienzüge Leipzig—Grossenhain—Schneekoppe—Breslau—Trockenberg—Mirow und Leipzig—Rauenberg—Springberg—Schönsee ist vermitteltst der Formeln und Tabellen in der bereits erwähnten Veröffentlichung von Dr. *Paul Simon*: „Gewichtsbestimmungen für Seitenverhältnisse in schematischen Dreiecksnetzen“ erfolgt. Wenn die geodätische Linie ganz oder theilweise auf verschiedenen Wegen abgeleitet werden konnte, so wurde darauf Rücksicht genommen.

Bei dieser Schätzung ist die zur Ableitung der linearen Längen des Dreiecksnetzes dienende Anfangsseite als fehlerlos angesehen.

Mit Benutzung der auf S. 152 aufgeführten mittleren Fehlerquadrate für die Gewichtseinheiten haben sich für μ_s^2 die nachstehenden Werthe ergeben.

$S_{i,k}$	Geodätische Linie	μ_s^2
8. 9	Leipzig — Grossenhain	0,08
9.10	Grossenhain — Schneekoppe	0,42
10.11	Schneekoppe — Breslau	0,15
11.13	Breslau — Trockenberg	0,32
13.14	Trockenberg — Mirow	0,11
8.15	Leipzig — Rauenberg	0,24
15.17	Rauenberg — Springberg	1,71
17.18	Springberg — Schönsee	0,39

Bei den beiden geodätischen Linien Mirow—Warschau und Schönsee—Warschau sind die zugehörigen μ^2_s nach der von Professor *Helmert* in den Lothabweichungen. Heft I, S. 73, benutzten Formel geschätzt worden. Wenn nämlich bei einer, aus Winkelbeobachtungen mit gleicher Genauigkeit hervorgegangenen Dreieckskette von $2i$ gleichseitigen Dreiecken aus einer fehlerlosen Seite a die Summe der obern Längsseiten der Kette, $S = ia$, abgeleitet wird, so ist ihr mittleres Fehlerquadrat

$$\mu^2_s = S^2 \frac{\mu'^2}{9^{n^2}} \frac{4i^2 + 3i + 5}{9i},$$

wo μ'^2 das Quadrat des mittleren Winkelfehlers bedeutet. Nach dieser Formel wurde erhalten:

$S_{i,k}$	Geodätische Linie	μ^2_s
14.19	Mirow — Warschau	3,80
18.19	Schönsee — Warschau	2,18

§ 7. Die mittleren Fehlerquadrate der astronomischen Orientirungen der geodätischen Linien.

Die Verbesserung $\delta T'_{i,k}$ des astronomischen Azimutes einer die beiden Punkte P_i und P_k verbindenden geodätischen Linie kann auf die Form

$$\delta T'_{i,k} = \delta_{i,o} - v_{i,o} + v_{i,k} = \delta_i + v_{i,k}$$

gebracht werden. Vergl. Lothabweichungen. Heft I, S. 66.

$\delta_{i,o}$ bedeutet die Verbesserung des zur Orientirung der Linie $P_i P_k$ dienenden Azimutes der Richtung $P_i P_o$, welche dem betreffenden Hauptnetz angehört, und $-v_{i,o} + v_{i,k}$ die Verbesserung des Winkels zwischen der Richtung $P_i P_o$ und der geodätischen Linie $P_i P_k$.

Ist die Bestimmung des Azimutes nicht für eine Richtung des Hauptnetzes erfolgt, bezieht sich z. B. die Messung desselben auf eine besondere Marke, so ist in $\delta_{i,o}$ ausser dem Fehler der astronomischen Beobachtung auch noch der Fehler des den Anschluss an die Richtung $P_i P_o$ vermittelnden Winkels enthalten. In diesem Falle ist also

$$\delta_{i,o} = \delta + w,$$

wenn δ der Fehler der reinen Azimutbeobachtung und w der Fehler des Uebertragungswinkels ist.

Da man mit hinreichender Annäherung annehmen kann, dass $v_{i,o}$ und $v_{i,k}$ voneinander unabhängig sind, so wurde wie schon in § 2, S. 148, angegeben ist, $\delta_{i,o} - v_{i,o}$ durch ein Symbol δ_i zusammengefasst.

Im Folgenden soll nun für die *Laplace*schen Punkte in Gebiete der Längengradmessung eine Schätzung des mittleren Werthes von δ_i^2 vorgenommen werden.

Werden die mittlern Fehlerquadrate durch μ^2 mit dem entsprechenden Buchstaben als Index bezeichnet, so ist

$$\mu_{\delta_i}^2 = \mu_{\delta_{i.o}}^2 + \mu_r^2,$$

worin für $\mu_{v_{i.o}}^2$ der mittlere Richtungsfehler μ_r^2 eingeführt wird.

Bezog sich die Azimutbestimmung nicht auf eine Hauptdreiecksseite, so ist $\mu_{\delta_{i.o}}^2$ zu ersetzen durch

$$\mu_{\delta_{i.o}}^2 = \mu_{\delta}^2 + \mu_w^2.$$

An Stelle der aus den Stationsbeobachtungen sich ergebenden besonderen mittleren Azimutfehler, die meistens zu klein sein dürften, ist in den meisten Fällen ein Mittelwerth genommen worden. Aus Doppelbestimmungen astronomischer Azimute, welche vom Geodätischen Institute ausgeführt sind, hatte sich als mittlerer Fehler einer einfachen Azimutmessung abgerundet $\pm 0,80$ ergeben. (Lothabweichungen. Heft I, S. 67). Dieser Werth wurde in allgemeinen beibehalten. Es ist also angesetzt worden:

für eine einfache Azimutbestimmung	$\mu_{\delta}^2 = 0,64$	$\mu_{\delta} = \pm 0,80$
„ „ zweifache	„ „ = 0,32	„ = $\pm 0,57$
„ „ dreifache	„ „ = 0,21	„ = $\pm 0,46$.

Der Werth 0,21 als mittleres Fehlerquadrat der Azimutbeobachtung ist für die Stationen Schneekoppe, S. 41/42, und Rauenberg, S. 45, zur Verwendung gekommen; der Werth 0,32 ist den Azimutmessungen auf Grossenhain, S. 41, Trockenberg, S. 43, Springberg, S. 46, und Schönsee, S. 46, beigelegt worden; der Werth 0,64 endlich kam zur Anwendung für die Punkte Feaghmain, S. 32/33, Rosendaël, S. 35, Nieuport, S. 36, Brocken, S. 38, Leipzig, S. 40, und Breslau, S. 42. Für Bonn, S. 37, ist der Werth beibehalten, welcher im I. Heft der Lothabweichungen, S. 67, benutzt, und welcher nach *Argelanders* Angabe angesetzt wurde, nämlich $\mu_{\delta}^2 = 0,49$. Ueber die *Gauss'sche* Bestimmung des Azimutes in Göttingen, S. 39, ist nichts Näheres bekannt; es ist hier willkürlich der mittlere Fehler halb so gross wie bei Bonn, also $\mu_{\delta}^2 = 0,12$, angenommen worden. Der Werth für Bonn, $\mu_{\delta}^2 = 0,49$, ist auch für die Azimutbeobachtung in Greenwich, S. 34, einschliesslich der Uebertragung von der Marke auf den trigonometrischen Punkt Chingford angesetzt; über die Azimutbestimmung, welche nach dem „Account of the principal triang.“ S. 675, als besonders gut angesehen werden kann, liess sich von uns nichts Weiteres ermitteln. Für Warschau, S. 47, wurde der durchschnittliche Werth des wahrscheinlichen Fehlers aus 17 russischen Azimutbeobachtungen $\pm 1,00$ (Generalbericht für 1892, S. 474/477) und demgemäss der mittlere Fehler der Azimutmessung zu $\pm 1,5$ angenommen.

Bei den folgenden Stationen, bei denen das Azimut einer Marke oder einer nicht zum Hauptnetz gehörigen Richtung beobachtet ist, war noch der Fehler der Uebertragung auf eine Netzrichtung zu berücksichtigen.

Auf der Azimutstation Kilbeg für Feaghmain ist das Azimut einer Marke bestimmt worden. Der mittlere Winkelfehler im englischen Dreiecksnetz ist nach S. 151 = $\pm 1,83$.

(Berechnet man aus den Angaben der „Determination of the positions of Feaghmain and Haverfordwest“, S. 15/16, den mittleren Richtungsfehler, so erhält man für diesen $\sqrt{\frac{68,6}{19} \cdot 0,51} = \pm 1,36$, also für den mittleren Winkelfehler $\pm 1,92$. Da dieser Werth nur wenig von dem aus den Dreieckswidersprüchen ermittelten abweicht, so wurde $\pm 1,83$ beibehalten.) Die mittlere Unsicherheit der Uebertragung des Azimutes auf die Richtung Feaghmain—Kilbeg durch Berechnung der relativen Lothabweichung beider Punkte ist zu $\pm 0,50$ angesetzt worden. Das mittlere Fehlerquadrat $\mu_{\delta_{i.o}}^2$ des Azimutes in Feaghmain setzt sich daher wie folgt zusammen:

$$\mu_{\delta_{i.o}}^2 = 0,80^2 + 1,83^2 + 0,50^2 = 4,24.$$

In Nieuport wurde die Azimutnivre mit den Richtungen Ghistelles und Mt. Kemmel durch Winkelmessungen verbunden. Als mittleres Fehlerquadrat der Uebertragung ist die Hälfte des Quadrates des mittleren Winkelfehlers im belgischen Hauptdreiecksnetz $= \frac{1}{2} \cdot 1,16^2$, (L.-Gr. I, S. 85) angenommen worden; mithin wird hier $\mu_{\delta_{i.o}}^2 = 0,80^2 + \frac{1}{2} \cdot 1,16^2 = 1,31$.

Auf Brocken vergrößert sich der Fehler der Azimutmessung durch den Fehler des Anschlusswinkels Fallstein—Brocken, Thurmmittel, —Olmberg. Mit Rücksicht auf die Centrirung von der Thurmmittel auf den Punkt der Längengradmessung ist für die Winkelmessung als mittlerer Fehler $\pm 0,80$ in Anschlag gebracht, so dass für Brocken $\mu_{\delta_{i.o}}^2 = 0,80^2 + 0,80^2 = 1,28$ wird.

Das beobachtete Azimut in Leipzig wird durch den Winkel Wachberg—Colln an die Richtung nach Colln angeschlossen. Als mittlerer Fehler dieses dem Füllnetze angehörigen Winkels ist, indem noch berücksichtigt wurde, dass das Azimut auf den Punkt der Längengradmessung zu reduciren war, das Doppelte des mittleren Fehlers im sächsischen Hauptnetz angesetzt worden. Mithin ist für Leipzig $\mu_{\delta_{i.o}}^2 = 0,80^2 + 0,70^2 = 1,13$.

Der Anschluss der in Breslau beobachteten Meridianmarke wurde durch den Winkel Marke—Goy bewirkt. Der mittlere Fehler dieses Winkels ist nach S. 12 $= \pm 0,80 \sqrt{2}$, mithin ergibt sich $\mu_{\delta_{i.o}}^2 = 0,80^2 + 2 \cdot 0,80^2 = 1,92$.

In Bezug auf den mittleren Richtungsfehler μ_r waren für einige Stationen noch besondere Erwägungen anzustellen.

Bei Bonn war darauf Rücksicht zu nehmen, dass kleine Fehler in der Centrirung, da die zur Uebertragung des Azimutes in das Dreiecksnetz dienende Linie Sternwarte—Meridianmarke nur 1679 m beträgt, von Einfluss sein können. Nimmt man als mittleren Centrirungsfehler ± 2 mm an, so würde die Abweichung einer Richtung im Mittel $\sqrt{\frac{1}{2}} \varrho'' \frac{0,002}{1679} = \pm 0,17$ betragen. Damit wird μ_r^2 um 0,03 erhöht. Vergl. Lothabw. H. I, S. 67.

Im Göttinger Basisnetz konnte die Sicht zwischen den beiden Punkten Sternwarte und Nördliches Meridianzeichen nicht mehr erlangt werden. Da aber die Einfügung beider Punkte in das Basisnetz sehr gut ist, der mittlere Richtungsfehler $\pm 0,57$ desselben, welcher durch Mitnahme der Hülfpunkte entstanden ist, vergl. S. 151, aber schon ziemlich hoch angenommen sein dürfte, so ist von einer Vergrößerung des μ_r^2 abgesehen worden.

Vom Observatorium in Warschau aus ist die Spitze einer Pyramide auf dem Theater beobachtet. Hierbei können leicht Auffassungs- und Centrirungsfehler von ziemlichem Betrage begangen sein. Die Entfernung des Theaters vom Observatorium beträgt 3194 m. Wenn nun

als mittlerer Gesamtfehler ± 1 cm angenommen wird, so beträgt der mittlere Fehler der Richtung $\sqrt{\frac{1}{2}} \varrho'' \frac{0,01}{3194} = \pm 0,46$, und μ_r^2 vergrößert sich um 0,21.

Zusammenstellung der mittleren Fehlerquadrate der astronomischen Orientierungen.

i	Laplace'scher Punkt	$\mu_{\delta_{i.o}}^2$	μ_r^2	$\mu_{\delta_i}^2$
0	Greenwich	0,49	1,66	2,15
1	Feaghmain	4,24	1,66	5,90
3	Rosendaël	0,64	0,44	1,08
4	Nieuport	1,31	0,44	1,75
5	Bonn	0,49	0,41 + 0,03	0,93
6	Brocken	1,28	0,30	1,58
7	Göttingen	0,12	0,32	0,44
8	Leipzig	1,13	0,18	1,31
9	Grossenhain	0,32	0,06	0,38
10	Schneekoppe	0,21	0,18	0,39
11	Breslau	1,92	0,64	2,56
13	Trockenberg	0,32	0,19	0,51
15	Rauenberg	0,21	0,25	0,46
17	Springberg	0,32	0,17	0,49
18	Schönsee	0,32	0,17	0,49
19	Warschau	2,25	0,28 + 0,21	2,74

Für μ_r^2 ist das mittlere Fehlerquadrat einer Richtung desjenigen Netzes angenommen worden, welchem die Orientierungsrichtung angehört; und zwar sind die Werthe der mittleren Fehlerquadrate gewählt, welche auch schon bei der Ableitung der mittleren Fehlerquadrate der Gewichtseinheiten, S. 152, benutzt wurden.

Der Nachweis der angewendeten Werthe findet sich für Feaghmain und Greenwich wie schon erwähnt in *Ferreros* „Rapport“ 1892, S. 30; für Rosendaël, Nieuport, Leipzig, Schneekoppe, Rauenberg, Bonn und Grossenhain in der L.-Gr. I, S. 78, 120, 246, 248 und 249; und für Breslau im 1. Kap., § 6, S. 12. Wenn die Orientierungsrichtung innerhalb zweier Netze lag oder zwei verschiedenen Netzen angehörte, so ist ihre mittlere Abweichung aus den mittleren Richtungsfehlern der beiden Netze zusammengesetzt. Dem entsprechend ist nach L.-Gr. I, S. 101 und S. 106, bei Brocken $\mu_r^2 = \frac{0,69^2 + 0,34^2}{2} = 0,30$, bei Trockenberg nach L.-Gr. I, S. 136 und S. 148, $\mu_r^2 = \frac{0,51^2 + 0,35^2}{2} = 0,19$; und bei Warschau nach L.-Gr. I, S. 14, $\mu_r^2 = \frac{0,68^2 + 0,80^2}{4} = 0,28$.

Für Springberg und Schönsee ist $\mu^2 = 0,17$ angenommen worden; vergl. S. 152. Diesem Werthe entspricht ein mittlerer Winkelfehler von $\pm 0",58$. Aus den Dreiecksabschlüssen der Ketten, welchen Springberg und Schönsee angehören, würde sich ein kleinerer Werth ergeben haben. Die Dreiecksabschlüsse der Küstenvermessung, der Kette von 1865 und der Weichselkette geben nach der L.-Gr. I, S. 13, die mittleren Fehler bezüglich zu $\pm 0",56$, $\pm 0",47$, $\pm 0",49$. Nach Prof. *Jordan**) sind die mittleren Fehler eines aus der Stationsausgleichung hervorgehenden Winkels angenähert bei der Küstenvermessung: $\pm 0",77$, bei der Kette von 1865: $\pm 0",64$, und bei der Weichselkette: $\pm 0",57$. Das Mittel sämmtlicher Werthe ist $\pm 0",58$.

§ 8. Die mittleren Fehlerquadrate der astronomischen Längen.

