Jahres-Bericht

über die

Königliche Gewerbeschule

(Lateinlose Realschule von 9jähriger Lehrdauer und Fachschule für mechanisch-technische Gewerbe von 2jähriger Lehrdauer)

zu

Gleiwitz O.-S.

womit zu der

Freitag, den 31. März und Sonnabend, den 1. April

stattfindenden

öffentlichen Prüfung der Schüler und der Ausstellung ihrer Zeichnungen

sowie zur

Entlassung der Abiturienten

die städtischen Behörden, die Freunde und Gönner der Anstalt und insbesondere die Eltern der Schüler

ehrerbietigst einladet

Wernicke,

Kgl. Gewerbeschul-Direktor.

März 1882

Inhalt: 1. Das sphärische Viereck mit gleichen Gegenseiten von Georg Pietsch.
2. Schulnachrichten vom Direktor.

Gleiwitz.

Druck von Reinhard David.

1882. Programm Nr. 12.

DAS SPHÄRISCHE VIERECK
MIT GLEICHEN GEGENSEITEN.

EIN BEITRAG
ZUR
KINEMATISCHEN GEOMETRIE AUF DER KUGEL.

VON

GEORG PIETSCH.

Inhalts-Verzeichnis.

Vorwort.

Am 30. März 1878 übergab ich der Kommiſſion zur Prüfung der Kandidaten des Lehramts an Gewerbeſchulen die Bearbeitung der mir zur ſchriftlichen Prüfung als Gewerbeſchullehrer geſtellten Aufgabe: „Die Diskuſſion des überſchlagenen ſphäriſchen Vierecks mit gleichen Gegenſeiten im allgemeinen und der Roulette, welche der Mittelpunkt der der feſten Seite gegenüberliegenden Seite beſchreibt, im beſonderen.“ Unter Benutzung der in jener Arbeit niedergelegten Reſultate verfasste ich die vorliegende Abhandlung, nach deren Fertigſtellung ich Kenntnis erhielt von der ſoeben erſchienenen Arbeit: „Richard Sellentin. Ueber die Rouletten des ſphäriſchen Antiparallelogramms. Inauguraldiſſertation. Jena 1881.“ In dieſer Arbeit befinden ſich einige der von mir gefundenen Reſultate, die allerdings zum teil auf andere Weiſe hergeleitet ſind. Die Ueberſichtlichkeit und Vollſtändigkeit der von mir verfassten Abhandlung erfordert es, dass ich jene Reſultate hier nochmals ſelbſtändig ableite und nicht an den betreffenden Stellen einfach auf die Sellentinſche Arbeit verweiſe, zumal die Unterſuchung der Rouletten M_1 und M_2, mit denen ſich Herr Sellentin ſpeziell beſchäftigt hat, ohnehin aus ſpäter angegebenen Gründen einen verhältnismäſsig ſehr geringen Raum einnimmt. Ich übergebe daher die von mir verfasste Abhandlung der Oeffentlichkeit ohne jegliche auf die Sellentinsche Arbeit bezughabende Aenderung; im Vorwort jedoch mögen noch einige Bemerkungen über die Sellentinſche Arbeit im ſpeziellen Platz finden.

Herr Sellentin behandelt die allgemeine Diskuſſion der Rouletten des ſphäriſchen Antiparallelogramms etwas eingehender als ich, inſofern er noch andere Herſtellungsmethoden für dieſelben (Sellentin § 5 III. und IV. und § 7) angiebt. Bei der ſpeziellen Diskuſſion beſchränkt er ſich jedoch auf die von den beiden äuſseren Mittelpunkten m_1 und m_2 der rollenden Polbahnellipſe beſchriebenen lemniskatenförmigen Rouletten M_1 und M_2 (Sellentin § 2), deren Haupteigenſchaften ſich zum grössten Teil, wie aus meiner Abhandlung § 5 erſichtlich iſt, auf grund der kinematiſchen Prinzipien ohne weiteres angeben laſſen, die jedoch im ganzen genommen inſofern wenig Intereſſantes bieten, als bei jedem beliebigen Seitenverhältnis des Antiparallelogramms die Eigenſchaften dieſer Rouletten dieſelben ſind. Die vorliegende Arbeit enthält nun die ſpezielle Unterſuchung der bei weitem intereſſanteren Roulette M des inneren Mittelpunktes m der rollenden Ellipſe. Dadurch nun, daſs ich die ſphäriſche Ellipſe als ſphäriſche Hyperbel in bezug auf die äuſseren Mittelpunkte betrachtet und dem entſprechende Bezeichnungen eingeführt habe, war es mir möglich, nicht blos den Wert für den Krümmungsradius und die Gleichung der Roulette M u. ſ. w. möglichſt ſymmetriſch geſtalten, ſondern auch aus den für die Roulette M gefundenen Reſultaten ohne weiteres die Reſultate für die von Herrn Sellentin diskutierten Rouletten M_1 und M_2 ableiten zu können. Den intereſſanten Beziehungen, welche ſich bei der Unterſuchung der Wendepunkte der Roulette M (Seite 13 und 14) und bei der Rektifikation der Roulette M_1 (Seite 19) ergeben, will ich an dieſer Stelle noch die Bemerkung hinzufügen, daſs die Bedingung dafür, daſs die Berechnung der Bogenlänge der Roulette M_1 auf ein elliptiſches Integral erſter Gattung führt, übereinſtimmt mit der von Herrn Sellentin zitierten Bedingung dafür, daſs die erzeugte Roulette eine ſphäriſche Lemniskate iſt, welche von Roberts definiert iſt als geometriſcher Ort für die Spitzen aller über einer gemeinſchaftlichen Grundlinie konſtruierten ſphäriſchen Dreiecke, für welche das Produkt der Sinuſſe der halben veränderlichen Seiten konſtant, nämlich gleich dem Quadrat des Sinus des vierten Teiles der Baſis iſt.*) Die Unterſuchung des Spezialfalles, daſs die Polbahnen in zwei kongruente kleine Kugelkreiſe und die Rouletten in ſphäriſche Cycloiden übergehen (ſ. Sellentin), habe

*) s. Liouvilles Journal Bd. X. S. 30.

ich als nicht zum Thema meiner Arbeit gehörig stets unterlassen; die in diesem Falle entstehenden Rouletten können nämlich in Wirklichkeit nicht mit Hilfe eines sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten hergestellt werden. Auch habe ich den Evoluten der betreffenden Rouletten, mit deren Untersuchung ich mich seiner Zeit beschäftigt, keinen Platz in der vorliegenden Abhandlung eingeräumt, weil die angestellten Betrachtungen keine besonders bemerkenswerten Resultate ergeben hatten. Endlich will ich an dieser Stelle noch auf den meiner Arbeit beigegebenen Anhang aufmerksam machen, in welchem ich ausführlich auseinandergesetzt habe, dass es stets vier sphärische Vierecke mit gleichen Gegenseiten, nämlich zwei überschlagene und zwei nicht überschlagene giebt, deren Rouletten identisch sind, und dass man die Bewegung eines jeden sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten durch die Bewegung eines überschlagenen sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten ersetzen kann, von welchem eine der beiden kurzen Seiten festgestellt ist. Hierdurch ist es gerechtfertigt, dass ich, trotzdem ich meine Untersuchungen auf das durch die bequemste Lage ausgezeichnete eben genannte überschlagene sphärische Viereck beschränke, meine Abhandlung ganz allgemein bezeichne als die Diskussion des sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten.

Es sei die Seite $f_1' f_2'$ des überschlagenen sphärischen Vierecks $f_1' f_2' f_2 f_1$, in welchem $f_1' f_2' = f_1 f_2 = 2c$ und $f_1' f_1 = f_2' f_2 = 2a$ ist, $(a > c)$, festgestellt; der Kugelradius sei der Einfachheit halber gleich eins genommen.

Betreff der bei meiner Arbeit benutzten Sätze der kinematischen Geometrie verweise ich auf:

1. Aronhold, Grundzüge der kinematischen Geometrie. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisses in Preussen. 1872.
2. F. Buka, über das sphärische Kurbelgetriebe und seinen Spezialfall, das Hookesche Gelenk. Inaugural dissertation. Göttingen 1876.

Gleiwitz, im October 1881.

Der Verfasser.

Diskussion des überschlagenen sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten unter der Voraussetzung, dass eine der beiden kurzen Seiten festgestellt ist.

§ 1.

Polbahnen. *)

$\mathfrak{f}_1$ und $\mathfrak{f}_2$ beschreiben kleine Kugelkreise um $\mathfrak{f}_1'$ und $\mathfrak{f}_2'$, daher liegt der Pol $\mathfrak{P}$ im Schnittpunkt der Radien $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_1$ und $\mathfrak{f}_2'\,\mathfrak{f}_2$. Aus der Symmetrie der beiden Dreiecke $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{P}\,\mathfrak{f}_2'$ und $\mathfrak{f}_2\,\mathfrak{P}\,\mathfrak{f}_1$ folgt $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{P} = \mathfrak{f}_2\,\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{f}_2'\,\mathfrak{P} = \mathfrak{f}_1\,\mathfrak{P}$, mithin ist $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{P} + \mathfrak{f}_2'\,\mathfrak{P} = \mathfrak{f}_2\,\mathfrak{P} + \mathfrak{f}_1\,\mathfrak{P} = \mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_1 = 2a$, d. h. Polbahn und Polkurve sind zwei kongruente sphärische Ellipsen, deren grosse Axe $= 2a$ und deren Brennweite $= 2c$ ist; und zwar findet das Abrollen derselben in homologen Punkten statt. Demnach:

Das in homologen Punkten stattfindende Abrollen zweier kongruenten sphärischen Kegelschnitte lässt sich mit Hilfe eines aus dem sphärischen Viereck mit gleichen Gegenseiten abgeleiteten Mechanismus stets durch Kurbelbewegung ersetzen.

Da $\mathfrak{f}_1$ und $\mathfrak{f}_2$ Kreise beschreiben, so sind $\mathfrak{f}_1'$ und $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2'$ und $\mathfrak{f}_2$ zugeordnete Krümmungsmittelpunkte, daher ist der Schnittpunkt $\mathfrak{Q}$ der Verbindekreise $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_2'$ und $\mathfrak{f}_1\,\mathfrak{f}_2$ ein Punkt der sphärischen Kollineationsaxe $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$. Dieselbe bildet gleiche Winkel mit den beiden Normalstrahlen $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_1$ und $\mathfrak{f}_2'\,\mathfrak{f}_2$, infolge dessen ist $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ auch gleichzeitig sphärische Polbahntangente.

Ich übergehe die weitere Diskussion der Polbahnen, da das Gesagte für die folgenden Untersuchungen genügt und die sphärische Ellipse ausserdem schon anderweitig unter Benutzung der Prinzipien der kinematischen Geometrie diskutiert worden ist.

§ 2.

Wendekreis. (Tafel I, Fig. 2).

Da die Konstruktion des Wendekreises in der im Pole $\mathfrak{P}$ an die Kugel gelegten Tangentialebene auszuführen ist, so denke man sich sämtliche Punkte der Kugelfläche mittelst Zentralprojektion vom Kugelmittelpunkt o aus auf dieselbe projiziert; die Zentralprojektionen der einzelnen Punkte mögen mit den entsprechenden deutschen Buchstaben bezeichnet werden. Dem in der Zentralprojektion auf dem Normalstrahl $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_1$ liegenden Punkte $\mathfrak{w}_u$ des Wendekreises der direkten Bewegung ist der unendlich ferne Punkt $\mathfrak{w}'_u$ des festen Systems zugeordnet. Verbindet man daher $\mathfrak{w}'_u$ mit $\mathfrak{f}'_2$, d. h. zieht man durch $\mathfrak{f}'_2$ die Parallele zu $\mathfrak{f}'_1\,\mathfrak{f}_1$, welche die Zentralprojektion der Kollineationsaxe $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ in einem Punkte $\mathfrak{q}$ trifft, so schneidet die Verbindegerade $\mathfrak{f}_2\mathfrak{q}$ den Normalstrahl $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_1$ in $\mathfrak{w}_u$. Die in $\mathfrak{w}_u$ auf $\mathfrak{f}_1'\,\mathfrak{f}_1$ errichtete Normale trifft den Axenstrahl im Wendepol $\mathfrak{w}$. Da $\mathfrak{f}_1\,\mathfrak{P}$ mittlere Proportionale zwischen $\mathfrak{f}_1\mathfrak{w}_u$ und $\mathfrak{f}_1\,\mathfrak{f}_1'$ ist, so erhält man, wenn man die Brennstrahlen der Polbahnellipsen $\mathfrak{f}_1'\mathfrak{P} = \mathfrak{f}_2\mathfrak{P} = r_1$ und $\mathfrak{f}_2'\mathfrak{P} = \mathfrak{f}_1\mathfrak{P} = r_2$ setzt, aus $\overline{\mathfrak{f}_1\mathfrak{P}}^2 = \overline{\mathfrak{f}_1\,\mathfrak{w}_u} \,.\, \overline{\mathfrak{f}_1\,\mathfrak{f}_1'}$ oder $\operatorname{tg}^2 r_2 = (\operatorname{tg} r_2 - \mathfrak{P}\mathfrak{w}_u)(\operatorname{tg} r_1 + \operatorname{tg} r_2)$ für den Durchmesser $H = \mathfrak{P}\mathfrak{w}$ des Wendekreises den Ausdruck $H = \dfrac{\mathfrak{P}\mathfrak{w}_u}{\sin u} = \dfrac{\operatorname{tg} r_1 \,.\, \operatorname{tg} r_2}{(\operatorname{tg} r_1 + \operatorname{tg} r_2)\sin u} = \dfrac{\sin r_1 \,.\, \sin r_2}{\sin 2a \,.\, \sin u}$, worin u den Winkel $\mathfrak{Q}\mathfrak{P}\mathfrak{f}_1$ bezeichnet. Nach dem Satze: „Das Produkt der Sinus der von den Brennpunkten auf die Tangenten einer sphärischen Ellipse gefällten sphärischen Perpendikel ist konstant,“ ist $\sin r_1 \,.\, \sin r_2 \,.\, \sin^2 u =$

---

*) Wenn im folgenden allgemein von sphärischen Kegelschnitten und Kegeln II. Grades gesprochen wird, so sind die Spezialfälle, Kreis und gerader Kreiskegel, stets ausgeschlossen.

konst. $= \sin(a+c)\sin(a-c) = \cos^2 c - \cos^2 a = \dfrac{\cos^2 a}{\cos^2 b} - \cos^2 a = \cos^2 a \cdot \mathrm{tg}^2 b$, wenn b die kleine Halbaxe der sphärischen Polbahnellipse bezeichnet. Infolge dessen wird $H = \dfrac{\mathrm{tg}^2 b}{2\,\mathrm{tg}\,a \cdot \sin^3 u}$. (1)

Bei Benutzung des Wendekreises zur Konstruktion zugeordneter Krümmungs-Mittelpunkte bedarf man nur der Schnittpunkte des Wendekreises mit gegebenen Normalstrahlen. Da man diese Schnittpunkte jedoch auch ohne Zeichnung des Wendekreises in den Fusspunkten der vom Wendepol auf die betreffenden Normalstrahlen gefällten Perpendikel findet, so ist es zweckmässig, für solche Anwendungen den dem Wendepol $\mathfrak{w}$ entsprechenden Punkt w direkt auf der Kugel zu konstruieren, wozu die für $\mathfrak{w}$ angegebene Konstruktion unmittelbar angewandt werden kann. Die von w auf die sphärischen Normalstrahlen gefällten sphärischen Perpendikel liefern die den Punkten $\mathfrak{w}_u$ des Wendekreises entsprechenden Punkte w_u der Kugelfläche, welche man bei der Konstruktion zugeordneter Krümmungs-Mittelpunkte verwerten kann.

§ 3.

Drehungsgesetz der beiden gleichen Gegenseiten.

Bezeichnet man mit ω_1 und ω_2 die Winkelgeschwindigkeiten der beiden gleichen Gegenseiten $f_1' f_1$ und $f_2' f_2$ und mit ω die Winkelgeschwindigkeit des Systems, so ergiebt sich, da man die Geschwindigkeiten von f_1 und f_2 als Drehgeschwindigkeiten sowohl um f_1', resp. f_2', als auch um den Pol $\mathfrak{P}$ auffassen kann, $\left\{\begin{array}{l}\omega_1 \cdot \sin 2a = \omega \cdot \sin r_2\\ \omega_2 \cdot \sin 2a = \omega \cdot \sin r_1\end{array}\right\}$, mithin $\omega_1 : \omega_2 = \sin r_2 : \sin r_1 = \sin f_2' f_1' \mathfrak{P} : \sin f_1' f_2' \mathfrak{P} = \sin \mathfrak{Q} f_1' f_1 : \sin \mathfrak{Q} f_2' f_2$ d. h.: Die Winkelgeschwindigkeiten der beiden gleichen Gegenseiten verhalten sich zu einander wie die Sinus der von ihnen durchlaufenen Winkel, wenn man als Anfangslage der bewegten Seiten diejenige betrachtet, bei welcher dieselben mit dem durch die festgestellte Seite bestimmten grössten Kugelkreise zusammenfallen.

Ist eine der beiden Geschwindigkeiten, z. B. ω_1, konstant, so ist ω_2 variabel und zwar ist alsdann,

$$\left.\begin{array}{l}\omega_{2\,max} = \omega_1 \cdot \dfrac{\sin(a+c)}{\sin(a-c)}\\[2ex] \omega_{2\,min} = \omega_1 \cdot \dfrac{\sin(a-c)}{\sin(a+c)}\end{array}\right\}$$

weil $\left\{\begin{array}{l} r_{1\,max} = a + c \text{ bei } r_{2\,min} = a - c\\ r_{1\,min} = a - c \text{ bei } r_{2\,max} = a + c\end{array}\right.$ eintritt.

§ 4.

Die Rouletten im allgemeinen.

Die Verbindungsgerade δd irgend zweier homologen Punkte der beiden Polbahnellipsen steht infolge ihrer symmetrischen Lage in Bezug auf $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ senkrecht auf der gemeinsamen Tangentialebene $o\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ der Polarkegel. Die von einem beliebigen Punkte δ auf die Tangentialebenen eines Kegels II. Grades gefällten Normalen bilden aber wiederum einen Kegel II. Grades, und zwar den zu ersterem reziproken Kegel. Daher ergiebt sich der Satz: Findet das Abrollen zweier kongruenten sphärischen Kegelschnitte in homologen Punkten statt, so beschreiben die Verbindegeraden homologer Punkte derselben kongruente Kegel II. Grades, welche zu dem durch den festgestellten Kegelschnitt und den Kugelmittelpunkt bestimmten Kegel reziprok und reziprok liegend sind. Da die Länge der Strecke δd variabel ist, so sind die homologen Punkte δ und d selbstredend nicht zwei feste Punkte einer solchen Verbindungsgeraden.

Aus dem eben aufgestellten Satze folgt:

Die Roulette eines beliebigen Punktes d ist die Schnittlinie der Kugel mit dem zum festen Polarkegel reziproken und reziprok liegenden Kegel, welcher den homologen Punkt δ als Mittelpunkt besitzt. Und umgekehrt:

Die Schnittlinie jedes beliebigen Kegels II. Grades mit einer Kugel, welche durch den Mittelpunkt desselben geht, lässt sich als Roulette eines aus dem sphärischen Viereck mit gleichen Gegenseiten abgeleiteten Mechanismus darstellen, dessen Lage und Dimensionsverhältnisse leicht zu ermitteln sind.

Die von einem beliebigen innerhalb, auf oder ausserhalb der Peripherie der bewegten Ellipse gelegenen Punkte d beschriebene Roulette hat in dem homologen Punkte δ der festen Ellipse resp. einen isolierten Punkt, einen Rückkehrpunkt oder einen reellen Doppelpunkt.

Nächst den Brennpunkten f_1 und f_2 werden offenbar der innere Mittelpunkt m und die auf der grossen resp. kleinen Axe liegenden äusseren Mittelpunkte m_1 und m_2 der bewegten Ellipse die einfachsten Rouletten beschreiben, da letztere, je den homologen Mittelpunkt μ, μ_1, μ_2 der festen Ellipse als Mittelpunkt habend, aus vier symmetrischen Quadranten bestehen, was sowohl aus der Symmetrie des ganzen Mechanismus in den einzelnen vier Quadranten, als auch aus der Lage der besagten reziproken Kegel ohne weiteres hervorgeht. Die Rouletten M, M_1, M_2 der Mittelpunkte m, m_1, m_2 sollen nun im besonderen untersucht werden.

Diskussion der Rouletten

M, M_1, M_2.

§ 5.

Einige Eigenschaften derselben.

Durchlaufen bei der Bewegung des Mechanismus die vier Seiten desselben den durch die grosse Axe der Polbahnellipse bestimmten grössten Kugelkreis A, so liegt für diesen Fall der Pol $\mathfrak{P}$ in einem der beiden Scheitel der Polbahnellipse. Da nun die Tangente der von einem beliebigen Punkte beschriebenen Roulette senkrecht auf dem Geschwindigkeitsradius dieses Punktes steht, so schneiden die Rouletten M und M_1 den Kreis A senkrecht und zwar in den Entfernungen $\pm$ 2a, resp. $\pm (\pi - 2a)$ von μ, resp. μ_1. Der Punkt m_2 passiert bei der geschilderten Lage des Mechanismus den Mittelpunkt μ_2 der Roulette M_2, daher ist der Neigungswinkel der Tangenten der Roulette M_2 im Doppelpunkt μ_2 gegen den durch die kleine Axe der sphärischen Polbahnellipse bestimmten grössten Kugelkreis B gleich $\pm\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$. Aehnliche Betrachtungen lassen sich für die Mittelstellungen des Mechanismus anstellen, für welche der Pol in einem der beiden Endpunkte der kleinen Axe der Polbahnellipse liegt. Die angedeuteten Betrachtungen liefern folgende Resultate:

Jede der drei Rouletten M, M_1, M_2 besteht aus vier symmetrischen Quadranten. Die Roulette M schneidet die beiden Axenkreise A und B senkrecht in den Entfernungen $\pm$ 2a, resp. $\pm$ 2b von ihrem isolierten Punkte μ. Die Roulette M_1 schneidet A senkrecht in den Entfernungen $\pm (\pi - 2a)$ von ihrem Doppelpunkt μ_1; der Neigungswinkel ihrer Doppelpunktstangenten in μ_1 gegen A beträgt $\pm\left(\frac{\pi}{2} - b\right)$. Die Roulette M_2 schneidet B senkrecht in den Entfernungen $\pm (\pi - 2b)$ von ihrem Doppelpunkt μ_2; der Neigungswinkel ihrer Doppelpunktstangenten in μ_2 gegen B beträgt $\pm\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$.

§ 6.

Gleichungen.

Wählt man den Kugelmittelpunkt o als Anfangspunkt, $o\mu_1$, $o\mu_2$, $o\mu$ als X, Y, Z Axe eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so ist die Gleichung des festen Polarkegels $\frac{x^2}{tg^2 a} + \frac{y^2}{tg^2 b} - z^2 = 0$; daher bestehen die Gleichungen der Rouletten M, M_1, M_2 aus der Gleichung der Kugel

$$(2)\quad \left\{ \begin{array}{c} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ \text{und je einer der drei Kegelgleichungen} \\ x^2\, tg^2 a + y^2\, tg^2 b - (z-1)^2 = 0 \\ (x-1)^2\, tg^2 a + y^2\, tg^2 b - z^2 = 0 \\ x^2\, tg^2 a + (y-1)^2\, tg^2 b - z^2 = 0 \end{array} \right.$$

Für spätere Rechnungen ist es von Vorteil, zur Darstellung der Rouletten sphärische Polarkoordinaten einzuführen. Es seien μ der Pol, A die Polaraxe eines sphärischen Polarkoordinatensystems, also $\mu m = \vartheta$ und Winkel $(\vartheta, A) = \varphi$ die sphärischen Polarkoordinaten des Punktes m, alsdann ist, da $\frac{\mu m}{2} = \frac{\vartheta}{2}$ die Länge des vom Mittelpunkt μ auf die Tangente $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ der Polbahnellipse gefällten sphärischen Perpendikels ist, die Polargleichung der Roulette M: $tg^2 \frac{\vartheta}{2} = tg^2 a \cos^2 \varphi + tg^2 b \sin^2 \varphi$, welche Relation sich unmittelbar aus dem für die ebene Ellipse geltenden analogen Satze ergiebt, wenn man auf die in μ an die Kugel gelegte Tangentialebene die Zentralprojektion der Polbahn von o aus ausführt.

