Technische Unterrichtsbriefe

für das **Selbststudium.** * System **Karnack Hachfeld.**

(Gesetzlich geschützt W.-Z. 31 255.)

Geometrisches Zeichnen.

Brief 5.

Fünfzehnte Stunde.

A. Vortrag.

134. Für die Maschinentechnik außerordentlich wichtig sind eine Anzahl von krummen Linien, welche dadurch entstehen, daß Kreise auf gegebenen Bahnen abrollen. Jeder Punkt eines solchen Kreises, welcher abrollt, beschreibt dabei eine Bahn, welche je nach der Form der Linie, auf welcher das Abrollen erfolgt, verschieden ist. Man bezeichnet solche Curven als ***Rollcurven*** oder ***cyclische Curven.***

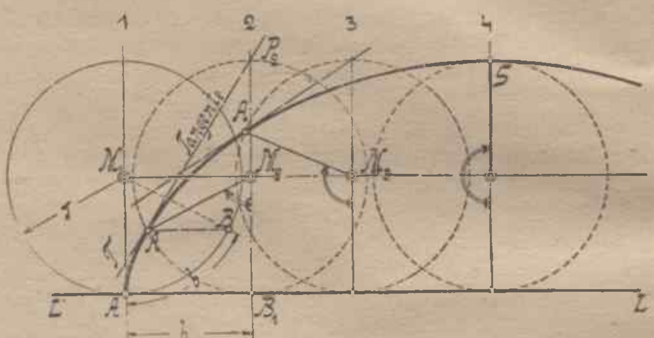

Fig. 120

135. Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall, in welchem ein Kreis, der sogenannte Rollkreis, auf einer geraden Linie, der Wälzungsbahn, abrollt. Dieser Fall tritt z. B. ein bei der Bewegung eines Rades auf einer ebenen gradlinigen Bahn und spielt eine Rolle bei der Verzahnung der Zahnstangen und der dazu gehörigen Zahnräder. Es sei (Textfig. 120) LL eine gerade Linie, auf welcher ein Kreis mit dem Mittelpunkte M_1 und dem Radius r sich abwälzt. Der Kreis befinde sich zunächst in der Stellung 1 und der Berührungspunkt sei A. Wird der Kreis nun auf der geraden Linie gerollt, bis z. B. der Punkt B des Kreises bei einer Stellung 2 mit dem Punkte B_1 zusammenfällt, so muß die Bogenlänge AB

gleich der Strecke AB_1 der Linie LL werden. Gleichzeitig wird aber auch der Punkt A mit dem Kreise 2 in eine zweite Stellung A gelangt sein, welche dadurch gekennzeichnet ist, daß die abgewälzte Bogenlänge AB gleich der Bogenlänge AB_1 des Kreises 2 ist. Damit ist der Punkt A aber gegeben; man hat nämlich nur nötig, die Strecke AB_1 auf dem Kreise in der Stellung 2 von B_1 nach rückwärts bis zum Punkte A hin aufzutragen. Damit ist die Construction der Rollcurve, welche als **gemeine Cycloide** bezeichnet wird, gegeben. Man zieht (Textfig. 121) die gerade Linie

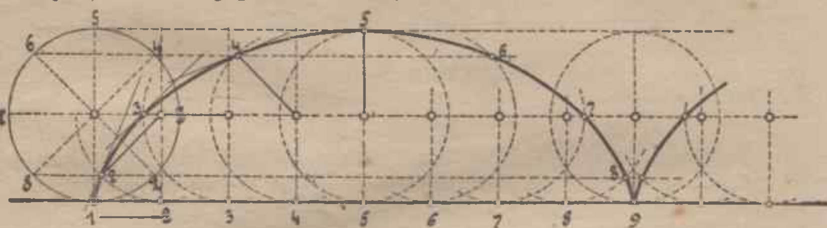

Fig. 121

als Wälzungsbahn und trägt senkrecht zu dieser in gegebenen Abständen, die man zweckmäßig etwa zu $^1/_{16}$ bis $^1/_{24}$ des Kreisumfanges (in Textfigur 120 ist der Deutlichkeit wegen $_1/^8$ gewählt) wählt, senkrechte Linien 1, 2, 3 . . . auf, zieht dann im Abstande r zur Wälzungsbahn eine Parallele, deren Schnittpunkte mit den Linien 1, 2, 3 die Mittelpunkte des Rollkreises in kleinen einzelnen Lagen ergeben. Um diese Mittelpunkte werden Kreise mit dem Radius r geschlagen und nun die Strecken 12, 13, 14 . . . auf den Kreisen nach rückwärts bis zu den Punkten 2, 3, 4 . . . abgetragen. Verbindet man diese Punkte miteinander, so erhält man die Cycloide, welche bei voller Abwälzung des Kreises eine korbbogenähnliche Curve darstellt, deren höchster Punkt S in der Mitte zwischen den beiden Schnittpunkten der Curve mit der Rollbahn liegt, einen Abstand gleich dem doppelten Radius des Rollkreises von der Rollbahn hat und Scheitelpunkt oder Culminationspunkt der Cycloide genannt wird.

Für die Aufzeichnung der Curve kann, wie bereits bei den Kegelschnitten erwähnt, zweckmäßig sein, die Richtung der Curve in jedem Punkte zu kennen. Diese ist bekanntlich durch die Tangente gegeben. Bei der gemeinen Cycloide läßt sich die Tangente außerordentlich einfach dadurch construieren, daß man den gefundenen Curvenpunkt mit dem höchsten Punkte des Kreises verbindet, welcher der zugehörigen Lage des Rollkreises entspricht, z. B. in der Stellung 2 des Rollkreises (Textfig. 120) mit dem Punkte P_2. Es ist dann P_2A die Tangente. Führt man dieses Verfahren für alle Punkte durch, so erhält man eine Umhüllungsconstruction, mit deren Hilfe sich die Curve sehr genau ausgleichen läßt. Die Durchführung dieser Construction ist in Textfig. 120 dargestellt.

136. Mit der gemeinen Cycloide verwandt sind nun zwei Curven, welche zwar nicht so häufig als die gemeine Cycloide

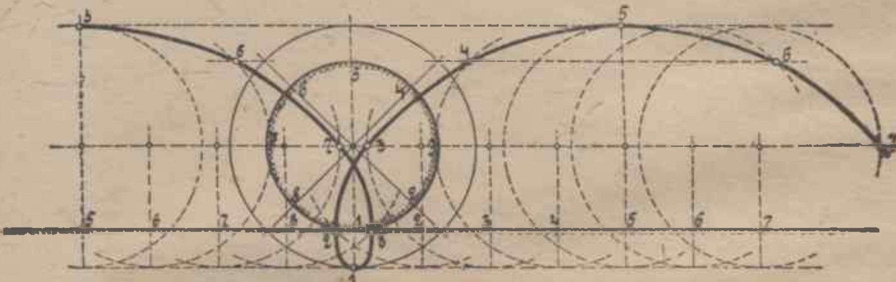

Fig. 122

vorkommen, aber doch ein gewisses Interesse beanspruchen. Es sind dieses die sogenannte verlängerte und die sogenannte verkürzte gemeine Cycloide. Die erstere entsteht, wenn man mit dem Rollkreise einen zweiten Kreis fest verbunden denkt, welcher größer ist als der Rollkreis, und nun die Bewegung eines Punktes dieses Kreises betrachtet. Dieser Fall würde z. B. eintreten bei einem Rade, welches auf einer Schiene rollt und einen Spur-

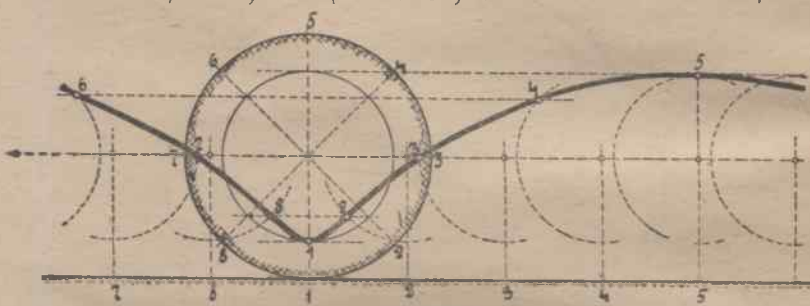

Fig. 123

kranz besitzt, welcher größer ist als das Rad. Jeder Punkt dieses Spurkranzes beschreibt dann eine mit Schleifen versehene Curve, wie sie z. B. in Textfig. 122 dargestellt ist. Die Construction dieser Curve entspricht vollkommen derjenigen der gemeinen Cycloide und ist aus Textfig. 122 deutlich zu erkennen. Umgekehrt entsteht, wenn mit dem Rollkreise ein kleinerer Kreis fest verbunden ist, die verkürzte Cycloide, deren Construction in Textfig. 123 dargestellt ist.