Da von uns die Resultate der schon mehrfach erwähnten Ausgleichung des astronomischen Längennetzes durch Herrn *van de Sande Bakhuyzen* bei den Berechnungen der Lothabweichungen angewendet sind, so werden wir diese Ausgleichung auch für die Ableitung der mittleren Fehlerquadrate der eingeführten Längenwerthe benutzen. Abgesehen davon, dass schon die apriorischen Gewichtsannahmen für die einzelnen, der Ausgleichung unterworfenen Längendifferenzen, wie es nicht anders möglich ist, manches Willkürliche enthalten, sind aber auch die Normalgleichungen dieser Ausgleichung für unsern Zweck, der nicht vorausgesehen werden konnte, nicht unmittelbar zu verwerthen. Erstens sind alle die Punkte, die nur gegen einen anderen Punkt bestimmt wurden, wie es selbstverständlich ist, fortgelassen, und zweitens waren alle Punkte, deren Längendifferenz nur gegen zwei andere Punkte beobachtet worden war, eliminirt; und zwar geschah diese Elimination in der Weise, dass die beiden Längendifferenzen für den fraglichen Punkt mit der direkten Längenbestimmung zwischen den beiden Anschlusspunkten ihren Gewichten gemäss zu einer vereinigt, oder, falls die direkte Bestimmung selbst nicht vorhanden war, zu einer Längenbestimmung zusammengesetzt wurden. Die Ausgleichung des Herrn *Bakhuyzen*, die nach vermittelnden Beobachtungen erfolgte, enthält deshalb die nachstehenden *Laplaceschen* Punkte der Längengradmessung nicht.

I. Punkte, die nur mit einem anderen zusammenhängen:

(1) Feaghmain, bestimmt gegen	(0) Greenwich; Gewicht: 1
(3) Rosendaël, „ „	(3*) Paris; „ 3
(9) Grossenhain, „ „	(8) Leipzig; „ 2
(15) Rauenberg, „ „	(16) Berlin; „ 3.

II. Punkte, die mit zwei anderen zusammenhängen:

(4) Nieuport, bestimmt gegen	(0) Greenwich und	(5) Bonn; Gewichte: 1 und 1
(6) Brocken, „ „	(7) Göttingen „	(8) Leipzig; „ $1\frac{1}{3}$ „ $1\frac{1}{3}$
(10) Schneekoppe, „ „	(16) Berlin „	(11) Breslau; „ 3 „ 3
(17) Springberg, „ „	(16) Berlin „	(18) Schönsee; „ 2 „ 2.

Für Paris ist hierbei vorübergehend die Bezeichnung (3*) eingeführt worden. Die vier ersten, von *Bakhuyzen* nicht angegebenen Gewichte sind nach den von ihm befolgten Grundsätzen geschätzt worden. Die Gewichte der unter II aufgeführten Längenbestimmungen finden

*) Das deutsche Vermessungswesen etc. I. Band. Höhere Geodäsie und Topographie des Deutschen Reiches, herausgegeben von Dr. *W. Jordan*, Professor. Stuttgart, 1882. S. 134.

sich in den „Verhandlungen der Internationalen Erdmessung in Brüssel, 1892“, S. 210, 205, 212, 213. Für Nieuport und Springberg fehlen die direkten Längenbestimmungen zwischen den Anschlusspunkten, für Brocken und Schneekoppe sind auch diese noch vorhanden und in der Ausgleichung berücksichtigt.

Wären alle *Laplaceschen* Punkte der Längengradmessung in die Ausgleichung aufgenommen worden, so hätte man nur die Normalgleichungen, die sich auf diese Punkte beziehen, an das Ende des *Bakhuyzenschen* Systems zu setzen und zunächst alle vorhergehenden Unbekannten zu eliminieren.

Die allgemeine (umgekehrte) Auflösung dieser Gleichungen würde dann die Gewichtsgleichungen liefern, die in ganz derselben Weise, wie die Resultate der Stationsausgleichungen nach der *Besselschen* Methode in die Dreiecksnetzausgleichung, in unsere Ausgleichung einzuführen wären, nachdem sie vorher durch Multiplikation mit einem bestimmten konstanten Faktor auf die von uns angenommene Gewichtseinheit reducirt worden wären. Oder, da dieses Verfahren rechnerisch unbequem ist, und da auch die ganze Sachlage eine so strenge Methode nicht verlangt, so hätte man statt dessen nach dem in der L.-Gr. I, S. 37/38, entwickelten Verfahren, das ganze System der in Frage kommenden astronomischen Längen wie einen vollen Satz voneinander unabhängiger Richtungsbeobachtungen mit ungleichen Gewichten behandeln können, vorausgesetzt, dass der Anschluss an das strenge Gewichtssystem sämtlicher Längendifferenzen hinlänglich genau wäre.

Diese Methode liess sich nun in vorliegendem Falle aus den schon angegebenen Gründen nicht unmittelbar anwenden. Vielmehr wurde in folgender Weise vorgegangen, wobei unter Berücksichtigung der gegebenen Umstände möglichst streng verfahren wurde.

Die 44 Normalgleichungen der *Bakhuyzenschen* Ausgleichung wurden zunächst so umgestellt, dass die Normalgleichungen für (0) Greenwich, (3*) Paris, (5) Bonn, (7) Göttingen, (8) Leipzig, (11) Breslau, (13) Trockenberg, (16) Berlin, (18) Schönsee und (19) Warschau in dieser Reihenfolge an das Ende des Systems zu stehen kamen. Sodann wurden die ersten 34 Unbekannten nach dem *Gauss'schen* Algorithmus eliminirt, wonach die folgenden 10 Normalgleichungen übrig blieben.

Konst.	(0)	(3*)	(5)	(7)	(8)	(11)	(13)	(16)	(18)	(19)
0 =	<u>+ 8,9</u>	— 4,5	— 1,2	.	— 1,0	.	.	— 2,0	.	— 0,2
+ 102 =	— 4,5	<u>+ 17,3</u>	— 5,1	.	— 1,9	.	.	— 5,3	.	— 0,5
— 35 =	— 1,2	— 5,1	<u>+ 15,1</u>	— 0,6	— 2,5	.	.	— 5,5	.	— 0,2
— 103 =	.	.	— 0,6	<u>+ 5,6</u>	— 2,0	.	.	— 2,9	.	— 0,1
— 37 =	— 1,0	— 1,9	— 2,5	— 2,0	<u>+ 11,7</u>	— 0,6	.	— 3,1	.	— 0,6
— 73 =	— 0,6	<u>+ 10,5</u>	— 2,3	— 4,3	— 2,3	— 1,0
+ 553 =	— 2,3	<u>+ 7,8</u>	— 0,8	— 4,3	— 0,4
— 1 =	— 2,0	— 5,3	— 5,5	— 2,9	— 3,1	— 4,3	— 0,8	<u>+ 30,8</u>	— 1,8	— 5,1
— 569 =	— 2,3	— 4,3	— 1,8	<u>+ 8,8</u>	— 0,4
+ 163 =	— 0,2	— 0,5	— 0,2	— 0,1	— 0,6	— 1,0	— 0,4	— 5,1	— 0,4	<u>+ 8,5</u>

Die *Bakhuyzenschen* Stationsnummern sind hierbei schon durch unsere ersetzt worden. Die Rechnung war noch eine Stelle weiter geführt worden; es wurde jedoch wie umstehend abgerundet, wobei darauf Rücksicht genommen wurde, dass die Summe der Gleichungen identisch null sein muss. Die konstanten Glieder wurden nur zum Zwecke der Kontrolle mitgenommen. In der That erhält man mit $(0) = \text{null}$ aus der Auflösung dieser Gleichungen die von *Bakhuyzen* gefundenen Verbesserungen der vorläufig angenommenen Längen für die in Frage kommenden Punkte.

Die allgemeine Auflösung dieser Gleichungen, ebenfalls für $(0) = \text{null}$, giebt nachstehendes System der Gewichtskoeffizienten $Q_{i.k}$.

	(3*)	(5)	(7)	(8)	(11)	(13)	(16)	(18)	(19)
(3*)	0,129	0,099	0,095	0,093	0,095	0,095	0,095	0,095	0,095
(5)		0,166	0,119	0,114	0,113	0,113	0,113	0,113	0,110
(7)			0,313	0,143	0,132	0,132	0,132	0,132	0,129
(8)				0,192	0,122	0,119	0,115	0,119	0,118
(11)					0,272	0,221	0,143	0,216	0,157
(13)						0,368	0,144	0,274	0,161
(16)							0,148	0,144	0,137
(18)								0,341	0,159
(19)									0,251

Die $Q_{i.k}$ sollen nun dazu benutzt werden, nach dem schon erwähnten Verfahren dieses System durch einen einfachen Satz unabhängiger Längenbestimmungen mit verschiedenen Gewichten zu ersetzen. Zu diesem Zweck bildet man zunächst in bekannter Weise die folgende Zusammenstellung der reciproken Gewichte $q_{i.k}$ sämtlicher möglichen Längendifferenzen.

	(3*)	(5)	(7)	(8)	(11)	(13)	(16)	(18)	(19)
(0)	0,129	0,166	0,313	0,192	0,272	0,368	0,148	0,341	0,251
(3*)		0,097	0,252	0,135	0,211	0,307	0,087	0,280	0,190
(5)			0,241	0,130	0,212	0,308	0,088	0,281	0,197
(7)				0,219	0,321	0,417	0,197	0,390	0,306
(8)					0,220	0,322	0,110	0,295	0,207
(11)						0,198	0,134	0,181	0,209
(13)							0,228	0,161	0,297
(16)								0,201	0,125
(18)									0,274

Diese Zusammenstellung lässt sich in aller Strenge nun leicht derart erweitern, dass sie auch noch die vier Punkte: (1) Feaghmain, (3) Rosendaël, (9) Grossenhain und (15) Rauenberg, die nur mit einem Punkt der Ausgleichung verbunden sind, enthält. Ist nämlich die Längendifferenz des Punktes m gegen den Punkt n mit dem reciproken Gewicht $q_{n.m}$ bestimmt,

so bleibt dieses durch die Ausgleichung ungeändert, während die reciproken Gewichte der Längendifferenz von m gegen jeden andern Punkt i durch die Gleichung

$$q_{m,i} = q_{n,m} + q_{n,i}$$

bestimmt ist. Hiernach erhält man:

	(1)	(3*)	(3)	(5)	(7)	(8)	(9)	(11)	(13)	(16)	(15)	(18)	(19)
(0)	1,000	0,129	0,462	0,166	0,313	0,192	0,692	0,272	0,368	0,148	0,481	0,341	0,251
(1)		1,129	1,462	1,166	1,313	1,192	1,692	1,272	1,368	1,148	1,481	1,341	1,251
(3*)			0,333	0,097	0,252	0,135	0,635	0,211	0,307	0,087	0,420	0,280	0,190
(3)				0,430	0,585	0,468	0,968	0,544	0,640	0,420	0,753	0,613	0,523
(5)					0,241	0,130	0,630	0,212	0,308	0,088	0,421	0,281	0,197
(7)						0,219	0,719	0,321	0,417	0,197	0,530	0,390	0,306
(8)							0,500	0,220	0,322	0,110	0,443	0,295	0,207
(9)								0,720	0,822	0,610	0,943	0,795	0,707
(11)									0,198	0,134	0,467	0,181	0,209
(13)										0,228	0,561	0,161	0,297
(16)											0,333	0,201	0,125
(15)												0,534	0,458
(18)													0,274

Hierauf ist nun das Näherungsverfahren anzuwenden, L.-Gr. I, S. 37/38. Jedoch hat man vorher alles, was sich auf (3*) Paris bezieht, fortzulassen, da Paris kein Punkt der Längengradmessung ist und seine Mitnahme ausserdem die Darstellung der $q_{i,k}$ durch die q_i verschlechtern würde. (Diese Werthe sind deshalb vorher schon mit kleineren Ziffern gedruckt.) Berlin dagegen muss beibehalten werden, da es zur Einschaltung der Punkte Schneekoppe und Springberg dient und demgemäss, wenigstens bei dem von uns eingeschlagenen Verfahren, in die Bedingungsgleichungen eintritt.

Man findet:

Nr.	Station	q_i
(0)	Greenwich	0,108
(1)	Feaghmain	1,108
(3)	Rosendaël	0,397
(5)	Bonn	0,070
(7)	Göttingen	0,187
(8)	Leipzig	0,073
(9)	Grossenhain	0,573
(11)	Breslau	0,114
(13)	Trockenberg	0,199
(16)	Berlin	0,022
(15)	Rauenberg	0,355
(18)	Schönsee	0,174
(19)	Warschau	0,119

Zu diesen q_i gehören die reciproken Gewichte:

	(1)	(3)	(5)	(7)	(8)	(9)	(11)	(13)	(16)	(15)	(18)	(19)
(0)	1,216 + 216	0,505 + 43	0,178 + 12	0,295 — 18	0,181 — 11	0,681 — 11	0,222 — 50	0,307 — 61	0,130 — 18	0,463 — 18	0,282 — 59	0,227 — 24
(1)		1,505 + 43	1,178 + 12	1,295 — 18	1,181 — 11	1,681 — 11	1,222 — 50	1,307 — 61	1,130 — 18	1,463 — 18	1,282 — 59	1,227 — 24
(3)			0,467 + 37	0,584 — 1	0,470 + 2	0,970 + 2	0,511 — 33	0,596 — 44	0,419 — 1	0,752 — 1	0,571 — 42	0,516 — 7
(5)				0,257 + 16	0,143 + 13	0,643 + 13	0,184 — 28	0,269 — 39	0,092 + 4	0,425 + 4	0,244 — 37	0,189 — 8
(7)					0,260 + 41	0,760 + 41	0,301 — 20	0,386 — 31	0,209 + 12	0,542 + 12	0,361 — 29	0,306 0
(8)						0,646 + 146	0,187 — 33	0,272 — 50	0,095 — 15	0,428 — 15	0,247 — 48	0,192 — 15
(9)							0,687 — 33	0,772 — 50	0,595 — 15	0,928 — 15	0,747 — 48	0,692 — 15
(11)								0,313 + 115	0,136 + 2	0,469 + 2	0,288 + 107	0,233 + 24
(13)									0,221 — 7	0,554 — 7	0,373 + 212	0,318 + 21
(16)										0,377 + 44	0,196 — 5	0,141 + 16
(15)											0,529 — 5	0,474 + 16
(18)												0,293 + 19

Die klein gedruckten Ziffern geben die Abweichungen gegen die strengen Werthe. Man sieht hieraus, dass die Darstellung durch die q_i im allgemeinen gut ist; nur 5 Werthe zeigen Differenzen, die mehr als 20% der gegebenen reciproken Gewichte betragen und zwar sind dieses: $q_{0.1}$ mit 22%, $q_{8.9}$ mit 29%, $q_{11.13}$ mit 56%, $q_{11.18}$ mit 59% und $q_{13.18}$ mit 132%. Von diesen Grössen treten aber die Differenzen 11.18 und 13.18 nicht direkt in den Bedingungengleichungen auf, und auch für 11.13 ist die Erhöhung von 0,20 auf 0,31, da 0,20 schon ein kleiner Werth ist, nicht bedenklich. Für die unmittelbar aufeinanderfolgenden Längendifferenzen betragen die Abweichungen:

Bei (0) Greenwich	— (1) Feaghmain:	22 %
(0) Greenwich	— (3) Rosendaël:	9 %
(3) Rosendaël	— (5) Bonn:	9 %
(5) Bonn	— (7) Göttingen:	7 %
(7) Göttingen	— (8) Leipzig:	19 %
(8) Leipzig	— (9) Grossenhain:	29 %
(9) Grossenhain	— (11) Breslau:	5 %
(11) Breslau	— (13) Trockenberg:	56 %
(13) Trockenberg	— (19) Warschau:	7 %
(8) Leipzig	— (15) Rauenberg:	3 %
(15) Rauenberg	— (16) Berlin:	13 %
(16) Berlin	— (18) Schönsee:	2 %
(18) Schönsee	— (19) Warschau:	7 %

Mit Rücksicht auf die Unsicherheiten, die diesen Gewichtsbestimmungen schon von vornherein anhaften, wird diese Darstellung genügend sein.

Da nun nach *Bakhuyzen* der mittlere Fehler der Gewichtseinheit

$$\pm 0,088 = \pm 1",32$$

beträgt, dessen Quadrat 1,74 ist, so erhält man für die einzelnen Längen die nachstehenden mittleren Fehlerquadrate, bei deren Berechnung die q_i vorher auf 2 Decimalstellen abgerundet wurden.

