

Über die elektrischen Fundamentalgrößen und das Ohm'sche Gesetz.

— Lehrprobe aus dem physikalischen Unterrichtspensum der obersten Klassen höherer Lehranstalten. —

Der Fortschritt auf dem Gebiete der Elektrizität ist in den letzten Jahrzehnten ein ungeahnter geworden. Ein Blick auf die Strassen der grossen Städte, ihren Verkehr, ihr Beleuchtungswesen spricht ganze Bände. Ein Besuch der elektro-technischen Fabriken z. B. der Werkstätten der Berliner Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft mit ihren vielen Tausenden von Arbeitern und ihren auf der höchsten Entwicklungsstufe stehenden modernen Einrichtungen und Erzeugnissen zeigt in überzeugendster Weise das Riesenhafte des Fortschritts und erregt Staunen und Bewunderung.

Diesen enormen Fortschritten darf auch die Schule sich nicht ganz verschliessen. Nicht etwa, als ob Alles, was dort geschieht und geschaffen wird, auch sofort einen Unterrichtsgegenstand abgeben soll; nein, das wird Niemand ernstlich denken und wollen, der der Schule den Charakter einer allgemeinen Bildungsstätte gewahrt wissen will. Die Schule muss vielmehr angesichts solcher Fortschritte in erhöhter Weise bemüht sein, ihren elementaren physikalischen Unterricht so zu gestalten, dass ein solides, sicheres Fundament gelegt werde, auf welches der Hochschul-Unterricht mit allen Errungenschaften neuester Forschung in Theorie und Technik sich erfolgreich stützen kann.

Und dieses solide Fundament kann nur erreicht werden durch Einfachheit der Darstellung und elementare Gründlichkeit, die allein die Sicherheit für ein volles Verständnis des später Dargebotenen geben kann und wird. Es würde ein pädagogischer Missgriff sein, wollte man in einem elementaren physikalischen Unterrichtskursus (etwa in Unter-Sekunda) die Schüler bereits in ausgedehnter Weise über Gleichstrom, Wechselstrom und Drehstrom unterweisen, ein Missgriff, der nach Versicherung eines sehr bewährten, praktischen und hochangesehenen Schul- und Fachmannes auch auf sechsklassigen Schulen schon oft genug gemacht wird. Hier heisst es eine der geschichtlichen Entwicklung der Elektrizitätslehre entsprechende einfache, aber klare Grundlage schaffen.

Nur eine Minderzahl von physikalischen Schulkabinetten ist in der glücklichen Lage, Anschluss an eine elektrische Centrale zu haben; und es muss auch ohne solchen Anschluss gehen, und es geht, wenn auch nicht immer leicht.

Die folgende kleine Arbeit ist weit entfernt Neues bieten zu wollen, sondern lediglich bestrebt, die grundlegenden Begriffe durch einfache Mittel zum klaren Verständnis zu bringen.

Eine ganze Reihe verschiedener Lehrbücher ist hierbei zu Rate gezogen, und es ist aus ihnen im Zusammenhange dasjenige herausgezogen, was dort verstreut zu finden war und dem Zwecke der Arbeit dienlich schien. —

Über das sogenannte „Ohm'sche Gesetz“*), das „fundamentalste aller Stromgesetze“, wonach die Intensität des galvanischen Stromes direkt proportional ist der elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional der Summe der Widerstände, sind seit seiner Entdeckung durch den berühmten Gelehrten, von welchem es den Namen erhalten hat, weit verzweigte wissenschaftliche Untersuchungen angestellt worden, welche die experimentelle Bestätigung jenes „obersten Gesetzes“ des Galvanismus anstreben und erbrachten. Fechner,¹⁾ der

*) Georg Simon Ohm, geb. 1789 zu Erlangen, gest. 1854 als Professor und Conservator der Mathem.-physikal. Sammlung an der Universität München. —

1) Fechner, Massbestimmungen über die galv. Kette. Leipzig 1831. —

Franzose Pouillet 2), Kohlrausch 3) (z. Z. Präsident der Physikalisch-technischen Reichsanstalt in Charlottenburg) sind Namen von Gelehrten, denen — wenn auch auf verschiedenen Wegen — der experimentelle Nachweis des Gesetzes gelang, nachdem Ohm selbst schon in den Jahren 1826 und 1827 die Übereinstimmung seines Gesetzes mit der Erfahrung dargethan hatte.

Beim Schulunterricht auf unseren höheren Lehranstalten darf man sich in den obersten Klassen nicht mit der Anführung jenes Gesetzes begnügen, es fordert vielmehr die Wichtigkeit desselben ein näheres Eingehen auf dasselbe. Freilich wird man sich im Hinblick auf die grosse Fülle des zu bewältigenden physikalischen Unterrichtsstoffes und bei der kurzen zugemessenen Zeit (zwei Stunden wöchentlich) eine grosse Beschränkung auferlegen müssen.