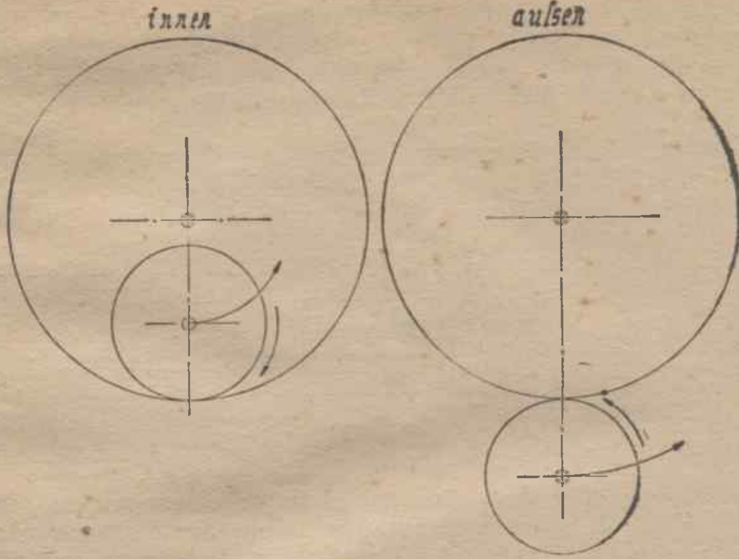

Fig. 124

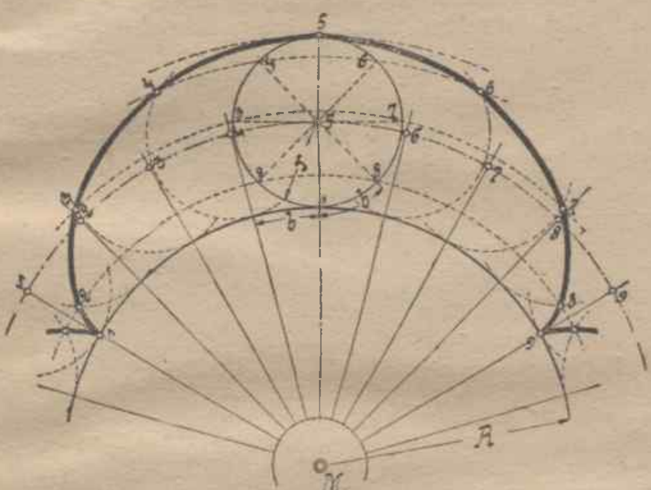

Fig. 125

137. Die gemeine Cycloide dient, wie schon erwähnt, für die Gewinnung der Zahnflankenform für Zahnstangen und Zahnräder, welche mit diesen zusammenarbeiten. Tritt nun an Stelle der Zahnstange ein Rad, so findet das Abwälzen des Zahnrades nicht mehr auf der geraden Linie, sondern auf dem Kreise dieses zweiten Rades statt, und zwar außerhalb, wenn es sich um sogenannte Außenräder und innerhalb, wenn es sich um Innenräder handelt, wie dieses in Textfig. 124 skizzenhaft dargestellt ist. Beim Abwälzen eines Kreises außen auf einem zweiten Kreis entsteht eine Curve, welche ***Epicycloide*** genannt wird und ihrer ganzen Art nach mit der gemeinen Cycloide eng verwandt ist. Die Construction der Epicycloide ist in Textfig. 125 dargestellt und entspricht genau derjenigen der gemeinen Cycloide. Der einzige

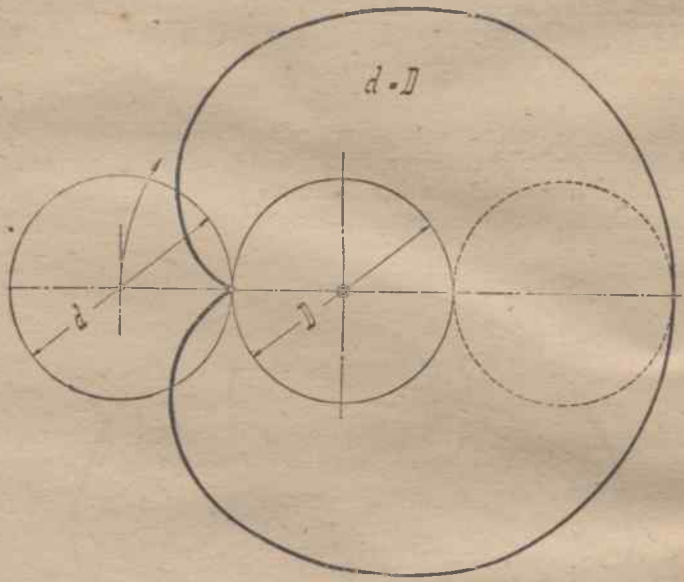

Fig. 126

Unterschied ist der, daß an Stelle der ebenen Rollbahn ein Kreis der sogenannte Wälzungskreis, mit dem Radius R tritt, und daß die Senkrechten 1, 2, 3, welche die Lagen des Rollkreises festlegen, durch Radien 1, 2, 3 . . . nach dem Mittelpunkte des Wälzungskreises ersetzt werden. Im übrigen entspricht die Construction der Epicycloide genau derjenigen der gemeinen Cycloide.

B. Zusammenfassung.

Beim Abrollen eines Kreises auf einer ebenen Curve beschreibt jeder Punkt des Kreises eine Curve, welche Rollkurve oder Cycloide genannt wird. Ist die Walzbahn eine gerade Linie, so entsteht eine gemeine Cycloide, rollt der Kreis außen auf einem zweiten Kreise, die Epicycloide. Die Punkte eines fest mit dem Rollkreise verbundenen Kreises beschreiben, je nachdem dieser größer oder kleiner als der Rollkreis ist, verlängerte oder verkürzte gemeine Cycloiden.

C. Besprechung des Lehrstoffes.

Frage: Was versteht man unter cyclischen Curven? **Antwort:** Cyclische Curven sind diejenigen Curven, welche ein Punkt eines Kreises beschreibt, wenn dieser Kreis auf einer gegebenen Bahn abgewälzt wird. **Fr.:** Wie nennt man die gegebene Bahn, auf welcher ein Kreis abgewälzt wird? **A.:** Rollbahn oder Wälzbahn. **Fr.:** Wie werden die Kreise genannt, welche abgerollt werden? **A.:** Rollkreise. **Fr.:** Was entsteht, wenn die Wälzbahn eine gerade Linie ist? **A.:** Die gemeine Cycloide. **Fr.:** Wodurch unterscheidet sich die verlängerte und die verkürzte Cycloide von der gemeinen Cycloide? **A.:** Dadurch, daß bei der gemeinen Cycloide die Bewegung des Punktes des Rollkreises betrachtet wird, während bei der verlängerten Cycloide diejenigen eines größeren und bei der verkürzten Cycloide diejenigen eines kleineren mit dem Rollkreise fest verbundenen Kreises in Frage kommt. **Fr.:** Wie entsteht die Epicycloide? **A.:** Die Epicycloide entsteht dadurch, daß der Rollkreis außen auf dem Wälzungskreise abgerollt wird.

A. Vortrag.

138. Als besondere Form der Epicycloide ist die in Textfig. 126 dargestellte Epicycloide erwähnenswert, welche entsteht, wenn Rollkreis und Wälzungskreis gleichen Durchmesser besitzen. In diesem Falle entsteht eine Curve, deren Anfangspunkt und Endpunkt zu-

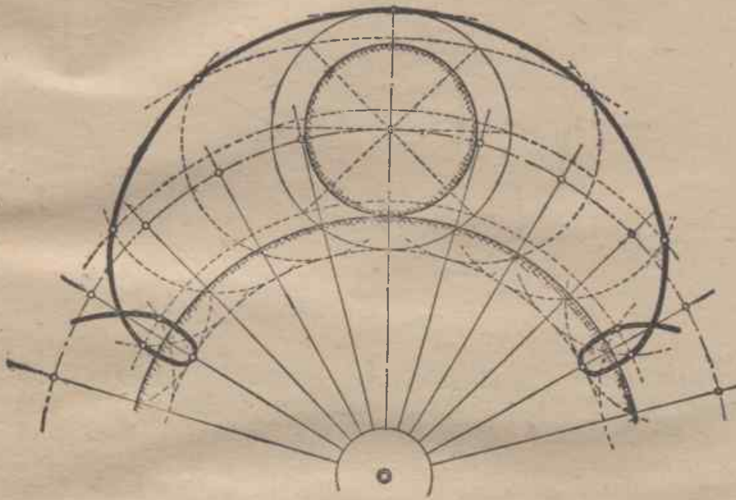

Fig. 127

sammenfallen und deren Culminationspunkt dem Anfangspunkt genau gegenüberliegt. Diese Curve, welche eine herzförmige Gestalt besitzt, wird als ***Herzcurve*** oder ***Cardioide*** bezeichnet. Sie findet Anwendung für die Herstellung von Daumen, die bei Getrieben mit großer Uebersetzung (z. B. Grisson-Getriebe) vorkommen.

139. Entsprechend der verlängerten und verkürzten Cycloide, welche aus der gemeinen Cycloide sich ableiten lassen, entstehen

auch Epicycloiden, welche verlängerte bezw. verkürzte Epicycloiden genannt werden, wenn der Rollkreis mit einem größeren bezw. kleineren Kreise fest verbunden ist, dessen Bewegung die zu betrachtende Curve erzeugt. In den Textfig. 127 und 128 sind diese beiden Curven dargestellt.