In Bezug auf μ_1, resp. μ_2 als Anfangspunkt eines sphärischen Koordinatensystems ist die Polbahnellipse als sphärische Hyperbel zu betrachten, deren reelle und imaginäre Halbaxe der Analogie wegen mit a_1, b_1, resp. a_2, b_2 bezeichnet werden möge.

Bezogen auf ein Polarkoordinatensystem, dessen Pol resp. μ, μ_1, μ_2 und dessen Polaraxe resp. A, A, B ist, lauten alsdann die Gleichungen der Rouletten M, M_1, M_2 wie folgt:

$$(3)\qquad \begin{cases} M: \operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}^2 a \cos^2\varphi + \operatorname{tg}^2 b \sin^2\varphi \\ M_1: \operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}^2 a_1 \cos^2\varphi - \operatorname{tg}^2 b_1 \sin^2\varphi \\ M_2: \operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}^2 a_2 \cos^2\varphi - \operatorname{tg}^2 b_2 \sin^2\varphi \end{cases}$$

wobei unter der Voraussetzung $a > b$ die Bögen a_1, b_1, a_2, b_2 den Beziehungen unterliegen

$$(4)\,^{*})\qquad \begin{cases} \operatorname{tg} a_1 = \operatorname{cotg} a \\ \operatorname{tg} b_1 = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a \\ \operatorname{tg} a_2 = \operatorname{cotg} b \\ \operatorname{tg} b_2 = \operatorname{tg} a \operatorname{cotg} b. \end{cases}$$

§ 7.
Projektionen.

Die Projektionen einer beliebigen Roulette des Mechanismus lassen sich mit Hilfe der darstellenden Geometrie als Projektionen der Schnittlinie eines Seite 8 bestimmten Kegels II. Grades mit der Kugel konstruieren. Für die im besonderen betrachteten Rouletten M, M_1, M_2 sind, wenn man die drei senkrecht auf einander stehenden Koordinatenebenen zu Projektionsebenen wählt, je zwei der Projektionen Kegelschnitte. Durch Elimination der bezüglichen Koordinaten ergeben sich unter Berücksichtigung der Beziehung $\cos a = \cos b . \cos c$ aus den Seite 9 aufgestellten Gleichungen (2) als Kegelschnittsprojektionen

von M

$$\text{auf ZX:}\quad \frac{(z-\cos^2 b)^2}{\sin^4 b} - \frac{x^2 \operatorname{tg}^2 c}{\sin^4 b} = 1.$$

$$\text{auf ZY:}\quad \frac{(z-\cos^2 a)^2}{\sin^4 a} + \frac{y^2 \sin^2 c}{\sin^4 a} = 1.$$

von M_1

$$\text{auf XY:}\quad \frac{(x-\sin^2 a)^2}{\cos^4 a} + \frac{y^2 \cos^2 c}{\cos^4 a} = 1.$$

$$\text{auf XZ:}\quad \frac{\left(x-\frac{\sin^2 a}{\sin^2 c}\right)^2}{\left(1-\frac{\sin^2 a}{\sin^2 c}\right)^2} - \frac{z^2}{\operatorname{tg}^2 c\left(1-\frac{\sin^2 a}{\sin^2 c}\right)^2} = 1.$$

von M_2

$$\text{auf YX:}\quad \frac{(y-\sin^2 b)^2}{\cos^4 b} + \frac{x^2}{\cos^2 c \cos^4 b} = 1.$$

$$\text{auf YZ:}\quad \frac{\left(y+\frac{\sin^2 b}{\operatorname{tg}^2 c}\right)^2}{\left(1+\frac{\sin^2 b}{\operatorname{tg}^2 c}\right)^2} + \frac{z^2}{\sin^2 c\left(1+\frac{\sin^2 b}{\operatorname{tg}^2 c}\right)^2} = 1.$$

Mit Hilfe der hierdurch gewonnenen Resultate lassen sich, wie aus Tafel II und III ersichtlich, die Axen, resp. Brennweiten der einzelnen Kegelschnittsprojektionen einfach konstruieren; dieselben können zum grössten Teil auch ohne weiteres aus den Projektionen der reziproken Kegel bestimmt werden.

Aus den beiden gefundenen Projektionen lässt sich die dritte Projektion ableiten, doch liefert dieses Verfahren meist sehr ungenaue Resultate, weshalb bei der Konstruktion der Projektionen, welche sich nicht als Kegelschnitte darstellen, folgendes Verfahren eingeschlagen worden ist. Man zeichne die sich als Ellipse mit den Halbaxen tg a und tg b resp. als Hyperbel mit den Halbaxen $\operatorname{tg} a_1 = \operatorname{cotg} a$ und

*) Da die kleine Halbaxe b der Polbahnellipse aus $\cos b = \frac{\cos a}{\cos c}$ leicht ermittelt werden kann, so ist dieselbe der Symmetrie wegen hier, wie auch später, in den Resultaten oft beibehalten worden.

$\operatorname{tg} b_1 = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a$, resp. $\operatorname{tg} a_2 = \operatorname{cotg} b$ und $\operatorname{tg} b_2 = \operatorname{tg} a \operatorname{cotg} b$ darstellende Zentralprojektion der festen Polbahn und zwar mittelst einer Tangentenkonstruktion, um möglichst genau ihre Fusspunktkurve konstruieren zu können. Die Radien der letzteren sind $= \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}$. Aus $\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}$ findet man $\frac{\vartheta}{2}$ und ϑ, und aus letzterem den Radius $\sin \vartheta$ der rechtwinkligen Projektion und auch den Radius $\operatorname{tg} \vartheta$ der Zentralprojektion von M, resp. M_1 und M_2 auf die Tangentialebene in μ, resp. μ_1 und μ_2. Letztere Projektion ist in sämtlichen Fällen aus später angegebenen Gründen ausgeführt worden.

§ 8.

Krümmungs-Mittelpunkt.

$\mathfrak{m}\mathfrak{P}$ ist die sphärische Normale und der dazu senkrechte grösste Kugelkreis in m die sphärische Tangente der Roulette M im Punkte m.

Legt man nun durch den Pol $\mathfrak{P}$ einen grössten Kugelkreis, der mit $\mathfrak{P}$m, resp. $\mathfrak{P}f'_2$ denselben Winkel bildet, welchen die sphärische Polbahntangente $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ mit $\mathfrak{P}f'_2$, resp. $\mathfrak{P}$m einschliesst, so ist dieser Kreis die zu den beiden Normalstrahlen $\mathfrak{P}f'_2$ und $\mathfrak{P}$m gehörige Kollineationsaxe. Ist p der Schnittpunkt derselben mit dem Verbindekreis f_2m, so trifft nach der Bobillier'schen Konstruktion f_2'p den Normalstrahl $\mathfrak{P}$m in dem Krümmungsmittelpunkte m' der Roulette M.

Die vorstehende Konstruktion gilt für jede beliebige Roulette, also auch für M_1 und M_2.

Die etwa wie folgt auszuführende Konstruktion von m' mit Hilfe von w (Seite 8) ist ihrer grösseren Kompliziertheit wegen unzweckmässiger als vorstehende. Man fälle von w auf $\mathfrak{P}$m die Normale $w w_\varepsilon$, konstruiere in bezug auf m und den von $\mathfrak{P}$ um 90° entfernten Punkt (m) des Kreises $\mathfrak{P}$m als konjugierte Punkte mittelst des vollständigen sphärischen Vierseits den zu $\mathfrak{P}$ konjugierten vierten harmonischen Punkt ($\mathfrak{P}$). Alsdann sind ($\mathfrak{P}$) und P, w_ε und m' vier harmonische Punkte und somit ist m' bestimmt.

§ 9 a.

Krümmungs-Radius der Roulette M.

Da man den dem Krümmungsmittelpunkt m' entsprechenden Punkt $\mathfrak{m}'$ dadurch erhält, dass man die angegebenen Konstruktionen in der Tangentialebene in $\mathfrak{P}$ ausführt, so ist $\overline{\mathfrak{m}\mathfrak{P}}$ mittlere Proportionale zwischen $\overline{\mathfrak{m}\mathfrak{w}_\varepsilon}$ und $\overline{\mathfrak{m}\mathfrak{m}'}$, also $(\mathfrak{m}\mathfrak{P})^2 = \mathfrak{m}\mathfrak{w}_\varepsilon \,.\, \mathfrak{m}\mathfrak{m}' = (\mathfrak{m}\mathfrak{P} - \mathfrak{w}_\varepsilon \mathfrak{P})\,(\mathfrak{m}\mathfrak{P} + \mathfrak{P}\mathfrak{m}')$ oder $\operatorname{tg}^2 a' = (\operatorname{tg} a' - \mathfrak{w}_\varepsilon \mathfrak{P})\,[\operatorname{tg} a' + \operatorname{tg}(\rho - a')]$, wenn ρ den Krümmungsradius der Roulette M im Punkte m und a' den zum Winkel $\mathfrak{Q}\mathfrak{P}$m $= \varepsilon$ gehörigen sphärischen Radius $\mathfrak{m}\mathfrak{P} = \mu\mathfrak{P}$ der Polbahnellipsen bezeichnet. Hieraus ergiebt sich $\operatorname{tg} \rho = \dfrac{\operatorname{tg}^2 a'}{\operatorname{tg} a' - (1 + \operatorname{tg}^2 a').\mathfrak{w}_\varepsilon \mathfrak{P}} = \dfrac{\operatorname{tg}^2 a'}{\operatorname{tg} a' - \dfrac{H \sin \varepsilon}{\cos^2 a'}}$, worin nach (1) zu setzen ist

$$H = \frac{\operatorname{tg}^2 b}{2 \operatorname{tg} a \,.\, \sin^3 u}.$$

Der analytische Ausdruck für den Krümmungsradius ρ nimmt die einfachste Gestalt an, wenn man denselben als Funktion des zugehörigen Ellipsenhalbmessers a' darstellt. Um die hierzu notwendige Transformation des Ausdruckes $H \sin \varepsilon = \dfrac{\operatorname{tg}^2 b \sin \varepsilon}{2 \operatorname{tg} a \sin^3 u}$ in möglichst einfacher Weise vornehmen zu können, möge der Satz:

„Fällt man vom Mittelpunkt m einer sphärischen Ellipse das Perpendikel me auf die Normale $\mathfrak{P}$e der Ellipse im Punkte $\mathfrak{P}$, so schneidet dasselbe auf den beiden zugehörigen Brennstrahlen $\mathfrak{P}f_1$ und $\mathfrak{P}f_2$ Bögen von der Länge der halben grossen Axe ab, also $\mathfrak{P}g_1 = \mathfrak{P}g_2 = a$“ angewandt werden, welchen ich kurz nachweisen will. Der Halbierkreis des Winkels $g_1\mathfrak{P}g_2$ steht senkrecht auf g_1g_2, daher ist $g_1\mathfrak{P}g_2$ ein gleichschenkliges Dreieck, also $\mathfrak{P}g_1 = \mathfrak{P}g_2$ und Winkel $\mathfrak{P}g_1m$ = Winkel $\mathfrak{P}g_2m$, mithin $\sin f_1g_1 : \sin c = \sin f_1mg_1 : \sin \mathfrak{P}g_1m = \sin f_2mg_2 : \sin \mathfrak{P}g_2m = \sin f_2g_2 : \sin c$ d. h. $f_1g_1 = f_2g_2$; daher $\mathfrak{P}g_1 + \mathfrak{P}g_2 = \mathfrak{P}f_1 + f_1g_1 + \mathfrak{P}f_2 - f_2g_2 = \mathfrak{P}f_1 + \mathfrak{P}f_2 = 2a$, d. h. $\mathfrak{P}g_1 = \mathfrak{P}g_2 = a$.

Unter Benutzung des eben bewiesenen Satzes ergiebt sich

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \frac{\operatorname{tg}\mathfrak{P}e}{\operatorname{tg} a} = \frac{\operatorname{tg} a' \,.\, \cos\left(\varepsilon - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{tg} a} \text{ oder } \sin u = \frac{\operatorname{tg} a'}{\operatorname{tg} a} \sin \varepsilon.$$

Infolge dieser Relation geht der Seite 11 gefundene Ausdruck für $H \sin \varepsilon$ über in

$$H \sin \varepsilon = \frac{1}{2 \operatorname{tg}^3 a'} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 a \cdot \operatorname{tg}^2 b}{\sin^2 \varepsilon}$$

Um endlich noch ε zu eliminieren, erwäge man, dass

$$\sin \frac{\vartheta}{2} = \sin a' \sin \varepsilon \text{ und } \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg} a' \,.\, \sin \varepsilon_0 = \frac{\operatorname{tg} a \ \operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} b'}$$

ist, worin b' den a' zugeordneten Halbmesser der sphärischen Polbahnellipse und ε_0 den Winkel (a', b') bezeichnet. Hieraus folgt

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin \frac{\vartheta}{2}}{\sin a'} = \frac{\operatorname{tg} a \ \operatorname{tg} b}{\sin a' \sqrt{\operatorname{tg}^2 b' + \operatorname{tg}^2 a \ \operatorname{tg}^2 b}}$$

sodass man erhält $H \sin \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\cos^2 a'}{\operatorname{tg} a'} (\operatorname{tg}^2 b' + \operatorname{tg}^2 a \ \operatorname{tg}^2 b)$; mithin ist

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{2 \operatorname{tg}^3 a}{2 \operatorname{tg}^2 a' - (\operatorname{tg}^2 b' + \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b)}$$ und der Relation $\operatorname{tg}^2 a' + \operatorname{tg}^2 b' = \operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b$ zufolge

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{2 \operatorname{tg}^3 a'}{3 \operatorname{tg}^2 a' - (\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b + \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b)}. \tag{5}$$

Um endlich noch den Krümmungsradius ρ als Funktion des sphärischen Radius ϑ des betreffenden Punktes m darzustellen, erhält man aus

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg} a' . \sin \varepsilon_0 = \frac{\operatorname{tg} a \ \operatorname{tg} b}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b - \operatorname{tg}^2 a'}}$$ die Relation $\operatorname{tg}^2 a' = \operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b - \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b \operatorname{cotg}^2 \frac{\vartheta}{2}$,

was in (5) eingesetzt, für ρ das Resultat ergiebt

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{2 \left[(\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} - \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b \right]^{3/2}}{\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \left[(2 \operatorname{tg}^2 a + 2 \operatorname{tg}^2 b - \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} - 3 \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b \right]} \tag{6}$$

§ 9b.

Krümmungsradien der Rouletten M_1 und M_2.

Für den Krümmungsradius ρ_1 der Roulette M_1 erhält man, indem man in (5) und (6) $\operatorname{tg}^2 a$ durch $\operatorname{tg}^2 a_1$ und $\operatorname{tg}^2 b$ durch $- \operatorname{tg}^2 b_1$ ersetzt,

$$\operatorname{tg} \rho_1 = \frac{2 \operatorname{tg}^3 a_1'}{3 \operatorname{tg}^2 a_1' - (\operatorname{tg}^2 a_1 - \operatorname{tg}^2 b_1 - \operatorname{tg}^2 a_1 \operatorname{tg}^2 b_1)} \tag{7}$$

$$\operatorname{tg} \rho_1 = \frac{2 \left[(\operatorname{tg}^2 a_1 - \operatorname{tg}^2 b_1) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} + \operatorname{tg}^2 a_1 \operatorname{tg}^2 b_1 \right]^{3/2}}{\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \left[(2 \operatorname{tg}^2 a_1 - 2 \operatorname{tg}^2 b_1 + \operatorname{tg}^2 a_1 \operatorname{tg}^2 b_1) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} + 3 \operatorname{tg}^2 a_1 \operatorname{tg}^2 b_1 \right]} \tag{8}$$

wenn a_1' den äusseren Halbmesser $\mu_1 \mathfrak{P}$ der Polbahnellipse bezeichnet.

Die Ersetzung des Index 1 durch den Index 2 liefert den Krümmungsradius ρ_2 der Roulette M_2. Für a_1, b_1, a_2, b_2 sind in die für ρ_1 und ρ_2 gefundenen Resultate die Werte aus (4) (S. 10) einzusetzen.

§ 10.

Wendepunkte der Roulette M.

Nach (5) ist der Krümmungsradius ρ der Roulette M bestimmt durch

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{2 \operatorname{tg}^3 a'}{3 \operatorname{tg}^2 a' - (\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b + \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b)}$$

Die Roulette besitzt nun in denjenigen Punkten Wendepunkte, in welchen der Krümmungskreis ein grösster Kugelkreis, für welche also $\rho = \frac{\pi}{2}$, d. h. $\operatorname{tg} \rho = \infty$ ist. Nun ist $\operatorname{tg} \rho = \infty$ für $\operatorname{tg} a' = \infty$, d. h. für $a' = \frac{\pi}{2}$; da jedoch $a' \leqq a$, andererseits aber $a < \frac{\pi}{2}$ sein muss, weil für $2a = \pi$ der Mechanismus unbrauchbar wird, so liefert dieser Wert $a' = \frac{\pi}{2}$ keine reellen Wendepunkte. Ferner wird aber auch $\mathrm{tg}\,\rho = \infty$, wenn der zugehörige Ellipsenhalbmesser a' der Bedingung genügt

$$3\ \mathrm{tg}^2 a' = \mathrm{tg}^2 a + \mathrm{tg}^2 b + \mathrm{tg}^2 a\ \mathrm{tg}^2 b. \tag{9}$$

Die hierdurch bestimmten Wendepunkte sind reell, wenn $a > a' > b$ ist, d. h. wenn die Halbaxen a und b der auf einander rollenden Ellipsen der Bedingung genügen

$$3\ \mathrm{tg}^2 a > \mathrm{tg}^2 a + \mathrm{tg}^2 b + \mathrm{tg}^2 a\ \mathrm{tg}^2 b > 3\ \mathrm{tg}^2 b$$

d. h. wenn gleichzeitig

$$\left.\begin{array}{l} 2\ \sin^2 a > \mathrm{tg}^2 b \\ 2\ \sin^2 b < \mathrm{tg}^2 a \end{array}\right\} \tag{10}$$

ist. Der Symmetrie zufolge besitzt die Roulette M in jedem Quadranten einen Wendepunkt, sofern überhaupt Wendepunkte vorhanden sind.

Für die Grenzfälle $a = a'$ resp. $a' = b$, d. h.

$$\left.\begin{array}{l} 2\ \sin^2 a = \mathrm{tg}^2 b \\ \text{resp. } 2\ \sin^2 b = \mathrm{tg}^2 a \end{array}\right\} \tag{11}$$

fallen je zwei der Wendepunkte auf der Axe A resp. B zusammen. Da nun $a > b$ sein muss, so können gemäss (11) die zusammenfallenden Wendepunkte nur für $a > \frac{\pi}{4}$, $2a > \frac{\pi}{2}$ auf der festen Seite $f_1'\ f_2'$ und nur für $a < \frac{\pi}{4}$, $2a < \frac{\pi}{2}$ auf dem zu derselben senkrechten Hauptkreise $\mu\mu_2$ liegen.

Den beiden Bedingungsgleichungen (11) wird gleichzeitig durch das Werte-System $a = b = \frac{\pi}{4}$ genügt, für welchen Fall jedoch der Mechanismus nicht anwendbar ist. Der scheinbare Widerspruch, welcher darin liegt, dass die zusammenfallenden Wendepunkte gleichzeitig auf beiden Axenkreisen A und B liegen sollen, findet darin seine Erklärung, dass für $a = b = \frac{\pi}{4}$ die sphärischen Ellipsen kleine Kugelkreise sind und die Roulette M in einen grössten Kugelkreis übergeht, sodass für diesen Fall der Krümmungsradius ρ in jedem Punkte $= \frac{\pi}{2}$ ist.

Nachstehende Tabelle enthält einige Werte-Systeme a, b, c, denen ein Zusammenfallen von je zwei Wendepunkten entspricht.

a.			b.			c.		
(0°			0°			0°	—	—)
10°			7°	9′	45″	6°	59′	48″
20°			14	54	50	13	28	49
30°			24	5	41	18	26	6
35°	15′	52″	30	—	—	19	28	16
40°			36	23	38	17	53	17
(45°			45	—	—	0	—	—)
50°			47	17	28	18	36	27
60°			50	46	7	37	45	40
64°	5′	11″	51	49	38	45	—	—
70°			53	2	20	55	19	53
80°			54	19	16	72	40	43
(90°			54	44	8	90	—	—)

Wird b bei gegebenem a grösser und somit c kleiner als der in der Tabelle angegebene entsprechende Wert gewählt, so besitzt die Roulette M keine Wendepunkte; kleineren Werten von b und somit grösseren Werten von c entsprechen reelle Wendepunkte.

Wie aus der vorstehenden Tabelle ersichtlich, ist $c = 0°$ für $a = 0°$ und $a = 45°$. Zwischen

0^0 und 45^0 muss daher ein solcher Wert von a liegen, für welchen c ein Maximum ist. Wie die genauere Untersuchung ergiebt, entspricht

$$(12)\qquad \begin{cases} c_{max} = 19^0\ \ 28'\ \ 16'' \text{ den Werten} \\ b \quad\ = 30^0 \\ a \quad\ = 35^0\ \ 15'\ \ 52''. \end{cases}$$

Auf vorstehendes Werte-System a, b, c habe ich an dieser Stelle besonders deshalb aufmerksam gemacht, weil es später bei der Rektifikation der Roulette M_1 wiederum eine Rolle spielt.

Die mitgeteilte Tabelle giebt betreffs der Möglichkeit der Wendepunkte u. s. w. zu mannigfachen Betrachtungen und näheren Untersuchungen Veranlassung, die unter anderem beispielsweise folgende beiden Sätze ergeben:

1. Ist die grössere Seite des Mechanismus $2a = \frac{\pi}{2}$, d. h. sind die Polbahnen zwei kongruente sphärische Parabeln, so besitzt die Roulette M stets reelle Wendepunkte.

2. Wird die grössere Seite eines überschlagenen sphärischen Vierecks, dessen Gegenseiten einander gleich, aber $< \frac{\pi}{2}$ sind, festgehalten, so hat die Roulette M, d. h. die Roulette des auf der bewegten Seite von dem Mittelpunkt m_1 derselben um $\frac{\pi}{2}$ entfernt liegenden Punktes m unbedingt reelle Wendepunkte, wenn die kürzere Seite grösser als $180^0 - 2\,(64^0\,5'\,11'')$ d. h. $> 51^0\,49'\,38''$ ist, oder mit anderen Worten, wenn die Axen der Polbahnellipsen der Bedingung $2a + b < \pi$, wobei $a > c > \frac{\pi}{4}$ ist, genügen.

Der vorstehenden Untersuchung der Wendepunkte sind die durch mehrfache kinematische Betrachtungen und durch längere Rechnungen gefundenen Werte des Krümmungsradius ρ zu grunde gelegt worden. Die Frage, ob für ein bestimmtes Werte-System a, b, c die Roulette M Wendepunkte besitzt oder nicht, lässt sich jedoch auch direkt aus der Konstruktion der Projektionen von M beantworten.

Die Wendepunkte der rechtwinkligen XY Projektion von M sind nicht gleichzeitig die Projektionen der Wendepunkte von M; wohl aber ist dies bei der mit o als Zentrum ausgeführten Zentralprojektion auf die in μ an die Kugel gelegte Tangentialebene der Fall, weshalb dieselbe auf sämtlichen beigefügten Zeichnungen konstruiert worden ist. Wie aus Tafel II. ersichtlich, besitzt, da den Berührpunkten t der von o_x aus an die Ellipse M_x gezogenen Tangenten in der Zentralprojektion die Maximalwerte der y Ordinate entsprechen, die Roulette M keine Wendepunkte, wenn jene Berührpunkte t ausserhalb der Peripherie des die YZ Projektion der Kugel darstellenden Kreises liegen, d. h. wenn $\mu t_0 < \mu s_0$ ist, worin t_0 und s_0 die Schnittpunkte von $o_x\mu$ mit der Verbindegeraden tt der Berührpunkte, resp. mit der Verbindegeraden ss der Schnittpunkte von M_x mit dem genannten Kreise bezeichnen; die Wendepunkte sind dagegen reell, resp. fallen zusammen, wenn die Berührpunkte t innerhalb resp. auf der Peripherie jenes Kreises liegen, d. h. wenn $\mu t_0 >$ resp. $= \mu s_0$ ist. Nun ist tt die Polare zu o_x in bezug auf die Ellipse M_x, daher ist $o_x\mu$ harmonisch geteilt, also $\mu t_0 : 2\sin^2 a - \mu t_0 = 1 : 1 - 2\sin^2 a$, daher $\mu t_0 = \mathrm{tg}^2 a$. Andererseits folgt aus der XZ Projektion $\mu s_0 = 2\sin^2 b$.