Verfasser dieses Schriftchens wünscht nun im Rahmen einer Programm-Abhandlung, gewissermassen als Lehrprobe, mitzuteilen, wie er, gestützt auf eine langjährige Lehrerfahrung mit seinen Schülern jenes Kapitel zu behandeln pflegt. Einfachheit der Darstellung, leichte Verständlichkeit werden hierbei angestrebt. Auf die Einführung des Potenzialbegriffes wurde verzichtet.*)

An Apparaten sind erforderlich:

- 1.) Ein konstantes, galvanisches Element. (Verfasser benützt zu seinen Messungen zwei zu einem einzigen, grossplattigen Elemente verbundene Daniell'sche Elemente.)
- 2.) Eine Tangentenbussole mit den nötigsten Zuleitungsdrähten. (Kurze Magnethnadel mit längerem, dazu rechtwinklig stehendem Aluminiumzeiger.)**)
- 3.) Eine Anzahl Drähte von verschiedener, aber bekannter Länge bei teils gleicher, teils verschiedener Dicke, teils gleicher, teils verschiedener spezifischer Beschaffenheit, zu deren Einschaltung in den Stromkreis entweder dicke, doppelte Klemmschrauben oder Näpfchen mit Quecksilber dienen, in welches letztere die Drahtenden bei möglichst geringer Entfernung von einander tauchen. —

Wird durch ein galvanisches Element oder durch eine galvanische Batterie — gleichviel welcher Art — ein galvanischer Strom erzeugt, der geschlossen irgend eine Wirkung hervorbringen soll, so treten für den Beobachter, der die Absicht hat zu messen, zu vergleichen, vorzugsweise drei Grössen in den Vordergrund, die zu einander in einer einfachen Beziehung stehen. Diese Grössen sind:

- 1.) Die Stromstärke oder Intensität;
- 2.) Der Widerstand;
- 3.) Die elektromotorische Kraft. —

Die Strom-
stärke.

Will man die Stromstärke definieren, so könnte man sie bezeichnen „als das Verhältnis der durch einen Querschnitt des Leiters tretenden Elektrizitätsmenge zu der Zeit, während welcher sie diesen Querschnitt passiert.“***) Durch diese Erklärung wird die Abhängigkeit der Stromstärke von der spezifischen Beschaffenheit des Leiters sofort gekennzeichnet.

Sie ist die wichtigste jener drei angegebenen Grössen, weil auf ihre Messung die Messungen der beiden anderen zurückzuführen sind. Zur Messung der Stromstärke stehen uns zwei Methoden zu Gebote, die chemische und die dynamische.

2) Pouillet, Poggendorf Annal. Bd. XLII. —

3) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXVIII. —

*) Verfasser fühlt sich hierin in voller Übereinstimmung mit dem Beschlusse der Schles. Direct. Conferenz v. J. 1897, welche im Leitsatz 10 ihrer Verhandlungen über Ziel, Umfang und Methode des physikalischen Unterrichtes erklärte: „Die Aufnahme des Potenzial-Begriffes in den Unterrichtsstoff des Gymnasiums ist zur Zeit abzulehnen.“ —

**) Besitzt man ein Reflex-Galvanometer oder ein Demonstrations-Galvanometer, dann werden durch Benützung desselben der ganzen Klasse die verschiedenen Ablenkungswinkel sichtbar gemacht werden können; indessen genügt die Pouillet'sche Tangentenbussole vollkommen, wenn man einzelne Schüler an den Experimentiertisch treten und die Ablesung der Ablenkung, zu deren grösserer Genauigkeit eine Lupe Verwendung finden kann, teils selbst vornehmen, teils controlieren lässt.

***) Man vergleiche: Hartleben's elektro-technische Bibliothek. Band VIII. — Leipzig 1883. —

Mit ihnen wird die Stromstärke nicht direkt gemessen, nicht unmittelbar mit einer Stromstärken-Einheit verglichen, sondern statt der unmöglichen direkten Vergleichung werden die Wirkungen der Stromstärken mit einander verglichen.

Bei der chemischen Methode wird der Strom während eines bestimmten Zeitraumes durch eine zersetzbare Lösung geleitet, und es werden die durch den Strom zersetzten Quantitäten bestimmt. (Voltameter.)

Bei der dynamischen Methode wird der Strom zu einer mechanischen Wirkung gebracht, zur Ablenkung der Magnetnadel.