Nr.	Station	m_L^2
(0)	Greenwich	0,19
(1)	Feaghmain	1,93
(3)	Rosendaël	0,70
(5)	Bonn	0,12
(7)	Göttingen	0,33
(8)	Leipzig	0,12
(9)	Grossenhain	0,99
(11)	Breslau	0,19
(13)	Trockenberg	0,35
(16)	Berlin	0,03
(15)	Rauenberg	0,63
(18)	Schönsee	0,30
(19)	Warschau	0,21

Für (1) Feaghmain ist das angegebene mittlere Fehlerquadrat nachträglich noch um 0,25 vergrößert worden, weil, ähnlich wie bei der Azimutbestimmung, durch die Berechnung und Berücksichtigung der relativen Lothabweichung für den Punkt der Längenbestimmung gegen den Dreieckspunkt noch eine neue lokale Unsicherheit hinzutritt.

Da sich aus der nachfolgenden Ausgleichung für die $\delta L'$ nur geringe Beträge ergeben haben — die grösste Verbesserung beträgt $+ 0",63$ —, so werden grössere Ungenauigkeiten in der Abmessung der vorstehenden mittleren Fehlerquadrate für die $\delta L'$ nur von geringem Einfluss gewesen sein.

Für die vier Punkte: (4) Nieuport, (6) Brocken, (10) Schneekoppe und (17) Springberg musste ein anderes Verfahren eingeschlagen werden. Da sie in der *Bakhuyzenschen* Ausgleichung eliminirt sind, die auf sie bezüglichen Längendifferenzen aber zur Erhöhung der Gewichte der anderen beigetragen haben, so war ihre Einfügung in den vollen Satz mit ungleichen Gewichten nicht ohne viele Umstände und nur mit mancherlei Vernachlässigungen zu bewirken. Wir haben deshalb die Verbesserungen der Längen dieser vier Punkte in einer Weise eliminirt, die durch die *Bakhuyzensche* Ausgleichung sozusagen vorgeschrieben war. Würden nämlich in einem ausgeglichenen Längendreieck i, k, l , wo k nur mit i und l verbunden ist und daher in der Ausgleichung eliminirt wurde, i und l noch nachträglich irgend wie verursachte Verbesserungen $\delta L'_i$ und $\delta L'_l$ erhalten, so müsste man der Länge von k die Verbesserung

$$\delta L'_k = \frac{p\delta L'_i + q\delta L'_l}{p + q}$$

geben, wo p und q die Gewichte der Längenbestimmungen ik und kl sind.

Da in den vorliegenden Fällen p und q einander gleich sind, so sind in den Bedingungsgleichungen vor ihrer weiteren Verwerthung $\delta L'_4$, $\delta L'_6$, $\delta L'_{10}$ und $\delta L'_{17}$ durch die nachstehenden Ausdrücke zu ersetzen:

$$\begin{array}{l|l} \delta L'_4 = \frac{\delta L'_0 + \delta L'_5}{2} & \delta L'_{10} = \frac{\delta L'_{11} + \delta L'_{16}}{2} \\ \delta L'_6 = \frac{\delta L'_7 + \delta L'_8}{2} & \delta L'_{17} = \frac{\delta L'_{16} + \delta L'_{18}}{2} \end{array}$$

§ 9. Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die Bedingungsgleichungen.

Für die Ausgleichung sind die in den vorhergehenden §§ 5/8 abgeleiteten mittleren Fehlerquadrate der $\delta L'$, δ , v und $\delta S'$ unmittelbar als reciproke Gewichte angesetzt worden.

Der Uebersicht wegen sollen hier zunächst noch einmal die reciproken Gewichte q sämtlicher für die Ausgleichung benutzten Verbesserungen aufgeführt werden.

Ver- besserung	Reciprokes Gewicht	Verbesserung	Reciprokes Gewicht	Ver- besserung	Reciprokes Gewicht	Ver- besserung	Reciprokes Gewicht
$\delta L'_0$	0,19	δ_0	2,15	$[v_{0.3} - v_{3.0}]$	7,23	$\delta S'_{8.9}$	0,08
$\delta L'_1$	2,18	$[-\delta_1 + v_{0.1} - v_{1.0}]$	21,37	$[v_{3.4} - v_{4.3}]$	1,32	$\delta S'_{9.10}$	0,42
$\delta L'_3$	0,70	δ_3	1,08	$[v_{4.5} - v_{5.4}]$	10,08	$\delta S'_{10.11}$	0,15
$\delta L'_5$	0,12	δ_4	1,75	$[v_{5.6} - v_{6.5}]$	3,41	$\delta S'_{11.13}$	0,32
$\delta L'_7$	0,33	δ_5	0,93	$[v_{6.8} - v_{8.6}]$	0,36	$\delta S'_{13.14}$	0,11
$\delta L'_8$	0,12	δ_6	1,58	$v_{8.9}$	0,18	$\delta S'_{14.19}$	3,80
$\delta L'_9$	0,99	$[-\delta_7 + v_{6.7} - v_{7.6}]$	1,03	$v_{9.8}$	0,18	$\delta S'_{8.15}$	0,24
$\delta L'_{11}$	0,19	δ_8	1,31	$v_{9.10}$	0,36	$\delta S'_{15.17}$	1,71
$\delta L'_{13}$	0,35	δ_9	0,38	$v_{10.9}$	0,22	$\delta S'_{17.18}$	0,39
$\delta L'_{15}$	0,63	δ_{10}	0,39	$v_{10.11}$	0,17	$\delta S'_{18.19}$	2,18
$\delta L'_{16}$	0,03	δ_{11}	2,56	$v_{11.10}$	0,26		
$\delta L'_{18}$	0,30	δ_{13}	0,51	$v_{11.13}$	0,55		
$\delta L'_{19}$	0,21	δ_{15}	0,46	$v_{13.11}$	0,42		
		δ_{17}	0,49	$v_{13.14}$	0,82		
		δ_{18}	0,49	$[v_{14.13} - v_{14.19}]$	5,62		
		δ_{19}	2,74	$v_{19.14}$	6,30		
				$v_{8.15}$	0,28		
				$v_{15.8}$	0,32		
				$v_{15.17}$	0,62		
				$v_{17.15}$	0,65		
				$v_{17.18}$	0,38		
				$v_{18.17}$	0,49		
				$v_{18.19}$	3,46		
				$v_{19.18}$	3,13		

Mit diesen Werthen ergibt sich im Anschluss an die Bedingungsgleichungen, § 2, S. 149/150, und an das Ende des vorigen Paragraphen der Reihe nach das Folgende.

Darstellung der Verbesserungen durch die Korrelaten.

$$\begin{aligned}
 \delta L'_0 &= - 0,19 k_1 - 0,19 k_2 + 0,10 k_3 - 0,10 k_4 \\
 \delta L'_1 &= + 2,18 k_1 \\
 \delta L'_3 &= + 0,70 k_2 - 0,70 k_3 \\
 \delta L'_5 &= + 0,06 k_3 + 0,06 k_4 - 0,12 k_5 \\
 \delta L'_7 &= + 0,16 k_5 + 0,16 k_6 - 0,16 k_7 \\
 \delta L'_8 &= + 0,06 k_5 - 0,06 k_6 + 0,06 k_7 - 0,12 k_8 - 0,12 k_{13} \\
 \delta L'_9 &= + 0,99 k_8 - 0,99 k_9 \\
 \delta L'_{11} &= + 0,10 k_9 + 0,10 k_{10} - 0,19 k_{11} \\
 \delta L'_{13} &= + 0,35 k_{11} - 0,35 k_{12} \\
 \delta L'_{15} &= + 0,63 k_{13} - 0,63 k_{14} \\
 \delta L'_{16} &= + 0,02 k_9 - 0,02 k_{10} + 0,02 k_{14} - 0,02 k_{15} \\
 \delta L'_{18} &= + 0,15 k_{14} + 0,15 k_{15} \\
 \delta L'_{19} &= + 0,21 k_{12} \\
 \\
 \delta_0 &= + 2,72 k_1 + 2,76 k_2 \\
 - \delta_1 + v_{0.1} - v_{1.0} &= + 27,05 k_1 \\
 \delta_3 &= - 1,39 k_2 + 1,39 k_3 \\
 \delta_4 &= - 2,25 k_3 + 2,26 k_4 \\
 \delta_5 &= - 1,20 k_4 + 1,18 k_5 \\
 \delta_6 &= - 2,01 k_5 + 2,02 k_6 + 2,02 k_7 \\
 - \delta_7 + v_{6.7} + v_{7.6} &= + 1,32 k_6 \\
 \delta_8 &= - 1,68 k_7 + 1,68 k_8 + 1,65 k_{13} \\
 \delta_9 &= - 0,49 k_8 + 0,49 k_9 \\
 \delta_{10} &= - 0,50 k_9 + 0,50 k_{10} \\
 \delta_{11} &= - 3,29 k_{10} + 3,32 k_{11} \\
 \delta_{13} &= - 0,66 k_{11} + 0,65 k_{12} \\
 \delta_{15} &= - 0,58 k_{13} + 0,57 k_{14} \\
 \delta_{17} &= - 0,61 k_{14} + 0,61 k_{15} \\
 \delta_{18} &= - 0,61 k_{15} \\
 \delta_{19} &= - 3,47 k_{12} \\
 \\
 v_{0.3} - v_{3.0} &= + 9,30 k_2 \\
 v_{3.4} - v_{4.3} &= + 1,69 k_3 \\
 v_{4.5} - v_{5.4} &= + 13,91 k_4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{5.6} - v_{6.5} &= + 4,34 k_5 \\
v_{6.8} - v_{8.6} &= + 0,46 k_7 \\
v_{8.9} &= + 0,23 k_8 + 0,23 k_{16} + 0,34 k_{17} - 0,11 k_{18} \\
v_{9.8} &= - 0,23 k_8 - 0,23 k_{16} - 0,29 k_{17} + 0,14 k_{18} \\
v_{9.10} &= + 0,46 k_9 + 0,45 k_{16} + 0,59 k_{17} - 0,28 k_{18} \\
v_{10.9} &= - 0,28 k_9 - 0,28 k_{16} - 0,26 k_{17} + 0,34 k_{18} \\
v_{10.11} &= + 0,22 k_{10} + 0,21 k_{16} + 0,20 k_{17} - 0,26 k_{18} \\
v_{11.10} &= - 0,33 k_{10} - 0,33 k_{16} - 0,23 k_{17} + 0,31 k_{18} \\
v_{11.13} &= + 0,71 k_{11} + 0,69 k_{16} + 0,48 k_{17} - 0,65 k_{18} \\
v_{13.11} &= - 0,54 k_{11} - 0,53 k_{16} - 0,20 k_{17} + 0,85 k_{18} \\
v_{13.14} &= + 1,04 k_{12} + 1,04 k_{16} + 0,40 k_{17} - 1,67 k_{18} \\
v_{14.13} - v_{14.19} &= - 7,11 k_{12} - 7,10 k_{16} - 2,29 k_{17} + 8,90 k_{18} \\
v_{19.14} &= - 7,97 k_{12} - 7,96 k_{16} \\
v_{8.15} &= + 0,35 k_{13} - 0,35 k_{16} - 0,53 k_{17} + 0,18 k_{18} \\
v_{15.8} &= - 0,40 k_{13} + 0,40 k_{16} + 0,52 k_{17} + 0,18 k_{18} \\
v_{15.17} &= + 0,77 k_{14} - 0,78 k_{16} - 1,01 k_{17} - 0,34 k_{18} \\
v_{17.15} &= - 0,81 k_{14} + 0,82 k_{16} + 0,60 k_{17} + 0,77 k_{18} \\
v_{17.18} &= + 0,47 k_{15} - 0,48 k_{16} - 0,35 k_{17} - 0,45 k_{18} \\
v_{18.17} &= - 0,61 k_{15} + 0,62 k_{16} + 0,22 k_{17} + 0,53 k_{18} \\
v_{18.19} &= - 4,37 k_{16} - 1,54 k_{17} - 3,76 k_{18} \\
v_{19.18} &= + 3,95 k_{16} \\
\\
\delta S'_{8.9} &= + 0,01 k_{17} - 0,17 k_{18} \\
\delta S'_{9.10} &= + 0,12 k_{17} - 0,79 k_{18} \\
\delta S'_{10.11} &= - 0,04 k_{17} - 0,30 k_{18} \\
\delta S'_{11.13} &= + 0,11 k_{17} - 0,56 k_{18} \\
\delta S'_{13.14} &= - 0,06 k_{17} - 0,11 k_{18} \\
\delta S'_{14.19} &= - 1,88 k_{17} - 5,14 k_{18} \\
\delta S'_{8.15} &= + 0,13 k_{17} + 0,29 k_{18} \\
\delta S'_{15.17} &= + 0,30 k_{17} + 3,47 k_{18} \\
\delta S'_{17.18} &= - 0,02 k_{17} + 0,82 k_{18} \\
\delta S'_{18.19} &= - 0,85 k_{17} + 3,68 k_{18}
\end{aligned}$$

Normalgleichungen.

Nr.	Konstante	$\delta B'_0 - \xi_0$	λ_0	$\frac{da}{a}$	da		k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{15}	k_{16}	k_{17}	k_{18}
1	+ 3,97	+ 0,1407	- 0,0124	.	+ 88	=	+ 40,06	+ 3,68	- 0,10	+ 0,10
2	- 4,55	- 0,0341	+ 0,0057	.	+ 21	=	+ 3,68	+ 18,19	- 2,58	+ 0,10
3	- 8,09	- 0,0048	- 0,0012	- 17	- 6	=	- 0,10	- 2,58	+ 7,62	- 2,92	- 0,10
4	+ 6,01	- 0,0622	+ 0,0031	- 41	+ 71	=	+ 0,10	+ 0,10	- 2,92	+ 21,34	- 1,58
5	- 0,71	- 0,0438	- 0,0185	- 563	- 317	=	.	.	- 0,06	- 1,58	+ 9,52	2,52	- 2,62	- 0,06	- 0,06
6	+ 1,94	+ 0,0078	+ 0,0045	+ 145	+ 95	=	- 2,52	4,38	+ 2,48	+ 0,06	+ 0,06
7	- 5,80	- 0,0264	+ 0,0039	+ 220	+ 129	=	- 2,52	2,48	+ 5,44	- 2,21	- 2,18
8	+ 1,75	- 0,0163	- 0,0013	- 31	- 11	=	- 0,10	0,06	- 2,21	+ 4,48	- 1,62	.	.	.	+ 2,24	.	.	+ 0,58	+ 0,81	- 0,32
9	- 0,04	- 0,0340	+ 0,0040	+ 263	+ 202	=	- 1,62	+ 3,28	- 0,60	- 0,10	.	.	+ 0,01	- 0,01	+ 0,94	+ 1,09	- 0,79
10	+ 3,37	- 0,0145	- 0,0077	- 421	- 230	=	- 0,60	+ 5,64	- 4,37	.	.	- 0,01	+ 0,01	+ 0,69	+ 0,55	- 0,73
11	- 4,11	- 0,0313	+ 0,0055	+ 433	+ 320	=	- 0,10	- 4,37	+ 7,32	- 1,18	.	.	.	+ 1,58	+ 0,88	- 1,94
12	- 4,29	- 0,0107	- 0,0287	- 1941	- 1189	=	- 1,18	+ 26,16	.	.	.	+ 20,36	+ 3,40	- 13,37
13	+ 4,00	- 0,0063	- 0,0165	- 717	- 457	=	- 0,10	0,06	- 2,18	+ 2,24	+ 4,51	- 1,35	.	- 0,95	- 1,32	.
14	- 5,90	- 0,0365	- 0,0149	- 458	- 435	=	+ 0,01	- 0,01	.	.	- 1,35	+ 4,16	- 0,70	- 2,00	- 2,01	- 1,38
15	+ 0,66	- 0,0286	- 0,0041	+ 65	- 94	=	- 0,01	+ 0,01	.	.	.	- 0,70	+ 2,95	- 1,36	- 0,70	- 1,22
16	+ 9,21	.	.	- 1432	- 344	=	+ 0,58	+ 0,94	+ 0,69	+ 1,58	+ 20,36	- 0,95	- 2,00	- 1,36	+ 38,93	+ 12,69	- 9,68
17	+ 2,00	.	.	- 900	- 240	=	+ 0,81	+ 1,09	+ 0,55	+ 0,88	+ 3,40	- 1,32	- 2,01	- 0,70	+ 12,69	+ 11,11	- 2,20
18	+ 18,40	.	.	- 360	- 200	=	- 0,32	- 0,79	- 0,73	- 1,94	- 13,37	.	- 1,38	- 1,22	- 9,68	- 2,20	+ 53,98

Korrelaten.

k_1	=	+	0,137	+	0,0038	$(\delta B'_0 - \xi_0)$	—	0,0003	λ_0	.	+	2	da		
k_2	=	—	0,445	—	0,0031	"	+	0,0004	"	—	1	$\frac{da}{a}$	+	1	"
k_3	=	—	1,174	—	0,0033	"	—	0,0001	"	—	6	"	—	1	"
k_4	=	+	0,101	—	0,0041	"	—	0,0000	"	—	8	"	+	0	"
k_5	=	—	0,286	—	0,0096	"	—	0,0025	"	—	72	"	—	40	"
k_6	=	+	1,649	+	0,0125	"	+	0,0018	"	+	43	"	+	33	"
k_7	=	—	2,395	—	0,0280	"	—	0,0037	"	—	85	"	—	58	"
k_8	=	—	0,769	—	0,0311	"	+	0,0112	"	+	710	"	+	466	"
k_9	=	—	0,374	—	0,0338	"	+	0,0095	"	+	628	"	+	417	"
k_{10}	=	+	0,012	—	0,0243	"	+	0,0022	"	+	212	"	+	151	"
k_{11}	=	—	0,692	—	0,0220	"	+	0,0025	"	+	232	"	+	159	"
k_{12}	=	—	0,611	—	0,0053	"	—	0,0012	"	—	43	"	—	35	"
k_{13}	=	—	0,316	—	0,0003	"	—	0,0173	"	—	898	"	—	591	"
k_{14}	=	—	1,310	—	0,0083	"	—	0,0138	"	—	681	"	—	477	"
k_{15}	=	+	0,236	—	0,0107	"	—	0,0062	"	—	252	"	—	211	"
k_{16}	=	+	0,797	+	0,0023	"	+	0,0013	"	+	39	"	+	37	"
k_{17}	=	—	0,607	+	0,0047	"	—	0,0082	"	—	506	"	—	322	"
k_{18}	=	+	0,245	—	0,0030	"	—	0,0006	"	—	30	"	—	19	"

Verbesserungen.