Die Roulette M besitzt keine Wendepunkte, wenn $\mu t_0 < \mu s_0$, d. h. $\mathrm{tg}^2 a < 2\sin^2 b$ ist; dieselben sind reell für $\mu t_0 > \mu s_0$, d. h. $\mathrm{tg}^2 a > 2\sin^2 b$, und fallen zusammen für $\mu t_0 = \mu s_0$, d. h. $\mathrm{tg}^2 a = 2\sin^2 b$. Die angestellte Betrachtung ist nur möglich, wenn o_x ausserhalb der Ellipse M_x liegt; d. h. wenn $a < \frac{\pi}{4}$ ist; für $a > \frac{\pi}{4}$ gelangt man durch eine ähnliche Betrachtung der XZ Projektion M_y der Roulette M zu den früher angegebenen Resultaten.

Besitzt die Roulette M Wendepunkte, so ist der den Wendepunkten entsprechende Halbmesser a′ der Polbahnellipsen bestimmt durch (9)

$$\mathrm{tg}^2 a' = \frac{1}{3}\,(\mathrm{tg}^2 a + \mathrm{tg}^2 b + \mathrm{tg}^2 a\,\mathrm{tg}^2 b) = \frac{1}{3}\,\mathrm{tg}^2 d$$

wenn d die sphärische Entfernung der Endpunkte der grossen und kleinen Axe der Polbahn bezeichnet.

Der sphärische Radius ϑ der Wendepunkte der Roulette M ist nach (6) bestimmt durch

$$\mathrm{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \frac{3\,\mathrm{tg}^2 a\,\mathrm{tg}^2 b}{2\,\mathrm{tg}^2 a + 2\,\mathrm{tg}^2 b - \mathrm{tg}^2 a\,\mathrm{tg}^2 b}$$

woraus sich mit Hilfe der Polargleichung von M der den Wendepunkten entsprechende Polar-Winkel berechnen lässt.

§ 10b.

Wendepunkte der Rouletten M_1 und M_2.

Wie aus (8) ersichtlich, ist $\operatorname{tg} \rho_1 = \infty$ für $\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = 0$, d. h. für $\vartheta = 0$, demnach besitzt die Roulette M_1 in ihrem Anfangspunkt einen Wendepunkt; daher:

Für die Roulette M_1, resp. M_2 ist der Doppelpunkt μ_1, resp. μ_2 derselben ein Wendepunkt.

§ 11a.

Rektifikation der Roulette M.

Das Bogenelement in sphärischen Polarkoordinaten ist bestimmt durch $ds^2 = d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2$. Die Roulette M ist nach Seite 9 die Schnittlinie der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ mit dem Kegel

$$x^2 \operatorname{tg}^2 a + y^2 \operatorname{tg}^2 b - (z - 1)^2 = 0.$$

Es liegt nahe, zur Berechnung der Bogenlänge von M als unabhängige Variable die Amplitude ψ des zu $o\mu$ senkrechten Schnittes jenes Kegels, also etwa des Schnittes jenes Kegels mit der XY Ebene einzuführen. Dieser Schnitt $x^2 \operatorname{tg}^2 a + y^2 \operatorname{tg}^2 b = 1$ ist eine Ellipse, deren kleine Halbaxe $p = \operatorname{cotg} a$ und deren grosse Halbaxe $q = \operatorname{cotg} b$ ist. Die zwischen dem Polarwinkel φ und der Amplitude ψ bestehende Relation ist $\operatorname{tg} \varphi = \frac{q}{p} \operatorname{tg} \psi = \frac{q \sin\psi}{p \cos\psi}$, woraus sich ergiebt $d\varphi = pq \frac{d\psi}{p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi}$.

Die Polargleichung der Roulette M: $\operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}^2 a \cos^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 b \sin^2\varphi$ geht durch Einführung von ψ über in

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} = \frac{\cos^2\varphi}{p^2} + \frac{\sin^2\varphi}{q^2} = \frac{1}{p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi}; \text{ mithin ist } \sin^2\vartheta = 4 \frac{p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi}{(1 + p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi)^2},$$

$$d\vartheta^2 = 4 \frac{(p^2 - q^2)^2 \sin^2\psi \cos^2\psi d\psi^2}{(p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi)(1 + p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi)^2}$$

Durch Substitution von $d\varphi$, $\sin\vartheta$ und $d\vartheta$ erhält man

$$ds^2 = \frac{4\, d\psi^2. \left\{(p^2 - q^2)^2 \sin^2\psi\cos^2\psi + p^2q^2\right\}}{(1 + p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi)^2(p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi)} = \frac{4\, d\psi^2 (p^2\sin^2\psi + q^2\cos^2\psi)}{(1 + p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi)^2};$$

mithin ist

$$\int ds = 2 \int_0^\psi \frac{d\psi}{1 + p^2\cos^2\psi + q^2\sin^2\psi} \sqrt{p^2\sin^2\psi + q^2\cos^2\psi}$$

$$= \frac{2q}{1 + p^2} \int_0^\psi \frac{d\psi}{1 - \frac{p^2 - q^2}{1 + p^2} \sin^2\psi} \sqrt{1 - \frac{q^2 - p^2}{q^2} \sin^2\psi}$$

$$(13) \qquad = \frac{2q}{1 + p^2} \int_0^\psi \frac{1 - k^2\sin^2\psi}{1 - n\sin^2\psi} \cdot \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}}$$

$$= \frac{2q}{1 + p^2} \left\{ u + (n - k^2) \int_0^\psi \frac{\sin^2\psi\, d\psi}{(1 - n \sin^2\psi) \sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}} \right\},$$

wenn $\frac{p^2 - q^2}{1 + p^2} = - \frac{\sin^2 c}{\operatorname{tg}^2 b}$ mit n und $\frac{q^2 - p^2}{q^2} = \frac{\sin^2 c}{\sin^2 a} < 1$ mit k^2 und das elliptische Integral I. Gattung

$$\int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}}$$

mit u bezeichnet wird.

Zur Berechnung des erhaltenen elliptischen Integrals III. Gattung führe man, da n negativ ist, einen Hilfswinkel α derart ein, dass man setzt $\sin \mathrm{am}\, i\alpha = i\frac{\sqrt{-n}}{k}$, alsdann geht

$$(n-k^2)\int \frac{\sin^2\psi\, d\psi}{(1-n\sin^2\psi)\sqrt{1-k^2\sin^2\psi}} = (n-k^2)\int\frac{\sin^2 \mathrm{am}\, u\, du}{1-n\sin^2 \mathrm{am}\, u}$$

über in $(n-k^2)\int\frac{\sin^2 \mathrm{am}\, u\, du}{1-k^2\sin^2 \mathrm{am}\, i\alpha \sin^2 \mathrm{am}\, u} = \frac{(n-k^2)}{k^2 \sin \mathrm{am}\, i\alpha \cos \mathrm{am}\, i\alpha\, \varDelta\, \mathrm{am}\, ia}\, \Pi\,(u, i\alpha)$

$$=\frac{k\sqrt{1-\frac{n}{k^2}}}{\sqrt{-n}\sqrt{1-n}}\, i\,\Pi\,(u, i\alpha).$$

Man erhält somit für die von der Polaraxe A aus gerechnete Bogenlänge s der Roulette M

$$s = \frac{2q}{1+p^2}\left\{u + \frac{k\sqrt{1-\frac{n}{k^2}}}{\sqrt{-n}\sqrt{1-n}}\, i\,\Pi\,(u, i\alpha)\right\}$$

$$=\frac{2\sin^2 a}{\mathrm{tg}\, b}\left\{u + \frac{\sqrt{1+\frac{\sin^2 a}{\mathrm{tg}^2 b}}}{\frac{\sin a}{\mathrm{tg}\, b}\cdot\frac{\sin a}{\sin b}}\, i\,\Pi\,(u, i\alpha)\right\}$$

$$=2\left\{\frac{\sin^2 a}{\mathrm{tg}\, b}\cdot u + \sqrt{1-\cos^2 a\cos^2 b}\; i\,\Pi\,(u, i\alpha)\right\}$$

Es handelt sich nun darum, den scheinbar imaginären, aber in der That reellen Ausdruck $i\,\Pi\,(u, i\alpha)$ auch reell darzustellen. Es ist

$$\Pi\,(u, i\alpha) = \frac{1}{2}\ln\frac{\Theta\,(u-i\alpha)}{\Theta\,(u+i\alpha)} + u\, Z\,(i\alpha).$$

Hierin ist zu setzen

$$\Theta\,(u+i\alpha) = 1 - 2q\cos\frac{\pi\,(u+i\alpha)}{K} + 2q^4\cos\frac{2\pi\,(u+i\alpha)}{K} - \cdots$$

$$= 1 - 2q\cos\frac{\pi u}{K}\cos i\frac{\pi\alpha}{K} + 2q^4\cos\frac{2\pi u}{K}\cos i\frac{2\pi\alpha}{K} - \cdots$$

$$+ 2q\sin\frac{\pi u}{K}\sin i\frac{\pi\alpha}{K} - 2q^4\sin\frac{2\pi u}{K}\sin i\frac{2\pi\alpha}{K} + \cdots$$

$$= 1 - q\cos\frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} + e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots$$

$$+ i\left\{q\sin\frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} - e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) - \cdots\right\} = M + iN;$$

mithin ist $\frac{1}{2}\ln\frac{\Theta\,(u-i\alpha)}{\Theta\,(u+i\alpha)} = \frac{1}{2}\ln\frac{M-iN}{M+iN} = -i\,\mathrm{arctg}\frac{N}{M}$.

Ferner ist $u\,Z\,(i\alpha) = \frac{u}{i}\left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z\,(\alpha, k') - \mathrm{tgam}\,(\alpha, k')\,\varDelta\,\mathrm{am}\,(\alpha, k')\right]$

Da nun

$$\mathrm{tgam}\,(\alpha, k') = \frac{\sin \mathrm{am}\,(i\alpha, k)}{i} = \frac{\sqrt{-n}}{k} \text{ und } \varDelta\,\mathrm{am}\,(\alpha, k') = \frac{\varDelta\,\mathrm{am}\,(i\alpha, k)}{\cos \mathrm{am}\,(i\alpha, k)} = \frac{\sqrt{1-n}}{\sqrt{1-\frac{n}{k^2}}}$$

ist, so folgt

$$u\,Z\,(i\alpha) = \frac{u}{i}\left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z\,(\alpha, k') - \frac{\sqrt{-n}\sqrt{1-n}}{k\sqrt{1-\frac{n}{k^2}}}\right]$$

Durch Substitution der gefundenen Werte wird

$$i\,\Pi\,(u,\,i\alpha) = \operatorname{arctg}\frac{N}{M} + u\left[\frac{\pi\alpha}{2\,K\,K'} + Z\,(a,\,k') - \frac{\sqrt{-n}\,\sqrt{1-n}}{k\sqrt{1-\frac{n}{k^2}}}\right].$$

Demgemäss erhält man

$$(14)\qquad s = \frac{2q}{1+p^2}\cdot\frac{k\sqrt{1-\frac{n}{k^2}}}{\sqrt{-n}\,\sqrt{1-n}}\left\{\operatorname{arctg}\frac{N}{M} + u\left[\frac{\pi\alpha}{2\,K\,K'} + Z\,(\alpha,\,k')\right]\right\}$$

$$= 2\sqrt{1-\cos^2 a\,\cos^2 b}\left\{\operatorname{arctg}\frac{q\sin\frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} - e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) - \cdots}{1 - q\cos\frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} + e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots} + u\left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z\,(\alpha,k')\right]\right\}$$

$$\text{worin } k^2 = \frac{\sin^2 c}{\sin^2 a},\; k'^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 b}{\operatorname{tg}^2 a}$$

und für den Hilfswinkel α der aus $\operatorname{tgam}\,(\alpha,\,k') = \frac{\sqrt{-n}}{k} = \frac{\sin a}{\operatorname{tg} b}$ zu berechnende Wert zu setzen ist.

§ 11b.

Rektifikation der Roulette M_1.

In gleicher Weise wie bei Berechnung der Bogenlänge der Roulette M möge hier als unabhängige Variable die Amplitude des zu $o\mu_1$ senkrechten Schnittes jenes durch die Roulette M_1 bestimmten Kegels $(x-1)^2\operatorname{tg}^2 a + y^2\operatorname{tg}^2 b - z^2 = 0$ eingeführt werden. Bestimmt man zu diesem Zwecke den Schnitt dieses Kegels mit der YZ Ebene, so erhält man die Hyperbel $-y^2\frac{\operatorname{tg}^2 b}{\operatorname{tg}^2 a} + \frac{z^2}{\operatorname{tg}^2 a} = 1$, deren reelle Halbaxe $= \operatorname{tg} a$ und deren imaginäre Halbaxe $= \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} b}$ ist. Die Amplitude ψ dieser Hyperbel ist bestimmt durch

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} b}\cos\psi}{\operatorname{tg} a} = \frac{\cos\psi}{\operatorname{tg} b} = q\cos\psi,$$

wenn die Bezeichnungen $\operatorname{cotg} a = p$ und $\operatorname{cotg} b = q$ beibehalten werden. Aus $\operatorname{tg}\varphi = q\cos\psi$ ergiebt sich

$$d\varphi = \frac{-q\sin\psi\,d\psi}{1+q^2\cos^2\psi}$$

Aus der Polargleichung der Roulette M_1

$$\operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}^2 a_1\cos^2\varphi - \operatorname{tg}^2 b_1\sin^2\varphi = \operatorname{cotg}^2 a\cos^2\varphi - \operatorname{tg}^2 b\operatorname{cotg}^2 a\sin^2\varphi = p^2\left(\cos^2\varphi - \frac{\sin^2\varphi}{q^2}\right)$$

erhält man

$$\operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \frac{p^2\sin^2\psi}{1+q^2\cos^2\psi},\quad \sin^2\vartheta = 4\frac{p^2\sin^2\psi\,(1+q^2\cos^2\psi)}{(1+p^2\sin^2\psi+q^2\cos^2\psi)^2}$$

$$d\vartheta^2 = 4\,\frac{p^2\,(1+q^2)^2\cos^2\psi\,d\psi^2}{(1+q^2\cos^2\psi)\,(1+p^2\sin^2\psi+q^2\cos^2\psi)^2}$$

Durch Substitution von $d\varphi$, $\sin\vartheta$ und $d\vartheta$ geht der Ausdruck für das Bogenelement $ds^2 = d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,d\varphi^2$ über in

$$ds^2 = \frac{4p^2\,d\psi^2\left\{(1+q^2)^2\cos^2\psi + q^2\sin^4\psi\right\}}{(1+q^2\cos^2\psi)\,(1+p^2\sin^2\psi+q^2\cos^2\psi)^2} = \frac{4\,p^2\,d\psi^2}{(1+p^2\sin^2\psi+q^2\cos^2\psi)^2}\,(q^2+\cos^2\psi);$$

mithin ist die vom Mittelpunkt μ_1 aus gerechnete Bogenlänge s, da für $\psi = 0$ $\operatorname{tg}\varphi = q = \operatorname{cotg} b$, also

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - b$$

ist,

$$s = 2p \int_0^\psi \frac{d\psi}{1 + p^2 \sin^2\psi + q^2 \cos^2\psi} \sqrt{q^2 + \cos^2\psi}$$

(15) $$= \frac{2p}{\sqrt{1+q^2}} \int_0^\psi \frac{d\psi}{1 - \frac{q^2 - p^2}{1+q^2} \sin^2\psi} \; \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \frac{1}{1+q^2}\sin^2\psi}}$$

$$= \frac{2p}{\sqrt{1+q^2}} \int_0^\psi \frac{1 - k^2\sin^2\psi}{1 - n\sin^2\psi} \; \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}}$$

(15a) $$= \frac{2p}{\sqrt{1+q^2}} \left\{ u + (n - k^2) \int_0^\psi \frac{\sin^2\psi \, d\psi}{(1 - n\sin^2\psi)\sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}} \right\},$$

wenn $\frac{q^2 - p^2}{1 + q^2} = \frac{\operatorname{tg}^2 c}{\operatorname{tg}^2 a}$ mit n und $\frac{1}{1+q^2} = \sin^2 b < 1$ mit k^2 bezeichnet wird.

Da n positiv aber kleiner als 1 ist, so muss die weitere Berechnung des erhaltenen elliptischen Integrals III. Gattung gesondert erfolgen für die einzelnen Fälle $n \lesseqgtr k^2$.

I. $n < k^2$.

In diesem Falle führe man einen Hilfswinkel α derart ein, dass man setzt $\sin\operatorname{am}\alpha = \frac{\sqrt{n}}{k}$; alsdann erhält man

$$(n - k^2) \int \frac{\sin^2\psi \, d\psi}{(1 - n\sin^2\psi)\sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}} = (n - k^2) \int \frac{\sin^2\operatorname{am} u \, du}{1 - k^2\sin^2\operatorname{am}\alpha \sin^2\operatorname{am} u}$$

$$= \frac{n - k^2}{k^2 \sin\operatorname{am}\alpha \cos\operatorname{am}\alpha \, \Delta\operatorname{am}\alpha} \, \Pi(u, \alpha) = - \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} b \operatorname{tg} c} \sqrt{\operatorname{tg}^2 b - \sin^2 a} \; \Pi(u, \alpha)$$

$$= - \frac{\sin a}{\sin b \sin c} \sqrt{\operatorname{tg}^2 b - \sin^2 a} \; \Pi(u, \alpha).$$

Die Substitution dieses Wertes ergiebt

$$s = \frac{2p}{\sqrt{1+q^2}} \left\{ u - \frac{\sin a}{\sin b \sin c} \sqrt{\operatorname{tg}^2 b - \sin^2 a} \; \Pi(u, \alpha) \right\}$$

(16) $$= 2 \left\{ \frac{\sin b}{\operatorname{tg} a} u - \frac{\cos a}{\sin c} \sqrt{\operatorname{tg}^2 b - \sin^2 a} \; \Pi(u, \alpha) \right\}$$

worin $k^2 = \sin^2 b$ und für den Hilfswinkel α der aus $\Delta\operatorname{am}\alpha = \frac{\sin b}{\sin a}$ zu berechnende Wert zu setzen ist; denn es ist

$$\Delta\operatorname{am}\alpha = \sqrt{1 - k^2 \sin^2\operatorname{am}\alpha} = \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 c}{\operatorname{tg}^2 a}} = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 b - \cos^2 a}{\sin^2 a}} = \frac{\sin b}{\sin a}$$

II. $n = k^2$.

Ist $n = k^2$, so erhält man für die Bogenlänge ein elliptisches Integral I. Gattung

$$s = \frac{2p}{\sqrt{1+q^2}} \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}} = 2 \frac{\sin b}{\operatorname{tg} a} \cdot u$$

Dieser Fall tritt ein, wenn $q^2 - p^2 = 1$, d. h. $\operatorname{tg}^2 b = \sin^2 a$ ist. Mittelst der Relation $\cos a = \cos b \cos c$ erhält man für den zugehörigen Wert von c die Beziehung $\sin c = \sin^2 a$, sodass die Wertesysteme a, b, c, für welche die Berechnung der Bogenlänge der Roulette M_1 auf ein elliptisches Integral I. Gattung führt, durch die Bedingungsgleichung

(17) $$\sin^2 a = \mathrm{tg}^2 b = \sin c$$
bestimmt sind.

Gemäss dieser Bedingungsgleichung erhält man die Bogenlänge

(18) $$s = 2\,u\sqrt{\cos 2b},$$
worin u das elliptische Integral I. Gattung vom Modul $k = \sin b$ bezeichnet.

Wie aus (17) hervorgeht, muss b unbedingt kleiner als $\frac{\pi}{4}$ sein. Nachstehende Tabelle enthält einige Wertesysteme a, b, c, welche der Bedingungsgleichung (17) genügen.

a.			b.			c.		
(0°	—	—	0°	—	—	0°	—	—)
10°			9°	51′	4″	1°	43′	41″
20°			18	52	54	6	43	4
30°			26	33	54	14	28	39
35°	15′	52″	30	—	—	19	28	16
40°			32	43	57	24	24	16
45°			35	15	52	30	—	—
50°			37	27	13	35	55	55
57°	14′	6″	40	3	37	45	—	—
60°			40	53	36	48	35	25
70°			43	13	9	62	0	33
80°			44	33	41	75	53	38
(90°			45	—	—	90	—	—)

Eine interessante Beziehung ergiebt sich bei der Untersuchung desjenigen Wertesystems a, b, c, für welches die Berechnung der Bogenlänge der Roulette M_1 auf ein elliptisches Integral I. Gattung führt und für welches gleichzeitig je zwei Wendepunkte der Roulette M zusammenfallen. Dieses Wertesystem muss, da $b < \frac{\pi}{4}$ sein muss, den beiden Bedingungsgleichungen

$$(17)\ \sin^2 a = \mathrm{tg}^2 b \text{ und } (11)\ 2\sin^2 b = \mathrm{tg}^2 a$$

genügen, woraus sich ergiebt
$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2\sin^2 b}{1+2\sin^2 b} = \dfrac{2\sin^2 b}{2\cos^2 b}\\ \sin^2 b = \dfrac{1}{4}\end{array}\right\} \text{d. h.} \left\{\begin{array}{l} b = 30^0 \\ a = 35^0\ 15'\ 52'' \\ c = 19^0\ 28'\ 16''\end{array}\right.$$

Dieses Wertesystem (12) besitzt ausser den beiden eben genannten Eigenschaften auch noch die, dass es unter den Wertesystemen, für welche je zwei Wendepunkte der Roulette M zusammenfallen, eine besondere Stelle einnimmt (vergl. S. 14).

Die Bedingungsgleichung $\mathrm{tg}^2 b = \sin^2 a$ oder $q^2 - p^2 = 1$ lässt sich in einfacher Weise geometrisch deuten. Betrachtet man nämlich die Schnittellipse des durch die Roulette M_1 bestimmten Kegels $(x-1)^2\,\mathrm{tg}^2 a + y^2\,\mathrm{tg}^2 b - z^2 = 0$ mit der Ebene $z = 1$ als Leitlinie desselben, so sind q und p die Halbaxen, also $\sqrt{q^2 - p^2}$ die halbe Brennweite der Leitellipse, daher das Resultat:

Die Berechnung der Bogenlänge der Roulette M_1 führt auf ein elliptisches Integral I. Gattung, wenn die Brennpunkte der besagten Leitellipse in den Ecken eines der Kugel umschriebenen und dieselbe in μ, μ_1, μ_2 berührenden Würfels liegen.

Für das Wertesystem (12), welches schon mehrere besondere Eigenschaften aufzuweisen hat, besteht zwischen der Brennweite, der kleinen und grossen Axe genannter Leitellipse, also auch jeder zur Axe des durch M_1 bestimmten Kegels senkrechten Schnittellipse des letzteren, das einfache Verhältnis $\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3}$, d. h. wenn man die Länge einer Würfelkante als Brennweite jener Leitellipse wählt, so liefert die Diagonale der Würfelseite die kleine und die Würfeldiagonale die grosse Axe derselben.

III. $n > k^2$.

In diesem Falle führe man einen Hilfswinkel α derart ein, dass man setzt

$\sin \operatorname{am}(K + i\alpha) = \frac{\sqrt{n}}{k}$; alsdann erhält man mit Hilfe des S. 18 gefundenen Resultats (16) im vorliegenden Falle

$$s = 2 \left\{ \frac{\sin b}{\operatorname{tg} a} \cdot u - \frac{\cos a}{\sin c} \sqrt{\operatorname{tg}^2 b - \sin^2 a}\; \Pi\,(u, K + i\alpha) \right\}$$

$$= 2 \left\{ \frac{\sin b}{\operatorname{tg} a} \cdot u - \frac{\cos a}{\sin c} \sqrt{\sin^2 a - \operatorname{tg}^2 b}\; i\,\Pi\,(u, K + i\alpha) \right\}.$$

Es handelt sich nun darum, den Ausdruck $i\,\Pi\,(u, K + i\alpha)$ reell darzustellen. Es ist

$$\Pi\,(u, K + i\alpha) = \frac{1}{2} \ln \frac{\Theta\,(u - (K + i\alpha))}{\Theta\,(u + (K + i\alpha))} + u\,Z\,(K + i\alpha).$$

Hierin ist zu setzen

$$\frac{1}{2} \ln \frac{\Theta\,(u - (K + i\alpha))}{\Theta\,(u + (K + i\alpha))} = \frac{1}{2} \ln \frac{\Theta\,((u - K) - i\alpha)}{\Theta\,((u + K) + i\alpha)} = \frac{1}{2} \ln \frac{\Theta\,((u + K) - i\alpha)}{\Theta\,((u + K) + i\alpha)}$$

$$= -\, i \operatorname{arctg} \frac{-\, q \sin \frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} - e^{\frac{-\pi\alpha}{K}}\right) - q^4 \sin \frac{2\pi u}{K}\left(e^{\frac{2\pi\alpha}{K}} - e^{-\frac{2\pi\alpha}{K}}\right) - \cdots}{1 + q \cos \frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} + e^{\frac{-\pi\alpha}{K}}\right) + q^4 \cos \frac{2\pi u}{K}\left(e^{\frac{2\pi\alpha}{K}} + e^{-\frac{2\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots}$$

$$= i \operatorname{arctg} \frac{q \sin \frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} - e^{\frac{-\pi\alpha}{K}}\right) + q^4 \sin \frac{2\pi u}{K}\left(e^{\frac{2\pi\alpha}{K}} - e^{-\frac{2\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots}{1 + q \cos \frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} + e^{\frac{-\pi\alpha}{K}}\right) + q^4 \cos \frac{2\pi u}{K}\left(e^{\frac{2\pi\alpha}{K}} + e^{-\frac{2\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots}$$

$$= i \operatorname{arctg} \frac{P}{Q},$$

was man durch Vermehrung von u um K in dem S. 16 gefundenen Resultate erhält.