Die Stromstärke ist hier proportional der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels. Der Nachweis wird auf mathematischem Wege erbracht. *)

Es sei in beigefügter Figur NS die in O unterstützte in der Gleichgewichtslage befindliche Magnetnadel. Der Strom kreise um dieselbe in der Ebene des magnetischen Meridians und lenkt die Nadel um den Winkel α in die Lage $N_1 S_1$ ab. Jeder Punkt derselben ist wieder zur Ruhe gekommen. Greifen wir einen solchen z. B. A heraus, so sind auf ihn zwei Kräfte thätig, der Einfluss des Erdmagnetismus, welcher ihn von A bis B zu bewegen strebt, und die Kraft des Stromes, welche ihn senkrecht zu NS von A bis C zu bewegen sucht. Zerlegt man jede der beiden Kräfte in ihre seitlichen Componenten AK, AG und AH, AF, dann werden AK und AH als auf die Drehung der Nadel und die Grösse des Winkels α ohne Einfluss unberücksichtigt bleiben können, und nur AG und AF übrig bleiben, die als entgegengesetzt gerichtete Kräfte, weil A sich in Ruhe befindet, gleich sein müssen. Also $AG=AF$.

Fig. 1.)

Bezeichnet man nun den Einfluss des Erdmagnetismus, dargestellt durch AB, mit e, und die durch AF dargestellte Stromstärke mit J, so ist $AG = e \cdot \sin \alpha$ und $AF = J \cdot \cos \alpha$, folglich

$$J \cdot \cos \alpha = e \cdot \sin \alpha \text{ und}$$

$$J = e \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Ein zweiter Strom von anderer Intensität (J_1) an demselben Orte gebe den Ablenkungswinkel α_1 , dann ist

$$J_1 = e \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \text{ und}$$

$J : J_1 = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha_1$ d. h. die Intensitäten zweier Ströme an demselben Orte der Erde verhalten sich zu einander, wie die trigonometrischen Tangenten der Ablenkungswinkel. Dieses Gesetz wird wiederholte Verwendung finden.

Verbinden wir nunmehr den Strom unserer Elemente durch kurze Zuleitungsdrähte mit der Bussole und messen wir die Grösse der Ablenkung der Magnetnadel, den Winkel α . **) Schaltet man nun in den Stromkreis einen längeren oder kürzeren Draht von derselben Beschaffenheit ein, so wird der Ablenkungswinkel kleiner, um so kleiner, je länger der eingeschaltete Draht ist. Das wird zunächst durch Beobachtung festgestellt. Der Grund der geringeren Stromintensität derselben, konstanten Elemente ist darin zu suchen, dass dem Strome eine Kraft entgegenwirkt, der in den Elementen sowohl, wie in den Zuleitungsdrähten vorhanden ist.

Der
äussere
Wider-
stand.

Experiment und sich daran schliessende Rechnung werden jetzt den Beweis erbringen, dass der Widerstand direkt proportional ist der Länge des eingeschalteten Drahtes.

Es sei E die elektromotorische Kraft der benützten Elemente (vorläufig noch unbekannt), W der gesamte innere, wie äussere Widerstand, der in den Elementen und der Bussole mit

*) „Auch das Gymnasium kann auf seiner Oberstufe der mathematischen Entwicklung der physikalischen Gesetze nicht entbehren.“ Leitsatz 3 der Beratung d. Schles. Dir. Konferenz von 1897.

**) Bei der Messung hat man sehr genau zu Werke zu gehen. Auch empfiehlt es sich einen Stromwender in den Stromkreis einzuschalten, den Strom nach erfolgter Ablesung umzulegen und durch die Ablenkung der Nadel nach der anderen Seite zu controlieren, in wie weit der Winkel derselbe geblieben ist. Der Widerstand des Gyrotropen ist unter W mit einzurechnen. — Kohlrausch (Leitfaden der praktischen Physik. Leipzig. Teubner. 1900) empfiehlt den Ausschlag der Nadel immer an beiden Spitzen abzulesen und das Mittel zu nehmen. —

IV

den nötigsten Zuleitungsdrähten, sowie in dem ev. verwendeten Gyrotropen sich zeigt, so ist nach Ohm

$$J = \frac{E}{W},$$

vorhin war $J = e \operatorname{tg} \alpha,$

$$\text{mithin ist } e \operatorname{tg} \alpha = \frac{E}{W}. \quad (1)$$

Schalten wir jetzt einen Widerstand W_1 (einen Kupferdraht von bekannter Länge) dazu, so ergibt sich eine veränderte Stromstärke

$$J_1 = \frac{E}{W + W_1} \quad \text{und}$$

$$J_1 = e \operatorname{tg} \alpha_1, \quad \text{wobei mit } \alpha_1 \text{ der veränderte Ablenkungs-}$$

winkel bezeichnet wird. Somit ist

$$e \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{E}{W + W_1}. \quad (2)$$

Nehmen wir nun den Widerstand W_1 heraus und setzen dafür einen anderen W_2 , einen Draht von derselben Dicke und spezifischen Beschaffenheit, nur länger und von bekannter Länge ein, so wird

$$J_2 = \frac{E}{W + W_2} \quad \text{und}$$

$$J_2 = e \operatorname{tg} \alpha_2, \quad \text{folglich}$$

$$e \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{E}{W + W_2}. \quad (3)$$

Aus den Gleichungen 1., 2., 3., eliminiere man die noch Unbekannten e, E, W , was auf folgende Weise geschieht. *)