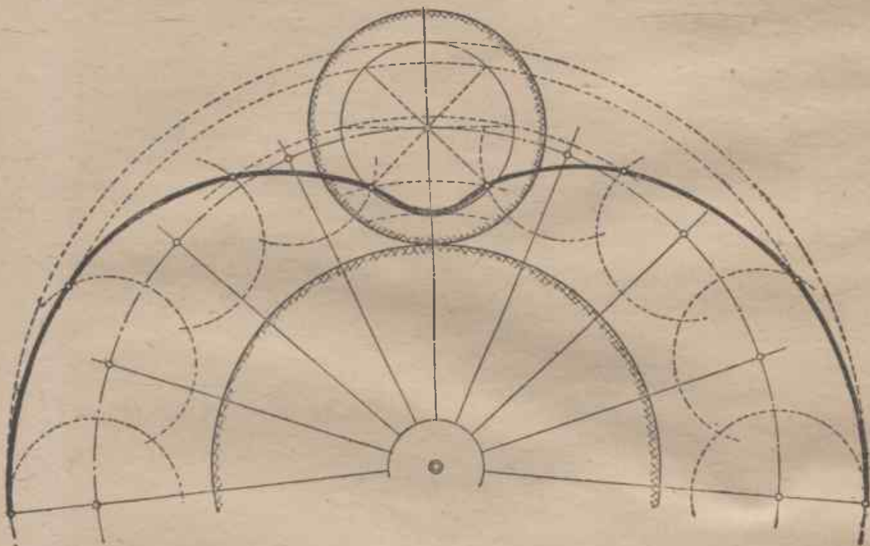

Fig. 128

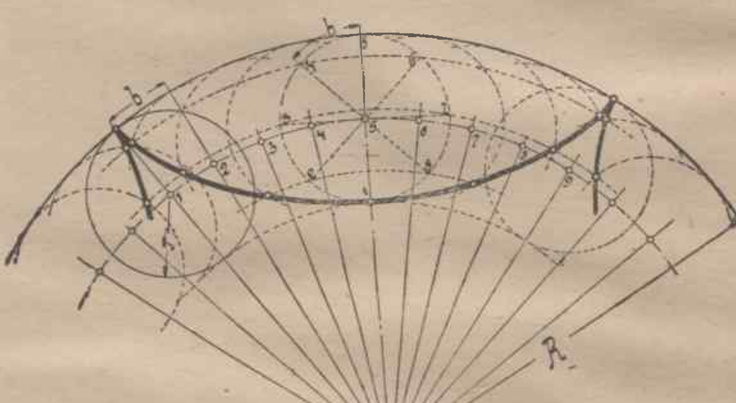

Fig. 129

140. Wird der Rollkreis nicht außen auf dem Wälzungskreise abgewälzt, sondern innerhalb desselben, so ergiebt sich eine Curve, wie sie in Textfig. 129 dargestellt ist und welche als ***Hypocycloide*** bezeichnet wird. Auch diese dient für die Verzeichnung von Zahnflankenformen bei Zahnrädern. Die Construction entspricht, wie aus Textfig. 129 zu ersehen ist, vollkommen derjenigen der früher behandelten Cycloiden.

Anmerkung: Für das Verzeichnen der Epicycloiden wie auch der demnächst zu betrachtenden Hypocycloiden wählt man zweckmäßig die Verhältnisse des Rollkreises zum Wälzungskreise so, daß der Durchmesser des Wälzungskreises ein ganzes Vielfaches desjenigen des Rollkreises wird. In diesem Falle fällt stets der Anfangspunkt der ersten Curve mit dem Endpunkt der letzten zusammen, und es treten keine Ueberschneidungen ein.

141. Als besondere Formen der Hypocycloide sind folgende hervorzuheben: Ist der Durchmesser des Rollkreises d gleich $^1/_4$ desjenigen des Wälzungskreises, also $d = \frac{1}{4} D$, so entsteht eine Hypocycloide aus 4 Zweigen (Textfig. 130), welche eine sternförmige Figur ergeben. Diese Curve wird als ***Sterncurve*** oder ***Astroide*** bezeichnet.

142. Ist der Durchmesser d des Rollkreises gleich der Hälfte desjenigen Wälzungskreises, also $d = \frac{1}{2} D$, so schrumpt die Hypo-

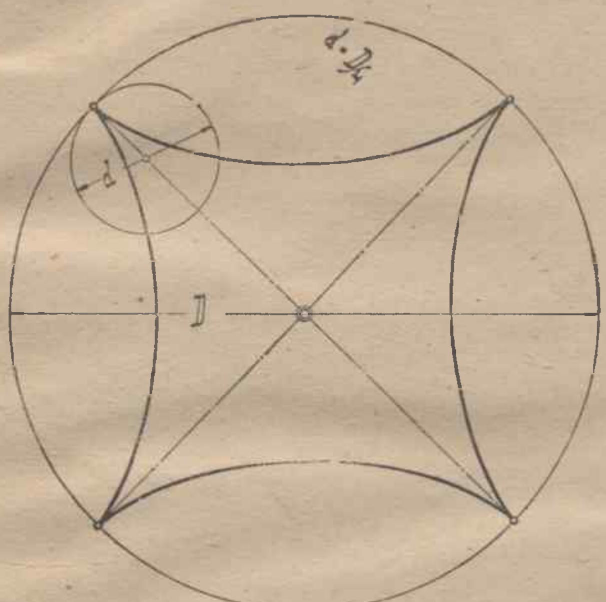

Fig. 130

cycloide, welche z. B. der Punkt A (Textfig. 131) beschreibt, in eine gerade Linie zusammen, welche einen Durchmesser AB des

Wälzungskreises bildet. Würde man also z. B. mit A irgend einen Maschinenteil verbinden und nunmehr den Rollkreis abwälzen, so wäre der Weg des Maschinenteiles eine gerade Linie. Dieser besondere Fall der Hypocycloide wird deshalb als Gradführung benutzt und kommt insbesondere bei Schnellpressen zur Anwendung.

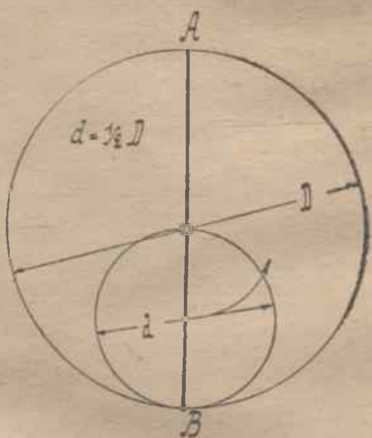

Fig. 113

143. Entsprechend den verkürzten und verlängerten Formen der Epicycloide existieren auch solche der Hypocycloide, welche in den Textfig. 132 und 133 dargestellt sind. Ueber die Construction ist besonderes nicht zu be-

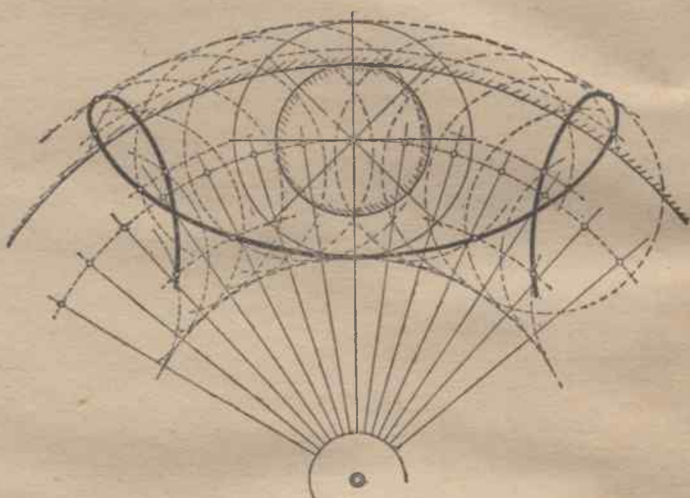

Fig. 132

merken. Sie erfolgt nach denselben Grundsätzen, wie sie bei der gemeinen Cycloide bereits auseinandergesetzt wurden.

B. Zusammenfassung.

Haben Rollkreis und Wälzungskreis denselben Durchmesser, so erhält man eine besondere Form einer Epicycloide, die Cardioide. Hypocicloiden entstehen, wenn der Rollkreis nicht außen, sondern innerhalb des Wälzungskreises abgewälzt wird. Besondere Formen sind die Sterncurve oder Asteroide, wobei das Verhältnis des Rollkreisdurchmessers, d gleich $^1/_4$ des Wälzungskreisdurchmessers D ist. Ist d = $^1/_2$ D, so geht die Hypocycloide in eine gerade Linie über.

C. Besprechung des Lehrstoffes.

Frage: Was versteht man unter einer Cardioide? **Antwort:** Die Cardioide oder Herzcurve ist eine Epicycloide, bei welcher der Rollkreis und der Wälzungskreis gleichen Durchmesser haben. **Fr.:** Wie entstehen die Hypocycloiden? **A.:** Die Hypocycloiden entstehen bei der Bewegung des Rollkreises innerhalb des Wälzungskreises. **Fr.:** Welche besondere Form der Hypocycloide haben wir kennen gelernt? **A.:** Die Sterncurve oder Astroide und die gerade Linie. **Fr.:** In welchem Falle erscheint die Hypocycloide als Sterncurve? **A.:** Wenn der Wälzungskreis einen Durchmesser besitzt, welcher viermal so groß als derjenige des Rollkreises ist. **Fr.:** Welche Form der Hypocycloide entsteht, wenn der Rollkreisdurchmesser gleich dem Radius des Wälzungskreises ist? **A.:** Die gerade Linie, welche einen Durchmesser des Wälzungskreises bildet. **Fr.:** Für welchen Zweck werden Getriebe benutzt, bei denen der Rollkreisdurchmesser gleich dem halben Wälzungskreisdurchmesser ist? **A.:** Für solche Getriebe, bei denen ein Punkt gerade geführt werden soll.

D. Zur Wiederholung.

104. Was versteht man unter Cycloiden? 105. Wie entsteht die gemeine Cycloide? 106. Wodurch unterscheiden sich die Epicycloiden von den Hypocycloiden? 107. Welcher Unterschied besteht zwischen den verlängerten und den verkürzten Cycloiden? 108. Wozu werden Cycloiden im Maschinenbau besonders benutzt? 109. Welche besondere Form der Hypocycloide benutzt man für Gradführungen? 110. Wie soll man zweckmäßig bei der zeichnerischen Ausführung von Cycloidenconstructionen die Verhältnisse der Rollkreise und Wälzungskreise wählen?