Ferner ist $Z\,(K + i\,\alpha) = \dfrac{d \ln \Theta\,(K + i\alpha)}{d\,(K + i\alpha)} = \dfrac{d \ln \Theta_3\,(i\alpha)}{i\,d\alpha}$.

Hierin $\Theta_3\,(i\alpha) = e^{\frac{\pi\alpha^2}{4KK'}} \sqrt{\frac{K}{K'}}\, \Theta_3\,(\alpha, k')$ gesetzt, ergiebt

$$Z\,(K + i\alpha) = \frac{1}{i} \left\{ \frac{\pi\alpha}{2KK'} + \frac{d \ln \Theta_3\,(\alpha, k')}{d\alpha} \right\} = \frac{1}{i} \left\{ \frac{\pi\alpha}{2KK'} + \frac{d \ln \Theta\,(K + \alpha, k')}{d\,(K + \alpha)} \right\}$$

$$= \frac{1}{i} \left\{ \frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z\,(K + \alpha, k') \right\}.$$

Durch Substitution der gefundenen Werte wird

$$i\,\Pi\,(u, K + i\alpha) = -\operatorname{arctg} \frac{P}{Q} + u \left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z\,(K + \alpha, k') \right].$$

Demgemäss erhält man

$$(19) \qquad s = 2\, \frac{\cos a}{\sin c} \sqrt{\sin^2 a - \operatorname{tg}^2 b}\; \operatorname{arctg} \frac{q \sin \frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} - e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots}{1 + q \cos \frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} + e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots}$$

$$+\, 2\, u \left\{ \frac{\sin b}{\operatorname{tg} a} - \frac{\cos a}{\sin b} \sqrt{\sin^2 a - \operatorname{tg}^2 b} \left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z\,(K + \alpha, k') \right] \right\},$$

worin $k^2 = \sin^2 b$, $k'^2 = \cos^2 b$ und für den Hilfswinkel α der aus $\Delta \operatorname{am}(\alpha, k') = \frac{k}{\sqrt{n}} = \frac{\operatorname{tg} a \sin b}{\operatorname{tg} c}$ zu berechnende Wert zu setzen ist; denn es ist $\frac{\sqrt{n}}{k} = \sin \operatorname{am}(K + i\alpha) = \frac{1}{\Delta \operatorname{am}(\alpha, k')}$.

§ 11c.

Rektifikation der Roulette M_2.

Durch Vertauschung von a mit b, also p mit q erhält man aus (15) für die vom Mittelpunkt μ_2 aus gerechnete Bogenlänge der Roulette M_2

$$s = \frac{2q}{\sqrt{1+p^2}} \int_0^{\psi} \frac{d\psi}{1 - \frac{p^2 - q^2}{1 + p^2} \sin^2\psi} \sqrt{1 - \frac{1}{1+p^2}\sin^2\psi}$$

$$= \frac{2q}{\sqrt{1+p^2}} \cdot \int_0^{\psi} \frac{1 - k^2 \sin^2\psi}{1 - n \sin^2\psi} \cdot \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi}},$$

wenn $\frac{p^2 - q^2}{1 + p^2} = - \frac{\sin^2 c}{tg^2 b}$ mit n und $\frac{1}{1 + p^2} = \sin^2 a < 1$ mit k^2 bezeichnet und die zu einem gegebenen Polarwinkel φ gehörige Amplitude ψ aus $tg\varphi = cotg\, a \cos\psi$ berechnet wird. Die Berechnung der Bogenlänge der Roulette M_2 führt somit auf dasselbe Integral (13), welches bei der Rektifikation von M auftrat; jedoch ist hier der Modul k ein anderer. Durch Substitution von $n = - \frac{\sin^2 c}{tg^2 b}$ und $k^2 = \sin^2 a$ in das Seite 17 gefundenene Resultat (14) erhält man im vorliegenden Falle

$$s = \frac{2q}{\sqrt{1+p^2}} \cdot \frac{k\sqrt{1 - \frac{n}{k^2}}}{\sqrt{-n}\sqrt{1-n}} \left\{ arctg \frac{N}{M} + u \left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z(\alpha, k')\right] \right\}$$

$$(20) = \frac{2\cos a}{\sin c}\sqrt{tg^2 a - \sin^2 b}\left\{ u\left[\frac{\pi\alpha}{2KK'} + Z(\alpha, k')\right] + arctg \frac{q \sin\frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} - e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) - \cdots}{1 - q\cos\frac{\pi u}{K}\left(e^{\frac{\pi\alpha}{K}} + e^{-\frac{\pi\alpha}{K}}\right) + \cdots}\right\},$$

worin $k^2 = \sin^2 a$, $k'^2 = \cos^2 a$ und für den Hilfswinkel α der aus

$$tg\, am\, (\alpha, k') = \frac{\sqrt{-n}}{k} = \frac{\sin c}{\sin a\, tg b} = \frac{tg c}{tg a \sin b}$$

zu berechnende Wert zu setzen ist.

§ 12a.

Sphärische Quadratur der Roulette M.

Das von zwei sphärischen Radien eingeschlossene Flächenelement ist $df = (1 - \cos\vartheta)\, d\varphi = 2 \sin^2\frac{\vartheta}{2}\, d\varphi$. Unter Benutzung der Polargleichung der Roulette M : $tg^2\frac{\vartheta}{2} = tg^2 a \cos^2\varphi + tg^2 b \sin^2\varphi$ ergiebt sich für diesen Fall

$$df = 2\, \frac{tg^2 a \cos^2\varphi + tg^2 b \sin^2\varphi}{1 + tg^2 a \cos^2\varphi + tg^2 b \sin^2\varphi}\, d\varphi = 2\, \frac{tg^2 a + tg^2 b + (tg^2 a - tg^2 b)\cos 2\varphi}{2 + tg^2 a + tg^2 b + (tg^2 a - tg^2 b)\cos 2\varphi}\, d\varphi,$$

also

$$\int df = 2 \int\left(d\varphi - \frac{2\, d\varphi}{2 + tg^2 a + tg^2 b + (tg^2 a - tg^2 b)\cos 2\varphi}\right).$$

Führt man nun $tg\varphi = t$ als Variable ein und setzt demgemäss

$$d\varphi = \frac{dt}{1 + t^2} \text{ und } \cos 2\varphi = \frac{1 - t^2}{1 + t^2},$$

so erhält man

$$(21) \quad \int df = 2\varphi - 2 \int \frac{dt}{1 + tg^2 a + (1 + tg^2 b)\, t^2}$$

$$= 2\varphi - 2\cos^2 a \int \frac{dt}{1 + \left(\frac{\cos a}{\cos b} \cdot t\right)^2}$$

$$= 2\varphi - 2\cos a \cos b \operatorname{arctg}\left(\frac{\cos a}{\cos b} \cdot t\right) + C$$

(22) $$= 2\varphi - 2\cos a \cos b \operatorname{arctg}(\cos c \operatorname{tg}\varphi) + C$$

Die Quadrantenfläche der Roulette M ist

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} 2\varphi - \cos a \cos b \operatorname{arctg}(\cos c \operatorname{tg}\varphi)$$

(22a) $$= \pi(1 - \cos a \cos b).$$

§ 12b.

Sphärische Quadratur der Roulette M_1.

Entsprechend der Polargleichung von M_1: $\operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}^2 a_1 \cos^2\varphi - \operatorname{tg}^2 b_1 \sin^2\varphi$ erhält man aus (21)

$$\int df = 2\varphi - 2\int \frac{dt}{1 + \operatorname{tg}^2 a_1 + (1 - \operatorname{tg}^2 b_1)\, t^2}.$$

Hierin $\operatorname{tg} a_1 = \operatorname{cotg} a$ und $\operatorname{tg} b_1 = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a$ gesetzt, giebt

(23) $$\int df = 2\varphi - 2\sin^2 a \int \frac{dt}{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 a - \operatorname{tg}^2 b}{1 + \operatorname{tg}^2 a}\, t^2} = 2\varphi - 2\sin^2 a \int \frac{dt}{1 + \sin^2 c \cdot t^2}$$

(24) $$= 2\varphi - 2\frac{\sin^2 a}{\sin c} \operatorname{arctg}(\sin c \operatorname{tg}\varphi) + C.$$

Die Quadrantenfläche der Roulette M_1 ist, da in bezug auf φ von 0 bis $\frac{\pi}{2} - b$ zu integrieren ist,

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \Big|_0^{\frac{\pi}{2} - b} 2\varphi - 2\frac{\sin^2 a}{\sin c} \operatorname{arctg}(\sin c \operatorname{tg}\varphi)$$

(24a) $$= 2\left\{\frac{\pi}{2} - b - \frac{\sin^2 a}{\sin c} \operatorname{arctg}(\sin c \operatorname{cotg} b)\right\}.$$

Für diejenigen Wertesysteme, für welche die Berechnung der Bogenlänge dieser Roulette M_1 auf ein elliptisches Integral I. Gattung führt, nimmt auch der Ausdruck für die Quadrantenfläche eine besonders einfache Form an; man erhält nämlich, da nach (17) $\sin^2 a = \operatorname{tg}^2 b = \sin c$ ist,

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\left\{\frac{\pi}{2} - b - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 b \cdot \operatorname{cotg} b)\right\}$$

(24b) $$= \pi - 4b.$$

Für das Wertesystem (12) ist $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi - 4\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$, d. h. für diesen speziellen Fall ist die Quadrantenfläche der Roulette M_1 gleich $^2/_3$ der Kugeloktantenfläche.

Für $b = \frac{\pi}{8} = 22^0\ 30'$

also $a = 24^0\ 28'\ 11''$

$c = 9^0\ 52'\ 45''$

ist die Quadrantenfläche der Roulette M_1 gleich der Kugeloktantenfläche.

§ 12c.

Sphärische Quadratur der Roulette M_2.

Durch Vertauschung von a mit b in (23) erhält man für M_2

$$\int df = 2\varphi - 2\sin^2 b \int \frac{dt}{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 b - \operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 b}\, t^2} = 2\varphi - 2\sin^2 b \int \frac{dt}{1 - \operatorname{tg}^2 c \cdot t^2}$$

(25) $$= 2\varphi - \frac{\sin^2 b}{\operatorname{tg} c} \ln \frac{1 + \operatorname{tg} c \cdot \operatorname{tg}\varphi}{1 - \operatorname{tg} c \operatorname{tg}\varphi} + C.$$

Die Quadrantenfläche der Roulette M_2 ist

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \Big|_0^{\frac{\pi}{2}-a} 2\varphi - \frac{\sin^2 b}{\operatorname{tg} c} \ln \frac{1 + \operatorname{tg} c \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} c \operatorname{tg} \varphi}$$

$$(25a) \qquad = \pi - 2a - \frac{\sin^2 b}{\operatorname{tg} c} \ln \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} c}.$$

Anhang.

Eine kurze kinematische Betrachtung über das Kurbelviereck im allgemeinen und das konische Kurbelviereck mit gleichen Gegenseiten im besonderen.

Die vier Mechanismen, welche durch Feststellung einer der vier Seiten des cylindrischen Kurbelvierecks entstehen, gehören drei verschiedenen Gattungen an. Macht man die gegenüberliegenden Seiten jener Kette gleich lang, so geht dieselbe in das Kurbelparallelogramm, resp. in das Kurbelantiparallelogramm über. Ersteres liefert, gleichviel ob man eine der beiden kurzen oder langen Seiten feststellt, Mechanismen von einer und derselben Gattung; es drehen sich die beiden bewegten Gegenseiten in gleichem Sinne und mit gleicher Geschwindigkeit. Letzteres dagegen liefert, je nachdem man eine der beiden kurzen resp. langen Seiten desselben feststellt, zwei verschiedene Gattungen von Mechanismen, die gleichläufigen resp. gegenläufigen Antiparallelkurbeln; das Drehungsgesetz ist jedoch für beide Antiparallelkurbeln dasselbe.

Das konische Kurbelviereck mit gleichen Gegenseiten ergiebt ebenso wie das cylindrische zwei Ketten, welche, obgleich man von Parallelismus und Antiparallelismus der Seiten eines sphärischen Vierecks nicht sprechen kann, der Analogie wegen als konisches Kurbelparallelogramm und konisches Kurbelantiparallelogramm bezeichnet werden mögen. Auch hier liefern die verschiedenen Aufstellungen dieser Ketten nur eine, resp. zwei Gattungen von Mechanismen; doch unterscheidet sich die konische Parallelkurbelkette von der cylindrischen Parallelkurbelkette dadurch, dass, wie aus folgender Betrachtung hervorgeht, bei gewissen Dimensionsverhältnissen die bewegten Gegenseiten der ersteren gleich- resp. gegenläufig sein können, während die bewegten Gegenseiten der letzteren stets gleichläufig sind.

Sind $f'_1 f'_2 = f_1 f_2 = 2c$ die kurzen, $f'_1 f_1 = f'_2 f_2 = 2a$ die langen Seiten eines überschlagenen sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten — der Radius der zu grunde gelegten Kugel sei 1 — und F_1', F_2', F_1, F_2 die den Eckpunkten jenes Vierecks diametral gegenüberliegenden Punkte der Kugeloberfläche, so erhält der durch f_1 f_2 bestimmte grösste Kugelkreis durch die vier Mechanismen, welche die Feststellung der resp. Seiten $f_1' f_2'$, $f_2' F_1'$, $F_1' F_2'$, $F_2' f_1'$ der Ketten $f_1' f_2' f_2 f_1$, $f_2' F_1' f_1 F_2$, $F_1' F_2' f_2 f_1$, $F_2' f_1' f_1 F_2$ liefert, stets dieselbe Bewegung.

Diese vier äquivalenten Mechanismen würden nach Reuleaux zu bezeichnen sein als

$$\left.\begin{array}{r}\text{I. gleichläufige}\\ \text{II. gegenläufige}\end{array}\right\}\text{ konische Antiparallelkurbeln.}$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{III. gleichläufige}\\ \text{IV. gegenläufige}\end{array}\right\}\text{ konische Parallelkurbeln.}$$

Aus den Dimensionen der festgestellten Seiten

$$2c,\ \pi - 2c,\ 2c,\ \pi - 2c$$

und den beiden bewegten gleichen Gegenseiten

$$2a,\ \pi - 2a,\ \pi - 2a,\ 2a$$

jener Mechanismen ergeben sich, da $c < a$ vorausgesetzt worden ist, als Bedingungen für den Mechanismus

I: Es muss eine der beiden kurzen Seiten des zu grunde liegenden überschlagenen sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten festgestellt werden.

II: Es muss eine der beiden langen Seiten des genannten Vierecks festgestellt werden.

III: Es muss die Summe zweier anstossenden Seiten des zu grunde liegenden nicht überschlagenen sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten kleiner als π sein.

IV: Es muss besagte Summe grösser als π und somit eine der beiden Seiten unbedingt grösser als $\frac{\pi}{2}$ sein.

Während sich aus dem cylindrischen Kurbelviereck mit gleichen Gegenseiten nur 3 Gattungen von Mechanismen (Parallelkurbeln, gleich- und gegenläufige Antiparallelkurbeln) ableiten lassen, liefert demnach das konische Kurbelviereck mit gleichen Gegenseiten 4 Gattungen von Mechanismen; doch lässt sich jeder Mechanismus der einen Gattung durch einen ihm äquivalenten Mechanismus jeder der drei anderen Gattungen ersetzen, weshalb die Untersuchung der Mechanismen der einen Gattung unter der Voraussetzung, dass die Seiten desselben zwischen 0 und π variieren können, die Untersuchung der Mechanismen der drei andern Gattungen in sich schliesst. Mit der in der vorstehenden Abhandlung gegebenen Untersuchung des überschlagenen sphärischen Vierecks mit gleichen Gegenseiten bei Feststellung einer der beiden kurzen Seiten ist daher gleichzeitig die Untersuchung aller oben genannten Mechanismen erledigt, die sich aus sphärischen Vierecken mit gleichen Gegenseiten ableiten lassen

Aus der Zusammenstellung der Seitenlängen der vier äquivalenten Mechanismen geht ferner noch hervor, dass sich jeder beliebige den vier verschiedenen Gattungen angehörige Mechanismus durch einen solchen den ersten drei Gattungen angehörigen Mechanismus ersetzen lässt, dessen sämtliche Seiten kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sind.

Es möge noch hervorgehoben werden, dass abgesehen von dem schon durch die Bezeichnung der vier Mechanismen charakterisierten und aus Tafel I, Figur 1 ersichtlichen Drehungssinn der beiden bewegten gleichen Gegenseiten das Seite 8 aufgestellte Drehungsgesetz für letztere in sämtlichen vier Fällen dasselbe ist.

Tafel I.

Fig. I.

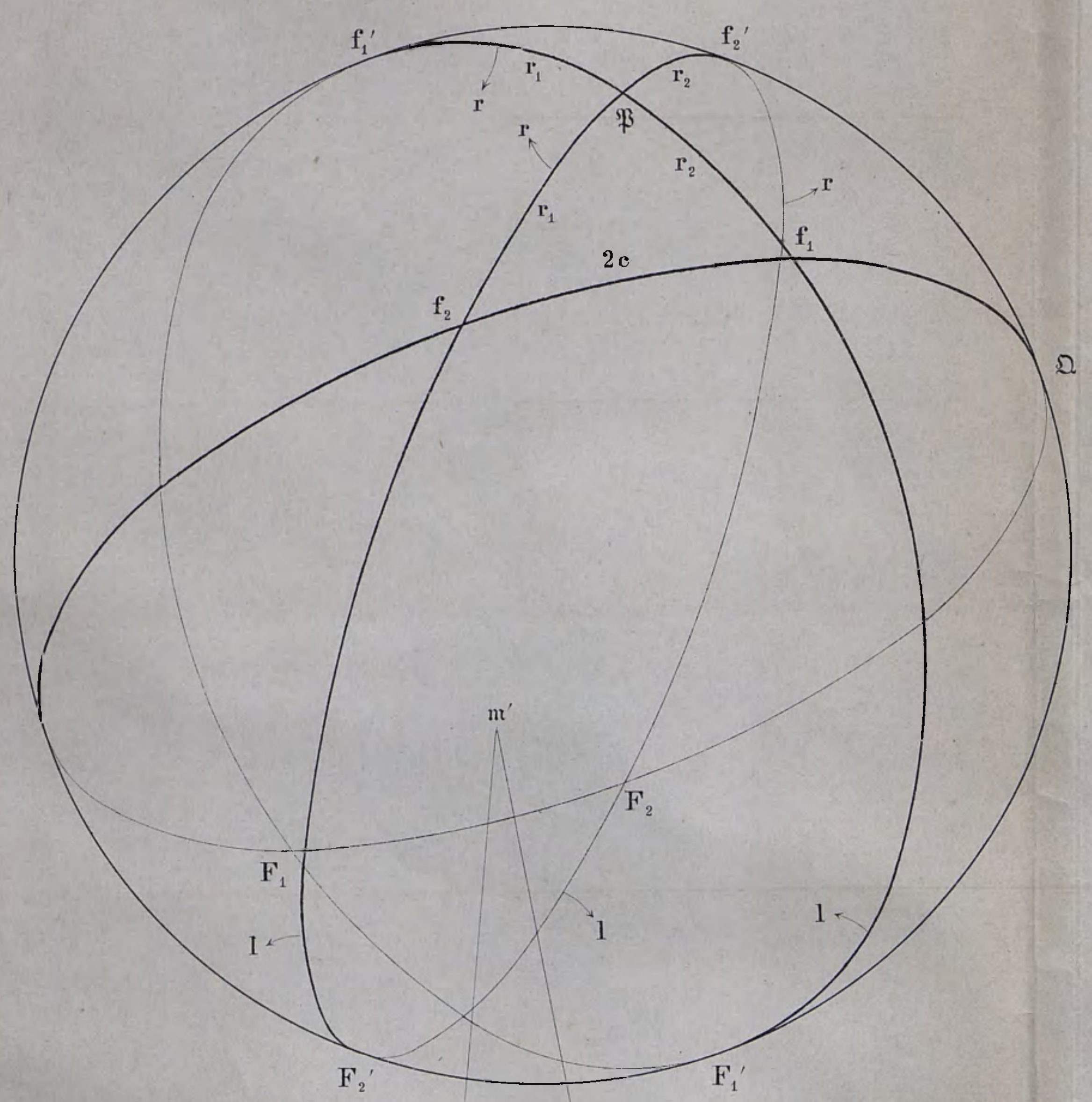
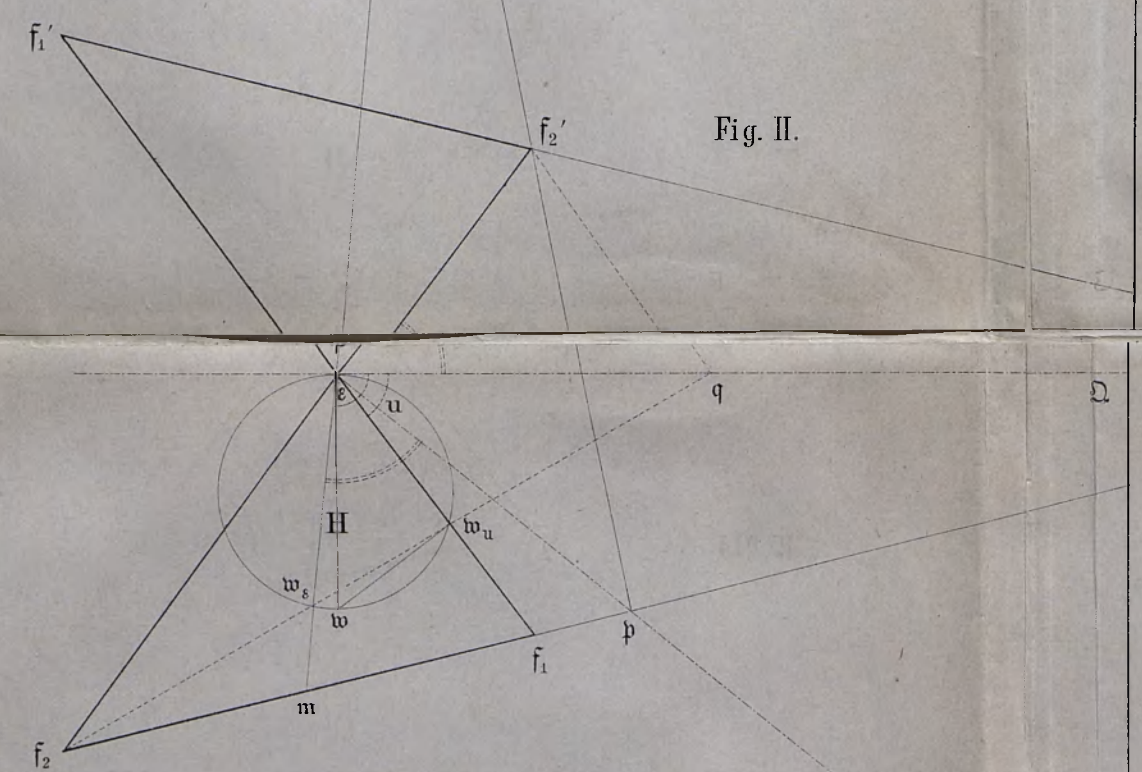
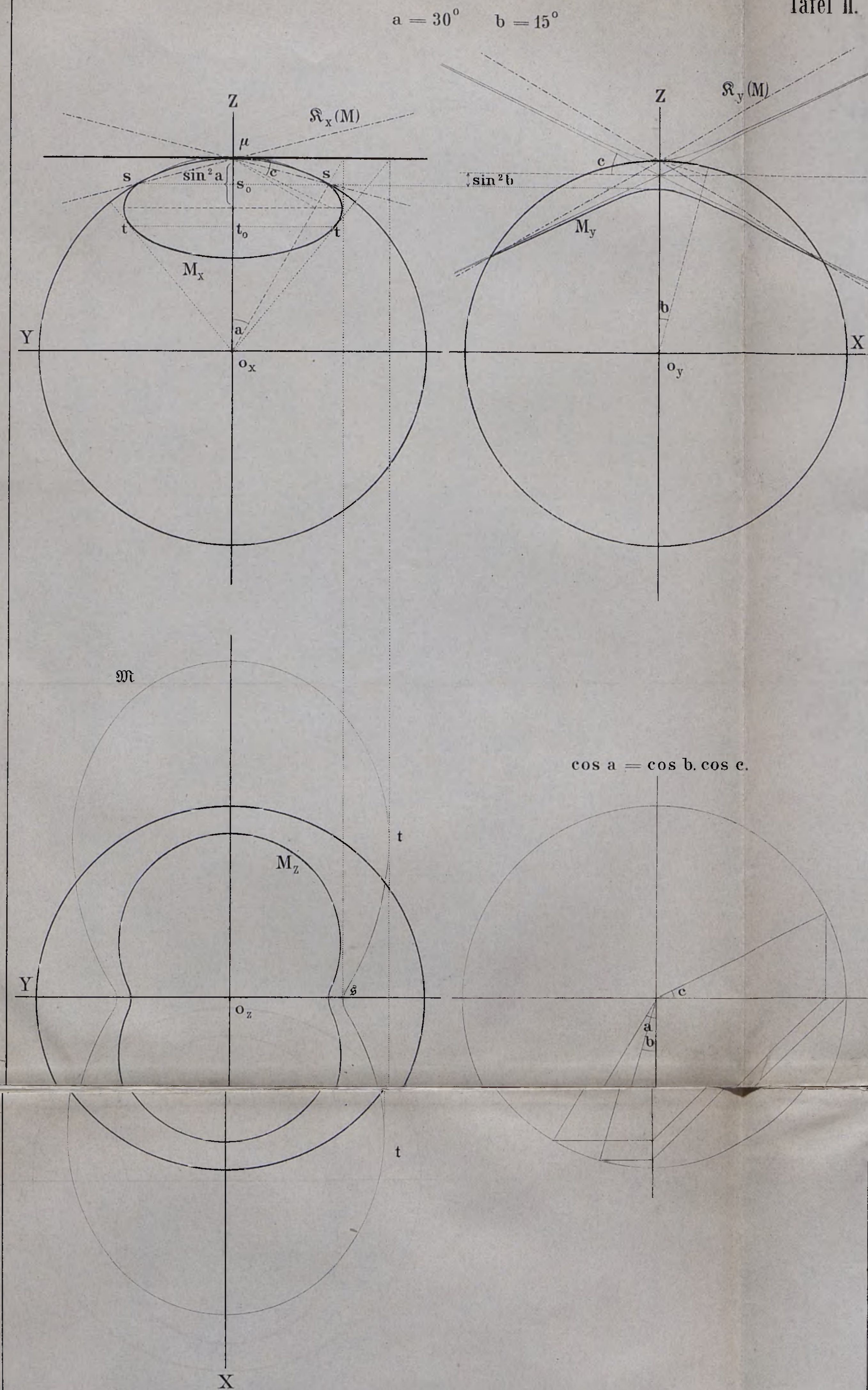