Durch Division von 1., und 2., ergibt sich

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{W + W_1}{W} = 1 + \frac{W_1}{W} \quad \text{und}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_1} - 1 = \frac{W_1}{W}. \quad (4)$$

Durch Division von 1., und 3., erhält man

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{W + W_2}{W} = 1 + \frac{W_2}{W} \quad \text{und}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_2} - 1 = \frac{W_2}{W}. \quad (5)$$

Dividiert man nun noch die Gleichungen 4., und 5., so findet man

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1) \operatorname{tg} \alpha_2}{(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_2) \operatorname{tg} \alpha_1} \quad \text{oder in}$$

logarithmisch bequemer Form:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\sin (\alpha - \alpha_1) \sin \alpha_2}{\sin (\alpha - \alpha_2) \sin \alpha_1}. \quad (6)$$

*) conf. Müller-Pouillet. Lehrb. d. Phys. Braunschweig 1886. —

Wenn man nun die durch thunlichst genaue Messung bestimmten Winkelwerte für α , α_1 , α_2 hier in die Gleichung (6) einsetzt, muss die logarithmische Rechnung das bekannte Verhältnis der Widerstände W_1 und W_2 ergeben,

Beispiel: Beim Schulversuche ergab sich

für α der Wert 63° (bei zwei nebeneinander geschalteten Elementen)

für α_1 bei einem Widerstande $W_1 = 1,20$ m Kupferdraht 51° ,

für α_2 „ „ „ „ „ $W_2 = 2,40$ m desgl. 42° .

$$\text{Demnach } \frac{W_1}{W_2} = \frac{\sin 42^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sin 51^\circ \cdot \sin 21^\circ}, \text{ woraus}$$

$$\log \left(\frac{W_1}{W_2} \right) = 0,69856 - 1 \text{ und}$$

$$\frac{W_1}{W_2} \text{ fast genau} = 0,5 \text{ folgt.}$$

Bei einem späteren Versuche mit etwas veränderten Elementen und veränderter Verbindung ergab sich für α im Mittel $49,8^\circ$; $\alpha_1 = 42^\circ$; $\alpha_2 = 36^\circ$, und somit

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\sin 7,8^\circ \cdot \sin 36^\circ}{\sin 13,8^\circ \cdot \sin 42^\circ}, \text{ woraus}$$

$$\log \left(\frac{W_1}{W_2} \right) = 0,69879 - 1 \text{ und}$$

$$\frac{W_1}{W_2} \text{ fast genau} = 0,5 \text{ resultiert.}^*) -$$

Der äussere Widerstand ist ferner umgekehrt proportional der Dicke des Drahtes.

Um dies zu zeigen, schalte man in den Stromkreis das eine Mal einen dünnen, darauf einen dickeren Draht von gleicher Länge und gleicher spezifischer Beschaffenheit ein. Der grössere Ausschlagswinkel im zweiten Falle zeigt unmittelbar die Richtigkeit obigen Gesetzes. Ein dünner Kupferdraht von 1,20 m Länge ergab den Winkel $\alpha_1 = 42^\circ$; ein ebenso langer Kupferdraht von grösserem Querschnitt ergab den Ausschlagswinkel $\alpha_2 = 48^\circ$.

Verschiedene Metalle haben eine verschiedene Leitungsfähigkeit, welche spezifische Leitungsfähigkeit genannt wird. Nach Matthiessen**) ordnen sich die bekanntesten Metalle mit Rücksicht auf ihre Leitungsfähigkeit in die Reihe: Silber, Kupfer, Gold, Zink, Eisen, Zinn, Platin, Blei, Neusilber, Quecksilber, Wismut.

Zum Nachweise der spezifischen Leitungsfähigkeit benützt Verfasser folgenden Apparat:***)

Vier Drähte aus Silber, Kupfer, Eisen und Neusilber von gleicher Stärke, die Längen dem spezifischen Widerstande entsprechend auf einem Brett mit Polschrauben werden nach einander in den Stromkreis eingeschaltet. 100 cm Silberdraht, 74 cm Kupferdraht, 9 cm Eisendraht, 5,6 cm Neusilberdraht geben an der Bussole denselben Ausschlagswinkel; die Drahtlängen kennzeichnen sofort das Verhältnis der spezifischen Leitungsfähigkeiten der gewählten vier Metalle.****)

*) Verfasser machte die Erfahrung, dass die Schüler mit lebhaftem Interesse nach erfolgter Messung die weitere Rechnung verfolgten und mit sichtlich Befriedigung ein auch nur annähernd stimmendes Ergebnis als überzeugende Probe für die Richtigkeit des Gesetzes entgegennahmen.

