

DAR

DKD

MIEJSKA
BIBLIOTEKA PUBLICZNA
W DĄBROWIE GÓRNICZEJ

19

Od Stowarzyszenia Świątka u
do trawienia roku R. 1796.

5770.

Ad Narodzinianina Hrystosa
sa Pana 1797 = mactym
ie Dochody z r. Hrystos,
Pan Narodzit roku 3974

Ad zatorzenia Skutnichim
Polski 1246

12334567890

197

Fa Kzigska cest
Doroly Siołmce
kucy

Doni 2. 10. 1817 Kalam

Swrafa Burknyskug

Polnili

Wschodni
Jana 10. 1817

Takieżże jest
prawdziwa i ma Panu
Doroty Skotnicki
licznym od u. Jow
za Skotichingato
jest od Cyca iey
Nochonego nich nie jest
tak wladny. Dzieni ich ty
ono

Uwaga - w roku 1836. dnia 9.
Maja, to jest drugiego dnia
maja narodził się w tym Sta-
niskanie spawt drugi na 2 dnia
w tymże dniu do dnia drugie-
go ~~roku~~ tegoż dnia był zdrowy
i rósł; a od na 3 ciał gruby,
na rozpiętnie drugi pisał i było
bardzo zimno i tego dnia
widziałem Łojkii stadem przed
tymże od Porzeczny do Porzecz-
nawicy, do domu Grabskiego
było ten pierwszy ~~roku~~ -
Początek statku o 25 Sierpnia

Którymś miłoście Ksiaz
ko to jest tak promiennie
di

Chrystus Pan mowiedzi
sie 3900 Roku.

A od Sworenia Saja
ta do terazniejszego
1016 Roku, wynosi
już lat 5797.

Gdy Swiat stworzony
na 6000 lat, tedy od
tego Roku 1016. nieby
to do Skonienia Swia
to jest 303. lat.

Je kieziki mian
Wstaj Wam i teraz
Dawam sie zastata
S. do stowoda H
to teraz zastata
ja' na 3 gory
y Babin

N^o

Kartule ta książka
To: Pol: 5. dico
pieć.

Urodzonego Jozefa Ro-
mickiego. St. Inicjawi-
cia Chalickiego Burgra-
biego Lechickiego.

Rodził Roku 1701. w Cze-
pewie ^{Pod rzeszowskim} wlnym, ~~Chmurny~~
w ~~Stenickim~~ Chmurny w Le-
chickim, w Dolskowie,

ARYTMETYKA

CZYLI

NAUKA

O RACHUNKACH

Spółobem łatwym, y do wyższej Mátématyki Reguł
przytfofowanych z Autorow wyborych

ZEBRANA.



EDYCJA DRUGA.

W WARSZAWIE 1771.

Nakładem MICHAŁA GREŁA J. K. Mci Bibliopoli.

Nemo ad Divinarum, humanarumque rerum cognitionem accedat, nisi prius annumerandi artem addiscat.

S. Augustinus Lib. de Doct. Christiana.

*Do Boskich, y Ludzkich rzeczy poznania niechay się nie zbiera, ktokolwiek wprzód :
nauce o Racbunkach wydoskonalony nie będzie.*

S. A. *Sty. w Ksiedze o nauce C.*



NAUKA O RACHUNKACH.



ARYTMETYKA jest pierwsza część MATEMATYKI zamykająca w sobie naukę o liczbie,

czyli sposob rachowania. Części iey generalnie jest pięć: *Rachunek prosty, Addycya, Subtrakcya, Multyplikacya y Dywizya*

Charakterow czyli Figur Arytmetycznych jest dziesięć: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. którym dodać się zero czyli Cyfra 0. Ta przez siebie nic nieważy, ale przydana na końcu inney liczby, cenę iey dziesięć razy podnosi; tak przydana na końcu dwóch 20. czyni dziesięć razy dwa 0 jest dwadzieścia, przydana na koniec

A pięciu,

pięciu, 50. czyni dzieścię razy pięć to jest pięćdziesiąt.

Liczby rodzaje różne są: Inna jest liczba prosta *numerus simplex* jedną wyrażona figurą, *naprzykład*, 5. Inna liczba składowa, *Numerus compositus* która więcej figur w sobie zamyka *nap.* 12. 123.

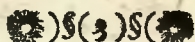
Liczby jednego gatunku *Numeri homogenei*, są te, przez które wyrażają się rzeczy jednego rodzaju *np.* same złote, same funty, lub same łokcie.

Liczby różnego gatunku *Numeri heterogenei* są te, które znaczą rzeczy różnego między sobą rodzaju *np.* Złote, Grosze, Szelągi, albo też Dni, Godziny, Minuty.