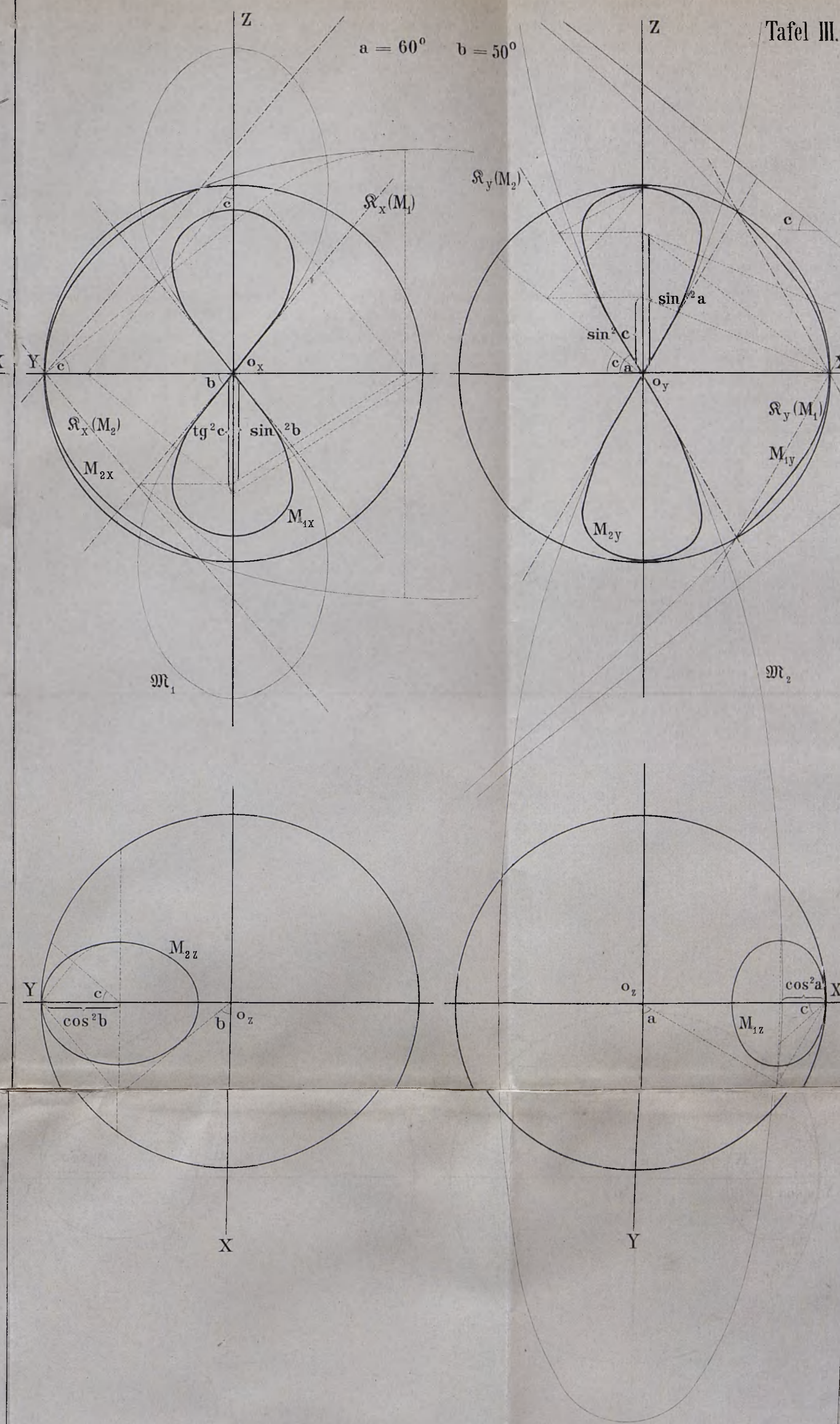
Fig. II.



Tafel II.



Tafel III.



M. Krimmer's Lith. Inst. Gleiwitz.

Schulnachrichten.

I. Schul-Behörden.

A. Das Königliche Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten.
B. Das Königliche Provinzial-Schul-Kollegium zu Breslau.
C. Das Kuratorium bestehend aus den Herren:
 1. Kreidel, Erster Bürgermeister und Vorsitzender.
 2. Dr. Freund, Königlicher Sanitätsrat und Stadtverordneten-Vorsteher.
 3. Brand, Königl. Hüttenamts-Direktor a. D.
 4. Hegenscheidt, Königlicher Kommerzienrat und Fabrikbesitzer.
 5. Der Direktor der Schule.
D. Das Lehrer-Kollegium siehe Seite 26 und 27.

(Kastellan des Schulgebäudes: Steuer-Exekutor Nitsche.)

II. Lehrverfassung.

Uebersicht der Zeit-Einteilung.

a. Lateinlose Realschule.

Lehr-Gegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl: 2jähr. Curs. I.	Einjähriger Cursus. O.II.	U.II.	O.III.	U.III.	IV.	V.	VI.	Summa.
Religion	2	2	2	2	2	2	2	2	6
Deutsch	3	3	3	3	3	4	4	4	27
Französisch	4	4	4	6	6	8	8	8	48
Englisch	4	4	4	5	5	—	—	—	22
Geographie u. Geschichte	3	3	3	4	4	4	3	2	26
Reine und angewandte Mathematik und Rechnen	6	6	6	6	6	6	6	6	48
Physik	3	2	2	—	—	—	—	—	7
Chemie	3	2	2	—	—	—	—	—	7
Naturbeschreibung	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Freihandzeichnen	4	4	4	2	2	2	2	2	22
Linearzeichnen	4	4	4	2	—	—	—	—	14
Schreiben	—	—	—	—	—	2	2	2	6
Gesang	In zwei Abteilungen								4
Turnen	In zwei Abteilungen								4
Summa	36	36	36	32	30	30	29	28	255

Verteilung des Unterrichts unter die Lehrer.

№		Namen der Lehrer.	Ordinarius.	Lateinlose Real-Schule. Prima.	Ober-Secunda.	Unter-Secunda.	Ober-Tertia.	Unter-Tertia.	Quarta.	Quinta.	Sexta.	Technische Fachschule. Obere Klasse.	Untere Klasse.	Handwerker-Fortbildungs-Schule.	Summa.
1.		Direktor Wernicke	Prima.	6 Mathematik.			5 Englisch.					7 Mathematik.			18.
		Oberlehrer.													
2.	1.	Dr Haussknecht.		6 Physik und Chemie.	4 Physik und Chemie. 2 Naturgesch.	4 Physik und Chemie.						4 Physik u. Chemie.	4 Physik u. Chemie, kombin. mit Ob.-Sec.		20.
3.	2.	Dr. Mattern.	O. Sec.	3 Deutsch. 3 Geographie u. Geschichte.	3 Deutsch. 3 Geographie u. Geschichte. 4 Französisch.	3 Deutsch. 3 Geographie u. Geschichte.									22.
		Ordentliche Lehrer.													
4.	1.	Baumeister Hieronymus.	Fachk. II.	4 Linearzeichnen.	4 Linearzeichnen.	4 Linearzeichnen.	2 Linearzeichnen.					4 Linearzeichnen mit Ob.-Sec. 3 Baukonstruktionslehre.	4 Linearzeichnen mit Unt.-Sec. 3 Baukonstruktionslehre. 4 Mathematik.	2 Linearzeichnen.	26.
5.	2.	Geselschap.		4 Freihandzeichnen.	4 Freihandzeichnen.	4 Freihandzeichnen.	2 Freihandzeichnen.	2 Freihandzeichnen.	2 Freihandzeichnen.	2 Freihandzeichnen.	2 Freihandzeichnen.	4 Freihandzeichnen m. Ob.-S.	4 Freihandz. m. Unt.-Sec.	2 Freihandzeichnen.	24 u. 4 St. Turnen.
6.	3.	Cunerth.	U.-Sec.	4 Englisch. 4 Frz. (Sommer.)	4 Englisch.	4 Englisch. 4 Französisch.				3 Geographie u. Gesch. (Wntr.)					20 (Sommer) 19 Winter.
7.	4.	Grochowski.	O.-Tert.				3 Deutsch. 4 Geographie u. Geschichte.	3 Deutsch. 4 Geographie u. Geschichte.	4 Deutsch. 4 Geographie u. Geschichte.					2 Deutsch.	24.
8.	5.	Jungck.	U.-Tert.			2 Naturgesch.	2 Naturgesch.	2 Naturgesch. 6 Mathematik. 5 Englisch.	2 Naturgesch.	2 Naturgesch.	2 Naturgesch.			2 Naturlehre.	25.
9.	6.	Ullmann.	Quinta.						6 Mathematik. 2 Schreiben.	6 Rechnen. 4 Deutsch.	6 Rechnen.			2 Geometrie.	26 u. 4 St. Gesang.
10.	7.	Winkler.	Sexta.							8 Französisch. 2 Schreiben.	8 Französisch. 4 Deutsch. 2 Geographie. 2 Schreiben.				26.
		Lehrer.													
11.	1.	Wüstnei.	Fachk. I.									2 Beschreibende Geometrie. 6 Maschinenl. 10 Entwerfen.	2 Beschreibende Geometrie. 6 Maschinen-L. (2 kombiniert). 7 Entwerfen, kombiniert.	2 Linearzeichnen.	26.
12.	2.	Pietsch.			6 Mathematik.	6 Mathematik.	6 Mathematik.						4 Mathematik.	2 Mathematik.	24.
13.	3.	Dr. Ziolecki.	Quarta.	4 Französisch. (Winter).			6 Französisch.	6 Französisch.	8 Französisch.	3 Geographie u. Gesch. (Sommer.)					(23 Sommer) 24 Winter.
		Religionslehrer.													
14.	1.	Pastor Hoch		Evangelische Schüler Secunda und Prima											2.
15.	2.	Ober-Kaplan Buchali		Katholische Schüler in 3 Abteilungen Sexta und Quinta; Quarta und Tertia; Sekunda und Prima											6.
16.	3.	Dr. Mattersdorf		Jüdische Schüler in 3 Abteilungen Sexta und Quinta; Quarta und Tertia; Sekunda und Prima											6.
17.	4.	Pfarr-Vikar Raschke (Winter) .		Evangelische Schüler in 2 Abteilungen Sexta und Quinta; Quarta und Tertia; im Sommer Vikar Franke											4.
		Summa		36.	36.	36.	32.	30.	30.	29.	28.	40.	38.	14.	330.

b. Technische Fach-Schule.

Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl. I.	II.	Summa.
Freihandzeichnen	4	4	8 kombiniert mit Secunda.
Bauzeichnen	4	4	8 desgl.
Reine und angewandte Mathematik und Rechnen	7	8	15
Beschreibende Geometrie	2	2	4
Physik und Chemie	4	4	8; 4 Stunden in II kombiniert mit Ober-Secunda.
Baukonstruktionslehre und Veranschlagen	3	3	6
Maschinenlehre und mechanische Technologie	6	6	10; 2 kombiniert in I und II.
Entwerfen von Maschinen-Teilen 2c.	10	7	10; 7 kombiniert in I und II.
Turnen			2
Summa	40	38	71

c. Handwerker-Fortbildungs-Anstalt.

Allgemein wissenschaftlicher Unterricht in zwei Abteilungen vom 1. Oktober bis 31. März, zu je vier Stunden wöchentlich in den Abendstunden Montags und Mittwochs.

Untere Abteilung: Deutsch und Geometrie.

Obere Abteilung: Naturlehre und Rechnen.

Zeichen-Unterricht vom 1. Oktober bis Mitte August. Sonntags Vormittag 2 Stunden.

Lehr-Pensa im Schuljahr 1881/82.

a. Lateinlose Realschule.

Religion.

1) Evangelische Schüler:

Sexta und Quinta. Biblische Geschichte A. T. bis zu den Königen. Repetition des I. Hauptstückes. II. Hauptstück memoriert und erklärt. 4 Lieder ca. 20 Sprüche memoriert.

Quarta und Tertia. Wiederholung der biblischen Geschichte N. T. Die Gleichnisse Jesu. Neutestamentliche Bibelkunde. Repetition des I. und II. Hauptstückes. Das III. Hauptstück memoriert und erklärt. 4 Lieder 20 Sprüche memoriert.

Sekunda und Prima. a. Kirchengeschichte bis 800. Kurze Repetition der Geschichte der Reformation. b. Lektüre: Apostelgeschichte Cap. 1—14. Jesaja Cap. 40 und 53. Bergpredigt. In Anknüpfung an das Gelesene Grundgedanken der christlichen Sittenlehre. c. Repetition des lutherischen Katechismus und etlicher Kirchenlieder.

2) Katholische Schüler:

Sexta und Quinta. a. Katechismus: Die ersten 16 Lektionen. (Glaubenslehre). b. Biblische Geschichte: Das Wichtigste aus dem neuen Testamente; das alte Testament bis Josua exclusive.

Quarta und Tertia. Kirchengeschichte von Carl d. Gr. bis zur Neuzeit.

Sekunda und Prima. a. Sittenlehre. b. Kirchengeschichte von der Kirchentrennung bis zur Neuzeit.

3) Jüdische Schüler:

Sexta und Quinta. a. Religionslehre: Die Zehn Gebote. Die Feste. b. Biblische Geschichte: von Moses bis Samuel (eine Auswahl von Geschichten). c. Hebräisch: 1. Lektüre: II. Buch Mos. Kap. 19 und 20. — 2. Grammatik: Konjugation des starken Verbs.

Quarta und Tertia. a. Religionslehre. Pflichtenlehre: Pflichten gegen Gott. b. Biblische Geschichte: Geschichte unter den Königen bis zum Untergange des Reiches Juda. c. Hebräisch. 1. Lektüre: III. Buch Mos. Kap. 23. — 2. Grammatik: Konjugation des starken Verbs.

Sekunda und Prima. a. Religionslehre: Wiederholungen aus der Glaubenslehre. b. Geschichte der Juden: Von Herodes' Tode bis auf die neueste Zeit). c. Hebräisch. 1. Lektüre: Sprüche der Väter II. Perek. — 2. Grammatik: Die Konjugation des schwachen Verbs: Verba mit Gutturalen. Verba quiescentia פ"א Verba quiescentia פ"י (פ"ו). Verba quiescentia ע"ו.

Deutsch.

Sexta. Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Stücke aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsiek, Teil I. für Sexta. Memorieren von Gedichten. Alle 14 Tage ein Aufsatz (Erzählung, Beschreibung, Vergleichung) und alle 8 Tage eine orthographische Uebung. — Grammatische Uebungen über die Redeteile und den einfachen Satz finden zum Teil Hand in Hand mit dem französischen Unterrichte statt.

Quinta. Uebung im Lesen und Vortragen prosaischer und poetischer Stücke. Die Lehre vom einfach erweiterten Satze im Anschluß an die Lektüre aus dem Lesebuche; wöchentlich eine schriftliche Arbeit.

Quarta. Lesen und Erklären ausgewählter Stücke aus Hopf und Paulsieks Lesebuch für Quarta Teil I. Abt. 3. Wiederholung des grammatischen Pensums der vorigen Klasse. Die Lehre vom zusammengesetzten Satz. Uebungen in der Interpunktionslehre und der Orthographie. Diktate und kleinere Aufsätze. Memorieren und Vortragen von Gedichten.

Unter-Tertia. Lesen und Erklären ausgewählter Stücke aus Hopf und Paulsieks Lesebuch für Tertia, Teil II, Abt. 1. Memorieren und Vortragen von Gedichten. Im Wintersemester Lektüre aus Homers Odyssee, Bs. I—V. Uebers. v. Voß. Systematische Repetition der Satzlehre. 3wöchentliche Aufsätze.

Ober-Tertia. Lesen und Erklären ausgewählter Stücke aus Hopf und Paulsieks Lesebuch für Tertia, Teil II, Abt. 1. Memorieren und Vortragen ausgewählter Balladen und Romanzen von Schiller. Im Anschluß daran das Wichtigste aus der Poetik. Repetitionen aus der Grammatik. 3wöchentliche Aufsätze.

Unter-Sekunda. Schillers Gedichte, die zum großen Teil auswendig gelernt wurden. Jungfrau von Orléans; Göthes Hermann und Dorothea, Herders Cid; Odyssee Ges. 9 - 14 (übersetzt von Voß). Deklamationen und freie Vorträge. Dispositionsübungen. Monatlich ein Aufsatz.

Ober-Sekunda. Litteraturgeschichte von Klopstock bis zur Sturm- und Drangperiode nach Kluge's Handbuch, verbunden mit der Lektüre zahlreicher Musterstücke im Lesebuche von Hopf und Paulsiek II. 2. Lektüre: Schillers Braut von Messina; Lessings Nathan der Weise; Göthe's Iphigenie; Herders Cid; Ilias Ges. 9—13 (übersetzt von Voß); Sophokles' Philoktet (übersetzt von Minckwitz). Freie Vorträge und Deklamationen. Monatlich ein Aufsatz.

Prima. Litteraturgeschichte von der ältesten Zeit bis auf Klopstock nach Kluge's Handbuch. Lektüre mittelhochdeutscher Musterstücke aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsiek II. 1, Repetition der Zeit von Klopstock bis zur Gegenwart. Göthes Faust. Monatlich ein Aufsatz.

Französisch.

Sexta. Elementarbuch von Plötz, Lektion 1 — 59. Einübung der 4 regelmäßigen Konjugationen. Wöchentlich ein Extemporale.

Quinta. Wiederholung des Pensums der Sexta. Die 4 regelmäßigen Konjugationen; Pronoms personnels conjoints. Pronom réfléchi. Veränderlichkeit des Participe passé und die gebräuchlichsten unregelmäßigen Zeitwörter nach Plötz Elementarbuch. Lektion 60—91. Wöchentlich 2 Extemporalien.

Quarta. Repetitionen der Hauptabschnitte aus Plötz. Elementarbuch. Plötz Schulgrammatik Lektion 1—22. Lektüre: Duruy Petite Histoire Grecque. Alle 8 Tage ein Extemporale.

Unter-Tertia. Plötz Schulgrammatik von Lektion 15—35. Lektüre: Duruy Petite Histoire Romaine. Alle 8 Tage ei Extemporale.

Ober-Tertia. Plötz Schulgrammatik von Lektion 31 — 49 incl. Lektüre: Die leichteren Stücke aus Herrig's La France litteraire. Alle 8 Tage ein Extemporale.

Unter-Sekunda. Wiederholung der Formenlehre und Syntax nach Plötz bis Lektion 60. Lektüre: Herrigs La France Littéraire. a. Voltaire, Charles XII; Pierre Alexiowitz. Bataille de Narva. b. Fénelon, Démosthène et Cicéron. c. Frédéric II., Frédéric Guillaume, le grand Électeur. Alle 8 Tage ein Exercitium oder Extemporale zusammenhängenden Inhaltes. (Les mois de l'anné. L'enfance. L'astronomie. L'air). Memorieraufgaben und Klassenarbeiten.

Ober=Sekunda. Wiederholung des früheren Pensums. Plötz Schulgrammatik von Lektion 50 bis zu Ende, verbunden mit schriftlichen Uebersetzungen der entsprechenden Uebungsbeispiele. Lektüre: Rollin, Hommes illustres de l'antiquité: Crésus, Pyrrhus, Cornélius Népos. Herrig, La France littéraire: Mme. de Staël, Chateaubriand, Frédéric deux, Barthélemy, Voltaire. Memorierübungen. Wöchentlich ein Extemporale, monatlich ein Aufsatz.

Prima. Sommer=Semester. Grammatische Repetitionen. Lektüre: Herrig's La France littéraire. a. F. Guizot, Coup d'oeil sur l'histoire générale de la civilisation européenne. Les croisades. b. Germaine Necker, baronne de Staël, Corinne au Capitole. Fête d'Interlaken. c. René de Chateaubriand, Nous verrons. Conversation in Anknüpfung an die Lektüre. Alle 8 Tage ein Exercitium oder ein Extemporale. Monatlich ein Aufsatz.

Winter=Semester. Grammatische Repetitionen in Anknüpfung an die Uebungen zur Erlernung der Französischen Syntax von Dr. Plötz. Lektüre: L'Avare par Molière. Privat=Lektüre: Herrig's La France littéraire. Alle 14 Tage ein Klassenaufsatz.

Englisch.

Unter=Tertia. Gesenius Elementarbuch. Aussprache und Formenlehre der englischen Sprache Kap. 1—13: erste Reihe der Uebungsbeispiele. Memorieren kleinerer Erzählungen. Exercitien und Extemporalien.

Ober=Tertia. Repetition des Pensums der Unter=Tertia. Gesenius Elementarbuch Kap. 1—24. Beendigung der Formenlehre. Uebersetzen der Uebungssätze in den einzelnen Kapiteln, sowie einige der zusammenhängenden Erzählungen. Memorieren der zu den Kapiteln gehörigen Uebungsstücke, sowie einiger Gedichte. Uebersetzen der Lesestücke. Wöchentlich eine Klassenarbeit, sowie Exercitien von Stunde zu Stunde.

Unter=Sekunda. Grammatik nach Gesenius. Wiederholung von Kursus I. und die Kasuslehre von Kursus II. Lektüre: L. Herrig, First English Reading Book. a. The travelled ant. b. Edward III. c. An adventure of the American war. d. The prairies of the West. e. An adventure among the mountains of Quito. f. The desert. Alle 8 Tage ein Exercitium oder Extemporale meist zusammenhängenden Inhaltes: (Value of time. London. Christmas. John Bull. Brother Jonathan Ireland). Memorieraufgaben. Klassenarbeiten.