**) conf. Krebs, Grundriss der Physik. Leipzig 1882.

***) Max Kohl-Chemnitz. Hauptkatalog Nro. 2478. —

****) Der Versuch ist überzeugend und mit einem schwachen Strome ausführbar. Das sonst wohl vielfach benutzte, längere Metallband, abwechselnd aus an einander gelöteten Silber- und Platinstreifen bestehend, erfordert, um die Platinteile zum Glühen zu bringen und dadurch die viel geringere Leitungsfähigkeit des Platins zu zeigen, einen recht kräftigen Strom, der nicht immer und überall zur Verfügung steht; auch erfährt man hierbei nichts über das zahlenmässige Verhältnis der Leitungsfähigkeiten. —

Der gesamte äussere Widerstand wird somit durch die Formel

$$W = \frac{l \cdot s}{q} \quad \text{bestimmt, wobei } l \text{ die Länge, } s \text{ der}$$

spezifische Leitungswiderstand, welcher gleich ist der reciproken Leitungsfähigkeit, und q den Querschnitt des Drahtes bezeichnet.

Zur Messung unbekannter Widerstände kann man sich eine greifbare Einheit schaffen. Für die theoretische Wissenschaft wäre es gleichgültig, welche Widerstands-Einheit zur Messung gewählt wird, falls nur mit der gewählten Einheit auch überall die richtige Vorstellung verbunden ist. Nicht so in der Praxis, in der Technik.

Von der Jacobi'schen Einheit (Kupferdraht von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt) ist man bald abgekommen. Die Siemens'sche Einheit d. h. die Grösse des Widerstandes, den der Strom findet in einem Quecksilberfaden von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt wird noch oft benützt, während in der Technik jetzt allgemein das Ohm als zu Grunde gelegte Widerstands-Einheit gilt. Ein Ohm, gleich dem Widerstande von 48,5 m Normal-Kupferdraht, beträgt 1,06 Siemens'sche-Einheiten, d. h. also es ist gleich dem Widerstande einer Quecksilbersäule von 1,06 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei einer Temperatur von 0° Celsius.

Auf die weiteren Mittel und Apparate, die zur Messung vorhandener, äusserer Widerstände dienen, gehe ich hier nicht ein, weil mich das sonst zu weit führen würde, weiter, als es der enge Rahmen einer Programm-Arbeit gestattet.

Nur über den inneren Widerstand und seine Messung seien noch einige Bemerkungen am Platze.

Der
innere
Wider-
stand.

Vergleicht man die Flüssigkeitssäule zwischen den Metallplatten der Elemente mit einem Leitungsdrahte, so erhellt sofort, dass der innere Widerstand in den Elementen um so geringer ist, je näher die Metallplatten sich an einander befinden und je grösser die Metallplatten selbst sind, und umgekehrt.

Um den inneren Widerstand W_i eines konstanten Elementes zu bestimmen, muss man zunächst den Widerstand der Bussole selbst mit ihren nötigsten Verbindungsdrähten kennen; nennen wir ihn w . Alsdann schaltet man in den Stromkreis nach einander zwei bekannte Widerstände W_1 und W_2 ein und bestimmt die entsprechenden Intensitäten, sie seien J_1 und J_2 . Es ist somit

$$J_1 = e \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{E}{W_i + (W_1 + w)} \quad \text{und}$$

$$J_2 = e \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{E}{W_i + (W_2 + w)}.$$

Durch Division beider Gleichungen ergibt sich

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{W_i + (W_2 + w)}{W_i + (W_1 + w)}, \quad \text{eine Gleichung, in welcher}$$

W_i die einzige Unbekannte ist. Aus ihr resultiert für W_i der Ausdruck:

$$W_i = \frac{(W_2 + w) \operatorname{tg} \alpha_2 - (W_1 + w) \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2} \quad *)$$

Die
elektro-
motorische
Kraft.

Während der Widerstand sich der Bewegung der Elektrizität entgegenstellt, existiert eine dritte Grösse, welche die Bewegung der Elektrizität veranlasst, welche also die dem Widerstande entgegengesetzte Rolle spielt, indem die Stromstärke um so grösser ist, je grösser die dritte Fundamentalgrösse, die elektromotorische Kraft ist. Sie ist die Ursache, welche an der Berührungsstelle zweier Elektrizitäts-Erreger die Entwicklung und Trennung der Elektrizitäten

*) conf. Krebs, Grundriss der Physik. —

veranlasst. *) Die elektromotorische Kraft oder die elektrische Spannung ist je nach der Natur der Metalle verschieden.

Da aufgrund der bekannten Volta'schen Spannungsreihe die Spannungsdifferenz zweier Leiter erster Ordnung um so grösser ist, je weiter dieselben in der Reihe von einander entfernt sind, so ist die elektromotorische Kraft eines Grove'schen Elementes grösser, als die eines Daniell'schen, die eines Bunsen'schen Elementes grösser, als die eines Grove'schen; und es verhält sich die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes zu der eines Grove'schen wie 1 : 1,75 bis 1,80; die eines Daniell'schen Elementes zu der eines Bunsen'schen, wie 1 : 1,75 bis 1,85.