E. Aufgaben.

54. Es ist eine gemeine Cycloide zu construieren, bei welcher der Rollkreisdurchmesser 7 cm beträgt.

55. Mit einem Rollkreisdurchmesser von 6 cm und einem Wälzungskreisdurchmesser von 24 cm ist eine Epicycloide zu zeichnen.

56. Es ist eine Hypocycloide mit einem Rollkreisdurchmesser von 6 cm und einem Wälzungskreisdurchmesser von 30 cm zu zeichnen.

57. Es soll eine Cardioide mit 10 cm Wälzungskreisdurchmesser construiert werden.

Sechzehnte Stunde.

A. Vortrag.

144. Eng verwandt mit den soeben betrachteten Wälzcurven, welche bei der Abwälzung eines Kreises auf einer geraden Linie oder auf anderen Kreisen entstehen, ist eine Curve, welche sich ergiebt, wenn man eine gerade Linie auf einem Kreise abwälzt oder abwickelt und die Bewegung eines Punktes dieser geraden Linie betrachtet. Man denke sich z. B. eine Walze, um welche ein Faden gewickelt ist. Die Walze werde festgehalten und nunmehr der Endpunkt des Fadens, welcher sich anfangs auf der Walze befindet, von dieser Walze entfernt, wobei gleichzeitig darauf geachtet wird, daß der Faden gespannt bleibt und stets senkrecht zur Axe der Walze steht. Dann beschreibt der Endpunkt eine

Curve, wie sie in Textfig. 134 dargestellt. Diese Curve wird ***Kreisevolvente*** genannt und in ähnlicher Weise wie die Cycloiden zur Construction von Zahnflankenformen für Zahnräder benutzt.

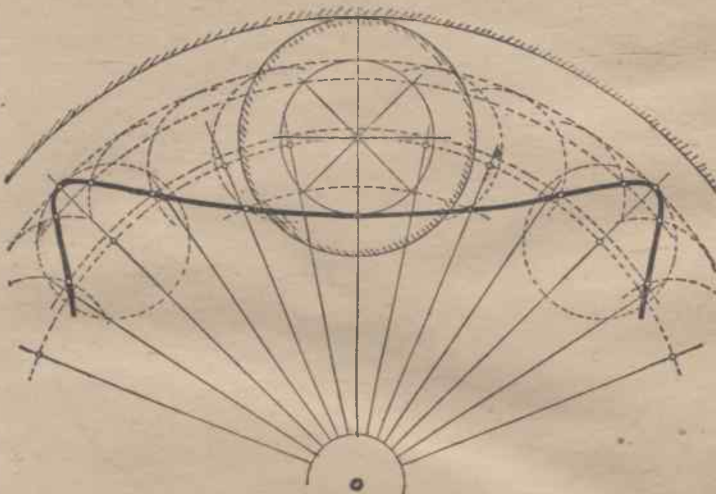

Fig. 133

145. Die Construction der Evolvente geschieht nun in der Weise, daß man den Kreis, welcher gewissermaßen abgewickelt wird (derselbe wird bei den Zahnconstructionen als Grundkreis bezeichnet), in eine beliebige Zahl gleicher Teile teilt, von denen jeder so klein sein muß, daß seine Länge nahezu mit der Sehne, die zwischen zwei Teilpunkten gezogen werden kann, übereinstimmt. Wir bezeichnen diese Teilpunkte (Textfig. 135) mit 0, 1, 2, 3 . . . Nunmehr ziehen wir in jedem Teilpunkte eine Tangente an den Grundkreis und tragen auf dieser Tangente soviele Teile des Kreisumfanges ab, als die Zahl des Teilpunktes angiebt. Wir erhalten also durch Abtragen von einem Teil des Kreisumfanges auf der Tangente im Punkte 1 den Curvenpunkt 1, durch Abtragen von zwei Teilen auf der Tangente in 2 den Curvenpunkt 2 und so

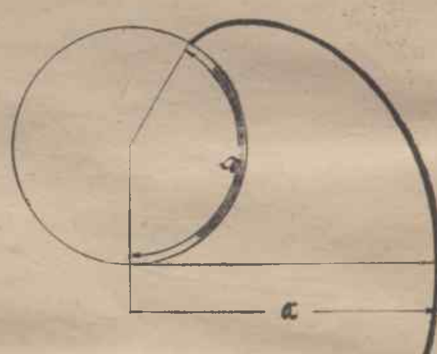

Fig. 13

fort. Die Punkte werden nachher mit Hilfe des Curvenlineals verbunden und ergeben die Evolvente.

146. Anstatt die einzelnen Punkte mit dem Curvenlineal zu verbinden, kann man auch verfahren, wie in Textfig. 136 angegeben. Man construiert zunächst in der eben beschriebenen

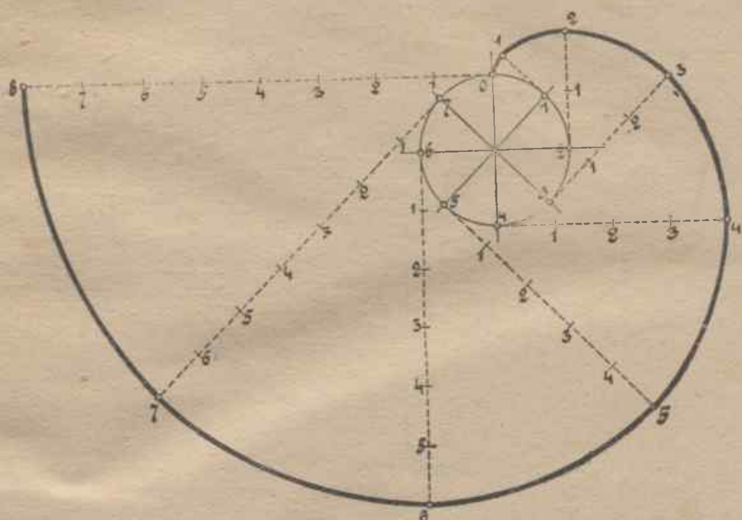

Fig. 135

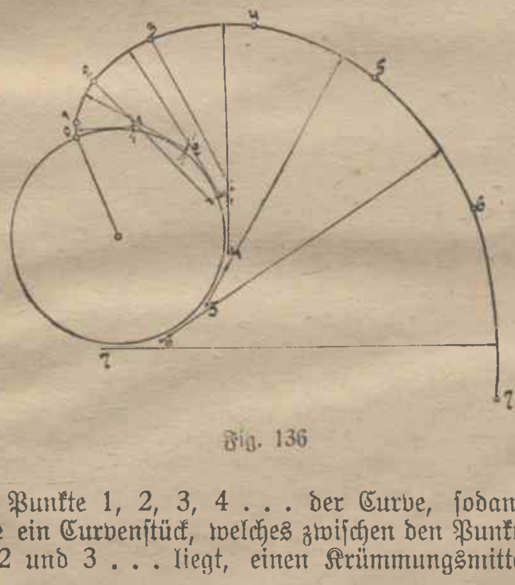

Fig. 136

Weise die Punkte 1, 2, 3, 4 . . . der Curve, sodann bestimmt man für je ein Curvenstück, welches zwischen den Punkten 0 und 1, 1 und 2, 2 und 3 . . . liegt, einen Krümmungsmittelpunkt, indem man um die Punkte 0 und 1 mit der Länge der Tangente im Kreisteilpunkte 1 zwei Kreisbögen schlägt, dasselbe Verfahren für die Curvenpunkte 1 und 2 mit der Tangente im Punkte 2, für die Curvenpunkte 2 und 3 mit derjenigen im Punkte 3 usw. durchführt. Um diese Krümmungsmittelpunkte werden nun mit den angegeben Tangenten 1 1, 2 2, 3 3 usw. Kreisbögen geschlagen, welche in ihrer Gesamtheit eine Annäherung an die Evolvente

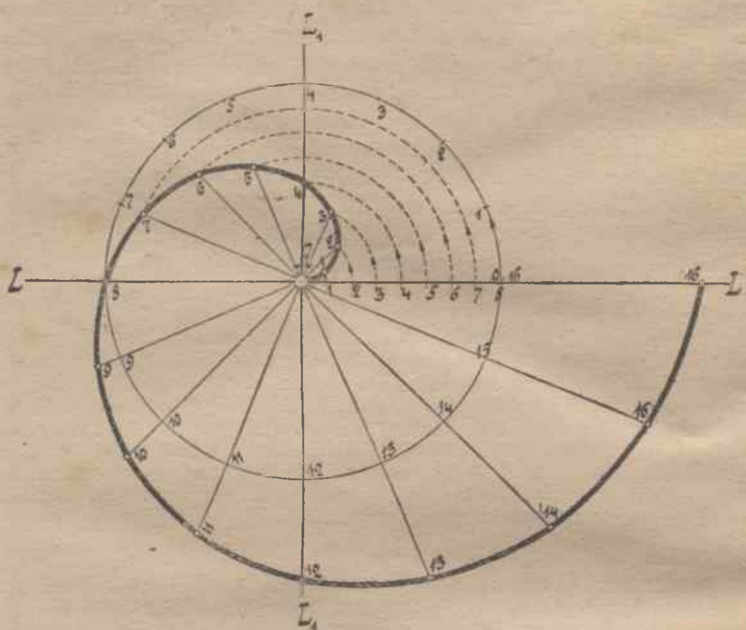

Fig. 137

ergeben. Die Uebergangsregel ist ganz offensichtlich nicht erfüllt, doch sind die Abweichungen nur gering. Man wird finden, daß die Krümmungsmittelpunkte sehr nahe mit den Kreisteilpunkten zusammenfallen. Für die Construction der Zahnflankenform bei Evolventenrädern genügt die Anwendung dieses Verfahrens vollkommen, weil es sich nur um das kurze Stück der Evolvente in der Nähe des Grundkreises handelt.