Ober=Sekunda. Grammatik nach Gesenius II. Teil. Lektüre: L. Herrig, The British Classical Authors, — Charles Lamb, King Lear and Hamlet, Prince of Denmark. Konversation in Anknüpfung an die Lektüre. Alle 8 Tage ein Exercitium oder Extemporale zusammenhängenden Inhalts (George Stephenson, the Engineer. State of England in 1685). Klassenarbeiten und Memorieraufgaben.

Prima. Grammatik nach Gesenius II. Teil. Lektüre: L. Herrig, The British Classical Authors. a. Charles Dickens, A Christmas Carol. b. F. Marryat, The three cutters. c. T. Smollet, Roderick Ransom's journey to London. Konversation in Anknüpfung an die Lektüre. Alle 14 Tage eine Klassenarbeit aus: „England. Praktische Anleitung zum Uebersetzen aus dem Deutschen in's Englische von Dr. G. Jäp." a. Character of Elisabeth. b. Punishment of two thieves in Edinburgh. c. A visit paid to Greenwich hospital. d. The fifth of November. e. Ben Franklin's first studies in hydraulicks. Alle 14 Tage ein Extemporale. a. W. Shakspeare's Life. b. F. William, the Great Elector. c. Frederik the Great. d. The German Emperor. e. Capitulation of Sedan.

Geographie und Geschichte.

Sexta. Geographische Vorbegriffe. Schlesien. Deutschland im allgemeinen. Einführung in die kartographische Darstellung.

Quinta. Die außereuropäischen Erdteile (Asien und Amerika). Griechische und römische Sagen.

Quarta. Die außereuropäischen Erdteile. Repetitionen. Kartenzeichnen. Die Geschichte der Griechen (Sommer S.) Die Geschichte der Römer, in Verbindung mit der Geographie der alten Welt (Winter S.)

Unter=Tertia. Geographie von Deutschland. Kartenzeichnen. Geschichte des Mittelalters bis auf Maximilian I.

Ober=Tertia. Die außerdeutschen Länder Europa's. Repetitionen. Kartenzeichnen. Die neuere Geschichte bis 1871. Vom Jahre 1648 ab mit besonderer Berücksichtigung der Brandenburgisch=Preußischen Geschichte.

Unter=Sekunda. Die Hauptmomente aus der orientalischen Geschichte. Geschichte der Griechen und Makedonier. Römische Geschichte bis zum ersten punischen Kriege. Damit wurde die Geographie der betreffenden Länder verbunden.

Ober-Sekunda. Römische Geschichte bis zum Untergange des weströmischen Reiches; Mittelalter bis Konrad II. An die Geschichte wurde die Geographie der betreffenden Länder angeschlossen.

Prima. Die Neuzeit. — Gesamtrepetition der Geschichte und Geographie.

Rechnen. Reine und angewandte Mathematik.

Sexta. Die vier Species mit ganzen Zahlen und Decimalbrüchen, angeschlossen an das deutsche Münz-, Maß- und Gewichtssystem, schriftlich und im Kopfe. Uebung im Auflösen der Klammern.

Quinta. Rechnen mit Decimalbrüchen und gemeinen Brüchen, schriftlich und im Kopfe. Uebungen im Auflösen der Klammern; Regeldetri.

Quarta. Prozent- und Zinsrechnung. Die Elemente der Planimetrie; Dreieck und Parallelogramm. Einfache Konstruktionen.

Unter-Tertia. Kopfrechnen bes. mit gemeinen und Decimalbrüchen nach Hoffmann II. Abschn. I. Wiederholung der Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche und umgekehrt, sowie der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri; Zins- und Rabattrechnungen und Ausziehen von Quadratwurzeln. Die Lehre von den vier Grundoperationen und den Potenzen. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten; Uebungen nach Hoffmann II., Abschnitt I, II und zum Teil VI. Der 1. Teil der Kreislehre, die Flächengleichheit und die Verwandlung geradliniger Figuren nach Kambly. Lehre von den geometrischen Oertern. Einfachere Dreiecks-, Vierecks- und Kreis-Aufgaben.

Ober-Tertia. Repetition der Kreislehre verbunden mit der Lösung zahlreicher Konstruktionsaufgaben. Flächengleichheits-, Verwandlungs- und Teilungsaufgaben. Dreieckskonstruktionen. Die Anfangsgründe der Proportionalität. — Algebraische Umformungen (Hoffmann II, Abschnitt III), Potenzen mit negativen Exponenten. Hauptgesetze der Wurzellehre. Gleichungen I. Grades mit einer und mehreren Unbekannten. — Regeldetri, Prozent- und Zinsrechnung. Quadratwurzeln. Repetition der Decimalbrüche.

Unter-Sekunda. Die Lehre von der Proportionalität der Strecken unter sich und am Kreise. Geometrische Konstruktionen. Konstruktion algebraischer Ausdrücke. Kreisberechnung. Dreiecksberechnungen. Goniometrie. Die zur Berechnung schiefwinkliger Dreiecke erforderlichen trigonometrischen Sätze. — Potenzen mit negativen und gebrochenen Exponenten. Algebraische Umformungen mit Wurzeln. Imaginäre Zahlen. Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten. Logarithmen. Logarithmische Gleichungen. Geometrische Reihen. Wertgleichungen. Repetition der bürgerlichen Rechnungsarten und der wichtigsten Regeln für numerische Rechnungen. Häusliche und Klassenarbeiten.

Ober-Sekunda. Die Lehre von den Logarithmen. Benutzung der logarithmischen und trigonometrischen Tafeln. Logarithmische Gleichungen. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszinsrechnung. Wortgleichungen. Quadratische Gleichungen mit 2 Unbekannten. Elemente der Determinanten. — Repetition der Trigonometrie. Dreiecks-Berechnungen. Geometrische Konstruktionen. Stereometrie. Die Hauptsätze der sphärischen Trigonometrie. Die Anfangsgründe der analytischen Geometrie (gerade Linie und Kreis). Häusliche und Klassenarbeiten.

Prima. Gesamt-Repetition der ebenen Geometrie. Ergänzungen aus der neueren Geometrie. Mechanik fester Körper. (Die Bewegung als Erscheinung. Mechanik des materiellen Punktes. Kräftepaare. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften. Schwerpunkt. Reibung. Translation und Rotation eines festen Körpers). Häusliche und Klassen-Arbeiten aus sämtlichen Gebieten der Mathematik.

Natur-Wissenschaften.

Sexta. Zoologie: Die Hauptorgane des menschlichen Körpers; die Säugetiere mit besonderer Berücksichtigung ihrer gemeinsamen und besonderen Formen, Organe und Lebensweisen. Reproduktion des Vortrags durch Wiedererzählen und Zeichnung.

Quinta. Sommersemester: Botanik. Beschreibung und Zeichnung der äußeren Organe der Pflanze. Demonstration derselben an lebenden und getrockneten Exemplaren der hiesigen Flora und einheimischer Kulturpflanzen.

Wintersemester: Zoologie. Die Vögel und einige Kriechtiere, behandelt wie in Sexta.

Quarta. Sommersemester: Botanik. Beschreibung und Zeichnung der äußeren Organe der Pflanze. Demonstration derselben an lebenden und getrockneten Exemplaren der hiesigen Flora und einheimischer Kulturpflanzen. (Da im vorigen Jahre in Folge der Verlegung des Schulanfangs auf Ostern, das Sommersemester jeder Klasse in Wegfall kam, mußte in IV. und V. dasselbe in der Botanik behandelt werden, ebenso wurde in III. B. noch ein Teil des eigentlich der IV. angehörigen Pensums behandelt u. s. f.)

Wintersemester: Zoologie. Kriechtiere, Lurche, Fische und von den Insekten: Käfer und Schmetterlinge, behandelt wie in V. und VI., bei den Insekten wurden außerdem die wichtigsten äußeren Organe mittelst mikroskopischer Demonstrationen näher erläutert.

Unter-Tertia. Sommersemester: Botanik. Wiederholung und Erweiterung der Morphologie der Pflanze, Demonstrationen an lebenden Pflanzen mit Berücksichtigung der morphologischen Verhältnisse und des Linné'schen Systems, Pflanzenbestimmungen nach demselben. Exkursionen.

Wintersemester: Zoologie. Die Kreise der Gliedertiere und Weichtiere, behandelt wie in Quarta.

Ober-Tertia. Sommersemester: Botanik. Das natürliche System des Pflanzenreichs. Die wichtigsten natürlichen Familien des Pflanzenreiches wurden an lebenden Exemplaren ihrer einheimischen Vertreter erläutert. Exkursionen.

Wintersemester: Zoologie. Die Krustaceen. Die Kreise der Würmer, Stachelhäuter, darmlosen Tiere und Urtiere. Mikroskopische Demonstrationen an Präparaten und lebendenden Tieren.

Unter-Secunda. Sommersemester: Botanik. Wiederholung des natürlichen Systems. Einzelne schwierigere natürliche Familien erläutert an ihren einheimischen Repräsentanten. Grundzüge der Anatomie und Physiologie der Pflanze. Kryptogame im speciellen die Thallophyten.

Wintersemester: Zoologie. Grundzüge der Anatomie und Physiologie des Menschen. Anleitung zum Gebrauch des Mikroskops.

Physik. Im Sommer 4 Std., im Winter 2 Std. Einleitung. Die allgemeinen Eigenschaften der Körper. Grundgesetze der Mechanik, Hydrostatik und Aërostatik, mit besonderer Berücksichtigung des specifischen Gewichtes, des Barometers und der Luftpumpe. Grundgesetze der Wärme.

Chemie. Nur im Winter 2 Std. Einleitung. Begründung und Erklärung der chemischen Formeln. Stöchiometrie. — Wasserstoff, Sauerstoff, Wasser, Chlor, Brom, Jod und Fluor.

Ober-Secunda. Krystallographie, allgemeine Mineralogie, Ueberblick über die wichtigsten Mineralien. Wiederholungen aus dem Gebiete der Zoologie und Botanik.

Physik. Nur im Winter 2 Stunden. Magnetismus, Reibungs-Elektricität und Galvanismus mit Ausschluß der Elektrodynamik und der Induktion.

Chemie. Im Sommer 4 Stunden, im Winter 2 Stunden. Einleitung, Begründung und Erklärung der chemischen Formeln. Stöchiometrie, — Wasserstoff, Sauerstoff, Wasser, Chlor, Brom, Jod, Fluor, Schwefel, Stickstoff, Phosphor, Kohlenstoff, Verbrennungs-Prozeß, Bor und Silicium.

Prima. Physik. 3 Stunden im Sommer, 2 Stunden im Winter. Die Lehre von den Dämpfen; Heißluft-, Gaskraft- und Dampfmaschinen; mechanische Wärmetheorie. Physikalische Mechanik und mathematische Geographie. — Aufgaben und Wiederholungen aus allen Kapiteln.

Chemie. 3 Stunden im Sommer, 2 Stunden im Winter. Kalium und Natrium. Chemische Technologie: Salzsäure- und Schwefelsäure-Fabrikation, Schießpulver, Stein-, Koch- und Seesalz, Soda, Glas, Thonwaren, Brennmaterialien, Leuchtgas. — Einleitung in die organische Chemie. Wiederholung des Gesamtgebiets.

Mineralogie. 2 Stunden (nur im Winter, fällt in den folgenden Jahren fort). Krystallographie, allgemeine Mineralogie. Ueberblick über die wichtigeren Mineralien.

Fakultativer Unterricht: Praktische Arbeiten im chemischen Laboratorium, 2 Stunden. Einübung der Reaktionen, leichtere qualitative Analysen.

Technischer Unterricht.

Sexta. Schreiben: Uebung der deutschen und lateinischen Buchstaben in genetischer Folge und Anwendung derselben in Wörtern.

Zeichnen: Systematische Uebung des Auges und der Hand durch Zeichnen gerader Linien in verschiedenen Richtungen und Lagen, Teilung derselben, Zusammenstellung zu Winkelarten und Quadratfiguren 2c.

Quinta. Schreiben: Uebung der deutschen und lateinischen Buchstaben in genetischer Folge und Anwendung derselben in Wörtern und Sätzen.

Zeichnen: Ganz einfache geradlinige Figuren mit allmählichem Uebergange zu Aufgaben in gebogenen Linien.

Quarta. Schreiben: Uebung in der französischen Rundschrift.

Zeichnen: Konturenzeichnen in geraden und gebogenen Linien, nach Vorbildern von Herdtle, Domschke und Möllinger.

Unter-Tertia. Zeichnen: Konturenzeichnen nach Vorbildern von Herdtle, Domschke und Möllinger.

Ober-Tertia. Freihandzeichnen: Leichte Blattformen in einfachen und reinlichen Umrissen nach Stuttgarter Modellen. Reine leichte griechische Formen mit Durchschnitten nach Vorbildern von Möllinger und Herdtle.

Linearzeichnen. Uebungen im Gebrauche der Zeichengerätschaften. Konstruktion von geradlinigen und krummlinigen Figuren nach Delabar. Uebungen im Schraffieren und Anlegen von Flächen. Maßstäbe. Darstellung von Flächenmustern.

Unter-Sekunda. Freihandzeichnen: Zeichnen nach einfachen Modellen, sowie nach Vorbildern von Gropius, Jakobsthal, Herdtle und Domschke.

Linearzeichnen: Elemente der Projektionslehre. Rechtwinklige Projektion des Punktes und der Geraden. Spuren von Geraden und Ebenen. Schnitte und Neigungs-Winkel von Geraden und Ebenen. Durchschnitte und Durchdringungen von Körpern, sowie Abwickelung ihrer Oberflächen. — Elemente der Schattenlehre. Beleuchtung der Körper durch direktes und reflektiertes Licht. Schlagschatten. Annahme der Beleuchtung bei technischen Zeichnungen. Darstellung von einfachen Maschinenteilen, sowie von Holz- und Mauerverbänden nach Vorlagen mit reduzierten Maßen.

Ober-Sekunda. Freihandzeichnen. Es wurden nach Gipsmodellen im griechischen- und Renaissance-Stil und nach Vorbildern von Jacobsthal, Mauch und Domschke vollständig ausgeführte Zeichnungen angefertigt; ebenso wurden geschmackvolle schmiedeeiserne Gegenstände als Balkon- und Umfriedigungsgitter und dergleichen nach den besseren Vorbildern gezeichnet.

Linearzeichnen. Darstellung von Körperdurchdringungen bei beliebiger Lage derselben zu den Projektionsebenen. Aufnahme von Maschinenteilen, Mauerverbänden und Holzverbindungen nach Modellen, verbunden mit Schraffier und Tusch-Uebungen.

Prima. Freihandzeichnen. Es wurden vollständig ausgeführte Zeichnungen nach guten Gipsmodellen italienischer Renaissancen und griechischen Stils, ebenso nach Vorlagen von Jacobsthal, Mauch und Möllinger angefertigt.

Linearzeichnen. Darstellung von Holz- und Mauerverbänden, sowie von Maschinenteilen und ganzen Maschinen nach Vorlagen in reducierten Maßen. Aufnahme von Maschinenteilen und Auftragen derselben nach den angefertigten Skizzen in geometrischer und axonometrischer Manier. Aufzeichnen ganzer Gebäude und Gebäudeteile nach gegebenen Skizzen. Anwendung der Projections- und Schattenlehre bei dem Aufzeichnen von Treppen, Schraubenlinien, Gewölben und Gewölbeschnitten.

Gesang.

Erste Abteilung. Schüler der Prima, Sekunda und Fachklasse: Uebung vierstimmiger Gesänge für Männerchor.
Zweite Abteilung. Schüler der Sexta bis Tertia: Kenntnis der Noten, Treffübungen und Uebung ein- und mehrstimmiger Lieder.

Turnen.

Die Schüler turnten Sommer und Winter in zwei Abteilungen und zwar Prima, Sekunda und Tertia des Sonnabends, Quarta, Quinta und Sexta des Mittwochs.

In der geheizten städtischen Turnhalle wurden die gebräuchlichen Uebungen am Reck, Schwebereck, an den Schaukelringen, am Bock und an den Sprunggestellen und Klettergeräten in systematischer Reihenfolge eingeexerziert, auch wurden Frei- und Ordnungsübungen in vorschriftsmäßiger Weise geübt.

---

b. Fachschule für mechanisch-technische Gewerbe.

Untere Klasse: Mathematik. Dreiecksberechnungen Wolff I. §§ 445—476. Regelmäßige necke Kap. VIII. §§ 250—272. Stereometrie Wolff §§ 1 — 185. Anwendungs-Aufgaben. Die Lehre von den Logarithmen. Benutzung der logarithmischen und trigonometrischen Tafeln. Logarithmische Gleichungen. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszinsrechnung. Quadratische Gleichungen mit 2 Unbekannten, Wortgleichungen. — Repetition der Trigonometrie. Dreiecksberechnungen. Die Elemente der analytischen Geometrie, welche zum Verständnis der Mechanik erforderlich sind. — Einleitung in die Mechanik.

Physik und Chemie, kombiniert mit Ober-Sekunda.

Freihandzeichnen, kombiniert mit Unter-Sekunda.

Linearzeichnen, kombiniert mit Unter-Sekunda.

Darstellung von Holz- und Mauerverbänden im Anschluß an den Vortrag über Baukonstruktions-Lehre.

Darstellende Geometrie. Rechtwinklige Projektion des Punktes und der Geraden. Spuren von Geraden und von Ebenen sowie die wichtigsten damit ausführbaren Konstruktionen.

Baukonstruktionslehre. Baumaterialien. Die natürlichen und künstlichen Steine. Bereitung und Eigenschaften der verschiedenen Mörtelarten Laub- und Nadelhölzer. Nebenmaterialien.

Steinkonstruktionen. Mauern aus Ziegeln und Werksteinen. Thür- und Fensteröffnungen. Schornsteine.

Holzkonstruktionen. Einfache Holzverbindungen. Fachwerks- und gesprengte Wände. Balkenlagen. Dachverbindungen.

Beschreibende Maschinenlehre, mit der oberen Klasse kombiniert.

Specielle Maschinenlehre. Schrauben, Keile, Niete, Schrumpfbänder. Gießerei- und Formereibetrieb. Schmiedeeisen und Stahlfabrikation. Röhren, Lager, Kupplungen, Riemenscheiben, Hanf- und Drahtseiltransmission.

Entwerfen von Maschinenteilen. Im Anschluß an den Vortrag, Konstruktion von Schrauben, Nieten, Keilen, Lagern, Röhren und deren Verbindungen.

Obere Klasse. Mathematik. Repetition der gesamten Mathematik. Elemente der analytischen Geometrie mit Anwendungen. Anfangsgründe der niederen Analysis. Mechanik fester Körper. Die Bewegung als Erscheinung. Mechanik des materiellen Punktes. Kraft und Kräftepaare. (Vereinigung und Zerlegung von Kräften. Schwerpunkt. Widerstände der Bewegung. Translation und Rotation eines Körpers. Festigkeitslehre. Stoß der Körper). Klassenarbeiten aus dem Gesamtgebiet der Mathematik.

Physik. Wellenlehre, Akustik, Optik. Wiederholung des Gesamtgebietes.

Chemie. Die Metalle und ihre Gewinnung im großen. Wiederholung des Gesamtgebietes.

Freihandzeichnen, kombiniert mit Ober-Sekunda.

Entwerfen von baulichen Anlagen, kombiniert mit Ober-Sekunda.

Hänge- und Sprengwerke. Dachverbände. Gewölbe und deren Durchschnitte. Einfache Brücken. Entwerfen einfacher Gebäude in Grundrissen, Durchschnitten und Ansichten. Kesselhaus-Anlage mit Dampfschornstein. Arbeiterwohnungen.

Darstellende Geometrie. Rechtwinklige Projektionen des Punktes und der Geraden, Spuren von Geraden und Ebenen und die wichtigsten damit ausführbaren Konstruktionen. Durchdringungen besonders der Kegelflächen. Wende- und Schlagschatten-Konstruktionen. Axonometrie.

Baukonstruktionslehre und Bauveranschlagen. Bogen und Gewölbe in Ziegeln und Werksteinen. Gesimse. Anlage der Fundamente und Trockenlegung derselben.

Hänge- und Sprengwerke und deren Anwendung auf Brücken und Dachverbindungen. Dacheindeckungen. Der innere Ausbau von Wohngebäuden. Das Wichtigste aus der architektonischen Stil-Lehre. Form der Kosten-Anschläge. Ermittelung des Materialbedarfs. Preisbestimmung. Arbeits- und Materialien-Berechnungen. Anfertigung eines Kosten-Anschlags nach selbst gefertigtem Entwurf.

Die Schüler sind im Sommersemester bei Ausführung von Vermessungsarbeiten mit der Meßkette, dem Winkelspiegel, der Winkeltrommel, dem Meßtisch und dem Nivellier-Instrument bekannt gemacht worden.

Beschreibende Maschinenlehre. Drehbänke, Bohrmaschinen, Hobelmaschinen, Stoßmaschinen, Sägegatter, Kreissäge, Bandsäge, Holzhobelmaschinen. Gaskraftmaschinen und Kalorische Maschinen. Dampfkessel.

Specielle Maschinenlehre. Kupplungen, Riemenscheiben. Hanf- und Drahtseiltransmissionen, Zahnräder, Stopfbüchsen, Kolben. Systeme und Anordnungen der Dampfmaschinen, Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie, Berechnung der Dampfmaschinen, Schiebersteuerungen, Schieberdiagramme, Dynamometer und Indikator.

Maschinen-Entwerfen, im Anschluß an den Vortrag. Lager, Kupplungen, Riemen und Seilscheiben, Zahnräder, Konstruieren von Winden und Göpeln und von Dampfmaschinen mit Meyer'scher Steuerung.

---

c. Handwerker-Fortbildungs-Schule.

Untere Klasse. Deutsch: Anfertigung der wichtigsten im bürgerlichen Leben vorkommenden schriftlichen Arbeiten, Lesen historischer und geographischer Stücke aus dem Lesebuche von Hästers.

Rechnen: Rechnen mit Decimalbrüchen; Flächen- und Körperberechnungen.

Obere Klasse. Rechnen: Regeldetri. Zinsrechnung. Uebungen im Kopfrechnen.

Naturlehre: Die allgemeinen Eigenschaften der Körper. Festigkeitslehre. Grundgesetze der Mechanik erläutert durch zahlreiche Experimente.

Untere und Obere Klasse kombiniert. Zeichnen: Freihandzeichnen nach Vorbildern von Herdtle und Möllinger. Einfache Conturen der Blatt- und Rankenformen. Benutzung einfacher Gipsmodelle. — Linearzeichnen. Geometrisches Zeichnen. Einfache Maschinenteile. Teile des inneren Ausbaus von Wohngebäuden.

Themata der im letzten Schuljahre in Prima und Sekunda gelieferten Aufsätze.

Deutsch.

Ober-Prima: 1. Wanderer und Pächterin (eine Novelle nach Göthes gleichnamiger Ballade). 2. Geschichte der Iphigenie bis zur Ankunft des Orestes (nach Göthe). 3. Euch, ihr Götter, gehört der Kaufmann: Güter zu suchen Geht er; doch an sein Schiff knüpfet das Gute sich an! (Schiller). 4. Woher mag es kommen, daß das Verdienst großer Menschen von der Nachwelt meist richtiger, als von der Mitwelt gewürdigt wird? (Klausur). 5. Durch welche Beweggründe werden die Menschen bei ihren Handlungen geleitet? (Mit Benutzung von „der Taucher" und „die Weltweisen" von Schiller). 6. Inwiefern ist in Herders Wahlspruch: „Licht, Liebe, Leben!" die Bestimmung jedes Menschen vorgezeichnet? 7. Welche Umstände kamen Friedrich dem Großen bei dem glücklichen Erfolge des siebenjährigen Krieges zu statten? 8. Versuch einer Geschichte der Schreckensherrschaft während der französischen Revolution. 9. Plan und Inhalt des Göthe'schen Faust (I. Teil). 10. Der Wald in der Poesie. 11. Abiturienten-Aufsatz.