Die elektromotorische Kraft ist unabhängig von der Grösse der Berührungsflächen und sie wächst mit der Zahl der ungleichnamig verbundenen Elemente.

Dass die Stromstärke der elektromotorischen Kraft direkt proportional ist, lässt sich nachweisen durch die von Fechner herrührende Methode der grossen Widerstände.

Man schickt nämlich den Strom eines Daniell'schen Elementes durch sehr grosse Widerstände, die so gross sind, dass im Verhältnis dazu der innere Widerstand als unerheblich vernachlässigt werden kann, und beobachtet die Ablenkung der Magnetnadel. Werden dann zwei oder drei Elemente eingeschaltet, so steigt auch die Ablenkung auf das Doppelte, oder Dreifache; die Stromstärke ist somit, da der gesamte Widerstand als gleichbleibend angesehen werden kann, direkt proportional der Zahl der eingeschalteten Elemente, direkt proportional der Vergrösserung der elektromotorischen Kraft.

Als einheitliches Mass für die elektromotorische Kraft gilt in der Technik allgemein das Volt. (1 Volt = 0,89 Daniell, und somit 1 Daniell = 1,124 Volt.) Man bezeichnet damit die Kraft, welche in einem Leiter von 1 Ohm Widerstand die Stromstärke 1 hervorruft. Die Stromstärke-Einheit im absoluten Masssystem wird 1 Ampère genannt. Sie erzeugt in einem Leiter von 1 Ohm Widerstand in einer Sekunde 0,24 Wärme-Einheiten, oder sie liefert in 1 Minute 10,43 cem. trockenes Knallgas von 0° bei normalem Atmosphärendruck. Kennt man zwei von diesen Einheiten, so hat man aufgrund des Ohm'schen Gesetzes auch die dritte, denn

$$1 \text{ Ampère} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ohm}}.$$

Eine beliebige elektromotorische Kraft wird gegenwärtig gemessen durch Clark's Normal-Element,**) das einzige von der physikalisch-technischen Reichsanstalt in Charlottenburg zur Prüfung zugelassene Normal-Element, welches eine sehr konstante, elektro-motorische Kraft = 1,438 Volt besitzt.

Es erübrigt nunmehr nur noch die Beantwortung der Frage: Wie muss man aufgrund des Ohm'schen Gesetzes n gegebene, gleichartige Elemente verbinden, um die grösste Strom- Ver-
schiedene
Schaltungs-
weise der
Elemente. Intensität zu erzielen?

Die Frage ist notwendig. Denn, wenn man n Elemente ungleichnamig zur Batterie verbindet, d. h. den Kupferpol des ersten mit dem Zinkpol des zweiten u. s. f. — was kurz als Verbindung der Elemente hinter einander bezeichnet wird, — so wirkt unter Umständen die Batterie nicht stärker, wie ein einzelnes Element.

$$\text{Sei } J = \frac{E}{W_a + W_i} \quad \text{die Intensität eines Bechers, so}$$

*) Man vergleiche: Hartleben's elektro-technische Bibl. Bd. 8.;

Sumpf, Grundriss der Physik. Hildesheim. 1892;

Weinhold, phys. Demonstrationen. Leipzig.

Wassmuth-Czernowitz. Die Elektrizität. Wien. 1885.

**) Clark's Normal-Element enthält am Boden eine Schicht Quecksilber, in welches seitwärts ein in eine Glasröhre eingeschmolzener Platindraht taucht. Auf dem Quecksilber lagert eine breiartige Mischung von schwefelsaurem Quecksilber-Oxydul und concentrirter Zinkvitriollösung, in welcher sich ein amalgamierter Zinkstab befindet, der den negativen Pol bildet. Preis: 30 M. —

geht dieselbe nach Verbindung der n Elemente hintereinander über in

$J_1 = \frac{n E}{W_a + n W_i}$, da ja jetzt n Stromerreger bei gleichbleibendem äusseren und einem n mal grösser gewordenen inneren Widerstande vorhanden sind, oder

$$J_1 = \frac{E}{\frac{1}{n} W_a + W_i}.$$

Ist nun der äussere Widerstand im Verhältnis zum inneren verschwindend klein, so kann $\frac{1}{n} W_a$ vernachlässigt werden, W_i bildet dann den gesamten vorhandenen Widerstand und es ist

$$J_1 = J.$$

Verbindet man die n Elemente nebeneinander, d. h. alle Zinkplatten mit einander und alle Kupferplatten mit einander, so wird

$$J_2 = \frac{E}{W_a + \frac{1}{n} W_i}, \quad \text{denn man hat einen Strom-}$$

erreger bei einem n mal kleiner gewordenen, inneren Widerstande, weil ja die Plattenpaare n mal grösser geworden sind. Ist jetzt W_i gegen W_a verschwindend klein, W_a somit der ganze in Betracht kommende Widerstand, so wird auch

$J_2 = J$, d. h. die Batterie von n Elementen wirkt nicht stärker, wie ein Element.