Liczby jednego gatunku, można, dodawać, odciągać, mnożyć, y dzielić, ale liczb różnego gatunku bynajmniej, aż póki niebędą na jeden gatunek redukowane.

Liczba całkowita *numerus integer* wyraża mi rzecz całą. Liczba łamana *numerus fractus* część tylko rzeczy jakiej w sobie zawiera.

Liczba



Liczba łamana wyraża się dwoma liczbami, z których jedna nad linią położona, zowie się Licznik, *Numerator*, y pokazuje mi wiele mam części z rzeczy podzieloney. Druga liczba pod linią położona, zowie się Mianownik, *Denominator* y pokazuje, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak np. $\frac{3}{4}$ znaczy że rzeczy jakiej, dajmy godziny na cztery części podzieloney, trzy części już upłynęło. Mając tudzież $\frac{2}{3}$ jednego Złotego znaczy: że złoty cały na trzy części to jest na trzy dziesiątki podzielniejszy z tych trzech części mam dwie u siebie to jest: Groszy 20.

R O Z D Z I A Ł I.

O Rachunkach Liczb Całkowitych jednego y różnego gatunku.

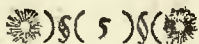
P R O P O Z Y C Y A I.

Danej Liczby cenę wyrazić.

Naprzód: Potrzeba wiedzieć, że każda Liczba od miejsca, na którym położona jest, waler swój bierze. Tak

położona na pierwszym miejscu od końca, czyli od Ręki prawey, znaczy liczby pojedyncze proste, á wyraźniey mówiąc znaczy same iedności. Położona na drugim miejscu od końca, znaczy dziesiątki, na trzecim, sta, na czwartym tyśiące, na piątym, dziesiątki tyśięcy, na szóstym sta tyśięcy, na siódmym, miliony na ósmym, dziesiątki milionow, na dziewiątym sta milionow, na dziesiątym, tyśiące milionow, y tak daley.

Powtore. Do łatwego tedy wyrażenia waloru liczby daney, sposob naylepszy być się zdaie, całą owę liczbę zaczawszy od końca porozdzielać, tak; żeby w kaźdey przedziałce, trzy liczby zamykały się. Pierwsza przedziałka będzie w sobie zamykała, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze proste. Druga przedziałka będzie w sobie zamykała, sta, dziesiątki y liczby pojedyncze tyśięcy. Trzecia, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze milionów; Czwarta sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze tyśięcy milionow. Piąta, sta, dziesiątki, y liczby pojedyncze Bilionów.



Po trzecie. Jeżeli by zaś liczba do zrachowania dana, obszerniejsza była, potrzeba prócz tego nad każdą liczbą siódmą zaczynając zawsze rachować od liczb pojedynczych, położyć znak milionów, Bilionów, trylionów, kładąc np. nad pierwszą siódmą liczbą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley.

Ta niechay będzie liczba następująca.

² 52. ¹ 329. 189. 602. 800.

Tak liczba podzielona wzwwyż namienionym sposobem; ma w sobie przedziałek pięć, że zaś w piątey przedziałce, dwie tylko liczby są, znać że tamże set nie masz, a podług ostatniego sposobu, kładąc nad każdą liczbą siódmą znak milionowy; na 2. w piątey przedziałce przypadała Biliony. Tak tedy liczbę daną wymawiam.

Pięćdziesiąt y dwa Bilionów, trzyśta dwadzieścia y dziewięć tysięcy milionów, sto osmdziesiąt y dziewięć milionów, sześć set dwa tysiące, ośm set Złotych.

Przeestroga. Gdy zaś liczbę daną pisać przyjdzie, wzgląd na to mieć potrzeba, ażeby miejsca, które się w wymawianiu opuszczają, cyframi spełniać. Tak gdy mam wyrazić: milion, dwadzieścia y pięć tysięcy, sto ośm Złotych, ponieważ w wymawianiu sta tysięcy, y dziesiątki proste opuszczam, zaczynam na ich miejscu cyfrę kładę y następującym sposobem daną Summę piszę.

I. 025. 108.

Podobnymże sposobem chcąc wyrazić dziesięć milionów, sto dziewięć tysięcy ośm dziesiąt Złotych. Miejsca pojedynczych milionów, dziesiątków tysięcy, set, y liczb pojedynczych prostych cyframi dopełniam, ponieważ w wymawianiu opuszczają się.

10. 109. 080.

PROPOZYCYA II.

Liczby dane, tak iednego, iako y różnego gatunku zbierać.