Unter-Prima: 1. Die Heimkehr des Kriegers (Piccolomini I. 4). Welche Mittel wendet Schiller in den letzten Scenen von „Wallensteins Tod" an, um das Mitleid mit dem Falle seines Helden zu erhöhen? 3. Die Folgen des 30jährigen Krieges. 4. Die Verdienste der Ahnen sind ein Schutz und eine Gefahr für die Enkel. (Klausur). 5. Ueber die Verteidigungsmittel, welche die Natur den Tieren verliehen hat. 6. Welches ist die mächtigste Waffe des Menschengeschlechts: das Schwert, die Feder oder die Zunge? 7. Friedrichs des Großen wohlthätige Regierung. 8. Der Gang und die Ereignisse der französischen Revolution von 1789 bis zur Hinrichtung Ludwigs XVI. 9. Joh. Fischart's glückhaft Schiff (Plan und Inhalt). 10. Wer ernten will, muß säen. 11. Segen und Verderben der Gewitter. (Klausur). 12. Gedankengang in Klopstocks Ode „Mein Vaterland."

Ober-Sekunda: 1. Die Elemente hassen das Gebild der Menschenhand. (Schillers Glocke). 2. Man lebt nur einmal in der Welt, ein ebenso verwerflicher als vortrefflicher Spruch. 3. Inhalts-Angabe des 10. Gesanges der Ilias. 4. Kannst Du nicht allen gefallen durch Deine Wahl und Dein Kunstwerk, Mach es wenigen Recht; vielen gefallen ist schlimm. Schiller. (Klausur). 5. Vor welchen Täuschungen kann uns das Sprichwort „Nicht alles, was glänzt, ist Gold" bewahren? 6. Darf Hannibal Alexander dem Großen an die Seite gestellt werden? 7. Schicksal und Schuld des Fürstengeschlechtes in „der Braut von Messina." 8. Begeisterung ist die Quelle großer Thaten. 9. Der Schild des Achilles (Il. XVIII. 467—607). 10. Inhalt und Tendenz von Lessings: „Nathan der Weise." 11. Krieg und Sturm, eine Vergleichung. (Klausur). 12. Wodurch erweckt Philoktet bei Sophokles unser Mitgefühl?

Unter-Sekunda: 1. Mein Lebenslauf. 2. Des Odysseus erste Abenteuer auf seiner langen Irrfahrt. (Od. IX.) 3. Inhalt und Grundgedanken des „Taucher" von Schiller. 4. Charakteristik des Grafen von Habsburg nach Schillers Ballade. (Klausur). 5. Der Cid unter Fernando dem Großen. (Herders Cid, Romanze 1—22). 6. Gemeinsames und Eigentümliches der drei Gedichte: „die Kraniche des Ibykus", „Arion" und „des Sängers Fluch". 7. Charakteristik der Personen in Schillers „Gang nach dem Eisenhammer." 8. Charakteristik der Personen in Schillers „Jungfrau von Orléans." 9. Arbeit ist des Blutes Balsam, Arbeit ist der Tugend Quell. (Herders Cid, Romanze 48). Die Segnungen des Ackerbaues (nach Schillers „das Eleusische Fest"). 11. Bestimmungen der Glocke (nach Schiller). (Klausur). 12. Der Pfarrer und der Apotheker in Göthes „Hermann und Dorothea."

Französisch.

Prima. Sommersemester. 1) La vie et la mort de Socrate. 2) Bataille de Leipsick. 3) Mucius Scévola. 4) Caractère de Charlemagne. 5. Horatius Coclès. 6) Abiturienten-Aufsatz.

Wintersemester. 1) Charles XII. ou la guerre du Nord. 2) Pourquoi la Grèce est-elle tombée? 3) Etat social de la France au dix-huitième siècle. 4) Début du général Bonaparte en Italie (1796). 5) Expédition de Bonaparte en Égypte et Syrie en 1798/99. 6) Moscou avant et après l'incendie de 1812. 7) Contenu de Marchand de Venise (par Shakespeare). 8) Qui a causé l'invasion arabe au moyen âge et quelles circonstances ont contribué le plus au progrès du Koran? 9) Résultats des Croisades. 10) Abiturienten-Aufsatz.

Ober-Sekunda. 1) Thémistocle. 2) Analyse du deuxième livre de l'Enéide. 3) Crésus, roi de Lydie (d'après Rollin). 4) Première guerre punique. 5) Pyrrhus, roi d'Epire (d'après Rollin) 6) Le siècle d'Auguste. 7) Histoire de l'empire romain depuis l'assassiné Domitien jusqu' à la mort de Marc-Aurèle (Clausur). 8) Constantin le Grand. 9) L'empire des Ostrogoths. 10) Clovis, roi des Francs. 11) Charlemagne. 12) Othon le Grand (Clausur).

Die Themata der schriftlichen Abiturienten-Prüfungen waren:

I. Michaelis 1881.

1) Woher mag es kommen, daß das Verdienst großer Menschen von der Nachwelt meist richtiger, als von der Mitwelt gewürdigt wird? 2) Les suites de la guerre de sept ans pour la Prusse. 3) Ein englisches Exercitium (Greenwich Hospital). 4) a. Für ein Gut bietet A. 90,000 Mk. baar, B. 105,000 Mk. nach 5 Jahren, C. 120,00 Mk. und zwar 30,000 Mk. baar und 90,000 Mk. nach 8 Jahren. Welches Gebot ist das vorteilhafteste bei 5 % Zinseszinsen? b. Ein Dreieck zu konstruieren, das einem gegebenen unregelmäßigen Fünfeck gleichflächig ist und von dem 2 Höhen h_1 und h_2 gegeben sind. c. Drei Wärterhäuschen A, B, C einer Eisenbahn liegen in gerader Linie. Von einem Punkte P derselben Ebene erscheinen AB und BC unter demselben Winkel. Wie weit ist P von der Eisenbahn entfernt, wie groß ist AB und BC, und welche Winkel bilden PA, PB, PC mit der Bahn? Für die numerische Rechnung ist PA = a = 750 m, PB = b = 800 m, PC = c = 1100 m. d. Es sind die Abmessungen eines Litermaßes, dessen Oberfläche ein Minimum sein soll, zu berechnen. 5) a. Bei einer Niederdruckmaschine hat der Kolben einen Durchmesser von $0,_{66}$ m. und macht in der Minute 24 Doppelhübe von der Länge $1,_4$ m. Die Spannung des Dampfes beträgt $1,_2$ Atmosphären, sein spezifisches Volumen 1470 und der Druck im Kondensator $0,_1$ Atmosphäre. Wie groß ist 1. der theoretische Effekt der Maschine 2. ihr Nutzeffekt 3. der stündliche Wasserverbrauch und 4. der stündliche Kohlenverbrauch, wenn die Temperatur des Speisewassers zu 30^0 und die Gesamtwärme des Dampfes zu 640 Kalorieen angenommen wird? b. Ein Körper von 200 kg. Gewicht bewegt sich gleitend auf einer geneigten Ebene von 40 m. Länge und einem Neigungswinkel von 50^0. Sobald dieser Körper in die Horizontalebene gekommen, soll er einen zweiten Körper von 1400 kg. Gewicht gleitend fortschieben. Welchen Weg legen beide Körper zurück, nach welcher Zeit tritt Ruhe ein, wenn der Reibungsconficient $\mu = 0,_{01}$ ist und von dem durch den Stoß verursachten Arbeitsverlust abgesehen werden soll? 6) Die Salzsäure und ihre Darstellung im Großen.

II. Ostern 1882.

a. Lateinlose Realschule.

1) Willst Du dich selber erkennen, so sieh', wie die andern es treiben. Willst Du die andern versteh'n, blick' in dein eigenes Herz. 2) Guerre des deux Roses. 3) Ein englisches Exercitium (The Conduct of the Puritans respecting Christmas day). 4) a. Eine symmetrale Determinante 4. Grades auszuschreiben. b. Ein Dreieck zu konstruieren, aus einer Seite, dem gegenüberstehenden Winkel und der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten. c. In einem Kreise M eine Sehne AB so zu ziehen, daß das Mittelpunkts-Dreieck AMB gleich dem dritten Teile des zugehörigen Kreisabschnittes werde. Wie groß ist der dieser Teilung entsprechende Mittelpunkts-Winkel φ und wie lang ist AB, wenn der Radius r des Kreises gleich 3 dcm. ist? d. Aus der Meridianlinie einer Turmspitze die Oberfläche derselben zu berechnen. 5) a. Es soll die Höhe der Atmosphäre aus folgenden Angaben berechnet werden: α) Für einen Ort von der geographischen Breite 45^0 sei an der Oberfläche des Meeres der Barometerstand 760 mm, und die Luft-Temperatur 10^0. An der oberen Grenze der Atmosphäre sei der Druck $0,_{001}$ mm und die Temperatur — 135^0 β). Das Ende der astronomischen Dämmerung finde statt, wenn die Sonne 18^0 unter den Horizont gesunken ist und der Erdradius betrage $859,_5$ Meilen. b. Ein Balken von der Länge l und dem Gewichte p . l ist durch n Teilpunkte in n + 1 gleiche Teile geteilt und in den Teilpunkten mit Gewichten belastet, welche eine geometrische Reihe bilden, welche zusammen gleich dem Gewichte p . l des Balkens sind und von denen das erste Gewicht zu dem letzten im Verhältnis a : b steht. Wie groß sind die Drucke auf die Unterstützungspunkte A und B? In welcher Entfernung von A liegt der Schwerpunkt des Balkens? Es sei für die numerische Rechnung: $l = 8,_4$ m; $p = 1,_{23}$ kg; n = 11; a = 3; b = 7. 6) Salpeter und Schießpulver.

---

b. Technische Fach-Schule.

1. Die Kraftübertragung durch Riemen und Seile.
2. a. Durch einen innerhalb eines gegebenen Dreieckes ABC gegebenen Punkt N eine Linie XY so zu ziehen, daß das gegebene Dreieck durch dieselbe in zwei flächengleiche Stücke geteilt wird. b. Jemand zahlt von seinem 23. Jahre ab an eine Pensions-Kasse einen jährlichen Beitrag von 24,5 Mk. Wenn derselbe im 55. Lebensjahr pensioniert wird und nach Annahme der Versicherungs-Gesellschaft ein Alter von 70 Jahren erreichen kann, auf welche Pension hat er seinen geleisteten Beiträgen nach Anspruch? Die Pensions-Kasse mag vereinnahmte Gelder mit 3 %, verausgabte mit $4^1/_2$ % berechnen. c. Ein Dreieck zu berechnen, von dem gegeben: Die Summe zweier Seiten $a + b = s = 35$ m, die dritte Seite $c = 24$ m, der Winkel $\alpha = 59^0\ 23'\ 27''$, welcher der Seite a gegenüber liegt. d. Es sind 2 Kugeln der Größe nach durch ihre Radien r und R und der Lage nach durch ihre Centrale $mM = a$ gegeben. Auf der Centrale befindet sich ein leuchtender Punkt P in einer solchen Entfernung von dem Mittelpunkte m der kleinen Kugel, daß der Schattenkegel derselben die große Kugel gerade umhüllt. Wie weit ist der leuchtende Punkt vom Mittelpunkte der kleinen Kugel entfernt, wie groß ist das beleuchtete Stück derselben? Zur numerischen Berechnung sei $r = 2$ cm, $R = 7$ cm und $a = 13$ cm
3. Theorie der Kräftepaare.

Uebersicht über die eingeführten Lehrbücher.

Religion. 1. Evangelisch: Wendel, Biblische Geschichte und Katechismus. Das schlesische Provinzial-Gesangbuch. Die Bibel. 2. Katholisch: Diöcesan-Katechismus und Biblische Geschichte. Religionsgeschichte von Barthel. Religionslehre von Dubelmann. 3. Jüdisch: Biblische Geschichte und Bibelkunde von Dr. Levy. Glaubens- und Pflichtenlehre von Dr. Herxheimer. Leitfaden der Geschichte der Israeliten von Elkan. Elementarbuch der hebräischen Sprache von Levy. Die 5 Bücher Mosis, die Psalmen und einige Propheten in hebräischer Sprache.

Deutsch: Lesebuch von Hopf und Paulsiek. Sprachlehre von Damm. National-Litteratur von Kluge.

Französisch. Plötz, Elementarbuch und Schulgrammatik. Duruy, Petite histoire grecque und Petite histoire romaine. Herrig: Premières lectures françaises und La France littéraire. Ein Lexikon.

Englisch: Gesenius, Elementarbuch und Schulgrammatik. Herrig, First reading book und The Britisch Classical Authors. Ein Lexikon.

Geographie: Klöden, Leitfaden. Ein Atlas.

Geschichte: Dielitz, Grundriß. Hahn, Preußische Geschichte. Tücking, Teil 1—3. Cauer, Tabellen. Putzger, Historischer Atlas.

Mathematik: Hoffmann, Aufgaben-Sammlung, Teil 1 bis 3. Kambly, Planimetrie. Wolff, Geometrie, Teil 1 und 2. Wöckl, Geometrische Aufgaben. Wernicke, Mechanik. Logarithmen-Tafel.

Physik: Reiß, Lehrbuch.

Chemie: Rammelsberg, Lehrbuch.

Naturgeschichte: Thomé, Zoologie und Botanik. Zängerle, Mineralogie.

Linearzeichnen: Delabar, Teil 1 bis 3.

Gesang: Damm, Liederbuch.

III. Verordnungen der Behörden von allgemeinem Interesse.

1881. 1. Königliches Provinzial-Schul-Kollegium. 28. März. Die Ferien für das Jahr 1881 werden folgendermaßen festgesetzt.

Pfingstferien:	Schulschluß: Sonnabend, den 4. Juni.
	Schulanfang: Donnerstag, den 9 Juni.
Herbstferien:	Schulschluß: Sonnabend, den 13. August.
	Schulanfang: Montag, den 19. September.
Weihnachtsferien:	Schulschluß: Mittwoch, den 21. Dezember.
	Schulanfang: Donnerstag, den 5. Januar.

2. K. P. S. K. 6. April. Die Termine zur Einreichung der Notizenblätter über Veränderungen im Lehrer-Kollegium werden auf den 5. Mai und 5. November verlegt und dabei angeordnet, daß in dem Jahre der 3jährigen Berichterstattung zugleich ein vollständiges Verzeichnis sämtlicher Lehrkräfte nach vorgeschriebenem Schema einzureichen ist.

3. K. P. S. K. 16. April. Der aufgestellte Stundenverteilungs-Plan für das Schuljahr 18⁸¹/₈₂ wird genehmigt.

4. Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten 29. März. Die Anschaffung von Venn's Sammlung deutscher Aufsätze und Dispositionen wird verboten.

5. Ministerium der geistlichen pp. 15. März. Als Versetzungs-Termine der Lehrer an höheren Lehranstalten werden der 1. April und 1. Oktober festgesetzt.

6. K. P. S. K. 2. Mai. Die Themata, über welche in der für das Jahr 1882 in Aussicht genommenen Direktoren-Konferenz Besprechungen stattfinden sollen, werden mitgeteilt. Es sind dies: die Ferienfrage, über Geschichts-Unterricht, über Anschauungs-Unterricht, über Programmabhandlungen und über die Prädikate der Schüler-Censuren.

7. K. P. S. K. 10. Mai. Mitteilung einer Verfügung des Herrn Ministers, nach welcher das Provinzial-Schul-Kollegium über die Aufnahme eines Schülers zu entscheiden hat, welcher auf einer andern höheren Lehranstalt die Ober-Sekunda und Unter-Prima 2 Jahre lang erfolglos besucht hat.

8. Ministerium 9. Mai. Es wird darauf aufmerksam gemacht, daß bei der Nachsuchung um die Berechtigung zum einjährig-freiwilligen Militairdienste, außer dem Nachweise der wissenschaftlichen Befähigung nach der Wehrordnung noch ein selbständiges Unbescholtenheits-Zeugnis, welches für Schüler von dem Direktor der Anstalt auszustellen, einzureichen ist.

9. Ministerium 17. Mai. Bei der definitiven Anstellung eines bereits verheirateten Lehrers ist darauf hinzuwirken, daß derselbe seine Ehefrau nachträglich bei der Allgemeinen Witwen-Verpflegungs-Anstalt einkaufe oder in anderer angemessener Weise für die Zukunft seiner Hinterbliebenen Sorge trage.

10. K. P. S. K. 18. Juni. Der Unterrichts-Plan für die Kgl. Gewerbeschule (lateinlose Realschule) wird genehmigt.

11. K. P. S. K. 1. Juli. Der Termin zur Abhaltung der mündlichen Prüfung wird auf den 6. August festgesetzt und der erste Bürgermeister Herr Kreidel zum Mitgliede der Prüfungs-Kommission ernannt.

12. Ministerium 21. Juli. Die ordentlichen Lehrer Dr. Otto Haußknecht und Dr. Joseph Mattern werden zu Oberlehrern ernannt.

13. K. P. S. K. 5. September. Die Arbeiten der zu Ostern d. J. geprüften Abiturienten werden zurückgesandt und dabei das von der Kgl. wissenschaftlichen Prüfungs-Kommission abgegebene Gutachten zur Kenntnisnahme und sorgfältigen Beachtung mitgeteilt.

14. K. P. S. K. 13. Oktober. Die für das Jahr 1882 festgesetzte Direktoren-Konferenz wird in Glatz vom 12. bis 14. Juni abgehalten werden.

15. K. P. S. K. 30. November. Uebersendung eines neuen Termin-Kalenders behufs rechtzeitiger Einsendung der betreffenden Berichte.

16. K. P. S. K. 30. November. Mitteilung eines Rescripts des Kgl. Ministeriums, nach welchem Abiturienten der lateinlosen Realschulen durch eine Nachprüfung im Lateinischen ihr erworbenes Reifezeugnis zu einem vollständigen Reifezeugnis einer Realschule I. Ordnung erweitern können. In gleicher Weise erhalten die für die Prima einer lateinlosen Realschule ausgestellten Zeugnisse durch eine Nachprüfung im Lateinischen die volle Geltung eines Primaner-Zeugnisses einer Realschule I. Ordnung.

1882. 17. K. P. S. K. 8. Februar. Der Termin für die mündliche Prüfung der Abiturienten an der Realschule wird auf den 7. März, der für die technische Fachschule auf den 8. und eventuell auf den 9. März festgesetzt. Zugleich wird der erste Bürgermeister, Herr Kreidel, zum Mitgliede der Prüfungs-Kommission ernannt.

18. K. P. S. K. 8. Februar. Die definitive Anstellung des Lehrers Grochowski vom 1. Januar 1882 ab wird genehmigt.

19. K. P. S. K. 18. Februar. Mitteilung der Ferien für das Jahr 1882:

1. Osterferien. Schulschluß: Sonnabend, den 1. April.
Schulanfang: Montag, den 24. April.
2. Pfingstferien. Schulschluß: Sonnabend, den 27. Mai.
Schulanfang: Donnerstag, den 1. Juni.
3. Herbstferien. Schulschluß: Sonnabend, den 12. August.
Schulanfang: Montag, den 18. September.

4. Weihnachtsferien. Schulschluß: Sonnabend, den 23. Dezember.
Schulanfang: Montag, den 8. Januar.

20. K. P. S. K. 21. Februar. Die definitive Anstellung des Lehrers Jungck vom 1. April 1882 ab, wird genehmigt.

IV. Chronik und Statistik der Anstalt.

a. Die Schule.

Bei Gründung der hiesigen Gewerbeschule, im Jahre 1869, verfolgten die städtischen Behörden den Plan, mit der zweiklassigen nach dem Reglement vom 5. Juni 1850 eingerichteten technischen Anstalt eine Anzahl Vorklassen zu verbinden, welche, im Anschluß an die hiesigen Elementarschulen, eine gehobene Bürgerschule repräsentieren sollten. Die Zahl dieser Vorklassen war ursprünglich auf 3 festgesetzt, jedoch stellte sich bald die Notwendigkeit heraus, eine 4. Vorklasse einzurichten und vom 1. Oktober 1873 ab bestand diese gehobene Bürgerschule aus 4 aufeinanderfolgenden Klassen, von denen jede einen Jahres-Kursus umfaßte, so daß die Kinder bei regelmäßigem Fortschreiten diese Klassen vom 10. bis 14. Lebensjahre zu absolvieren vermochten. Das zuletzt erlangte Lebensalter war Bedingung zur Aufnahme in die Gewerbeschule, welche durch die Reorganisation vom 21. März 1870 auf 3 Jahres-Kurse erweitert wurde. Die Reife für die oberste Stufe, die sogenannte Fach-Klasse, gewährte die wissenschaftliche Befähigung zum einjährig freiwilligen Militairdienst, und das Bestehen des am Ende des 3. Jahres-Kursus abgehaltenen Abiturienten-Examens gab einen Anspruch auf Fortsetzung der Studien auf einer polytechnischen Hochschule. Vom Oktober 1872 an war, nachdem die erste Entlassungsprüfung ein günstiges Resultat geliefert, die hiesige Gewerbeschule in die Reihe der höheren Lehranstalten getreten, welche in ihren unteren Klassen eine höhere Bürgerschule enthielt, während die oberste Stufe, die Fachklasse in 4 Abteilungen zerfiel von denen die eine a. zur Vorbereitung für eine polytechnische Schule dienen sollte, die drei anderen Abteilungen b, c, d dagegen die Aufgabe verfolgten, für den unmittelbaren Uebergang in das bau-, mechanisch- und chemisch-technische Gewerbe vorzubilden. Die Erreichung dieses doppelten Zieles, welches der Fachklasse gesteckt war, hatte große Schwierigkeiten, da eine Kombination aller Schüler in den mathematischen, naturwissenschaftlichen und einigen technischen Unterrichtszweigen vorgeschrieben war, so daß einmal eine zu geringe Stundenzahl für die sprachlich-historische Ausbildung in der Abteilung a zu Gebote stand, andererseits die Schüler in den gewerblichen Abteilungen b, c, d nicht in dem Maße in ihrem Fache gefördert werden konnten, als es bei einer vollkommenen Trennung möglich gewesen wäre.

Die seitens des Kuratoriums der hiesigen Schule bei dem Kgl. Ministerium nach dieser Richtung gestellten Anträge fanden vollkommene Berücksichtigung, und vom Oktober 1876 beschränkte sich die Kombination in den 4 Abteilungen der Fachklasse auf Mathematik und Naturwissenschaften, während die durch Wegfall des technischen Unterrichts in der Abteilung a. gewonnene Stundenzahl in den sprachlich-historischen Disciplinen Verwendung fand. Wenn auch durch diese Umänderung des Lehrplanes die Erreichung der gestellten Doppel-Aufgabe nicht mehr als unmöglich erscheinen konnte, so war dieselbe doch durch den Umstand erschwert, daß den Schülern auf der obersten Stufe nur 1 Jahr Zeit zur Ausbildung gewährt wurde, während die anderen höheren Lehranstalten in ihrer Prima einen zweijährigen Kursus haben. Dieser letzte Uebelstand fand durch die Verordnung des Herrn Ministers in der Cirkularverfügung vom 1. November 1878, welche in dem Berichte der Schule pro $18^{78}/_{79}$ abgedruckt ist, Abhülfe. Nachdem die städtischen Behörden sich im November desselben Jahres für die Beibehaltung der höheren Lehr-Anstalt in Verbindung mit einer Fachschule ausgesprochen hatten, schritt die Organisation der hiesigen Schule seit dieser Zeit stetig fort und ist die höhere Lehranstalt, die lateinlose Realschule, nach dem günstigen Ausfall der Abiturienten-Prüfung im Juli 1880 und durch die Beschlüsse der städtischen Behörden vom 21. Oktober 1880 in ihrer Organisation abgeschlossen, während für die technische Fachschule der Abschluß erst durch die gegenwärtig abgelegte Entlassungsprüfung erfolgt ist.