$\delta L'_0$	=	— 0,07						
$\delta L'_1$	=	+ 0,30	+ 0,0083	$(\delta B'_0 - \xi_0)$	— 0,0007	λ_0	.	+ 5 $d\alpha$
$\delta L'_3$	=	+ 0,51	+ 0,0001	"	+ 0,0003	"	+ 4 $\frac{d\alpha}{a}$	+ 1 "
$\delta L'_4 = \frac{1}{2} (\delta L'_0 + \delta L'_5)$	=	— 0,05	+ 0,0003	"	+ 0,0001	"	+ 4 "	+ 2 "
$\delta L'_5$	=	— 0,03	+ 0,0007	"	+ 0,0003	"	+ 8 "	+ 5 "
$\delta L'_6 = \frac{1}{2} (\delta L'_7 + \delta L'_8)$	=	+ 0,24	+ 0,0029	"	+ 0,0004	"	+ 10 "	+ 8 "
$\delta L'_7$	=	+ 0,60	+ 0,0049	"	+ 0,0005	"	+ 9 "	+ 8 "
$\delta L'_8$	=	— 0,13	+ 0,0008	"	+ 0,0003	"	+ 11 "	+ 7 "
$\delta L'_9$	=	— 0,39	+ 0,0026	"	+ 0,0017	"	+ 81 "	+ 49 "
$\delta L'_{10} = \frac{1}{2} (\delta L'_{11} + \delta L'_{16})$	=	+ 0,03	— 0,0009	"	+ 0,0003	"	+ 20 "	+ 13 "
$\delta L'_{11}$	=	+ 0,10	— 0,0016	"	+ 0,0007	"	+ 40 "	+ 26 "
$\delta L'_{13}$	=	— 0,03	— 0,0058	"	+ 0,0013	"	+ 96 "	+ 68 "
$\delta L'_{15}$	=	+ 0,63	+ 0,0050	"	— 0,0022	"	— 137 "	— 72 "
$\delta L'_{16}$	=	— 0,04	— 0,0001	"	— 0,0000	"	— 0 "	+ 0 "
$\delta L'_{17} = \frac{1}{2} (\delta L'_{16} + \delta L'_{18})$	=	— 0,10	— 0,0015	"	— 0,0015	"	— 70 "	— 52 "
$\delta L'_{18}$	=	— 0,16	— 0,0028	"	— 0,0030	"	— 140 "	— 103 "
$\delta L'_{19}$	=	— 0,13	— 0,0011	"	— 0,0003	"	— 9 "	— 7 "
δ_0	=	— 0,86	+ 0,0018	"	+ 0,0001	"	— 2 "	+ 8 "
$[-\delta_1 + v_{0,1} - v_{1,0}]$	=	+ 3,70	+ 0,1027	"	— 0,0093	"	+ 2 "	+ 58 "
δ_3	=	— 1,01	— 0,0002	"	— 0,0006	"	— 7 "	— 2 "
δ_4	=	+ 2,87	— 0,0019	"	+ 0,0001	"	— 4 "	+ 2 "
δ_5	=	— 0,46	— 0,0064	"	— 0,0028	"	— 75 "	— 48 "
δ_6	=	— 0,93	— 0,0119	"	+ 0,0011	"	+ 58 "	+ 30 "
$[-\delta_7 + v_{6,7} - v_{7,6}]$	=	+ 2,18	+ 0,0165	"	+ 0,0023	"	+ 56 "	+ 44 "
δ_8	=	+ 2,21	— 0,0059	"	— 0,0036	"	— 146 "	— 94 "
δ_9	=	+ 0,19	— 0,0013	"	— 0,0008	"	— 40 "	— 24 "
δ_{10}	=	+ 0,19	+ 0,0048	"	— 0,0037	"	— 208 "	— 133 "
δ_{11}	=	— 2,34	+ 0,0071	"	+ 0,0013	"	+ 73 "	+ 33 "

δ_{13}	=	+ 0,06	+ 0,0110	$(\delta B'_0 - \xi_0)$	- 0,0025	λ_0	- 181	$\frac{da}{a}$	- 128	da
δ_{15}	=	- 0,56	- 0,0045	"	+ 0,0022	"	+ 133	"	+ 71	"
δ_{17}	=	+ 0,94	- 0,0015	"	+ 0,0046	"	+ 261	"	+ 162	"
δ_{18}	=	- 0,14	+ 0,0065	"	+ 0,0038	"	+ 154	"	+ 129	"
δ_{19}	=	+ 2,12	+ 0,0184	"	+ 0,0042	"	+ 151	"	+ 123	"
$[v_{0.3} - v_{3.0}]$	=	- 4,14	- 0,0287	"	+ 0,0035	"	- 8	"	+ 6	"
$[v_{3.4} - v_{4.3}]$	=	- 1,98	- 0,0055	"	- 0,0001	"	- 10	"	- 1	"
$[v_{4.5} - v_{5.4}]$	=	+ 1,32	- 0,0530	"	- 0,0006	"	- 105	"	+ 3	"
$[v_{5.6} - v_{6.5}]$	=	- 1,24	- 0,0416	"	- 0,0106	"	- 311	"	- 174	"
$[v_{6.8} - v_{8.6}]$	=	- 1,10	- 0,0129	"	- 0,0017	"	- 39	"	- 27	"
$v_{8.9}$	=	- 0,23	- 0,0047	"	+ 0,0001	"	+ 3	"	+ 8	"
$v_{9.8}$	=	+ 0,20	+ 0,0048	"	- 0,0006	"	- 30	"	- 25	"
$v_{9.10}$	=	- 0,24	- 0,0109	"	+ 0,0003	"	+ 16	"	+ 24	"
$v_{10.9}$	=	+ 0,12	+ 0,0066	"	- 0,0011	"	- 65	"	- 50	"
$v_{10.11}$	=	- 0,02	- 0,0031	"	- 0,0007	"	- 39	"	- 18	"
$v_{11.10}$	=	- 0,05	+ 0,0053	"	+ 0,0006	"	+ 25	"	+ 6	"
$v_{11.13}$	=	- 0,39	- 0,0098	"	- 0,0009	"	- 32	"	- 3	"
$v_{13.11}$	=	+ 0,28	+ 0,0072	"	- 0,0009	"	- 70	"	- 58	"
$v_{13.14}$	=	- 0,46	+ 0,0037	"	- 0,0023	"	- 158	"	- 95	"
$[v_{14.13} - v_{14.19}]$	=	+ 2,26	- 0,0157	"	+ 0,0132	"	+ 928	"	+ 552	"
$v_{19.14}$	=	- 1,47	+ 0,0241	"	- 0,0006	"	+ 36	"	- 16	"
$v_{8.15}$	=	- 0,02	- 0,0040	"	- 0,0023	"	- 65	"	- 53	"
$v_{15.8}$	=	+ 0,17	+ 0,0030	"	+ 0,0031	"	+ 106	"	+ 81	"
$v_{15.17}$	=	- 1,10	- 0,0119	"	- 0,0031	"	- 34	"	- 64	"
$v_{17.15}$	=	+ 1,54	+ 0,0091	"	+ 0,0069	"	+ 257	"	+ 209	"
$v_{17.18}$	=	- 0,17	- 0,0065	"	- 0,0004	"	+ 53	"	+ 4	"
$v_{18.17}$	=	+ 0,35	+ 0,0074	"	+ 0,0025	"	+ 51	"	+ 71	"
$v_{18.19}$	=	- 3,47	- 0,0062	"	+ 0,0092	"	+ 720	"	+ 405	"
$v_{19.18}$	=	+ 3,15	+ 0,0090	"	+ 0,0050	"	+ 154	"	+ 148	"

$\delta S'_{8,9}$	=	— 0 ^m ,05	+ 0,0006	($\delta B'_0 - \xi_0$)	+ 0,0000	λ_0	— 0	$\frac{da}{a}$	+ 0	da
$\delta S'_{9,10}$	=	— 0,27	+ 0,0029	„	— 0,0005	„	— 37	„	— 23	„
$\delta S'_{10,11}$	=	— 0,05	+ 0,0007	„	+ 0,0005	„	+ 29	„	+ 19	„
$\delta S'_{11,13}$	=	— 0,20	+ 0,0022	„	— 0,0006	„	— 39	„	— 25	„
$\delta S'_{13,14}$	=	+ 0,01	+ 0,0000	„	+ 0,0006	„	+ 34	„	+ 21	„
$\delta S'_{14,19}$	=	— 0,12	+ 0,0063	„	+ 0,0184	„	+ 1103	„	+ 704	„
$\delta S'_{8,15}$	=	— 0,01	— 0,0002	„	— 0,0012	„	— 74	„	— 47	„
$\delta S'_{15,17}$	=	+ 0,67	— 0,0089	„	— 0,0044	„	— 254	„	— 163	„
$\delta S'_{17,18}$	=	+ 0,21	— 0,0025	„	— 0,0003	„	— 14	„	— 9	„
$\delta S'_{18,19}$	=	+ 1,42	— 0,0149	„	+ 0,0049	„	+ 321	„	+ 203	„

Die Normalgleichungen wurden vermittelst vierstelliger Logarithmen aufgelöst. Die Ausdrücke für die Korrelaten und für die Verbesserungen sind zunächst eine Stelle weiter berechnet, als angegeben ist. Die so erhaltenen Werthe erfüllten in hinreichender Weise die Normal- und Bedingungsgleichungen.

Wie schon erwähnt, ist zur Ableitung der Werthe für die Lothabweichungskomponenten die Kenntnis der einzelnen Bestandtheile der für die Ausgleichung zusammengezogenen Klammerausdrücke nothwendig. Die reciproken Gewichte der Einzelverbesserungen, aus der Tabelle von S. 170 sowie von S. 164/165 entnommen, sind die folgenden:

Verbesserung	Reciprokes Gewicht	Verbesserung	Reciprokes Gewicht
δ_1	5,90	$v_{0,1}$	7,49
δ_7	0,44	$v_{1,0}$	7,98
		$v_{0,3}$	3,64
		$v_{3,0}$	3,59
		$v_{3,4}$	0,63
		$v_{4,3}$	0,69
		$v_{4,5}$	3,97
		$v_{5,4}$	6,11
		$v_{5,6}$	2,29
		$v_{6,5}$	1,12
		$v_{6,7}$	0,14
		$v_{7,6}$	0,45
		$v_{6,8}$	0,17
		$v_{8,6}$	0,19
		$v_{14,13}$	1,25
		$v_{14,19}$	4,37

Der Ausdruck für $[-\delta_1 + v_{0.1} - v_{1.0}]$ z. B. wird hiernach wie folgt zerlegt:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= -5,90 \frac{[-\delta_1 + v_{0.1} - v_{1.0}]}{21,37} = -0,276 [-\delta_1 + v_{0.1} - v_{1.0}] \\ v_{0.1} &= +7,49 \quad \quad \quad = +0,351 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{1.0} &= -7,98 \quad \quad \quad = -0,373 \quad \quad \quad \text{,,}\end{aligned}$$

In dieser Weise sind die nachstehenden Werthe erhalten worden:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= -1,02 - 0,0284 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0026 \lambda_0 - 0 \frac{d\alpha}{a} - 16 d\alpha = -0,276 [-\delta_1 + v_{0.1} - v_{1.0}] \\ v_{0.1} &= +1,30 + 0,0360 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0032 \quad \quad \quad \text{,,} + 1 \quad \quad \quad \text{,,} + 20 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,351 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{1.0} &= -1,38 - 0,0383 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0035 \quad \quad \quad \text{,,} - 1 \quad \quad \quad \text{,,} - 22 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,373 \quad \quad \quad \text{,,} \\ \delta_7 &= -0,93 - 0,0071 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0010 \quad \quad \quad \text{,,} - 24 \quad \quad \quad \text{,,} - 19 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,427 [-\delta_7 + v_{6.7} - v_{7.6}] \\ v_{6.7} &= +0,30 + 0,0022 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0003 \quad \quad \quad \text{,,} + 8 \quad \quad \quad \text{,,} + 6 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,136 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{7.6} &= -0,95 - 0,0072 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0010 \quad \quad \quad \text{,,} - 24 \quad \quad \quad \text{,,} - 19 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,437 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{0.3} &= -2,08 - 0,0145 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0018 \quad \quad \quad \text{,,} - 4 \quad \quad \quad \text{,,} + 3 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,503 [v_{0.3} - v_{3.0}] \\ v_{3.0} &= +2,06 + 0,0142 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0017 \quad \quad \quad \text{,,} + 4 \quad \quad \quad \text{,,} - 3 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,497 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{3.4} &= -0,94 - 0,0026 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0000 \quad \quad \quad \text{,,} - 5 \quad \quad \quad \text{,,} - 0 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,477 [v_{3.4} - v_{4.3}] \\ v_{4.3} &= +1,04 + 0,0029 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0001 \quad \quad \quad \text{,,} + 5 \quad \quad \quad \text{,,} + 1 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,523 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{4.5} &= +0,52 - 0,0209 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0002 \quad \quad \quad \text{,,} - 41 \quad \quad \quad \text{,,} + 1 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,394 [v_{4.5} - v_{5.4}] \\ v_{5.4} &= -0,80 + 0,0321 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0004 \quad \quad \quad \text{,,} + 64 \quad \quad \quad \text{,,} - 2 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,606 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{5.6} &= -0,83 - 0,0279 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0071 \quad \quad \quad \text{,,} - 209 \quad \quad \quad \text{,,} - 117 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,672 [v_{5.6} - v_{6.5}] \\ v_{6.5} &= +0,41 + 0,0137 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0035 \quad \quad \quad \text{,,} + 102 \quad \quad \quad \text{,,} + 57 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,328 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{6.8} &= -0,52 - 0,0061 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0008 \quad \quad \quad \text{,,} - 18 \quad \quad \quad \text{,,} - 13 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,472 [v_{6.8} - v_{8.6}] \\ v_{8.6} &= +0,58 + 0,0068 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0009 \quad \quad \quad \text{,,} + 21 \quad \quad \quad \text{,,} + 14 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,528 \quad \quad \quad \text{,,} \\ v_{14.13} &= +0,50 - 0,0035 \quad \quad \quad \text{,,} + 0,0029 \quad \quad \quad \text{,,} + 206 \quad \quad \quad \text{,,} + 123 \quad \quad \quad \text{,,} = +0,222 [v_{14.13} - v_{14.19}] \\ v_{14.19} &= -1,76 + 0,0122 \quad \quad \quad \text{,,} - 0,0103 \quad \quad \quad \text{,,} - 722 \quad \quad \quad \text{,,} - 429 \quad \quad \quad \text{,,} = -0,778 \quad \quad \quad \text{,,}\end{aligned}$$

Als Summe der mit den entsprechenden Gewichten multiplicirten Quadrate der Verbesserungen ergibt sich mit den angegebenen Zahlenwerthen, ebenso wie aus den numerischen Gliedern der reducirten Normalgleichungen und wie auch aus den Produkten der Korrelaten in die zugehörigen numerischen Glieder der Normalgleichungen:

$$51,39.$$

Auf die Glieder mit $\delta B'_0 - \xi_0$, λ_0 , $\frac{d\alpha}{a}$ und $d\alpha$ ist keine Rücksicht genommen worden.