Addycya czyli dodanie, iest wielu liczb w iedną Summę zebranie, np. 2. a 3.

a 4. a 1. czynią 10. Liczby które zbieram, zowią się liczby dane do zniesienia *numeri dati*. Liczba zaś która z zebrania danych liczb wynika, zowie się kwota, czyli *summa generalna*. *Summa, aggregatum*. Ze tedy *Summa generalna*, z liczb danych, iako z części swolch, istotnie składa się; ztąd idzie: iż części owe spełna w niey mieścić się powinny, tak: żeby w *Summie generalney*, nie, ani mniej, ani więcej, nad nie, nieznaydowało się. Tak biorąc przykład poprzedzający; w *Summie generalney* 10. nie więcej, ani mniej, nieznayduie się, nad dwa, trzy, cztery, y jeden; y wszystkie te części z niey odjąwszy, *Summa cała*, bez najmniejszey reszty niknie.

Zeby tedy addycyą należycie odprawić, potrzeba *naprzod*, liczby dane porządnie jedną pod drugą ułożyć, żeby liczby pojedyncze, czyli jedności jednociom, dziesiątki, dziesiątkom, sta, stom, tyśiące, tyśiącom, korrespondowały. Bo inaczej, stom z tyśiącami, jednociom z dziesiątkami, przez omyłkę, rowny dawałibysmy walor.

Po:

Powtore, Liczby dane do zebrania tym sposobem ułożywszy, należy liniy-
ką podkryślić, pod którą, Summa gene-
ralna pisać się będzie, czym stanie się, że
Summy generalney z częściami iey nie-
zmniejszamy.

Potrzenie, Liczby dane zacząwszy od
prawey ręki kolumnami dodawać, to jest
naprzód zbierać jedności, potym dzie-
śiątki, toż sta, y tak daley. Jeżeli zaś li-
czby z iedney kolumny zebrane więcey
wynoszą nad dziewięć, w ten czas, li-
czby pojedyncze, jeżeli się, ktore od dzie-
śiątkow zostały, á jeżeli nie, to cyfre,
pod kolumną liczb pojedynczych podpi-
sawszy dzieśiątki, y sta, do kolumn dzie-
śiątkowych, y setnych odłożyć, y dopie-
ro ie do liczb, które się w owych ko-
lumnach zbierają, dodać.

Przykład Addycyi niechay będzie: Od
Stworzenia świat do Potopu, wyszło lat:

1656.

Od Potopu do Narodzenia Chryst; 2325.

Od Narodzenia Chrystusa do Roku

teraźnieyszego - - - 1770.

Zebrawszy dane liczby, Summa 5751.

Pokazuje, że od Stworzenia Świata, aż do Roku terażniejszego, upłynęło już lat 5751.

Przykład drugi.

25189.

12212.

94158.

280.

10029.

Summa

141868.

W tym przykładzie, zebrawszy *na-
przed* kolumnę liczb pojedynczych, dzie-
więć á ośm, czynią siedmnaście, a dwa,
dziewiętnaście, a dziesięć, dwadzieścia
y ośm; 8: które zamyka w sobie liczby
pojedyncze, kładę pod kolumną liczb
pojedynczych, á dwa dziesiątki zacho-
wuję do kolumny dziesiątkowej, którą
zaczynając rachować mówię *potore*,
dwa które się zostały, a dwa, są cztery,
á ośm, dwanaście, á pięć, siedmnaście, á
jeden, ośmnaście, á ośm, dwadzieścia y
sześć; á że dwadzieścia y sześć dziesią-
tkow, czynią dwieście sześćdziesiąt, za-
czym 6. dziesiątkow pod kolumną dzie-
siątkową położywszy, dwieście przeno-
szę

szę do kolumny set, y mówię: *potrze-*
cie, dwieście pozostałe, á dwa, są cztery-
 á ieden są pięć, á dwa, są siedm, á ieden,
 są ośm, gdzie że do dziesiątkow niedo-
 szedłem, kładę zaraz 8. pod kolumną set,
 y mówię *poczwarte*: Cyfra á cztery,
 są cztery, á dwa są sześć, á pięć są iede-
 naście. Ze zaś rachulę liczby w czwar-
 tey kolumnie, narachowałem iedenaste
 tysięcy, to jest: dziesiątek tysięcy ieden
 y prócz tego tysiąc ieden, który podło-
 żywszy pod czwartą kolumną, która jest
 tysięcy, mówię. *popiąte*: Ieden dziesiątek
 tysięcy który mi się został, á ieden są dwa
 á dziewięć są iedenaste, á ieden są dwa-
 naście, á dwa są czternaście, gdzie że
 czternaście dziesiątków czynią sto, y
 dziesiątków cztery, zatym 4. pod kolum-
 ną dziesiątków tysięcy podpisałwszy, ie-
 dno sto powinienbym przenieść, do ko-
 lumn y set następujących, lecz że tey ko-
 lumn y w liczbach danych nie masz, za-
 czym owe iedno sto pozostałe, kładę w
 Summie generalney przed 4. które miey-
 sce w Summie generalney na sta tysięcy
 przypada, podług *propozycji pierwszej*

Tym

Tym sposobem liczby dane zupełnie w Summę generalną zebrałem, która czyni sto czterdzieści jeden tysięcy, ośm set sześćdziesiąt y ośm *np.* Złotych.