Die höhere Lehranstalt, die lateinlose Realschule hat 9 Klassenstufen, Sexta bis Ober-Sekunda mit einjährigem und Prima mit zweijährigem Kursus. Die Klassen Sexta bis Unter-Sekunda incl. ersetzen eine höhere Bürgerschule und ist der Besuch derselben den Kindern des mittleren Bürgerstandes auf das angelegentlichste zu empfehlen, da mit Absolvierung dieser Klassen der Berechtigungsschein für den einjährig-freiwilligen Militairdienst gewährt wird und die Unterrichtsgegenstände das umfassen, was dem gebildeten Bürger zu wissen unumgänglich notwendig ist. Das Ziel können die Knaben mit 15 bis 16 Jahren erreichen, welches Alter für den Beginn der praktischen Lehrzeit das geeignetste ist. Jedenfalls ist es seitens des kleinen und mittleren Bürgerstandes verfehlt, die Söhne zuerst dem Gymnasium zu übergeben und erst, wenn dort die Fortschritte nicht befriedigen sollten, den Uebergang auf die Gewerbeschule zu veranlassen. Das Gymnasium bereitet für den wissenschaftlichen, die Bürgerschule für den gewerblichen Beruf vor, und mit diesen verschiedenen Zielen ist auch die Konkurrenz der beiden Anstalten ausgeschlossen, vielmehr findet das Nebeneinanderbestehen derselben dadurch seine vollkommene Berechtigung. An die absolvierte Unter-Sekunda schließen sich einerseits die Klassen Ober-Sekunda bis Ober-Prima zur Vorbereitung für den wissenschaftlich-technischen Beruf, insbesondere für das höhere Bau- und Maschinenfach an, andererseits kann von hieraus der Uebergang in die zweiklassige Fachschule geschehen, welche für den unmittelbaren Uebergang in die mechanisch-technischen Gewerbe vorbilden will, aus welcher sich also die wichtige Branche der Techniker mittleren Ranges rekrutieren soll. Bei gehörigem Verständnis der Gesamt-Lehranstalt müssen diese beiden Klassen eine größere Schülerzahl, als die 3 oberen Klassen der lateinlosen Realschule aufweisen, da einmal der Bedarf an Werkführern und Meistern größer ist, als der an Baumeistern, Direktoren und Generaldirektoren 2c., andererseits aber nur die talentvollsten Schüler, welche mit den notwendigen materiellen Mitteln hinreichend versehen, für die höhere technische Laufbahn berufen sind. Die Verbindung der höheren Bürgerschule mit den beiden technischen Fachklassen, realisiert den bei Gründung der Schule im Jahre 1869 von den städtischen Behörden verfolgten Plan auf das vollkommenste, und wir haben die feste Ueberzeugung, daß der damit erreichte Abschluß unserem ganzen Bildungswesen und speciell der oberschlesischen Industrie zum Segen gereichen werde. Ist es aber für die oberschlesische Industrie von der höchsten Wichtigkeit, eine derartige Anstalt zu besitzen, so kann die hiesige Kommune wohl mit Recht erwarten, daß Groß-Industrielle eine Beisteuer zur Unterhaltung der Fachklassen liefern und auf die Weise das Bestehen der Gesamt-Lehranstalt ermöglichen.

Findet das nicht statt, erfolgt keine Unterstützung von dieser Seite, so wird die hiesige Kommune auch nur ihr eigenes Interesse im Auge behalten d. h. sie wird die höhere Lehranstalt, die lateinlose Realschule, erhalten, die Fachklassen, die Verbindung zwischen Schule und Praxis, dagegen eingehen lassen. Daß dieser unberechenbare Schaden für die Gesamt-Industrie unserer Heimat-Provinz uns erspart bleiben möge, ist der innigste Wunsch des Berichterstatters.

Das neue Schuljahr begann Montag, den 2. Mai, mit der Klassifikation der Schüler und dem Verlesen der Schulgesetze, nachdem die Aufnahme-Prüfungen am 29. und 30 April abgehalten worden waren. In der Zeit vom 15. bis 21. Juli wurden die schriftlichen Prüfungs-Arbeiten von den Abiturienten angefertigt. Am 27. Juli unternahmen die Schüler sämtlicher Klassen in Begleitung der Lehrer einen Spaziergang nach Laband, von wo sie nachmittags zurückkehrten, um sich im Stadtwalde bei gemeinschaftlichem Spiele die Zeit bis zum Dunkelwerden angenehm zu vertreiben. Die mündliche Prüfung der Abiturienten fand am 6. August statt. Am 10. November beehrte der Regierungs-Präsident zu Oppeln, Herr Graf von Zedlitz-Trützschler, die Schule mit seinem Besuche und besichtigte Apparate, Modelle sowie Zeichnungen der Schüler in eingehendster Weise. Die schriftlichen Prüfungs-Arbeiten der Abiturienten wurden in der Zeit vom 16. bis 22. Februar angefertigt.

b. Die Lehrer.

Die beiden ersten ordentlichen Lehrer Dr. Haußknecht und Dr. Mattern wurden durch Ministerial-Reskript zu Oberlehrern ernannt. An Stelle des zweiten Religionslehrers für die evangelischen Schüler, Vikar Franke, welcher zum 1. Oktober 1881 eine Pastorstelle erhalten, trat sein Nachfolger im Amte, Vikar Raschke. Der bisherige Lehrer Karl Grochowski ist vom 1. Januar 1882 ab als ordentlicher Lehrer angestellt worden, und der bisherige Lehrer Max Jungck wird vom 1. April 1882 ab als ordentlicher Lehrer angestellt werden.

c. Die Schüler.

Die Frequenz der Schule in den einzelnen Klassen ergiebt sich aus der folgenden Uebersicht.

In Klasse.	Zahl der Schüler im Sommerhalbjahr 1881.	Abgang im Sommerhalbjahr.	Zugang im Winterhalbjahr 18^{81}/$_{82}$.	Zahl der Schüler im Winterhalbjahr 18^{81}/$_{82}$.
Prima	24	4	—	20
Ober-Sekunda	10	2	1	9
Unter-Sekunda	12	—	—	12
Ober-Tertia	22	3	—	19
Unter-Tertia	23	3	3	23
Quarta	31	6	3	28
Quinta	38	7	3	34
Sexta	50	4	3	49
Fachklasse I.	12	1	—	11
Fachklasse II.	6	2	3	7
Summa	228.	32.	15.	212.

Von den 228 Schülern waren 87 evangelisch, 86 katholisch, 55 jüdisch, 109 aus der Stadt, 105 von auswärts, 14 Ausländer. Unter den 212 Schülern sind 83 evangelisch, 81 katholisch und 48 jüdisch, 99 aus der Stadt, 101 von auswärts und 12 Ausländer.

Am 13. August 1881 verließen nach vorschriftsmäßig abgelegter Abiturientenprüfung folgende Schüler mit dem Zeugnis der Reife die Anstalt:

1. Heinrich Klocke aus Groß-Hoschütz, Kreis Ratibor, 20 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Oekonomie-Direktors zu Groß-Hoschütz, 5½ Jahre auf der Gewerbeschule, 2 Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden"; er studiert Chemie auf der technischen Hochschule zu Berlin.
2. Heinrich Sieckenius aus Tenczinek in Galizien, 19 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Maschinenmeisters zu Gleiwitz, 5½ Jahre auf der Gewerbeschule, 2 Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden"; er widmet sich dem praktischen Maschinenfach.

Am Schluß des Schuljahres, Ostern 1882, verlassen folgende Schüler mit dem Zeugnis der Reife die Anstalt:

1. Theodor Drescher aus Gleiwitz, 18 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Schneidermeisters hierselbst, 7½ Jahre auf der Gewerbeschule, 1½ Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden"; er widmet sich dem Kaufmannsstande.
2. Gustav Hinke aus Zabrze, 18 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines zu Zabrze verstorbenen Beamten, 6½ Jahre auf der Schule, 1½ Jahre in Prima; er erhielt unter Dispensation von der mündlichen Prüfung das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „gut bestanden"; er widmet sich dem Hüttenfach.
3. Max Kärger aus Breslau, 20 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Brauereibesitzers hierselbst, 9½ Jahre auf der Gewerbeschule, 2½ Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden; er will Mechaniker werden.
4. Karl Linnert aus Chorzow, Kreis Königshütte, 22 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines Obersteigers zu Chorzow, 8½ Jahre auf der Gewerbeschule, 2½ Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden"; er widmet sich dem Bergfach.
5. Louis Simenauer aus Gleiwitz, 20 Jahre alt, jüdischer Konfession, Sohn eines Tischlermeisters hierselbst, 8½ Jahre auf der Gewerbeschule, 2½ Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden"; er will Maschinenbauer werden.
6. Samuel Werner aus Rösnitz, Kreis Leobschütz, 21 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Bauerngutsbesitzers zu Rösnitz, 6½ Jahre auf der Gewerbeschule, 1½ Jahre in Prima; er erhielt das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „genügend bestanden"; er will Mathematik und Naturwissenschaften studieren.

7. Franz Wypyrsczyk aus Gleiwitz, 21 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines Fleischermeisters hierselbst, $7\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, $1\frac{1}{2}$ Jahre in Prima; er erhielt unter Dispensation von der mündlichen Prüfung das Zeugnis der Reife mit dem Prädikate: „gut bestanden"; er will Maschinenbauer werden.

Aus der Fachklasse für Maschinenbau verlassen nach bestandener Abgangs-Prüfung, mit dem Prüfungs-Zeugnis die Anstalt:

1. Emil Bredtschneider aus Rosalienhütte, Kreis Kattowitz, $20\frac{1}{2}$ Jahr alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Platzmeisters zu Rosalienhütte, $2\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er ist Maschinenbauer und hat bereits 2 Jahre praktisch gearbeitet.
2. Alexander Daniel aus Gleiwitz, 21 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines hierselbst verstorbenen Bäckermeisters, $8\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt unter Dispensation von der mündlichen Prüfung, das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: bestanden"; er will Maschinenbauer werden.
3. Fedor Fremder aus Schwientochlowitz, Kreis Beuthen, 20 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn des Obersteigers Fremder zu Königshütte, $8\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt unter Dispensation von der mündlichen Prüfung das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er wird Maschinenbauer.
4. Fritz Gottwald aus Ornontowitz, Kreis Pleß, 20 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines Försters zu Ornontowitz, $6\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er will Hüttenmann werden.
5. Wilhelm Langer aus Gleiwitz, 22 Jahre alt, jüdischer Konfession, Sohn eines verstorbenen Kaufmanns hierselbst, $8\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er ist Maschinenbauer und hat 1 Jahr praktisch gearbeitet.
6. Max Mlitz aus Rudzinitz, 20 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines Obermeisters zu Rudzinitz, $6\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er will sich dem Hüttenfach widmen.
7. Rudolf Obst aus Gleiwitz, 18 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Exekutors hierselbst, $6\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt unter Dispensation von der mündlichen Prüfung das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er will Maschinenbauer werden.
8. Otto Schikora aus Gleiwitz, 25 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines Schmiedemeisters hierselbst, $2\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt unter Dispensation von der mündlichen Prüfung das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „mit Auszeichnung bestanden"; er ist Maschinenbauer und hat $8\frac{1}{2}$ Jahre praktisch gearbeitet.
9. Paul Schliwa aus Gleiwitz, 22 Jahre alt, katholischer Konfession, Sohn eines Oberschmelzers hierselbst, $7\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er will Hüttenmann werden.
10. Gustav Schulz aus Meseritz, 23 Jahre alt, evangelischer Konfession, Sohn eines Oekonomie-Inspektors in Rußland $5\frac{1}{2}$ Jahre auf der Gewerbeschule, 1 Jahr in der ersten Fachklasse; er erhielt das Prüfungs-Zeugnis mit dem Prädikate: „bestanden"; er will Maschinenbauer werden und hat 2 Jahre als Feldmesser praktisch gearbeitet.

Im Laufe des Winter-Semesters sind ferner abgegangen aus Unter-Prima 2, aus Unter-Tertia 4, aus Quinta 2. Im Oktober mußte ein Schüler wegen grober Verletzung der Schulgesetze entlassen werden.

Die Anzahl der Schüler in der Handwerker-Fortbildungsschule belief sich durchschnittlich auf 60–80. Nachdem aber die unterste Klasse, welche Schüler mit nicht genügender elementarer Vorbildung enthielt, aufgehoben und die Lehrlinge von dem Königl. Hütten-Werk die Schule verlassen, ist die Schülerzahl, da der Schulbesuch nicht obligatorisch ist, bis auf 40 herabgegangen. Wenn auch für Fortbildungsschulen, deren Unterricht auf einer guten elementaren Vorbildung basiert, der Besuch ein freiwilliger sein kann, so ist doch nicht zu verkennen, daß für die große Masse der Lehrlinge mit ungenügenden elementaren Kenntnissen, Wiederholungsschulen mit obligatorischem Besuch eingerichtet werden müssen, an deren Absolvierung sich die Fortbildungsschule anschließen würde. Eine derartige segensreiche Einrichtung läßt sich nur durch ein Ortsstatut erreichen, in welchem die Verpflichtung zum Schulbesuche für alle diejenigen Lehrlinge ausgesprochen wird, welche das 17te Lebensjahr noch nicht vollendet haben.

d. Der Lehr-Apparat.

Der Lehr-Apparat ist durch die Verwendung der etatsmäßigen Mittel vermehrt worden. Für die Bibliothek sind angeschafft worden an Fortsetzungen: Der deutsch-französische Krieg (Generalstabswerk) Sybel, historische Zeitschrift. Crelle, Journal für Mathematik. Uhland, Maschinenkonstrukteur. Poggendorf, Annalen nebst Beiblätter. Liebig, Annalen. Chemisches Centralblatt. Wagner, Jahresbericht Technologie. Rühlmann, Wärmetheorie. Petermann, geographische Mitteilungen. Reimann, Karten (Generalstabswerk). Karten des Bergreviers in Oberschlesien. Litterarisches Centralblatt. Centralblatt für die gesamte Unterrichtsverwaltung. Lunge, Sodafabrikation. Percy, Metallurgie. Fresenius, Analyse. Grashof, theoretische Maschinenlehre. Weißbach, Ingenieur-Mechanik. 1 Blatt Säulen-Ordnungen.

Neu wurden für die Bibliothek angekauft: Joachimsthal, Anwendung der Differenzialrechnung. Durège, Funktionen des Imaginären. Kirchhoff, Abhandlungen. Undeutsch, Mechanik. Helmholtz, Abhandlungen, Rosenthal, Physiologie. Pabst, Flechten und Pilze. Groß, Handelspflanzen. Kabbat, Flora von Gleiwitz. Herrig: First reading book. Storm, Englische Philologie. Ranke, Weltgeschichte. Handbuch der Provinz Schlesien. Fiek, Flora von Schlesien. Burbach, (Lenz) Pflanzenreich.

Für den physikalischen Apparat wurden u. a. angeschafft: Gefrier-Thermometer, Apparat für die Zusammenziehung, Crooke's Apparat für die strahlende Materie, Wellen-Apparat, Projektions-Apparat mit Kalklichtbrenner.

Für das chemische Laboratorium: Gefäße, Präparate nach Bedarf.

Für die naturhistorischen Sammlungen: 3 Säugetiere, 3 Vögel, 1 Fisch-Skelett, Sammlung deutscher Mollusken, Taschenkrebs, Garneele.

Für den Zeichen-Unterricht: Ein Projektions-Apparat.

Für den geographischen Apparat: Weltkarte in Mercator's Projektion. Spezial-Karten von England und Frankreich.

e. Vermächtnisse und Geschenke.

An der Gewerbeschule bestehen folgende Stiftungen und Stipendien, welche von dem Kuratorium der Anstalt verwaltet werden:

1. Die Humboldt-Stiftung. Die Stiftung wurde bei Gelegenheit der Feier des 100jährigen Geburtstags Alexander's v. Humboldt durch ein Komitee und durch von demselben veranlaßte Sammlungen gegründet. Das Stiftungsstatut datiert vom 30. Juni 1870 und hat die Unterstützung strebsamer Schüler der hiesigen Gewerbeschule zum hauptsächlichsten Zweck. Das Stiftungs-Kapital beträgt zur Zeit 4500 Mk., dessen $4\frac{1}{2}$prozentige Zinsen alljährlich an die 4 besten Schüler der Anstalt aus den Klassen Unter-Prima, Ober-Sekunda, Ober-Tertia und Unter-Tertia in der Weise verteilt werden, daß der Unter-Primaner $\frac{2}{5}$ der Zinsensumme, die anderen 3 Schüler je $\frac{1}{5}$ der Zinsensumme als Stipendium erhalten.

   Das Stipendium erhalten am Schluß dieses Jahres:

Paul Kremser	aus Polnisch-Rasselwitz,	Schüler der Unter-Prima.
Konrad Hadamczyk	„ Gleiwitz,	„ „ Ober-Sekunda.
Moritz Schleier	„ Sohrau,	„ „ Ober-Tertia.

2. Außer dem in Staatspapieren angelegten Kapital von 4500 Mk. war bei Errichtung der Humboldt-Stiftung noch ein Baarbestand von circa 215 Mk. vorhanden, der durch Zinsen allmählich auf die Höhe gebracht wurde, daß sich dafür ein Staatspapier von 300 Mk. erwerben ließ. Hierzu kamen die Restkassengelder der aufgelösten Handelskammer zu Gleiwitz in Höhe von $384_{,44}$ Mk., wofür wieder 450 Mk. in Staatspapieren angekauft wurden. Die Zinsen dieses neuen Stiftungs-Kapitals in Höhe von 750 Mk. gelangen noch nicht zur Verteilung, vielmehr liegt die Absicht vor, das Kapital noch weiter anwachsen zu lassen und dann die Zinsen als größeres Stipendium an einen würdigen Abiturienten der Anstalt zu verleihen. In der Sparkasse der Stadt Gleiwitz findet sich z. Z. zu diesem Fonds gehörig die Summe von 280 Mk.

3. Die aufgelöste Maurer- und Zimmermeister-Innung hat der Schule ein Kapital überwiesen, das zur Zeit aus 1500 Mk. 4prozentiger Oberschlesischer Eisenbahn-Anleihe besteht und dessen Zinsen zu Prämien an die besten Schüler der technischen Fachschule Verwendung finden.

Im vorigen Schuljahre wurden die 60 Mk. Zinsen zu gleichen Teilen an die Schüler Bredtschneider, Daniel und Schliwa behufs Beihilfe zur Reise nach Breslau und Besichtigung der dortigen Gewerbe-Ausstellung verteilt. Den beiden Schülern Schikora und Gohlke wurden vom Magistrat die gleiche Beihilfe zu demselben Zweck gewährt.

Am Schluß dieses Schuljahres haben erhalten: Das erste Stipendium im Betrage von 40 Mk. Otto Schikora aus Gleiwitz, das zweite Stipendium im Betrage von 20 Mk. Alexander Daniel aus Gleiwitz.

4. Die Bibliothek erhielt Programme von einzelnen Anstalten des In- und Auslandes. Ferner vom Kgl. Ministerium der geistlichen Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten: 2 Denkschriften über Gewerbe- und Fachschulen. Fischbach, Ornamente der Gewebe, Lief. IV. Genick, Kunstgewerbliche Vorbilder, Heft IV. Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf der internationalen Ausstellung zu London, 1. und 2. Abteilung. Prof. Dr. Rein, Japan, 1. Band. Wiebe, Skizzenbuch für den Ingenieur und Maschinenbauer sowie Fortsetzung desselben von Nowack.

Von dem Central-Gewerbe-Verein für Schlesien: Geometrisches Zeichnen von Bär und Dressen. Zahlreiche Verlagsbuchhandlungen übersandten Exemplare ihrer Verlags-Artikel. Die verschiedenen Sammlungen erhielten an Geschenken: Vom Ersten Bürgermeister Herrn Kreidel, 1 ausgestopften Kauz; vom Aquarium zu Berlin, 2 Riesenschlangenhäute; von Herrn Fabrikbesitzer Huldschinsky, 2 Webervögel und deren Nester und ein Tüpfelsumpfshuhn; von Herrn Apotheker Grub, 1 Rauchfußbussard und 1 kleines Wiesel; von Herrn Gewerbeschullehrer Ullmann, 1 Lämme und 1 Eisvogel; von dem Unter-Sekundaner Gottwald, 1 Eiersammlung und 1 großes Wiesel; von dem Quartaner Imbach, 1 ausgestopften Fasan; von dem Quintaner Dowerg, 1 kleines ausgestopftes Wiesel; von Herrn Techniker Gottwald, einem früheren Schüler der Anstalt, mehrere interessante Mineralien; von Herrn Kaufmann Horsella eine Sammlung von Eisenerzen und Hochofenprodukten; von Herrn Kommerzienrat Hegenscheidt die Ausstellungs-Objekte der Industrie-Ausstellung zu Breslau, soweit sie als Rohprodukte der Eisen- und Stahl-Fabrikation angesehen werden können.

Für alle diese Gaben spreche ich im Namen der Schule meinen verbindlichsten Dank aus.

f. Schul-Feierlichkeiten.

Am 22. März wurde das Geburtsfest Sr. Majestät des Kaisers und Königs durch öffentlichen Aktus feierlich begangen. Deklamationen der Schüler von Sexta bis Ober-Tertia. Die Fest-Rede hielt Herr Oberlehrer Dr. Mattern.

V. Benachrichtigungen.

Die zur Aufnahme in die Sexta erforderlichen elementaren Kenntnisse und Fertigkeiten sind: Geläufigkeit im Lesen deutscher und lateinischer Druckschrift, eine leserliche und reinliche Handschrift; Fertigkeit, Diktate ohne grobe orthographische Fehler nachzuschreiben; Sicherheit in den 4 Grundrechnungsarten in unbenannten ganzen Zahlen; Uebung im Kopfrechnen. — Das vierteljährliche Schulgeld beträgt in den Klassen Sexta bis Obertertia incl. a) für Einheimische 15 Mk. und 1 Mk. für Gesang- und Turn-Unterricht. b) für Auswärtige 18 Mk. In den Klassen Unter-Sekunda bis Ober-Prima und in den beiden technischen Fachklassen beträgt das vierteljährliche Schulgeld 18 Mk. und 1 Mk. für Gesang- und Turn-Unterricht. An Eintrittsgeld werden für die unteren und oberen Klassen je 3 Mk. erhoben. Beim Eintritt ist ein Abgangs-Zeugnis von der früheren Schule, ein Taufschein und bei vollendetem 12. Lebensjahre ein Revaccinations-Schein einzureichen.

Die Gewerbeschule (lateinlose Realschule) bildet ihre Schüler für die Studien auf technischen Hochschulen; in ihren mittleren Klassen verfolgt sie zugleich das Ziel der Vorbildung für den bürgerlichen Beruf. Sie ist keine Fachschule, sondern eine Bildungsanstalt, welche neben den sprachlich-historischen Fächern, besonders die Mathematik, die Naturwissenschaften und das Zeichnen pflegt; das Lateinische ist von ihrem Lehrplane ausgeschlossen. Der Kursus der Gewerbeschule ist neunjährig. Das durch die Abiturienten-Prüfung an der Gewerbeschule erworbene Zeugnis berechtigt unmittelbar zu den Studien auf den technischen Hochschulen und zu den Prüfungen für den Staatsdienst im Bau- und Maschinen-

Fach. Nach einer Ergänzungsprüfung im Lateinischen (s. III. 16) berechtigt das Abiturienten-Zeugnis auch zu den Studien und den Staatsprüfungen für das Bergfach, zum Studium der Mathematik der Naturwissenschaften und der neueren Sprachen auf den Kgl. Universitäten und zu den nachfolgenden Staatsprüfungen, zum Eintritt in die Offizierlaufbahn unter Dispensation von der Fähnrichsprüfung, in den Postdienst mit Aussicht auf Beförderung in die höheren Dienststellen, in die königl. Forstlehranstalten und in das reitende Feldjäger-Korps. — Die Zulassung zum einjährigen freiwilligen Militärdienste wird auf ein Zeugnis über den erfolgreichen Besuch der Unter-Sekunda gewährt.

An die Unter-Sekunda der lateinlosen Realschule schließt sich andererseits eine Fachschule von zweijährigem Kursus für die mechanisch-technischen Gewerbe an. In dieser sind neben Mathematik und Zeichnen, Maschinenlehre und Entwerfen von mechanischen Gegenständen die Haupt-Unterrichts-Fächer. Junge Leute, welche eine mehrjährige praktische Beschäftigung im Maschinen- oder Hütten-Fach aufzuweisen haben, können auch ohne die wissenschaftliche Vorbildung bis Sekunda incl., als Hospitanten in diese Fachschule treten.

VI. Oeffentliche Prüfung und Ausstellung der Zeichnungen.

Die öffentliche Prüfung der Schüler in Sexta, Obertertia und Prima findet am

Freitag, den 31. März

statt. Die Ausstellung der während des Schuljahres von sämtlichen Schülern der Anstalt angefertigten Zeichnungen liegen am

Freitag, den 31. März und Sonnabend, den 1. April

zur Ansicht aus.

Freitag, den 31. März Vormittags von 9—12 Uhr

im Zeichen-Saale I.

Sexta	von	9—10	Uhr	Deutsch und Französisch.
Ober-Tertia	„	10—11	„	Geographie und Geschichte.
Prima	„	11—12	„	Physik und Chemie.

Sonnabend, den 1. April Vormittags von 9 Uhr ab

im Zeichen-Saale I.

Rede-Akt.

Freie Vorträge. — Gesang. — Entlassung der Abiturienten durch den Direktor. — Verteilung der Stipendien

---

Censuren-Verteilung und Versetzung in den einzelnen Klassen durch die Klassenlehrer.

Der Sommer-Kursus beginnt Montag, den 24. April. Die Anmeldung, Prüfung und Aufnahme neuer Schüler findet Freitag und Sonnabend, den 21. und 22. April Vormittags 8 Uhr statt.

Gleiwitz, Ende März 1882.

Der Direktor Wernicke.