147. Wir haben schon früher bei der Construction von Curven aus Kreisbögen die sogenannte Spirale und die sogenannte Schneckenlinie kennen gelernt, haben aber damals schon bemerkt, daß diese beiden Curven keine gesetzmäßigen Curven seien. Wir wollen nunmehr zwei echte Spiralen betrachten, welche in der Maschinentechnik für die Construction der Schaufelräder von Kreiselpumpen und Gebläsen benutzt werden. Es sind dieses die archimedische Spirale und die logarithmische Spirale.

149. Die *archimedische Spirale* (Textfig. 137) entsteht, wenn eine gerade Linie AL sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit um einen Punkt A dreht und gleichzeitig der Punkt A von der Mitte aus auf AL gleichförmig fortschreitet. Der Punkt A kommt dabei nacheinander in die Lagen 1, 2, 3 . . . und beschreibt eine Curve, welche eben die archimedische Spirale ist. Die Construction derselben wird wie folgt vorgenommen.

Man zeichnet zwei aufeinander senkrechte Linien LL und L_1L_1, teilt die 4 entstehenden rechten Winkel in eine Anzahl gleicher Teile (z. B. je 4 gleiche Teile) ein und erhält auf diese Weise die mit den Zahlen 0, 1, 2, 3 . . . bezeichneten Strahlen, die Leitstrahlen. Nunmehr trägt man von A aus die Strecke $A_1 = 12 = \ldots$ so oft auf LL ab, als Strahlen vorhanden sind und schlägt um A mit den Strecken A_1, A_2, . . . Kreisbögen bis zum Schnittpunkt mit dem gleichnumerierten Leitstrahl. Auf diese Weise ergeben sich die Punkte 1, 2, 3, 4 . . . der archimedischen Spirale, welche zu einer stetig verlaufenden Curve verbunden werden.

B. Zusammenfassung.

Die Kreisevolvente entsteht, wenn man eine gerade Linie auf einem Kreise abwälzt. Durch Construction erhält man diese Curve, indem man den Grundkreis in beliebig viele gleiche Teile zerlegt, welche fortlaufend, mit O beginnend, numeriert werden. Durch diese Teilpunkte legt man an den Kreis Tangenten und trägt auf diesen soviele Teile des Kreises ab, als die Zahl des Punktes angibt. Verbindet man die so erhaltenen Punkte mit dem Curvenlineal, so ergiebt die Verbindungslinie die Evolvente. Zur Construction von Schaufelrädern werden zwei ungesetzmäßige Curven verwandt, nämlich die archimedische und logarithmische Spirale.

C. Besprechung des Lehrstoffes.

Frage: Wie entsteht die Kreisevolvente? **Antwort:** Die Kreisevolvente ist diejenige Curve, welche der Endpunkt eines auf eine Walze aufgewickelten Fadens beschreibt, wenn dieser Faden von der Walze abgewickelt wird und dabei stets senkrecht zur Walzenaxe gehalten wird. **Fr.:** Welche practische Verwendung findet die Kreisevolvente? **A.:** Sie wird für die Construction der Zahnflanken bei Zahnrädern angewendet. **Fr.:** Läßt sich die Kreisevolvente angenähert aus Kreisbögen zusammensetzen? **A.:** Ja. **Fr.:** Wie findet man die Mittelpunkte dieser Kreisbögen? **A.:** Dadurch, daß man um je zwei vorher bestimmte benachbarte Punkte der Evolvente mit der Länge der Tangente an den Grundkreis Kreisbögen schlägt. **Fr.:** Was versteht man unter einer archimedischen Spirale? **A.:** Die archimedische Spirale ist eine gesetzmäßig verlaufende Curve, welche dadurch gekennzeichnet ist, daß der Abstand der Curvenpunkte vom Anfangspunkt sich in gleichem Verhältnis vergrößert wie der Winkel zwischen einem Strahl nach dem Curvenpunkte und der Anfangslage dieses Strahles. Es wird also z. B. bei Verdoppelung des Drehwinkels dieses erzeugenden Strahles gegen die Ursprungslage auch der Abstand des auf diesem Strahl liegenden Curvenpunktes verdoppelt. **Fr.:** Wo findet die archimedische Spirale practische Anwendung? **A.:** Bei der Construction der Schaufeln von Kreiselpumpen und Gebläsen.

A. Vortrag.

148. Nicht ganz so einfach wie die Construction der archimedischen Spirale ist diejenige der ***logarithmischen Spirale,***

welche von einigen Constructeuren für die Herstellung der Schaufelformen von Gebläsen und Centrifugalpumpen bevorzugt wird. In Textfig. 138 ist eine solche logarithmische Spirale dargestellt. Bezeichnet man mit O einen festen Punkt, den sogenannten Pol der Spirale, so kann man von diesem nach irgendeinem beliebigen Punkte B einen Leitstrahl r ziehen. Bezeichnet ferner a den Abstand des Schnittpunktes A der Spirale mit einer wagerechten Linie durch O, so bildet der Leitstrahl OB mit OA einen Winkel φ, und das Gesetz, nach dem sich der Radius r mit wechselndem Winkel ändert, ist durch eine logarithmische Beziehung gegeben, woraus der Name logarithmische Spirale sich ergiebt. Zieht man nun im Punkte B eine Tangente an die Spirale, so findet man, daß der Winkel α, welchen diese Tangente mit dem Leitstrahl OB bildet, für jeden beliebigen Punkt der Spirale derselbe ist. Durch die Länge a und den Winkel α ist die Construction der Spirale gegeben. In der Zahlentafel ist eine Zusammenstellung der Längen des Strahles r für verschiedene Werte des Winkels AOB gegeben, wenn a = 1 ist, und zwar sind diese Werte von r berechnet für die beiden Werte 45° und 60° des Winkels α. (Zahlentafel S. 110.)

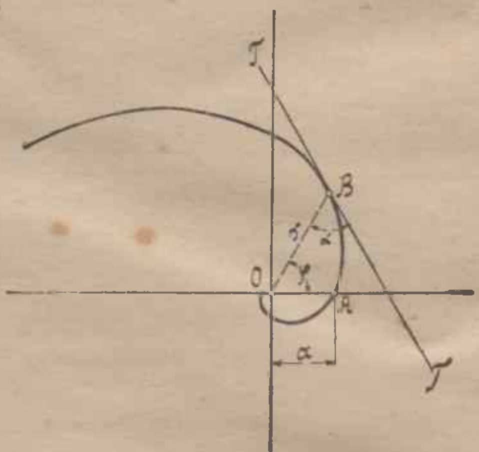

Fig. 138

150. Man verfährt nun bei der Construction folgendermaßen (Textfig. 139): Man zieht durch den Pol O der Spirale 2 aufeinander senkrechte Linien und teilt die entstehenden 4 rechten Winkel nach bekannter Art in je 3 gleiche Teile. Dadurch entstehen 12 Strahlen, die mit 0, 1, 2, 3, 4 . . . bezeichnet sind. Auf den Strahl O wird nun die gegebene Strecke a abgetragen und auf jedem folgenden Strahl eine Länge, welche gleich a multipliciert mit der aus der Zahlentafel entnommenen zu dem betreffenden Strahl gehörigen Zahl entspricht. Es sei z. B. gegeben a = 1 cm und der Winkel α = 60° als characteristische Größen einer zu construierenden logarithmischen Spirale. Dann trägt man auf dem Strahl O von dem Pol aus nach rechts 1 cm ab und erhält dadurch den Punkt O der Spirale. Auf dem Strahl 1 wird 1,4 . a = 1,4 . 1 = 1,4 cm, auf dem Strahl 2 1, 9. 1 = 1,9 cm

usw. abgetragen. Die entstehenden Punkte werden durch eine gleichmäßig verlaufende Linie verbunden. Eine rein constructive Lösung der logarithmischen Spirale ohne Benutzung von Tabellen ist nicht möglich.

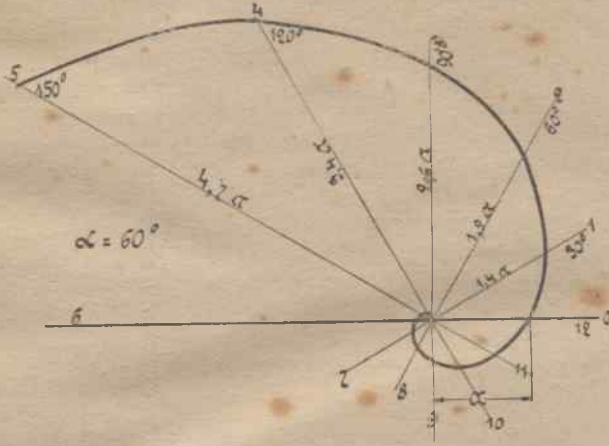

Fig. 139

Zahlentafel für r

Strahl	Drehwinkel φ	$\alpha = 45^0$ r	$\alpha = 60^0$ r
0	0^0	1	1
1	30^0	1,7	1,4
2	60^0	2,9	1,9
3	90^0	4,8	2,6
4	120^0	8,2	3,4
5	150^0	13,8	4,7
6	180^0	23,3	6,4
7	210^0	39,5	8,7
8	240^0	66,7	11,8
9	270^0	112,7	16,1
10	300^0	190,7	21,9
11	330^0	322,1	29,8
12	360^0	544,5	40,6

B. Zusammenfassung.

Die Construction der logarithmischen Spirale ist nur mit Hilfe von Tabellen möglich. Durch den Pol O zieht man zwei auf einander senkrecht stehende Linien und teilt die rechten Winkel in je drei gleiche Teile. Auf dem Strahl O trägt man die gegebene Strecke a ab. Die auf den anderen Strahlen abzutragenden Strecken erhält man, indem man a mit den in der Tabelle angegebenen Zahlen multipliciert und zwar wird auf dem ersten Strahl eine Strecke abgetragen, die man durch Multiplication von a mit der ersten Zahl der Tabelle erteilt, auf dem zweiten einer Strecke, die man durch Multiplication von a mit der zweiten Zahl der Tabelle erhält u. s. f.