Die grösste Stromstärke ergibt sich, wenn man die Anordnung so trifft, dass der innere Widerstand grade so gross wird, wie der äussere. Von den mehrfachen Beweisen hierfür — ein zweiter folgt am Schluss — scheint mir der folgende für unsere älteren Schüler am Leichtesten verständlich.*)

Es sei, wie früher $J = \frac{E}{W_a + W_i}$ die Intensität eines Elementes.

Angenommen, man verbindet die n Elemente zu x yfachen, d. h. je y Elemente nebeneinander in x Gruppen, wobei natürlich $xy = n$ sein muss. Dann wird

$$J_1 = \frac{x \cdot E}{W_a + \frac{x}{y} W_i}, \quad \text{denn man hat bei dieser Ver-}$$

bindung x Stromerreger bei gleichbleibendem äusseren Widerstande; der innere Widerstand ist einmal x mal grösser, weil der Strom durch x Stromquellen kreist, dann aber y mal kleiner, weil die Plattenpaare y mal grösser geworden sind.

Dividiert man Zähler und Nenner durch x , so wird

$$J_1 = \frac{E}{\frac{W_a}{x} + \frac{W_i}{y}}.$$

Soll diese Intensität ein Maximum werden, so muss der Nenner ein Minimum sein. Mit Rücksicht darauf, dass das Produkt der beiden Posten im Nenner immer $\frac{W_a \cdot W_i}{n}$ bleiben

*) Ich fand denselben mitgeteilt in:

Ludwig Dressel, S. J. Element. Lehrb. der Physik nach den neuesten Anschauungen, (Freiburg i. Br. 1895) ein Werk, welches Jedem, der über den Schulunterricht hinaus sich auf streng wissenschaftlicher Grundlage über physikalische Fragen weiter belehren, weiter bilden will, ein willkommener nutzenbringender Ratgeber sein wird und somit warm empfohlen werden kann. —

muss, würde die Frage geometrisch gefasst so lauten: Welches von allen Rechtecken mit gleichem Inhalt hat den kleinsten Umfang? Das ist aber nur das Rechteck mit gleichen Seiten, das Quadrat.

Auch hier also muss $\frac{W_a}{x} = \frac{W_i}{y}$ sein, woraus

$$W_a = \frac{x W_i}{y} \quad \text{folgt, d. h. der äussere Widerstand}$$

muss gleich sein dem inneren.

Es folgt weiter daraus, dass dann

$$\frac{W_a}{x} = \sqrt{\frac{W_a \cdot W_i}{n}},$$

$$x = \sqrt{\frac{n \cdot W_a}{W_i}} \quad \text{und}$$

$$y = \sqrt{\frac{n \cdot W_i}{W_a}} \quad \text{sein muss.}$$

Beispiel: Es seien 6 Daniell'sche Elemente gegeben, der äussere Widerstand betrage 0,2 Ohm, der innere eines Elementes 0,3 Ohm. Wie ist zu verbinden?

Durch Einsetzen der gegebenen Werte in obige Formeln folgt

$$x = \sqrt{\frac{6 \cdot 0,2}{0,3}} = 2; \quad y = 3, \quad \text{d. h. zwei dreifache}$$

Elemente geben in dem angenommenen Falle die grösste Stromstärke. Die Probe hierauf macht die Sache klarer.

Sechs Elemente lassen sich verbinden:

- 1., in 6 einfache, (Fig. 2., a,)
- 2., „ 3 doppelte, (Fig. 2., b,)
- 3., „ 2 dreifache, (Fig. 2., c,)
- 4., „ 1 sechsfaches Element. (Fig. 2., d,)

Im ersten Falle wird

$$J_1 = \frac{6 E}{0,2 + 6 \cdot 0,3} = \frac{6 E}{2} = 3 E.$$

Im zweiten Falle ist

$$J_2 = \frac{3 E}{0,2 + \frac{3}{2} \cdot 0,3} = \frac{6 E}{0,4 + 0,9} = 4,6 E.$$

Im dritten Falle ergibt sich

$$J_3 = \frac{2 E}{0,2 + \frac{2}{3} \cdot 0,3} = \frac{2 E}{0,4} = 5 E.$$

Im letzten möglichen Falle endlich wird

$$J_4 = \frac{E}{0,2 + \frac{1}{6} \cdot 0,3} = \frac{6 E}{1,5} = 4 E.$$

Hierzu
Fig. 2.,

Man sieht somit, dass im dritten Falle bei der Verbindung der sechs Elemente in zwei dreifache die grösste Stromstärke erzielt wird. *) —

Denjenigen Primanern, welche Gelegenheit gehabt haben, einige Aufgaben über Maxima und Minima nach den in Bardey's Aufgabensammlung im Abschnitt XXVI mitgetheilten Methoden zu lösen, wird auch der folgende Nachweis keine Schwierigkeiten machen.