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit ist mithin infolge der Ausgleichung:

$$\sqrt{\frac{51,39}{18}} = \pm 1,39.$$

Die Gültigkeit des *Gauss*schen Fehlergesetzes vorausgesetzt, beträgt der mittlere Fehler dieser Bestimmung: $\frac{\pm 1,69}{\sqrt{36}} = \pm 0,28$.

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit war vor der Ausgleichung zu ± 1 Sekunde bzw. ± 1 Meter angenommen. Die durch die Ausgleichung angezeigte Vergrößerung desselben dürfte besonders in den theilweise grossen Verbesserungen der δ und auch der v seinen Grund haben. Die Fehlerquadratsumme 51,39 setzt sich nämlich wie folgt zusammen. Die Summe der mit ihren Gewichten multiplicirten Quadrate

der 13 Verbesserungen $\delta L'$ ist	2,72
„ 16 „ δ „	19,17
„ 34 „ v „	27,85
„ 10 „ $\delta S'$ „	1,65.

Wenn nun die Ausgleichung ebenso wie die vorhergegangene Schätzung auch den mittleren Fehler zu ± 1 , also als Fehlerquadratsumme 18 ergeben hätte, und hätte sich diese Summe aus den Einzelsummen der mit ihren Gewichten multiplicirten Quadrate der $\delta L'$, δ , v und $\delta S'$ im Verhältnis der geschätzten mittleren Fehlerquadrate zusammengesetzt — vergl. die Tabellen auf S. 177 und 187 —, so würde man als entsprechende Werthe erhalten haben:

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{18}{101,77} \cdot 6,34 & = & 1,12 \\
 \text{„} \cdot 23,16 & = & 4,10 \\
 \text{„} \cdot 62,87 & = & 11,12 \\
 \text{„} \cdot 9,40 & = & 1,66 \\
 \hline
 & & 18,00.
 \end{array}$$

Die Vergleichung zeigt, dass die Ausgleichung verhältnismässig am meisten die Fehlerquadratsumme der δ , dann aber auch die der v gegenüber der Schätzung stark vermehrt hat.

Im Folgenden sind nun noch die aus den δ und v erhaltenen Verbesserungen $\delta T'$ der astronomischen Orientirungen, welche bei der Berechnung der Lothabweichungskomponenten benutzt werden können, zusammengestellt.

$$\begin{array}{lcl}
 \delta T'_{0.1} & = & \delta_0 + v_{0.1} = + 0,44 + 0,0378(\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0031 \lambda_0 - 1 \frac{da}{a} + 28 da \\
 \delta T'_{1.0} & = & \delta_1 + v_{1.0} = - 2,40 - 0,0668 \text{ „ } + 0,0061 \text{ „ } - 2 \text{ „ } - 38 \text{ „} \\
 \delta T'_{0.3} & = & \delta_0 + v_{0.3} = - 2,94 - 0,0127 \text{ „ } + 0,0019 \text{ „ } - 6 \text{ „ } + 11 \text{ „} \\
 \delta T'_{3.0} & = & \delta_3 + v_{3.0} = + 1,05 + 0,0140 \text{ „ } - 0,0023 \text{ „ } - 3 \text{ „ } - 5 \text{ „} \\
 \delta T'_{3.4} & = & \delta_3 + v_{3.4} = - 1,95 - 0,0028 \text{ „ } - 0,0006 \text{ „ } - 12 \text{ „ } - 2 \text{ „} \\
 \delta T'_{4.3} & = & \delta_4 + v_{4.3} = + 3,91 + 0,0010 \text{ „ } + 0,0002 \text{ „ } + 1 \text{ „ } + 3 \text{ „} \\
 \delta T'_{4.5} & = & \delta_4 + v_{4.5} = + 3,39 - 0,0228 \text{ „ } - 0,0001 \text{ „ } - 45 \text{ „ } + 3 \text{ „}
 \end{array}$$

$\delta T'_{5.4}$	$= \delta_5 + v_{5.4} = -1,26 + 0,0257(\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0024 \lambda_0 - 11 \frac{da}{a} - 50 da$
$\delta T'_{5.6}$	$= \delta_5 + v_{5.6} = -1,29 - 0,0343 \quad , -0,0099 \quad , -284 \quad , -165 \quad ,$
$\delta T'_{6.5}$	$= \delta_6 + v_{6.5} = -0,52 + 0,0018 \quad , +0,0046 \quad , +160 \quad , +87 \quad ,$
$\delta T'_{6.7}$	$= \delta_6 + v_{6.7} = -0,63 - 0,0097 \quad , +0,0014 \quad , +66 \quad , +36 \quad ,$
$\delta T'_{7.6}$	$= \delta_7 + v_{7.6} = -1,88 - 0,0143 \quad , -0,0020 \quad , -48 \quad , -38 \quad ,$
$\delta T'_{6.8}$	$= \delta_6 + v_{6.8} = -1,45 - 0,0180 \quad , +0,0003 \quad , +40 \quad , +17 \quad ,$
$\delta T'_{8.6}$	$= \delta_8 + v_{8.6} = +2,79 + 0,0009 \quad , -0,0027 \quad , -125 \quad , -80 \quad ,$
$\delta T'_{8.9}$	$= \delta_8 + v_{8.9} = +1,98 - 0,0106 \quad , -0,0035 \quad , -143 \quad , -86 \quad ,$
$\delta T'_{9.8}$	$= \delta_9 + v_{9.8} = +0,39 + 0,0035 \quad , -0,0014 \quad , -70 \quad , -49 \quad ,$
$\delta T'_{9.10}$	$= \delta_9 + v_{9.10} = -0,05 - 0,0122 \quad , -0,0005 \quad , -24 \quad , -0 \quad ,$
$\delta T'_{10.9}$	$= \delta_{10} + v_{10.9} = +0,31 + 0,0114 \quad , -0,0048 \quad , -273 \quad , -183 \quad ,$
$\delta T'_{10.11}$	$= \delta_{10} + v_{10.11} = +0,17 + 0,0017 \quad , -0,0044 \quad , -247 \quad , -151 \quad ,$
$\delta T'_{11.10}$	$= \delta_{11} + v_{11.10} = -2,39 + 0,0124 \quad , +0,0019 \quad , +98 \quad , +39 \quad ,$
$\delta T'_{11.13}$	$= \delta_{11} + v_{11.13} = -2,73 - 0,0027 \quad , +0,0004 \quad , +41 \quad , +30 \quad ,$
$\delta T'_{13.11}$	$= \delta_{13} + v_{13.11} = +0,34 + 0,0182 \quad , -0,0034 \quad , -251 \quad , -186 \quad ,$
$\delta T'_{13.14}$	$= \delta_{13} + v_{13.14} = -0,40 + 0,0147 \quad , -0,0048 \quad , -339 \quad , -223 \quad ,$
$\Delta T'_{14.13} - \Delta T'_{14.19}$	$= v_{14.13} - v_{14.19} = +2,26 - 0,0157 \quad , +0,0132 \quad , +928 \quad , +552 \quad ,$
$\delta T'_{19.14}$	$= \delta_{19} + v_{19.14} = +0,65 + 0,0425 \quad , +0,0036 \quad , +187 \quad , +107 \quad ,$
$\delta T'_{8.15}$	$= \delta_8 + v_{8.15} = +2,19 - 0,0099 \quad , -0,0059 \quad , -211 \quad , -147 \quad ,$
$\delta T'_{15.8}$	$= \delta_{15} + v_{15.8} = -0,39 - 0,0015 \quad , +0,0053 \quad , +239 \quad , +152 \quad ,$
$\delta T'_{15.17}$	$= \delta_{15} + v_{15.17} = -1,66 - 0,0164 \quad , -0,0009 \quad , +99 \quad , +7 \quad ,$
$\delta T'_{17.15}$	$= \delta_{17} + v_{17.15} = +2,48 + 0,0076 \quad , +0,0115 \quad , +518 \quad , +371 \quad ,$
$\delta T'_{17.18}$	$= \delta_{17} + v_{17.18} = +0,77 - 0,0080 \quad , +0,0042 \quad , +314 \quad , +166 \quad ,$
$\delta T'_{18.17}$	$= \delta_{18} + v_{18.17} = +0,21 + 0,0139 \quad , +0,0063 \quad , +205 \quad , +200 \quad ,$
$\delta T'_{18.19}$	$= \delta_{18} + v_{18.19} = -3,61 + 0,0003 \quad , +0,0130 \quad , +874 \quad , +534 \quad ,$
$\delta T'_{19.18}$	$= \delta_{19} + v_{19.18} = +5,27 + 0,0274 \quad , +0,0092 \quad , +305 \quad , +271 \quad ,$

§ 10. Zusammenstellung der Werthe für die Lothabweichungskomponenten.

Feaghmain.

$$\begin{aligned}\xi_1 &= + 2,67 - 0,9879 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0880 \lambda_0 - 46 \frac{da}{a} - 1263 da + \delta B'_1 \\ \lambda_1 &= - 5,57 + 0,2368 \quad \quad \quad + 0,9990 \quad \quad - 37488 \quad \quad - 22940 \quad \quad\end{aligned}$$

Haverfordwest.

$$\begin{aligned}\xi_2 &= + 0,32 - 0,9963 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,0423 \lambda_0 + 774 \frac{da}{a} - 413 da + \delta B'_2 \\ \lambda_2 &= + 1,20 + 0,1096 \quad \quad \quad + 1,0047 \quad \quad - 17979 \quad \quad - 11004 \quad \quad + \delta L'_2\end{aligned}$$

Rosendaël-lès-Dunkerque.

$$\begin{aligned}\xi_3 &= + 1,91 - 0,9995 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0206 \lambda_0 - 1647 \frac{da}{a} + 218 da + \delta B'_3 \\ \lambda_3 &= - 5,38 - 0,0519 \quad \quad \quad + 0,9904 \quad \quad + 8607 \quad \quad + 5267 \quad \quad\end{aligned}$$

Nieuport.

$$\begin{aligned}\xi_4 &= + 2,45 - 0,9993 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0235 \lambda_0 - 1367 \frac{da}{a} + 144 da + \delta B'_4 \\ \lambda_4 &= - 5,52 - 0,0593 \quad \quad \quad + 0,9918 \quad \quad + 9859 \quad \quad + 6034 \quad \quad\end{aligned}$$

Bonn.

$$\begin{aligned}\xi_5 &= + 6,85 - 0,9954 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0603 \lambda_0 - 3469 \frac{da}{a} + 24 da + \delta B'_5 \\ \lambda_5 &= - 10,62 - 0,1509 \quad \quad \quad + 0,9795 \quad \quad + 25119 \quad \quad + 15376 \quad \quad\end{aligned}$$

Brocken.

$$\begin{aligned}\xi_6 &= + 16,02 - 0,9900 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0901 \lambda_0 - 570 \frac{da}{a} - 1238 da + \delta B'_6 \\ \lambda_6 &= - 0,75 - 0,2286 \quad \quad \quad + 0,9970 \quad \quad + 38379 \quad \quad + 23495 \quad \quad\end{aligned}$$

Göttingen.

$$\begin{aligned}\xi_7 &= + 7,78 - 0,9913 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,0844 \lambda_0 - 1333 \frac{da}{a} - 958 da + \delta B'_7 \\ \lambda_7 &= - 8,18 - 0,2107 \quad \quad \quad + 0,9924 \quad \quad + 35746 \quad \quad + 21884 \quad \quad\end{aligned}$$

Leipzig.

$$\begin{aligned}\xi_8 &= + 7,47 - 0,9865 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1048 \lambda_0 - 2852 \frac{da}{a} - 1352 da + \delta B'_8 \\ \lambda_8 &= - 0,50 - 0,2664 \quad \quad \quad + 0,9830 \quad \quad + 44219 \quad \quad + 27069 \quad \quad\end{aligned}$$

Grossenhain.

$$\begin{aligned}\xi_9 &= + 5,17 - 0,9838 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1148 \lambda_0 - 3434 \frac{da}{a} - 1619 da + \delta B'_9 \\ \lambda_9 &= - 9,60 - 0,2897 \quad \quad \quad + 0,9810 \quad \quad + 48432 \quad \quad + 29646 \quad \quad\end{aligned}$$

Schneekoppe.

$$\begin{aligned}\xi_{10} &= + 14,88 - 0,9780 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1331 \lambda_0 - 6461 \frac{da}{a} - 1830 da + \delta B'_{10} \\ \lambda_{10} &= - 5,17 - 0,3355 \quad \quad \quad + 0,9619 \quad \quad + 55377 \quad \quad + 33898 \quad \quad\end{aligned}$$

Breslau.

$$\begin{aligned}\xi_{11} &= + 9,35 - 0,9741 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1439 \lambda_0 - 5742 \frac{da}{a} - 2486 da + \delta B'_{11} \\ \lambda_{11} &= - 0,20 - 0,3662 \quad \quad \quad + 0,9663 \quad \quad + 60357 \quad \quad + 36947 \quad \quad\end{aligned}$$

Rosenthal.

$$\begin{aligned}\xi_{12} &= + 8,58 - 0,9741 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1439 \lambda_0 - 5667 \frac{da}{a} - 2500 da + \delta B'_{12} \\ \lambda_{12} &= + 0,06 - 0,3647 \quad \quad \quad + 0,9660 \quad \quad + 60341 \quad \quad + 36936 \quad \quad + \delta L'_{12}\end{aligned}$$

Trockenberg.

$$\begin{aligned}\xi_{13} &= + 8,68 - 0,9680 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1591 \lambda_0 - 9277 \frac{da}{a} - 2592 da + \delta B'_{13} \\ \lambda_{13} &= - 6,69 - 0,4028 \quad \quad \quad + 0,9466 \quad \quad + 65808 \quad \quad + 40290 \quad \quad\end{aligned}$$

Mirow (Czenstochau).

$$\begin{aligned}\xi_{14} &= + 12,41 - 0,9667 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1617 \lambda_0 - 8024 \frac{da}{a} - 3002 da + \delta B'_{14} \\ \lambda_{14} &= - 2,56 - 0,4070 \quad \quad \quad + 0,9523 \quad \quad + 67329 \quad \quad + 41212 \quad \quad + \delta L'_{14}\end{aligned}$$

Rauenberg.

$$\begin{aligned}\xi_{15} &= + 7,57 - 0,9841 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1132 \lambda_0 + 773 \frac{da}{a} - 2164 da + \delta B'_{15} \\ \lambda_{15} &= - 1,78 - 0,2908 \quad \quad \quad + 1,0028 \quad \quad + 48780 \quad \quad + 29874 \quad \quad\end{aligned}$$

Berlin.

$$\begin{aligned}\xi_{16} &= + 7,20 - 0,9840 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1134 \lambda_0 + 948 \frac{da}{a} - 2191 da + \delta B'_{16} \\ \lambda_{16} &= - 2,89 - 0,2968 \quad , \quad + 1,0061 \quad , \quad + 49072 \quad , \quad + 30042 \quad ,\end{aligned}$$

Springberg.

$$\begin{aligned}\xi_{17} &= + 1,38 - 0,9749 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1406 \lambda_0 + 1916 \frac{da}{a} - 3331 da + \delta B'_{17} \\ \lambda_{17} &= - 4,53 - 0,3754 \quad , \quad + 1,0110 \quad , \quad + 61576 \quad , \quad + 37685 \quad ,\end{aligned}$$

Schönsee.

$$\begin{aligned}\xi_{18} &= + 6,70 - 0,9671 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1599 \lambda_0 + 560 \frac{da}{a} - 4091 da + \delta B'_{18} \\ \lambda_{18} &= - 11,04 - 0,4279 \quad , \quad + 1,0009 \quad , \quad + 69749 \quad , \quad + 42677 \quad ,\end{aligned}$$

Warschau.

$$\begin{aligned}\xi_{19} &= + 7,29 - 0,9590 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1775 \lambda_0 - 4111 \frac{da}{a} - 4533 da + \delta B'_{19} \\ \lambda_{19} &= - 3,47 - 0,4622 \quad , \quad + 0,9744 \quad , \quad + 75904 \quad , \quad + 46461 \quad ,\end{aligned}$$

Die vorstehenden Werthe sind durch Substitution der entsprechenden Ausgleichungsergebnisse sowohl in die Ausdrücke für die auf Greenwich bezogenen Lothabweichungskomponenten, 4. Kap., § 29, S. 125/133, als auch in die ursprünglichen Lothabweichungsgleichungen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Punkten, § 28, S. 118/123, wobei dieselben gleichzeitig durch successive Elimination auf Greenwich bezogen wurden, erhalten worden. Zur Ableitung der λ sind jedoch nur die Ausdrücke für λ aus der Länge zur Verwendung gekommen. Infolge der eingeführten Vernachlässigungen in den der Ausgleichung unterzogenen Bedingungsgleichungen weichen nämlich auch nach der Ausgleichung noch die λ aus der Länge von den λ aus dem Azimut ab.