C. Besprechung des Lehrstoffes.

Frage: Wodurch unterscheidet sich die logarithmische von der archimedischen Spirale? **Antwort:** Bei der archimedischen Spirale wachsen der Drehwinkel des Leitstrahles und die Länge desselben in gleichem Verhältnis, während bei der logarithmischen Spirale ein logarithmisches Gesetz zu Grunde liegt. **Fr.:** Kann man die logarithmische Spirale ohne Benutzung von Rechenhilfsmitteln rein zeichnerisch construieren? **A.:** Nein, das ist wegen des logarithmischen Gesetzes dieser Spirale nicht möglich. **Fr.:** Welche Größen müssen für die Construction einer logarithmischen Spirale gegeben sein? **A.:** Der Winkel zwischen der Tangente an die Curve und dem zugehörigen Leitstrahl und die Länge des wagerechten Leitstrahles. **Fr.:** Wie benutzt man die gegebene Tabelle? **A.:** Man multipliciert die Tabellenwerte mit der gegebenen Länge des horicontalen Leitstrahles und erhält dadurch die Länge der Leitstrahlen für die verschiedenen Drehwinkel gegen die horicontale Lage.

D. Zur Wiederholung.

111. Welches ist der Unterschied zwischen einer Kreisevolvente und einer gemeinen Cycloide? 112. Wie bezeichnet man den Kreis, aus welchem die Kreisevolvente entwickelt wird? 113. Wie kann man angenähert eine Kreisevolvente aus Kreisbögen zusammensetzen? 114. Wodurch ist die archimedische Spirale gekennzeichnet? 115. Wo finden die besprochenen Spiralen besondere Anwendung? 116. Wie zeichnet man eine archimedische und wie eine logarithmische Spirale auf?

E. Aufgaben.

58. Es ist eine archimedische Spirale aufzuzeichnen, bei welcher der Leitstrahl für je $^1/_{16}$ einer vollen Umdrehung um 1 cm zunimmt (a = 1 cm).

59. Es ist eine Kreisevolvente für einen Kreis von 4 cm Durchmesser mit einem vollen Umgange aufzuzeichnen.

60. Es ist eine logarithmische Spirale für $\alpha = 60^0$ und a = 0,5 cm zu zeichnen.

Siebenzehnte Stunde.

A. Vortrag.

151. Wir haben zum Schluß noch zwei Curven zu betrachten, welche ihrer äußeren Form nach bei der Aufzeichnung eine gewisse Verwandtschaft mit den andern besitzen, nämlich die Sinuslinie und die Schraubenlinie. Die ***Sinuslinie*** ist eine Curve, welche bei jeder Wellenbewegung entsteht und deren sämtliche Punkte in einer Ebene liegen. Sie ist also wie alle bisher behandelten Curven eine ebene Curve.

152. Um eine Sinuslinie zu construieren, geht man folgendermaßen vor (Textfig. 140): Man zeichnet mit einem beliebigen Durchmesser D einen Kreis um den Mittelpunkt M. Dieser Kreis wird in beliebig viele gleiche Teile geteilt. Nunmehr wickeln wir, wie dieses bereits bei den Cycloiden und bei der Evolvente geschah, den Umfang des Kreises auf einer geraden Linie durch den Mittelpunkt M ab, indem wir vom Anfangspunkt 0 aus die kurzen Bogenstücke 0 1, 1 2, 2 3 . . . abtragen. Wir erhalten dabei die Punkte 1, 2, 3, 4 . . . auf der Wagerechten durch M und

errichten in diesem Lote. Zieht man die Punkte 1, 2, 3 . . . auf dem dem Kreise wagerechte Linien, bis zu den gleichnummerierten Loten so findet man die Punkte 1, 2, 3. Werden diese nunmehr miteinander verbunden, so ergiebt sich eine Wellenlinie, welche als Sinuslinie bezeichnet wird.

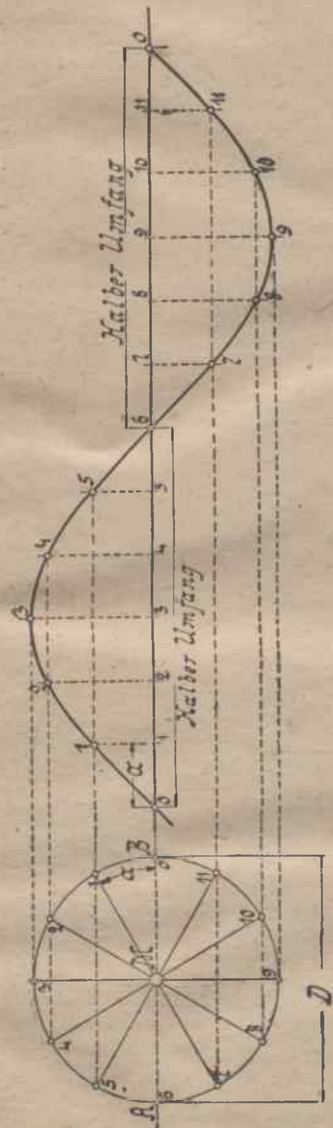

Fig. 140

153. Im Gegensatz zu den bisher behandelten ebenen Curven steht nunmehr die ***Schraubenlinie.*** Eine Schraubenlinie ist eine solche Curve, welche durch Aufwickeln eines rechtwinkligen Dreiecks auf einen Cylinder (Textfig. 141) entsteht und dabei von der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks gebildet wird. Man sieht ohne weiteres, daß die Punkte dieser Curve auf dem Mantel des Cylinders liegen, also keine ebene Curve bilden. Wir haben es hier mit einer räumlichen Curve zu tun und können in einer Zeichnung auf der Papierebene nur ein Bild der Curve, aber nicht die Curve selbst aufzeichnen. Man muß sich in Textfig. 141 den ausgezogenen Teil der Curve als auf der Vorderseite des Cylinders liegend, den punktierten auf der Rückseite desselben befindlich denken.

B. Zusammenfassung.

Die Curve nach welcher jede Wellenbewegung geschieht, heißt Sinuslinie. Sie entsteht, wenn über einer Kreisabwicklung die Abstände der abgewickelten Punkte als Lote aufgetragen werden. Die Schraubenlinie entsteht durch Aufwickelung eines rechtwinkeligen Dreiecks auf einen Cylinder.

C. Besprechung des Lehrstoffes.

Frage: Was versteht man unter einer Sinuslinie? **Antwort:** Eine Sinuslinie ist eine ebene Curve von Wellenform, welche entsteht, wenn die Abstände der Punkte eines Kreises auf senkrechten je einer durch den Kreismittelpunkt gehenden geraden abgetragen werden, die eine Abwicklung des Kreisumfanges ist. **Fr.:** Wie entsteht eine Schraubenlinie? **A.:** Durch Aufwicklung eines Rechtwinkligen Dreiecks auf einen Cylinder. **Fr.:** Welcher Unterschied besteht zwischen der Schraubenlinie und allen bisher betrachteten Curven? **A.:** Die Punkte der Schrauben-linie liegen nicht mehr in einer Ebene, die Schraubenlinie ist somit eine räumliche Curve, während die bisher betrachteten Curven ebene Curven waren.