Es sei $J = \frac{E}{W_a + W_i}$ die Intensität eines grossplattigen Elementes. Man denke sich dasselbe in x kleinplattige zerlegt, dann ändert sich die Intensität; sie wird

$$J_1 = \frac{x E}{W_a + x^2 W_i}, \quad \text{da ja jetzt bei gleichbleibendem}$$

äusseren Widerstande die Zahl der Stromerreger x mal grösser, der innere Widerstand wegen der x mal kleineren Plattenpaare und, weil der Strom durch x Becher zu kreisen hat, x^2 mal grösser geworden ist.

Dividirt man Zähler und Nenner durch x , so ergibt sich

$$J_1 = \frac{E}{\frac{1}{x} W_a + x W_i}.$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn die Funktion im Nenner ein Minimum ist. Bezeichnen wir den Nenner mit y , also

$$y = \frac{1}{x} W_a + x W_i. \quad (1)$$

Einem veränderten Werte von x entspricht auch ein anderer Wert für y

$$y_1 = \frac{1}{x_1} W_a + x_1 W_i. \quad (2)$$

Durch Subtraktion beider Gleichungen 1., und 2., erhält man:

$$y_1 - y = W_i (x_1 - x) - W_a \left\{ \frac{x_1 - x}{x \cdot x_1} \right\} \quad \text{und}$$

$$\frac{y_1 - y}{x_1 - x} = W_i - \frac{W_a}{x \cdot x_1}. \quad \text{Giebt man nun der linken}$$

Seite, welche graphisch dargestellt die Richtungskonstante einer Sehne der Kurve mit der Gleichung 1., ist, den Wert 0 und lässt die Sehne zur Tangente werden, indem man gleichzeitig $x = x_1$ setzt, so wird

$$W_i = \frac{W_a}{x^2} \quad \text{oder}$$

$W_a = x^2 W_i$, d. h. der äussere Widerstand muss dem gesamten inneren Widerstande gleich sein. —

Professor Carl M. J. Blasel.

* Übungsaufgaben finden sich in ausreichender Zahl in:

Fliedner, Aufgaben aus der Physik. Braunschweig. Vieweg & Sohn.

Jansen, physik. Aufgaben für Prima. Freiburg i. Br., Herder'sche Buchhandlung.

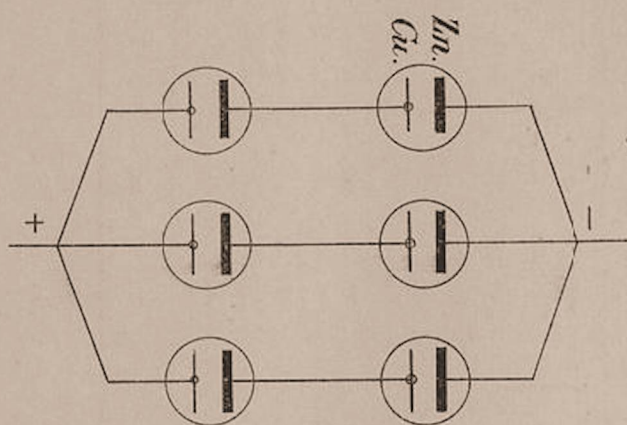
Budde, physik. Aufgaben für obere Klassen. Braunschweig. Vieweg & Sohn.

Fig. 2.

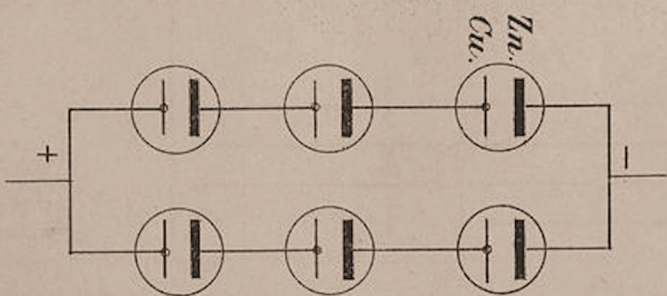
a, 6 à 1.



c, 2 à 3.



b, 3 à 2.



d, 1 à 6.

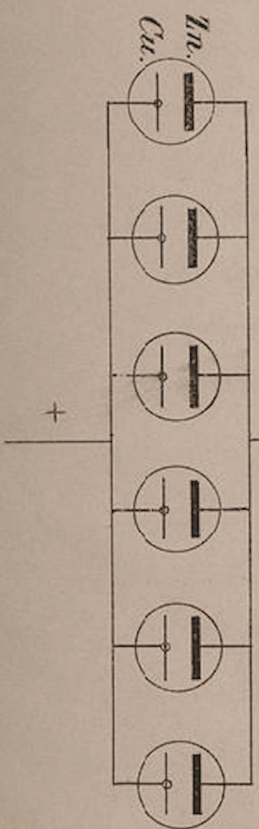


Fig. 1.