Jedoch erreichen nur in vier *Laplaceschen* Gleichungen die vernachlässigten Glieder Werthe, die 0,1 übersteigen, nämlich in den Gl. (5), (12), (13) und (14), S. 145/147, wo sie der Reihe nach gleich + 0,12, + 0,34, + 0,21 und + 0,14 sind. Die Koefficienten von $\delta B'_0 - \xi_0$, λ_0 , $\frac{da}{a}$ und da in den λ aus der Länge und aus dem Azimut weichen dagegen nur unerheblich voneinander ab. Unter diesen Umständen glaubte man von einer Wiederholung der Ausgleichung unter Berücksichtigung der bisher vernachlässigten Glieder, vergl. S. 139, absehen zu können*). Die hierdurch bewirkten Aenderungen in den vorher aufgeführten ξ und λ würden innerhalb der Unsicherheiten bleiben, die ihnen schon rechnerisch an und für sich anhaften.

Die Ausgleichung hat nur für diejenigen $\delta S'$, welche sich auf das Polygon Leipzig—Warschau beziehen, Werthe ergeben. Es müssten daher eigentlich die Glieder mit den anderen $\delta S'$ den Lothabweichungskomponenten noch als Unbekannte zugefügt werden. Sie sind jedoch in der Uebersicht fortgelassen worden, da ihr Einfluss, wegen der Kleinheit ihrer Koefficienten, nur gering sein kann.

*) Nach einer von Herrn Professor *Helmert* uns gemachten Mittheilung hätte man übrigens die kleinen Azimutglieder in den *Laplaceschen* Gleichungen, soweit sie überhaupt merkbar werden, grösstentheils eliminiren können, indem man die fraglichen Gleichungen mit anderen *Laplaceschen* Gleichungen kombinirte. Zu Gleichung (5), S. 145, hätte man z. B. nur die *Laplacesche* Gleichung für Bonn, S. 126 oben, multiplicirt mit 0,017, hinzuzusaddiren, um die kleinen Glieder mit $\delta T'$ fast unmerklich zu machen. Dafür wäre dann freilich ein kleines Glied mit $\delta L'_0$ hinzugekommen.

In den ξ und λ für die drei Punkte Haverfordwest, Rosenthal und Berlin ist ausserdem noch das Glied, welches die Richtungsverbesserung der geodätischen Linie von dem vorhergehenden Punkte angiebt, nicht aufgeführt worden. Dieses Glied wird sich aber nur bei Haverfordwest in ξ einigermaassen bemerkbar machen können; es kann hier 0",1 bis 0",2 erreichen.

Wenn eine Neubestimmung einer Länge oder eines Azimutes für einen der *Laplaceschen* Punkte stattfindet, so würde eine Neuausgleichung nothwendig sein. Näherungsweise kann man jedoch einer erneuten Längenbestimmung eines *Laplaceschen* Punktes Rechnung tragen, indem man die Aenderung der Länge dem betreffenden λ zufügt. Bei den Punkten Haverfordwest und Mirow, sowie bei Rosenthal, das schon dem ausgeglichenen Längennetz angehört, kann eine Längenänderung sofort berücksichtigt werden; hier ist deshalb auch noch $\delta L'$ zugesetzt worden.

Eine Aenderung der geographischen Breite kann dagegen ohne Weiteres durch die beigefügten $\delta B'$ angebracht werden.

Sollen die Lothabweichungskomponenten, anstatt auf Greenwich, auf irgend einen anderen Ausgangspunkt P_i bezogen werden, so hat man $\delta B'_0 - \xi_0$ und λ_0 aus den beiden Gleichungen für ξ_i und λ_i zu bestimmen und die erhaltenen Werthe für $\delta B'_0 - \xi_0$ und λ_0 in sämtliche Lothabweichungsgleichungen einzusetzen.

Um z. B. die Lothabweichungskomponenten auf Rauenberg zu beziehen, sind die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} + 0,9841 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,1132 \lambda_0 &= + 7,57 + (\delta B'_{15} - \xi_{15}) \quad . \quad + 773 \frac{da}{a} - 2164 da \\ - 0,2908 \quad , \quad + 1,0028 \quad , &= + 1,78 \quad . \quad + \lambda_{15} - 48780 \quad , \quad - 29874 \quad , \end{aligned}$$

aufzulösen. Man findet

$$\begin{aligned} \delta B'_0 - \xi_0 &= + 7,247 + 0,9834 (\delta B'_{15} - \xi_{15}) - 0,1110 \lambda_{15} + 6175 \frac{da}{a} + 1188 da \\ \lambda_0 &= + 3,876 + 0,2852 \quad , \quad + 0,9650 \quad , \quad - 46854 \quad , \quad - 29446 \quad , . \end{aligned}$$

Diese Ausdrücke, die die Lothabweichungskomponenten von Greenwich in Bezug auf Rauenberg darstellen, sind in die Lothabweichungsgleichungen der Zusammenstellung einzusetzen, wenn Rauenberg Ausgangspunkt werden soll.

§ 11. Einige Gewichte und mittlere Fehler.

I. Mittlerer Fehler von ξ_{19} , der Lothabweichung in Breite für Warschau gegen Greenwich.

Führt man in den Ausdruck für ξ_{19} , wie er aus der südlichen Verbindung von Warschau mit Leipzig folgt, 4. Kap., § 29, S. 130, die Bezeichnungen des § 2, S. 148/150, ein, so erhält man:

$$\xi_{19} = + 8",97 + \delta B'_{19} - 0,9331 (\delta B'_0 - \xi_0) - 0,1756 \lambda_0 - 3996 \frac{da}{a} - 4485 da + 0,0167 \delta S'_{0.3} \\ - 0,0037 \delta S'_{3.4} + 0,0114 \delta S'_{4.5} - 0,0091 \delta S'_{5.6} + 0,0164 \delta S'_{6.8} \\ + \left\{ \begin{array}{llll} + 0,0049 \delta S'_{8.9} & + 0,0148 \delta S'_{9.10} & - 0,0117 \delta S'_{10.11} & + 0,0178 \delta S'_{11.13} & - 0,0286 \delta S'_{13.14} \\ - 0,0248 \delta S'_{14.19} & + 0,2243 (\delta_0 + v_{0.3}) & - 0,2014 (v_{3.0} - v_{3.4}) & - 0,1975 (v_{4.3} - v_{4.5}) \\ - 0,1531 (v_{5.4} - v_{5.6}) & - 0,1124 (v_{6.5} - v_{6.8}) & - 0,0943 (v_{8.6} - v_{8.9}) & - 0,0817 (v_{9.8} - v_{9.10}) \\ - 0,0586 (v_{10.9} - v_{10.11}) & - 0,0438 (v_{11.10} - v_{11.13}) & - 0,0241 (v_{13.11} - v_{13.14}) & - 0,0204 (v_{14.13} - v_{14.19}) \end{array} \right\}$$

Von der Ausgleichung wird nur der Klammerausdruck betroffen. Bezeichnet man den von der Ausgleichung nicht beeinflussten Theil von ξ_{19} mit F_0 , nennt man dann die $\xi_{19} - F_0$ zuzuordnende Korrelate u , und setzt man für δ_0 , $v_{i.k}$ und $\delta S'_{i.k}$ die durch das Glied mit u vervollständigten Ausdrücke durch die Korrelaten $k_1, k_2, \dots k_{18}$, § 9, S. 178/179, so ergibt sich für $\xi_{19} - F_0$ der Werth:

$$\xi_{19} - F_0 = + 0,6101 k_1 + 2,5995 k_2 + 0,3369 k_3 + 2,2196 k_4 + 0,6062 k_5 + 0,0473 k_6 \\ + 0,0405 k_8 + 0,0540 k_9 + 0,0274 k_{10} + 0,0441 k_{11} + 0,1701 k_{12} + 0,3333 k_{16} \\ + 0,2759 k_{17} - 0,2526 k_{18} + 0,8728 u.$$

Vor der Ausgleichung, d. h. unter Annahme des Werthes null für den Klammerausdruck, ist hiernach sein reciprokes Gewicht 0,8728; nach der Ausgleichung geht es in 0,0231 über. Die Steigerung des Gewichtes durch die Ausgleichung ist also beinahe vierzigfach.

Mit $\pm 1",69$ für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit, S. 188, ist daher das mittlere Fehlerquadrat des Klammerausdrucks

$$\begin{array}{l} \text{vor der Ausgleichung: } 2,493 = (\pm 1",58)^2, \\ \text{nach der Ausgleichung: } 0,066 = (\pm 0",26)^2. \end{array}$$

Der Theil F_0 von ξ_{19} wird durch die Ausgleichung nicht betroffen, so dass, abgesehen vom konstanten Gliede, sein plausibelster Werth null ist. Um einen Werth seines mittleren Fehlers zu erhalten, wurde zunächst eine Schätzung des mittleren Fehlerquadrates der nicht in die Ausgleichung eingehenden Glieder mit $\delta S'_{i.k}$ vorgenommen.

Nimmt man als mittleren Fehler der $\delta S'_{i.k}$ vorerst die Seitenlängen, dividirt durch 100 000 n an (vergl. Lothabweichungen. Heft I, S. 91), so erhält man mit Rücksicht auf die im 4. Kap., § 4/10, aufgeführten Seitenlängen als mittleres Fehlerquadrat, wenn man für die Schätzung die $\delta S'_{i.k}$ als voneinander unabhängig ansieht:

$$\frac{1}{n^2} (0,0292^2 + 0,0010^2 + 0,0352^2 + 0,0248^2 + 0,0217^2),$$

d. i.

$$\frac{1}{n^2} \cdot 0,0032 = \left(\pm \frac{0",057}{n} \right)^2.$$

Im § 6, S. 166, sind die mittleren Fehlerquadrate für 8 geodätische Linien a priori geschätzt worden; aus ihnen ergibt sich 1 : 242 000 der Länge als durchschnittlicher Werth des mittleren Fehlers eines $\delta S'_{i.k}$. Da nun die aus der Ausgleichung folgenden Verbesserungen der Längen der geodätischen Linien keine Vergrößerung der a priori geschätzten mittleren Fehler andeuten (§ 9, S. 189), so wird man mit 1 : 200 000, also $n = 2$, die Genauigkeit der $S'_{i.k}$ wohl nicht zu hoch angesetzt haben.

Den Beitrag, den die der Ausgleichung nicht unterworfenen linearen Längen zum mittleren Fehlerquadrat von ξ_{19} liefern, kann man daher auf den geringen Betrag

$$0,0008 = (\pm 0,03)^2$$

schätzen.

Viel grösser ist der Beitrag, den die Unsicherheiten der Breitenbestimmungen liefern. Es ist zwar nicht leicht, einigermaassen plausible Werthe für die mittleren Fehler der Breiten von Greenwich und von Warschau anzusetzen; jedoch glauben wir die wirklichen mittleren Unsicherheiten, abgesehen von der Polhöschwankung, nicht zu gross zu schätzen, wenn wir für Greenwich $\pm 0,2$ und für Warschau $\pm 0,4$ als mittlere Fehler der Breiten annehmen. Hierbei ist auf den Umstand Rücksicht genommen, dass an beiden Orten die Breitenbestimmungen nur nach einer Methode erfolgten. Hiernach wird der Beitrag zum mittleren Fehlerquadrat von ξ_{19} , den die Glieder $\delta B'_{19} - 0,9331 \delta B'_0$ liefern:

$$0,195 = (\pm 0,44)^2.$$

Die Glieder mit ξ_0 , λ_0 , $\frac{da}{a}$ und da sind unberücksichtigt geblieben.

Man kann also den mittleren Gesamtfehler von ξ_{19} in nachstehender Weise ansetzen:

$$\sqrt{0,066 + 0,001 + 0,195} = \pm 0,51.$$

Antheil der Breitenbestimmungen.
Antheil der von der Ausgleichung nicht betroffenen Seitenlängen.
Antheil der Ausgleichung.

Der Nutzen der Ausgleichung tritt hier in sehr starkem Maasse hervor; es wird erreicht, dass die Fehler der Orientirungen und der Winkel, die vorher ganz bedeutend überwogen, nach der Ausgleichung gegen die Unsicherheiten der astronomischen Breitenbestimmungen weit zurücktreten, während der Einfluss der Fehler der Seitenlängen fast verschwindend ist (vergl. Lothabweichungen. Heft I, S. 94).

Da Warschau am weitesten von Greenwich entfernt ist, so wird man wohl im allgemeinen, wenn nicht die Breitenbestimmungen an einigen Punkten noch ungenauer sein sollten, die mittleren Fehler der ξ unter $\pm 0,5$ schätzen können.

II. Mittlerer Fehler von λ_{19} , der Lothabweichung in Länge für Warschau gegen Greenwich.

In derselben Weise wie für ξ_{19} erhält man nachstehenden Ausdruck für λ_{19} , wenn man den aus der Länge folgenden Werth annimmt.

$$\begin{aligned} \lambda_{19} = & - 3,47 - 0,4619 (\delta B'_0 - \xi_0) + 0,9746 \lambda_0 + 75903 \frac{da}{a} + 46468 da - 0,0448 \delta S'_{0.3} \\ & - 0,0523 \delta S'_{3.4} - 0,0492 \delta S'_{4.5} - 0,0506 \delta S'_{5.6} - 0,0456 \delta S'_{6.8} \\ & + \delta L'_{19} - \delta L'_0 \\ & + \left[\begin{array}{cccc} -0,0520 \delta S'_{8.9} & -0,0468 \delta S'_{9.10} & -0,0492 \delta S'_{10.11} & -0,0440 \delta S'_{11.13} & -0,0245 \delta S'_{13.14} \\ -0,0338 \delta S'_{14.19} & +0,0322 (\delta_0 + v_{0.3}) & -0,0087 (v_{3.0} - v_{3.4}) & -0,0097 (v_{4.3} - v_{4.5}) \\ +0,0184 (v_{5.4} - v_{5.6}) & -0,0011 (v_{6.5} - v_{6.8}) & +0,0161 (v_{8.6} - v_{8.9}) & +0,0192 (v_{9.8} - v_{9.10}) \\ +0,0387 (v_{10.9} - v_{10.11}) & +0,0294 (v_{11.10} - v_{11.13}) & +0,0508 (v_{13.11} - v_{13.14}) & +0,0396 (v_{14.13} - v_{14.19}) \end{array} \right] \end{aligned}$$

Verfährt man ähnlich wie für ξ_{19} , so folgt für den durch die Ausgleichung allein beeinflussten Klammerausdruck als Funktion der Korrelaten $k_1, k_2, \dots k_{18}$ und der zu $\lambda_{19} - F'_0$ gehörigen Korrelate v :

$$\begin{aligned}\lambda_{19} - F'_0 = & + 0,2776 k_1 + 0,4700 k_2 - 0,0845 k_3 + 0,0048 k_4 - 0,0519 k_5 - 0,0037 k_6 \\ & - 0,0081 k_8 - 0,0196 k_9 - 0,0182 k_{10} - 0,0483 k_{11} - 0,1244 k_{12} - 0,4268 k_{16} \\ & - 0,1262 k_{17} + 0,8033 k_{18} + 0,4297 v.\end{aligned}$$

Das reciproke Gewicht 0,4297 vor der Ausgleichung geht nach der Ausgleichung in 0,3984 über. Die entsprechenden mittleren Fehlerquadrate sind also

$$\begin{aligned}\text{vor der Ausgleichung: } 1,227 &= (\pm 1",11)^2, \\ \text{nach der Ausgleichung: } 1,138 &= (\pm 1",07)^2.\end{aligned}$$

Zu dem mittleren Fehler vor der Ausgleichung liefern die Glieder $\delta L'_{19} - \delta L'_0$ allein $\pm 1",69 \sqrt{0,40} = \pm 1",07$, während die Orientirung und die Winkel des Zuges, sowie die Seitenlängen des Polygons nur $\pm 1",69 \sqrt{0,0297} = \pm 0",29$ beitragen. Der nach der Ausgleichung übrig bleibende mittlere Fehler ist also nur auf die a priori aus der Längenbestimmung allein geschätzte mittlere Unsicherheit zurückgegangen. Der Nutzen der Ausgleichung tritt hier nicht sehr hervor, weil die Einflüsse der Unsicherheiten in den Orientirungen und in den Winkeln von vornherein nur gering sind.