A. Vortrag.

154. Für das Bild der Schraubenlinie giebt es zwei voneinander verschiedene Construktionen.

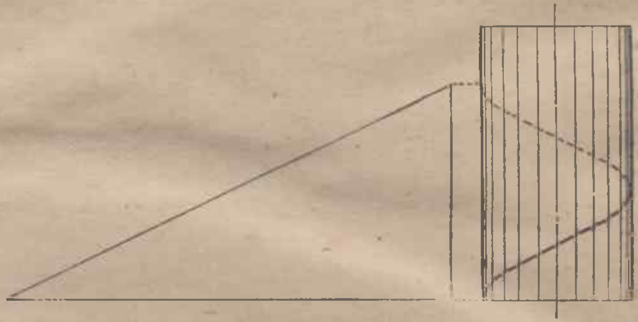

Fig. 141

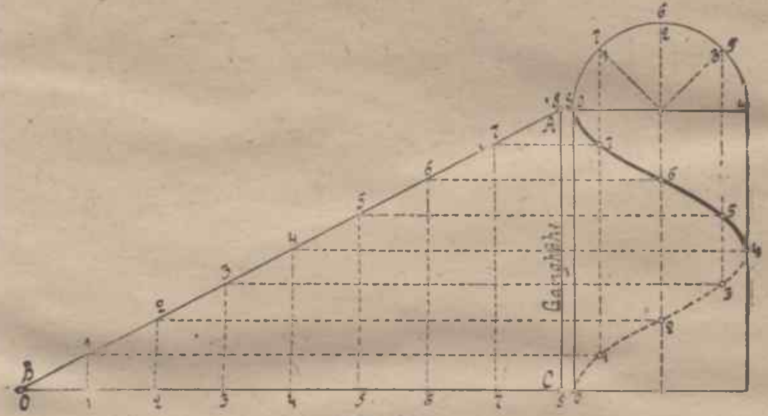

Fig. 142

Die erste leitet sich aus der Textfig. 140 in folgender Weise her: Man zeichnet (Textfig. 141) zwei Ansichten des Cylinders, auf welchem die Schraubenlinie entstehen soll, auf, und zwar ein Rechteck, welches die Vorderansicht und einen Kreis, welcher die Ansicht von oben darstellt. Diesen Kreis teilt man in bekannter Weise in eine beliebige Anzahl, z. B. 8, gleiche Teile und zieht durch die Teilpunkte senkrechte Linien, welche bis in die Vorderansicht des Cylinders hineinreichen. Neben diese Vorderansicht zeichnet man nun ein rechtwinkliges Dreieck ABC, dessen Kathete BC gleich dem Umfang des Kreises gemacht wird, in dem man die Bögen 0 1, 1 2, 2 3 . . . von C aus nach links hin abträgt. Die andere Kathete AC, welche als Ganghöhe des Raumes der Schraube bezeichnet wird und von vornherein gegeben sein muß, wird senkrecht zu BC abgetragen. Nunmehr verbindet man die Punkte A und B miteinander und errichtet in den Teilpunkten 1, 2, 3 . . . Senkrechte auf BC, welche die Linie AB in den Punkten 1, 2, 3 . . . treffen. Durch diese zuletzt gefundenen Teilpunkte zieht man nunmehr Wagerechte bis zum Schnitt mit den gleichnumerierten senkrechten Linien durch die Teilpunkte des Grundkreises und erhält so die Punkte 0, 1, 2 . . . der Schraubenlinie, welche zu einer stetig verlaufenden Curve miteinander verbunden werden. Die Punkte 0—4 liegen vor, die Punkte 4—8 hinter dem Cylinder. Die ersteren werden demnach ausgezogen, die letzteren punktiert.

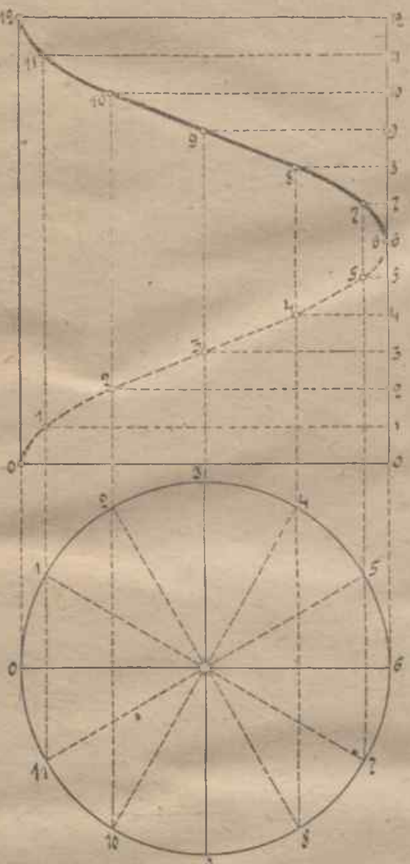

Fig. 143

Je nachdem der Cylinder bei der Aufwickelung des Dreiecks rechts oder links herumgedreht wurde, heißt die Schraube eine rechts- oder linksgängige.

155. Etwas vereinfacht werden kann die Construction dadurch, daß man, wie dieses in Textfig. 143 geschehen ist, das Dreieck fortläßt und einfach auf dem Cylinder selbst die Ganghöhe zwischen den Punkten 0 und 12 aufträgt. Die Strecke 0 12 wird dann in 12 gleiche Teile geteilt und durch die neu erhaltenen Teilpunkte 1, 2, 3 . . . werden wagerechte Linien bis zum Schnitt mit den gleichnumerierten Senkrechten durch die Kreisteilpunkte gezogen.

B. Zusammenfassung.

Auf constructivem Wege erhält man die Schraubenlinie auf folgende Arten. Man wickelt ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen eine Kathete gleich dem Umfang und dessen andere die Ganghöhe ist, auf und erhält in der Hypotenuse die Schraubenlinie, oder die letztere entsteht durch Projektion der Punkte des Grundkreises des Cylinders auf die entsprechenden Teillinien der Ganghöhe.

C. Besprechung des Lehrstoffes.

Frage: Kann man eine wirkliche Schraubenlinie aufzeichnen? **Antwort:** Nein, sondern man kann nur eine Abbildung dieser Linie geben. **Fr.:** Welche Seite des rechtwinkligen Dreiecks ergiebt beim Aufwickeln die Schraubenlinie? **A.:** Die Hypotenuse. **Fr.:** Wie bezeichnet man die Länge der senkrecht stehenden Kathete des aufgewickelten Dreiecks? **A.:** Als Ganghöhe der Schraubenlinie.

D Zur Wiederholung.

117. Was versteht man unter einer ebenen und was unter einer räumlichen Curve? 118. Wie entsteht die Sinuslinie? 119. Was versteht man unter der Ganghöhe einer Schraubenlinie? 120. Kann man eine Schraubenlinie auf einem Zeichenbogen construieren?

E. Aufgaben.

61. Es ist eine Sinuslinie unter Zugrundelegung eines Kreises von 7 cm Durchmesser aufzuzeichnen.

62. Es ist eine Schraubenlinie für einen Cylinder von 8 cm Durchmesser und mit einer Ganghöhe von 6 cm in 3 Umgängen zu zeichnen.

F. Gesamtwiederholungen aus dem vierten und fünften Briefe.

Schneidet eine Ebene einen Kegel senkrecht zur Axe, so entsteht ein Kreis als Schnittfigur. Wird die Schnittebene nunmehr allmählich gedreht, so entsteht zunächst eine Ellipse, bei weiterer Drehung eine Parabel und schließlich eine Hyperbel. Die Ellipse kann construiert werden durch Vergrößerung aller Sehnen eines Kreises, die zu einem wagerechten Durchmesser parallel laufen, in gleichem Verhältnis. Hierauf gründen sich sämtliche sogenannte Vergaiterungsconstructionen der Ellipse, die z. B. auch für die Verzeichnung steigender Bögen von Ellipsenform verwendet werden. Die punktweise Construction der Ellipse erfolgt entweder unter Benutzung zweier concentrischer Kreise mit den beiden Axen als Durchmesser oder auf Grund des Satzes von der Summe der Fahrstrahlen. Aus diesem folgt auch die Fadenconstruction der Ellipse. Es wird die Bestimmung der Brennpunkte, sowie der Krümmungsradien für die Enden der beiden Hauptaxen besprochen; der Construction der Parabel muß die Leitlinie und der Brennpunkt oder ein Punkt der Curve gegeben sein. Es werden verschiedene punktweise Constructionen und einige Eigenschaften der Tangente und Normale sowie eine daraus folgende Tangenten-Construction besprochen. Die Parabel dient häufig als Uebergangscurve, wobei eine Umhüllungsconstruction angewendet wird, Die Hyperbel besitzt zwei vollständig getrennte Zweige. Die Bestimmung der Hyperbelpunkte bei gegebener Lage der Brennpunkte und gegebener Größe der Axen wird gezeigt. Daran schließt sich die Construction der Tangenten und insbesondere der Asymptoten. Besonders häufig wird die gleichseitige Hyperbel in der Maschinentechnik angewendet. In großem Sinne verwandt mit den Kegelschnitten sind die Kettenlinien, die als Drucklinien im Gewölbebau und als Formen durchhängender Riemen, Seile und Ketten benutzt werden. Besprechung der Rollcurven, welche beim Abrollen eines Kreises auf einer geraden Linie und auf Kreisbahnen entstehen. Begriff des Rollkreises und der Wälzungsbahn. Construction der gemeinen Cycloide nebst verkürzter und verlängerter Form derselben. Construction der Epicycloiden nebst Verlängerungen und Verkürzungen. Besondere Formen der Epicycloiden und Hypocycloiden, Cardioide, gerade Linie, Astroide. Construction der Kreisevolvente, der archimedischen und der logarithmischen Spirale. Construction der Sinuslinie und der Schraubenlinie.