Die von der Ausgleichung nicht betroffenen Glieder mit $\delta S'_{i,k}$ liefern, in derselben Weise wie für ξ_{19} , als Beitrag zum mittleren Fehlerquadrat von λ_{19} :

$$\frac{1}{n^2} (0,0784^2 + 0,0137^2 + 0,1517^2 + 0,1381^2 + 0,0603^2), \text{ d. i. } \frac{1}{n^2} \cdot 0,0521 = \left(\pm \frac{0",228}{n} \right)^2.$$

Nimmt man wieder $n = 2$, so erhält man als Beitrag der $\delta S'_{i,k}$:

$$0,0130 = (\pm 0",11)^2.$$

Endlich kommt noch hinzu das mittlere Fehlerquadrat von $-0,4619 \delta B'_0$ gleich

$$(0,4619 \cdot 0,2)^2 = 0,0085 = (\pm 0",09)^2.$$

Als mittleres Fehlerquadrat von λ_{19} erhält man also

$$\sqrt{1,138 + 0,013 + 0,009} = \pm 1",08.$$

Antheil der Breitenbestimmung in Greenwich.

Antheil der von der Ausgleichung nicht betroffenen Seitenlängen.

Antheil der Ausgleichung, einschliesslich der Längendifferenz.

Die schliessliche mittlere Unsicherheit von λ_{19} übersteigt also nur in sehr geringem Maasse den a priori für die astronomische Längendifferenz allein geschätzten mittleren Fehler.

Ueberhaupt werden wohl innerhalb der Längengradmessung mit hinlänglicher Annäherung die mittleren Fehler der λ durch die a priori geschätzten mittleren Fehler der Längen gegen Greenwich (S. 176) dargestellt, wenn man sie im Verhältniss von 1 : 1,69 vergrößert.

Für die östliche Abweichung des wahren Zenits vom ellipsoidischen, also für $\eta_{19} = \lambda_{19} \cos B_{19}$, wird der mittlere Fehler

$$\pm 0,66,$$

der den mit ihm vergleichbaren mittleren Fehler von ξ_{19} nicht mehr viel übertrifft.

III. Mittlere Fehler einiger Orientirungen.

a) Mittlere Fehler von δ_0 (Greenwich), δ_8 (Leipzig) und δ_{19} (Warschau).

Bedeutend w , w' , w'' die zu δ_0 , δ_8 , δ_{19} gehörigen Korrelaten, so erhält man:

$$\begin{aligned}\delta_0 &= + 2,72 k_1 + 2,76 k_2 + 2,15 w \\ \delta_8 &= - 1,68 k_7 + 1,68 k_8 + 1,65 k_{13} + 1,31 w' \\ \delta_{19} &= - 3,47 k_{12} + 2,74 w''.\end{aligned}$$

Hiermit findet man als reciproke Gewichte für

	δ_0	δ_8	δ_{19}
vor der Ausgleichung:	2,15	1,31	2,74
nach der Ausgleichung:	1,59	0,30	1,59,

und mit $\pm 1,69$ als mittlerem Fehler der Gewichtseinheit, für die mittleren Fehler von

	δ_0	δ_8	δ_{19}
vor der Ausgleichung:	$\pm 2,48$	$\pm 1,93$	$\pm 2,80$
nach der Ausgleichung:	$\pm 2,13$	$\pm 0,92$	$\pm 2,13$.

Abgesehen von Leipzig ist die Steigerung der Gewichte gering. Der ziemlich beträchtliche Werth von $\delta_8 = + 2,21$ (S. 185) wird durch den ihm anhaftenden mittleren Fehler von nur $\pm 0,92$ in gewissem Grade wahrscheinlich gemacht.

b) Mittlerer Fehler von $\frac{[\delta]}{16}$.

Durch die Berechnung des mittleren Fehlers von $\frac{[\delta]}{16}$, d. h. des arithmetischen Mittels der 16 vorhandenen Azimutverbesserungen, wollte man eine ungefähre Schätzung über die Genauigkeit erlangen, mit der die Orientirung des Parallelbogens in 52° Breite im Mittel erlangt ist.

Ist r die zu $\frac{[\delta]}{16}$ gehörige Korrelate, so findet man:

$$\begin{aligned} \frac{[\delta]}{16} = & - 0,2969 k_1 + 0,0856 k_2 - 0,0538 k_3 + 0,0663 k_4 - 0,0519 k_5 + 0,0913 k_6 \\ & + 0,0213 k_7 + 0,0744 k_8 - 0,0006 k_9 - 0,1744 k_{10} + 0,1663 k_{11} - 0,1763 k_{12} \\ & + 0,0669 k_{13} - 0,0025 k_{14} + 0,0905 r. \end{aligned}$$

Das reciproke Gewicht von $\frac{[\delta]}{16}$ wird hiernach

$$\begin{aligned} & \text{vor der Ausgleichung: } 0,0905, \\ & \text{nach der Ausgleichung: } 0,0754, \end{aligned}$$

und hiermit der mittlere Fehler

$$\begin{aligned} & \text{vor der Ausgleichung: } \pm 1,69 \sqrt{0,0905} = \pm 0,51, \\ & \text{nach der Ausgleichung: } \pm 1,69 \sqrt{0,0754} = \pm 0,46. \end{aligned}$$

Auch in diesem Falle ist der Nutzen der Ausgleichung nur gering; jedoch ist der mittlere Orientirungsfehler $\pm 0,46$ als hinreichend klein anzusehen.

§ 12. Bestimmung der Lage eines gegebenen Referenzellipsoids für die Längengradmessung.

Wenn man die durch die Längengradmessung auf dem 52. Parallel ermittelten Lothabweichungskomponenten, § 10, S. 191/193, für sich allein dazu benutzen wollte, ein Referenzellipsoid — unter der Bedingung, dass die Summe der Quadrate der Lothabweichungen ein Minimum wird, — abzuleiten, so würde man Verbesserungen der Ausgangselemente a und α erhalten, die nur einen interpolatorischen Werth hätten, denen aber kaum irgend welche allgemeinere Bedeutung beigelegt werden könnte. Dennoch sind hier die entsprechenden Normalgleichungen aufgestellt worden, um für eine spätere Verwendung, wenn in Verbindung mit anderen Gradmessungen die Längengradmessung zur Bestimmung der Lage und Grösse eines Referenzellipsoids dienen soll, sogleich den Beitrag, den alsdann die Längengradmessung zu den Normalgleichungen liefern wird, bei der Hand zu haben.

Diese Gleichungen sind hier zugleich benutzt worden, um die günstigste Lage eines Referenzellipsoides mit den beliebigen Elementen a und α festzulegen.

Wenn ξ_i die nördliche, $\eta_i = \lambda_i \cos B_i$ die östliche Komponente der Abweichung des wahren Zenits eines Punktes P_i vom ellipsoidischen bezeichnet, und wenn man nun das Referenzellipsoid dadurch bestimmt, dass $\Sigma (\xi_i^2 + \eta_i^2)$ für alle in Betracht gezogenen Gradmessungen in Bezug auf $\frac{da}{a}$, da und auf die für jede Gradmessung besonderen Orientirungselemente ξ_0 , η_0 zum Minimum gemacht wird, so lauten nach S. 191/193 die aus der Längengradmessung sich ergebenden Fehlergleichungen, wenn ausserdem

$$10\,000 \frac{da}{a} = u \text{ und } 10\,000 da = v$$

gesetzt wird:

	$+$	ξ_0	$=$	$+$	$1,0000$	ξ_0										
$-$	$2,67$	$+$	ξ_1	$=$	$+$	$0,9879$	$''$	$+$	$0,1413$	η_0	$-$	$0,0046$	u	$-$	$0,1263$	v
$-$	$0,32$	$+$	ξ_2	$=$	$+$	$0,9963$	$''$	$+$	$0,0679$	$''$	$+$	$0,0774$	$''$	$-$	$0,0413$	$''$
$-$	$2,18$	$+$	$\xi_{3,4}$	$=$	$+$	$0,9994$	$''$	$-$	$0,0353$	$''$	$-$	$0,1507$	$''$	$+$	$0,0181$	$''$
$-$	$6,85$	$+$	ξ_5	$=$	$+$	$0,9954$	$''$	$-$	$0,0968$	$''$	$-$	$0,3469$	$''$	$+$	$0,0024$	$''$
$-$	$16,02$	$+$	ξ_6	$=$	$+$	$0,9900$	$''$	$-$	$0,1447$	$''$	$-$	$0,0570$	$''$	$-$	$0,1238$	$''$
$-$	$7,78$	$+$	ξ_7	$=$	$+$	$0,9913$	$''$	$-$	$0,1355$	$''$	$-$	$0,1333$	$''$	$-$	$0,0958$	$''$
$-$	$7,47$	$+$	ξ_8	$=$	$+$	$0,9865$	$''$	$-$	$0,1683$	$''$	$-$	$0,2852$	$''$	$-$	$0,1352$	$''$
$-$	$5,17$	$+$	ξ_9	$=$	$+$	$0,9838$	$''$	$-$	$0,1843$	$''$	$-$	$0,3434$	$''$	$-$	$0,1619$	$''$
$-$	$14,88$	$+$	ξ_{10}	$=$	$+$	$0,9780$	$''$	$-$	$0,2137$	$''$	$-$	$0,6461$	$''$	$-$	$0,1830$	$''$
$-$	$8,96$	$+$	$\xi_{11,12}$	$=$	$+$	$0,9741$	$''$	$-$	$0,2310$	$''$	$-$	$0,5705$	$''$	$-$	$0,2493$	$''$
$-$	$8,68$	$+$	ξ_{13}	$=$	$+$	$0,9680$	$''$	$-$	$0,2554$	$''$	$-$	$0,9277$	$''$	$-$	$0,2592$	$''$
$-$	$12,41$	$+$	ξ_{14}	$=$	$+$	$0,9667$	$''$	$-$	$0,2596$	$''$	$-$	$0,8024$	$''$	$-$	$0,3002$	$''$
$-$	$7,39$	$+$	$\xi_{15,16}$	$=$	$+$	$0,9840$	$''$	$-$	$0,1819$	$''$	$+$	$0,0860$	$''$	$-$	$0,2178$	$''$
$-$	$1,38$	$+$	ξ_{17}	$=$	$+$	$0,9749$	$''$	$-$	$0,2257$	$''$	$+$	$0,1916$	$''$	$-$	$0,3331$	$''$
$-$	$6,70$	$+$	ξ_{18}	$=$	$+$	$0,9671$	$''$	$-$	$0,2567$	$''$	$+$	$0,0560$	$''$	$-$	$0,4091$	$''$
$-$	$7,29$	$+$	ξ_{19}	$=$	$+$	$0,9590$	$''$	$-$	$0,2850$	$''$	$-$	$0,4111$	$''$	$-$	$0,4533$	$''$

(1)

	$+$	η_0	$=$		$+$	$1,0000$	η_0									
$+$	$3,44$	$+$	η_1	$=$	$-$	$0,1460$	ξ_0	$+$	$0,9892$	$''$	$-$	$2,3120$	u	$-$	$1,4147$	v
$-$	$0,74$	$+$	η_2	$=$	$-$	$0,0678$	$''$	$+$	$0,9977$	$''$	$-$	$1,1119$	$''$	$-$	$0,6805$	$''$
$+$	$3,42$	$+$	$\eta_{3,4}$	$=$	$+$	$0,0349$	$''$	$+$	$0,9995$	$''$	$+$	$0,5799$	$''$	$+$	$0,3549$	$''$
$+$	$6,72$	$+$	η_5	$=$	$+$	$0,0955$	$''$	$+$	$0,9955$	$''$	$+$	$1,5900$	$''$	$+$	$0,9733$	$''$
$+$	$0,46$	$+$	η_6	$=$	$+$	$0,1413$	$''$	$+$	$0,9899$	$''$	$+$	$2,3732$	$''$	$+$	$1,4529$	$''$
$+$	$5,09$	$+$	η_7	$=$	$+$	$0,1311$	$''$	$+$	$0,9912$	$''$	$+$	$2,2238$	$''$	$+$	$1,3614$	$''$
$+$	$0,31$	$+$	η_8	$=$	$+$	$0,1664$	$''$	$+$	$0,9860$	$''$	$+$	$2,7625$	$''$	$+$	$1,6911$	$''$
$+$	$6,00$	$+$	η_9	$=$	$+$	$0,1811$	$''$	$+$	$0,9847$	$''$	$+$	$3,0278$	$''$	$+$	$1,8533$	$''$
$+$	$3,27$	$+$	η_{10}	$=$	$+$	$0,2123$	$''$	$+$	$0,9774$	$''$	$+$	$3,5045$	$''$	$+$	$2,1452$	$''$
$+$	$0,04$	$+$	$\eta_{11,12}$	$=$	$+$	$0,2294$	$''$	$+$	$0,9735$	$''$	$+$	$3,7876$	$''$	$+$	$2,3185$	$''$
$+$	$4,26$	$+$	η_{13}	$=$	$+$	$0,2567$	$''$	$+$	$0,9685$	$''$	$+$	$4,1937$	$''$	$+$	$2,5675$	$''$
$+$	$1,62$	$+$	η_{14}	$=$	$+$	$0,2572$	$''$	$+$	$0,9661$	$''$	$+$	$4,2543$	$''$	$+$	$2,6041$	$''$
$+$	$1,42$	$+$	$\eta_{15,16}$	$=$	$+$	$0,1789$	$''$	$+$	$0,9822$	$''$	$+$	$2,9798$	$''$	$+$	$1,8246$	$''$
$+$	$2,71$	$+$	η_{17}	$=$	$+$	$0,2250$	$''$	$+$	$0,9727$	$''$	$+$	$3,6899$	$''$	$+$	$2,2583$	$''$
$+$	$6,62$	$+$	η_{18}	$=$	$+$	$0,2566$	$''$	$+$	$0,9636$	$''$	$+$	$4,1823$	$''$	$+$	$2,5590$	$''$
$+$	$2,13$	$+$	η_{19}	$=$	$+$	$0,2831$	$''$	$+$	$0,9585$	$''$	$+$	$4,6503$	$''$	$+$	$2,8465$	$''$



Hierbei sind, um eine etwas gleichmässige Vertheilung der Punkte zu erzielen, die Werthe der Lothabweichungskomponenten der nahe bei einander liegenden Punkte Rosendaëls-Dunkerque und Nieuport, Breslau und Rosenthal, Rauenberg und Berlin, die übrigens auch in ξ und in η nicht sehr verschieden sind, zu Mitteln vereinigt. Es wurde also z. B. gesetzt $\xi_{3.4} = \frac{1}{2} (\xi_3 + \xi_4)$, $\eta_{3.4} = \frac{1}{2} (\eta_3 + \eta_4)$; man kann jetzt annehmen, dass sich $\xi_{3.4}$, $\eta_{3.4}$ auf einen zwischen Rosendaël und Nieuport gelegenen Punkt beziehen. Von einem Zusammenfassen der ξ und η für die gleichfalls nicht weit voneinander entfernten Punkte Brocken und Göttingen, sowie Trockenberg und Mirow musste abgesehen werden, da diese Werthe sich zu sehr unterscheiden.

Den Fehlergleichungen, sowohl für ξ_i als auch für η_i , ist sämmtlich das gleiche Gewicht beizulegen, so lange ihre Unsicherheit gegen die Werthe von ξ_i und η_i selbst als klein anzusehen ist, was hier der Fall ist. Vergl. *F. R. Helmert*. Theorien der höheren Geodäsie, Bd. I, S. 544 und 564.

Aus den Fehlergleichungen für die ξ folgen als Normalgleichungen:

$$\begin{array}{rcccccccl} + & \underline{16,411} & \xi_0 & - & 2,402 & \eta_0 & - & 4,160 & u & - & 2,988 & v & = & - & 113,745 \\ - & 2,402 & „ & + & \underline{0,600} & „ & + & 0,940 & „ & + & 0,652 & „ & = & + & 22,065 \\ - & 4,160 & „ & + & 0,940 & „ & + & \underline{2,833} & „ & + & 0,931 & „ & = & + & 43,006 \\ - & 2,988 & „ & + & 0,652 & „ & + & 0,931 & „ & + & \underline{0,871} & „ & = & + & 23,917, \end{array}$$

und aus den Fehlergleichungen für die η :

$$\begin{array}{rcccccccl} + & \underline{0,592} & \xi_0 & + & 2,371 & \eta_0 & + & 9,757 & u & + & 5,972 & v & = & + & 7,559 \\ + & 2,371 & „ & + & \underline{16,401} & „ & + & 39,312 & „ & + & 24,065 & „ & = & + & 45,864 \\ + & 9,757 & „ & + & 39,312 & „ & + & \underline{160,747} & „ & + & 98,394 & „ & = & + & 125,163 \\ + & 5,972 & „ & + & 24,065 & „ & + & 98,394 & „ & + & \underline{60,227} & „ & = & + & 76,612. \end{array}$$

Der Beitrag der Längengradmessung zu den Normalgleichungen, welche die Werthe ergeben, für die $\Sigma (\xi_i^2 + \eta_i^2)$ zum Minimum wird, ist mithin:

$$\begin{array}{rcccccccl} + & \underline{17,003} & \xi_0 & - & 0,031 & \eta_0 & + & 5,597 & u & + & 2,984 & v & = & - & 106,186 \\ - & 0,031 & „ & + & \underline{17,001} & „ & + & 40,252 & „ & + & 24,717 & „ & = & + & 67,929 \\ + & 5,597 & „ & + & 40,252 & „ & + & \underline{163,580} & „ & + & 99,325 & „ & = & + & 168,169 \\ + & 2,984 & „ & + & 24,717 & „ & + & 99,325 & „ & + & \underline{61,098} & „ & = & + & 100,529. \end{array} \quad (2)$$

Anmerkung. Löst man die vorstehenden Gleichungen auf, so findet sich:

$$\xi_0 = - 6,592 \quad \eta_0 = + 2,682 \quad u = + 4,485 \quad v = - 6,408.$$

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit, also der mittlere Werth einer Lothabweichungskomponente, wird hiermit

$$\sqrt{\frac{372,74}{34-4}} = \sqrt{12,425} = \pm 3,525.$$

Die Gewichte der Bestimmungen von u und v sind 2,076 bzw. 0,770, mithin ihre mittleren Fehler $\pm 2,447$ bzw. $\pm 4,017$. Das Ergebnis der Auflösung wäre also

$$\begin{array}{l} \frac{da}{a} = + 0,0004485 \pm 0,0002447; \log a = 6,8048382, \\ da = - 0,0006408 \pm 0,0004017; a = \frac{1}{370,1}. \end{array}$$

Diese Werthe sind einzeln, schon im Hinblick auf die Grösse ihrer mittleren Fehler, ohne jede Bedeutung.

Der Radius des 52. Parallelkreises, $r_{52} = \frac{a \cos 52^\circ}{W_{52}}$, würde sich mit den vorstehenden Werthen von u und v um

$$dr_{52} = r_{52} \left(\frac{da}{a} + \frac{(1-a) \sin^2 52^\circ}{W_{52}^2} da \right) = \frac{r_{52}}{10\,000} \left(u + \frac{(1-a) \sin^2 52^\circ}{W_{52}^2} v \right) = 197,6 \text{ Meter}$$

vergrössern. Das mittlere Fehlerquadrat dieser Bestimmung ist

$$m_{r_{52}}^2 = \left(\frac{r_{52}}{10\,000} \right)^2 \mu^2 \left\{ Q_{u,u} + 2 Q_{u,v} \sin^2 52^\circ + Q_{v,v} \sin^4 52^\circ \right\},$$

wo μ^2 das mittlere Fehlerquadrat der Gewichtseinheit ist. Die Q sind die aus den Eliminationsgleichungen für u und v erhaltenen Gewichtskoeffizienten; und zwar ist $Q_{u,u} = \frac{1}{2,076} = 0,4817$, $Q_{v,v} = \frac{1}{0,770} = 1,2987$ und $Q_{u,v} = -0,7785$. Damit wird

$$m_{r_{52}} = \frac{r_{52}}{10\,000} \sqrt{12,425 \cdot 0,0156} = \pm 173 \text{ Meter.}$$

Der aus der Längengradmessung erhaltene Radius des 52. Parallelkreises ist mithin gleich

$$(3934678 \pm 173) \text{ Meter,}$$

während $r_{52} (\text{Bessel}) = 3934480$ Meter und $r_{52} (\text{Clarke}) = 3935164$ Meter ist.

Vermittelst der Gleichungen (1) und (2) soll nun für das Gebiet der Längengradmessung diejenige Lage irgend eines beliebigen Referenzellipsoids mit gegebenen Elementen a und a bestimmt werden, bei welcher die Summe der Quadrate der Lothabweichungen einen kleinsten Werth erhält. Zu diesem Zwecke hat man $\Sigma (\xi_i^2 + \eta_i^2)$ nur in Bezug auf ξ_0 und η_0 zum Minimum zu machen. ξ_0 und η_0 ergeben sich daher durch Auflösung der beiden ersten Normalgleichungen (2):

$$\begin{aligned} + 17,003 \xi_0 - 0,031 \eta_0 &= -106,186 - 5,597 u - 2,984 v \\ - 0,031 \xi_0 + 17,001 \eta_0 &= + 67,929 - 40,252 u - 24,717 v. \end{aligned} \quad (2^*)$$

Aus diesen folgt

$$\begin{aligned} \xi_0 &= -6,2377 - 0,3335 u - 0,1782 v \\ \eta_0 &= +3,9842 - 2,3682 u - 1,4541 v. \end{aligned} \quad (3)$$

Das mittlere Fehlerquadrat der Gewichtseinheit, also der mittlere Werth des Quadrats einer Lothabweichungskomponente, ist

$$\frac{\Sigma (\xi_i^2 + \eta_i^2)}{2,17-2},$$

wenn zuvor für ξ_0 und η_0 die soeben gefundenen Werthe, Gl. (3), in die ξ_i und η_i , Gl. (1), eingesetzt werden. Es ist jedoch bequemer an Stelle der direkten Berechnung von $\Sigma (\xi_i^2 + \eta_i^2)$ den Ausdruck $[ll] - [al] \xi_0 - [bl] \eta_0$ zu benutzen. l_i hat hier die Form $c_i + c'_i u + c''_i v$; aus den numerischen Gliedern auf den linken Seiten der Gleichungen (1) findet man nun $[cc] = 1364,842$, und aus den letzten beiden Normalgleichungen (2): $[c'c'] = 163,580$, $[c''c''] = 61,098$, $[cc'] = -168,169$, $[cc''] = -100,529$ und $[c'c''] = 99,325$.

Mithin wird

$$[ll] = 1364,842 - 336,338 u - 201,058 v + 163,580 u^2 + 198,650 uv + 61,098 v^2.$$

Aus den Normalgleichungen (2*) ergibt sich

$$[al] \xi_0 + [bl] \eta_0 = 933,017 - 250,840 u - 159,727 v + 97,186 u^2 + 119,049 uv + 36,470 v^2.$$

Also ist

$$\Sigma(\xi_i^2 + \eta_i^2) = 431,825 - 85,498 u - 41,331 v + 66,394 u^2 + 79,601 uv + 24,628 v^2.$$

Der mittlere Werth des Quadrates einer Lothabweichungskomponente ist daher

$$\frac{\Sigma(\xi_i^2 + \eta_i^2)}{32} = 13,495 - 2,672 u - 1,292 v + 2,075 u^2 + 2,488 uv + 0,770 v^2. \quad (4)$$

Da das Gewicht von ξ_0 sowohl wie von η_0 gleich 17,00 ist, so wird das mittlere Fehlerquadrat der Bestimmung von ξ_0 und η_0 , also der nördlichen und östlichen Abweichung des Lothes von der Normalen des angenommenen Referenzellipsoides in Greenwich

$$m_{\xi_0}^2 = m_{\eta_0}^2 = 0,794 - 0,157 u - 0,076 v + 0,122 u^2 + 0,146 uv + 0,045 v^2. \quad (5)$$

Für das *Besselsche* Ellipsoid ist $u = v = 0$, also wird für dieses

$$\begin{aligned} \xi_0 &= - 6",24 \pm 0",89 \\ \eta_0 &= + 3,98 \pm 0,89, \end{aligned} \quad (6)$$

und nach (4) der mittlere Werth einer Lothabweichungskomponente

$$= \sqrt{13,495} = \pm 3",67. \quad (7)$$

Geht man vom *Besselschen* zum *Clarkeschen* Ellipsoid über, so ist nach „Lothabweichungen. Heft I“, S. 88, zu setzen

$$\begin{aligned} u &= 10000 \frac{da}{a} = + 1,3359 \\ v &= 10000 \frac{d\alpha}{da} = + 0,6477, \end{aligned}$$

folglich ist für das *Clarkesche* Ellipsoid nach (3) und (5)

$$\begin{aligned} \xi_0 &= - 6",80 \pm 0",95 \\ \eta_0 &= - 0,12 \pm 0,95, \end{aligned}$$

und der mittlere Werth einer Lothabweichungskomponente nach (4):

$$\sqrt{15,27} = \pm 3",91.$$

Auf dem *Besselschen* Ellipsoid ist demnach der mittlere Werth einer Lothabweichung für die Punkte der Längengradmessung kleiner als auf dem *Clarkeschen*.

Wie man auch die Elemente a und a des als Referenzfläche dienenden Rotationsellipsoides wählen mag, $\Sigma (\xi_i^2 + \eta_i^2)$ kann, nach S. 201, nicht kleiner als 372,74 und dementsprechend der mittlere Werth einer Lothabweichungskomponente nicht kleiner als $\sqrt{\frac{372,74}{32}} = \pm 3,4$, also der einer Lothabweichung nicht kleiner als $\pm 3,4\sqrt{2} = \pm 4,8$ werden. Dieser grosse Werth zeigt, dass die Krümmung des 52. Parallels im Gebiete der Längengradmessung sehr ungleichmässig ist.

Setzt man die Werthe für ξ_0 und η_0 aus (3) in die Gleichungen (1) ein, so erhält man für irgend ein Referenzellipsoid, dessen Abweichungen $\frac{da}{a}$ und da gegen die *Besselschen* Elemente gegeben sind, die folgenden, die kleinste Quadratsumme ergebenden Lothabweichungskomponenten.

$\xi_0 = - 6,238 - 3335 \frac{da}{a} - 1782 da$	$\eta_0 = + 3,984 - 23682 \frac{da}{a} - 14541 da$
$\xi_1 = - 2,929 - 6687 \text{ „} - 5078 \text{ „}$	$\eta_1 = + 1,412 - 46059 \text{ „} - 28271 \text{ „}$
$\xi_2 = - 5,624 - 4156 \text{ „} - 3175 \text{ „}$	$\eta_2 = + 5,138 - 34521 \text{ „} - 21192 \text{ „}$
$\xi_{3.4} = - 4,195 - 4003 \text{ „} - 1087 \text{ „}$	$\eta_{3.4} = + 0,344 - 17987 \text{ „} - 11047 \text{ „}$
$\xi_5 = + 0,255 - 4497 \text{ „} - 342 \text{ „}$	$\eta_5 = - 3,349 - 7993 \text{ „} - 4913 \text{ „}$
$\xi_6 = + 9,268 - 445 \text{ „} - 898 \text{ „}$	$\eta_6 = + 2,603 - 182 \text{ „} - 117 \text{ „}$
$\xi_7 = + 1,057 - 1430 \text{ „} - 754 \text{ „}$	$\eta_7 = - 1,959 - 1673 \text{ „} - 1033 \text{ „}$
$\xi_8 = + 0,646 - 2156 \text{ „} - 663 \text{ „}$	$\eta_8 = + 2,580 + 3720 \text{ „} + 2277 \text{ „}$
$\xi_9 = - 1,701 - 2350 \text{ „} - 692 \text{ „}$	$\eta_9 = - 3,206 + 6354 \text{ „} + 3891 \text{ „}$
$\xi_{10} = + 7,928 - 4662 \text{ „} - 466 \text{ „}$	$\eta_{10} = - 0,700 + 11190 \text{ „} + 6862 \text{ „}$
$\xi_{11.12} = + 1,964 - 3483 \text{ „} - 870 \text{ „}$	$\eta_{11.12} = + 2,408 + 14057 \text{ „} + 8620 \text{ „}$
$\xi_{13} = + 1,624 - 6457 \text{ „} - 603 \text{ „}$	$\eta_{13} = - 2,002 + 18145 \text{ „} + 11135 \text{ „}$
$\xi_{14} = + 5,346 - 5100 \text{ „} - 950 \text{ „}$	$\eta_{14} = + 0,625 + 18806 \text{ „} + 11535 \text{ „}$
$\xi_{15.16} = + 0,527 + 1886 \text{ „} - 1286 \text{ „}$	$\eta_{15.16} = + 1,377 + 5941 \text{ „} + 3645 \text{ „}$
$\xi_{17} = - 5,600 + 4010 \text{ „} - 1786 \text{ „}$	$\eta_{17} = - 0,238 + 13114 \text{ „} + 8038 \text{ „}$
$\xi_{18} = - 0,355 + 3414 \text{ „} - 2081 \text{ „}$	$\eta_{18} = - 4,381 + 18147 \text{ „} + 11121 \text{ „}$
$\xi_{19} = + 0,172 - 560 \text{ „} - 2098 \text{ „}$	$\eta_{19} = - 0,077 + 22860 \text{ „} + 14023 \text{ „}$

Mit Hülfe der vorstehenden Ausdrücke sind nun noch, zum Vergleich, für das *Besselsche* und *Clarkesche* Ellipsoid die Lothabweichungen in Breite, ξ_i , und in Länge, $\lambda_i = \eta_i \sec B_i$, für die astronomischen Stationen der Längengradmessung zusammengestellt worden. Hierbei sind ξ_i und λ_i für die Punkte Rosendaël, Nieuport, Breslau, Rosenthal, Rauenberg und Berlin dadurch erhalten, dass in die Ausdrücke für die Lothabweichungskomponenten, S. 191/193, für ξ_0 , λ_0 , $\frac{da}{a}$ und da die betreffenden Werthe eingeführt wurden.

Nr.	Station	Bessels Ellipsoid		Clarkes Ellipsoid	
		ξ	λ	ξ	λ
1	Feaghmain	— 2",93	+ 2",29	— 4",15	— 10",66
2	Haverfordwest	— 5,62	+ 8,31	— 6,38	— 1,37
0	Greenwich	— 6,24	+ 6,40	— 6,80	— 0,20
3	Rosendaël	— 4,46	+ 0,63	— 5,09	— 4,44
4	Nieuport	— 3,93	+ 0,45	— 4,51	— 4,41
5	Bonn	+ 0,26	— 5,29	— 0,37	— 7,48
6	Brocken	+ 9,27	+ 4,21	+ 9,15	+ 4,16
7	Göttingen	+ 1,06	— 3,15	+ 0,82	— 3,61
8	Leipzig	+ 0,65	+ 4,13	+ 0,32	+ 5,16
9	Grossenhain	— 1,70	— 5,13	— 2,06	— 3,37
10	Schneekoppe	+ 7,93	— 1,11	+ 7,27	+ 1,96
11	Breslau	+ 2,35	+ 3,70	+ 1,83	+ 7,58
12	Rosenthal	+ 1,58	+ 3,96	+ 1,07	+ 7,84
13	Trockenberg	+ 1,62	— 3,14	+ 0,72	+ 1,79
14	Mirow	+ 5,35	+ 0,99	+ 4,60	+ 6,15
15	Rauenberg	+ 0,71	+ 2,82	+ 0,86	+ 4,50
16	Berlin	+ 0,34	+ 1,69	+ 0,52	+ 3,40
17	Springberg	— 5,60	— 0,40	— 5,18	+ 3,40
18	Schönsee	— 0,36	— 7,31	— 0,03	— 2,06
19	Warschau	+ 0,17	— 0,13	— 0,04	+ 6,34

Diese Zusammenstellung zeigt, dass für das Gebiet der Längengradmessung bei beiden Ellipsoiden der Anschluss in Breite gleichwerthig ist, dass aber für die Darstellung in Länge dem *Besselschen* Ellipsoid vor dem *Clarkeschen* der Vorzug gebührt. Für *Bessels* Ellipsoid ist $\Sigma \xi_i^2 = 339,2$, $\Sigma \lambda_i^2 = 320,7$, für das *Clarkesche* dagegen $\Sigma \xi_i^2 = 346,2$ und $\Sigma \lambda_i^2 = 530,6$.