Examinationsfragen:

1. Welchen Zweck hat das geometrische Zeichnen?
2. Welche geraden Linien dürfen nur mit der Reißschiene und welche nur mit dem Winkel gezogen werden?
3. Was ist über das Schraffieren zu sagen?
4. Welche Linien sind beim Ausziehen von Uebergängen zuerst zu ziehen?
5. Welches sind die häufigsten Constructionen von rechten Winkeln?
6. Welcher Winkel kann in mehr als zwei gleiche Teile mit Hilfe der Zeichenwerkzeuge zerlegt werden und in wieviel?
7. Wie teilt man eine gegebene Strecke zeichnerisch genau in beliebig viele Teile?
8. Welche Verjüngung wird gewöhnlich beim Transversalmaaßstab angewendet?
9. Wie nennt man ein Gebilde, das allseitig von geraden Linien begrenzt wird?
10. Wie nennt man die Begrenzungslinien?
11. Welche gradlinig geschlossene Figur hat die geringste Seitenzahl?
12. Wie werden die regelmäßigen Dreiecke eingeteilt?
13. Welches sind die speciellen Arten der Parallelogramme?
14. Welche Eigenschaften haben die Diagonalen sämtlicher Rechtecke?
15. Welche besondere Eigenschaften haben die Diagonalen der speciellen Rechtecke?
16. Welche Beziehungen bestehen zwischen Kreis und regelmäßigem Vieleck?
17. Welche Stücke müssen zur Construction eines regelmäßigen Vielecks gegegeben sein?
18. Wo finden Dreiecke und Vielecke zeichnerisch Verwendung?
19. Wo finden Kreisbögen vielfache Verwendung?
20. Welche Arten von aus Kreisbögen zusammengesetzten Curven unterscheidet man und welches sind die einzelnen Formen?
21. Welches sind die am meisten bei Ornamenten zur Verwendung gelangenden Kreisbögenformen?
22. Welches sind die hauptsächlichsten Elemente der Bauformen?
23. Welche zweckmäßigen Curven erhält man durch Kegelschnitte?
24. Welches ist die einfachste Ellipsenconstruction?
25. Aus welchem Umstand ergiebt sich eine einfache Tangentenconstruction an die Parabel?
26. Was ist über die Projection der Normale auf die Axe zu sagen?
27. In welcher Beziehung stehen die Fahrstrahlen einer Hyperbel?
28. Welche specielle Hyperbelform kennen wir und welches ist das Charakteristicum derselben?
29. Wann erhält man eine Kettenlinie?
30. Was für Curven erhält man durch Abrollen eines Kreises auf einer gegebenen Bahn?
31. Welches sind die Hauptformen der cyclischen Curven?
32. Welches sind die Nebenformen der cyclischen Curven?
33. Kann auch auf andere Art als durch Abrollen eines Kreises auf einer gegebenen Bahn eine Curve entstehen?
34. Welche Curven finden bei der Construction der Schaufelräder von Kreiselpumpen und Gebläsen Verwendung?
35. Bei welchen Bewegungen entstehen Sinuslinien?
36. Welches ist der augenfälligste Unterschied zwischen einer Schraubenlinie und den anderen beschriebenen Curven?

Inhaltsverzeichnis.

Sachregister.

(Die beigedruckten Zahlen geben die Satznummern an.)

G. Antworten auf Wiederholungen. (D).

104. Curven, welche beim Abrollen von Kreisen auf geraden Linien oder Kreisen von einem Punkte des Rollkreises beschrieben werden.

105. Durch Abrollen eines Rollkreises auf einer geraden Linie.

106. Die Epicycloiden entstehen beim Abrollen des Rollkreises auf der Außenseite der Wälzbahn, während die Hypocycloiden beim Abrollen auf der Innenseite entstehen.

107. Die verlängerten Cycloiden stellen die Bewegung eines Kreises dar, welcher mit dem Rollkreise fest verbunden und von größerem Durchmesser als dieser ist, während verkürzte Cycloiden entstehen, wenn der mit dem Rollkreise fest verbundene Kreis, dessen Punkte die Curve beschreiben, einen kleineren Durchmesser als der Rollkreis hat.

108. Zur Construction der Zahnflanken bei Zahnrädern und Zahnstange.

109. Die gerade Linie (Rollkreis hat den Radius des Wälzungskreises als Durchmesser).

110. Man soll den Wälzungskreisdurchmesser so wählen, daß er ein ganzes Vielfaches des Rollkreisdurchmessers ist.

111. Die Cycloide entsteht durch Abwälzen des Kreises auf der geraden Linie, die Kreisevolvente durch Abwickeln der geraden Linie von dem Kreise.

112. Als Grundkreis.

113. Dadurch, daß man von je zwei vorher bestimmten benachbarten Punkten der Curve Kreisbögen mit den Tangenten an den Grundkreis schlägt. Diese Kreisbögen geben als Schnittpunkte die Krümmungsmittelpunkte für die einzelnen Teile der Evolvente.

114. Durch gleichbleibende Steigung.

115. Bei der Construction der Schaufelformen für Kreiselpumpen und Gebläse.

116. Die archimedische Spirale wird gefunden, indem man auf Leitstrahlen, welche gleiche Winkel miteinander bilden, Vielfache einer gegebenen Strecke abträgt, und zwar auf jedem Strahl einmal mehr, als auf dem in der Drehrichtung vorhergehenden. Die logarithmische Spirale wird mit Hilfe von Tabellen verzeichnet, welche für den characteristischen Winkel der Spirale berechnet sind. Man multipliciert die Werte der Tabelle mit der Länge des Leitstrahles auf der wagerechten Axe und benutzt die so gefundenen Werte als Längen der Leitstrahlen.

117. Eine ebene Curve ist eine solche, deren sämtliche Punkte in einer Ebene liegen, während die Punkte einer räumlichen Curve diese Eigenschaft nicht besitzen.

118. Die Sinuslinie entsteht, wenn man die senkrechten Abstände der Teilpunkte eines Kreises als Lote in den zugehörigen Punkten der Abwicklung des Kreises auf einer geraden Linie aufträgt und die Endpunkte durch eine Curve verbindet.

119. Die Ganghöhe einer Schraubenlinie ist der Abstand zweier Punkte der Curve, die auf dem Cylinder senkrecht übereinander liegen.

120. Nein, man kann nur das Bild der räumlichen Curve wiedergeben.

H. Lösungen der Aufgaben. (E.)

54. Construction nach Textfig. 121. r = 3,5 cm.

55. Construction nach Textfig. 125. r = 3 cm, R = 12 cm.

56. Construction nach Textfig. 129. r = 3 cm, R = 15 cm.

57. Construction nach Textfig. 126.

58. Construction nach Textfig. 137. a = 1 cm.

59. Construction nach Textfig. 135.

60. Construction nach Textfig. 138. Spalte 60° der Tabelle.

61. Construction nach Textfig. 140. AB = 7 cm.

62. Construction nach Textfig. 140. d = 8 cm, AC = 6 cm.

Lösungen der Examinationsfragen:

1. Herstellung genauer Zeichnungen unter Zuhilfenahme von Zeichenwerkzeugen, an Hand von Beispielen aus der Praxis.

2. Wagerechte, gerade Linien mit der Reißschiene, senkrechte, gerade Linien mit dem Winkel.

3. Die Abstände müssen recht gleichmäßig gehalten sein und dürfen nicht zu eng aneinander liegen. Der Schraffierwinkel beträgt meistens 45°. Bei verschiedenen Schraffuren stellt man die zweite Gruppe senkrecht gegen die erste. Die Schraffierlinien sind schwächer zu ziehen, als die Constructionslinien.

4. Die Curven.

5. Das Errichten einer Senkrechten auf einer Geraden in einem Punkte und das Fällen einer Senkrechten von einem Punkte auf eine Gerade.

6. Der Rechte und zwar in drei und in fünf gleiche Teile.

7. Man zieht von einem Endpunkt der Strecke unter beliebigen Winkel eine Gerade, trägt auf dieser die gewünschte Zahl gleicher Teile ab. Den letzten Teilpunkt verbindet man mit dem anderen Endpunkt der Strecke. Zieht man nun durch die einzelnen Teilpunkte zu der Verbindungslinie Parallele, so wird dadurch die gegebene Strecke in die gewünschte Anzahl gleicher Teile zerlegt.

8. $^1/_{10}$.

9. Eine geschlossene, geradlinige Figur.

10. Seiten.

11. Das Dreieck.

12. In rechtwinklige, gleichschenklige und gleichseitige.

13. Die Quadrate, Rechtecke und Rhomben.

14. Sie halbieren einander.

15. Beim Quadrat sind sie gleich lang, stehen aufeinander senkrecht und halbieren die Viereckswinkel, beim Rechteck sind sie gleich lang, beim Rhombus stehen sie aufeinander senkrecht und halbieren den Viereckswinkel..

16. In und um jedes regelmäßige Vieleck lassen sich Kreise beschreiben.

17. Eine Seite des Vielecks oder der Radius des Um- oder Inkreises.

18. Bei der Zeichnung von Ornamenten.

19. Beim Zeichnen von Curven..

20. Geschlossene und nicht geschlossene. Von den ersteren sind zu nennen das Oval, die Eiform, der Korbbogen, der steigende Bogen, der Spitzbogen. Zu den letzteren gehören die Spiral- und die Schneckenlinie.

21. Viertelkreise, ganze Kreise, Bogenzweiecke, Bogendreiecke.

22. Die Leiste, der Anlauf, die Kranzleiste, die Randstäbe, die Hohlkehlen, das Carnies, der Dreipaß und der Vierpaß.

23. Kreis, Ellipse, Hyperbel, Parabel.

24. Die Fadenconstruction

25. Daraus, daß die Projection der Tangente auf die Axe im Scheitelpunkt halbiert wird.

26. Sie ist gleich dem Parameter.

27. Die Differenz der Fahrstrahlen ist constant.

28. Die gleichseitige Hyperbel, bei welcher die Axen gleich lang sind und die Asymptoten senkrecht aufeinander stehen.

29. Wenn man eine Kette zwischen zwei nicht senkrecht über einanderliegenden Punkten aufhängt.

30. Cyclische Curven

31. Die gemeine Cycloide, die Epicycloide und die Hypocycloide.

32. Nebenformen der gemeinen Cycloide sind die verlängerte und die verkürzte Cycloide; der Epicycloide, die Cardioide, die verlängerte und die verkürzte Epicycloide; der Hypocycloide, die Astroide, die gerade Linie, die verlängerte und die verkürzte Hypocycloide.

33. Ja, durch Abwälzen einer Geraden auf einem Kreise.

34. Die archimedische und die logarithmische Spirale.

35. Bei allen Wellenbewegungen.

36. Die Schraubenlinie ist eine räumliche Curve, während die anderen beschriebenen Curven ebene Curven sind.