Liczby podobne dane, można zbierać, y od lewey reki zaczynając; ale na ow czas liczby dziesiątkowe wypadające w rachunku, jedną kolumną wyżej pisać potrzeba. Daymý naprzykład:

1928.
8182.
3210.

12210.
III.

Summa generalna

13320.
2218

Dotąd o znoszeniu liczb jednego gatunku mowiliśmy. Gdy zaś do zbierania dane będą liczby różnego gatunku, *numeri heterogenei*, w ten czas procz wzwyż opisanego względem układania liczb porządku, na to ieszcze pomnieć potrzeba, ażeby liczby tegoż samego gatunku wzajemnie sobie korrespondo-

ly

ły, y w iednych kolumnach kładzione były. Naprzykład chcąc zebrać kilka liczb. danych, zamykających w sobie, Złote, Grosze, y Szelągi, Złote pod Złotem, Grosze pod Groszami, szelągi pod szelągami, pisać powinienem.

Iezeli zaś liczby niższego gatunku zebrane, wystarczaią, na złożenie liczby gatunku wyższego, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich miejscu pod niższym gatunkiem piszę resztę od złożenia wyższych liczb pozostałą; albo cyfrę, kiedy reszty zadney niemasz. Tym sposobem zbieram następujące liczby które zamykała w sobie.

Złote		Grosze		Szelągi
2356.	-	24.	-	2.
589.	-	25.	-	2.
6784.	-	16.	-	1.
4900.	-	6.	-	2.
14631.		13		1.

Liczby te do zebrania dane tym sposobem znoszę *naprzód* zaczynaiąc od *najniż-*

nizszego gatunku, który tu jest szelągów
mowie. 2. á 1. są trzy, á 2. są pięć, á 2. są
siedm. Siedm szelągów czynią groszy
2. y szeląg 1. który pod kolumnami sze-
lągów napisałwszy, groźe dwa przenoszą
do groszów, y mowie *powtore*. Grosze 2
złożone z zebranych szelągów á 6. są
ośm á 6. są czternaście á 5. są dziewię-
tnaście á 4. są dwadzieścia y trzy. Pod-
pisałwszy tedy 3. pod jednościami, dzie-
śiątki dwa do dzieśiątków przenoszę, y
mowie *potrzenie*. 2. á 1. są trzy, á 2. są pięć,
2. są siedm. Ze zaś 70. groszy, czynią Zło-
tych 2. y groszy 10. Zatem dwa Złote
do Złotych odsyłam, á dzieśiątek ieden,
pod dzieśiątkową groszy kolumną napi-
sawwszy, mowie *poczwarte*. 2. złote, zło-
żone przy zebraniu groszy, á 4. są sześć
á 9. są piętnaście, á 6. są dwadzieścia ie-
den. Gdzie znowu ieden pod jednościa-
mi napisałwszy, dwa dzieśiątki z liczbami
w kolumnie dzieśiątkowej będącemi
znoszę, y tak daley sposobem wzwyż
wyrażonym postępuję, aż nakoniec Ge-
neralna Summa danych liczb, wychodzi
mi następująca.

Zło.

☼)(14) (☼

Zło.	Gro.	Sze.
14631.	13.	1.

Sposób ten, na znoszenie liczb, pospolicie Reiestrowym nazwany, nader jest potrzebny, dla codzienney jego praktyki. Gdy zaś do zebrania dane będą ściany długie, że liczb. wiedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obciążyć niemożna, w ten czas łatwo będzie, podzielić sobie ścianę iedną, na kilka podziałów, które nayprzod w Summy parcyalne zbieram; toż parcyalne Summy owe. w iedną Summę Generalną znoszę. Wyzerunek sposobu tego w następującym mamy przykładzie.

Zło.	Gro.	Sze.	
1564.	25.	1.	Pierwszy Prze- dział, y Summa Parcyalna z nie- go.
527	12	2	
35	15		
1777	12	2	go.
492	25	1	
120	12	2	
208	20		Zło. Gro. Sze.
150	25	1	
			4877 29

100		
12	12	2
320	15	
1200	18	
84	11	
190	25	1
990	12	2
200	24	
1409	18	

Drugi przedział,
y Summa parcy-
alna z niego.

Zł.	Gro.	Sze.
4509	16	2

1200	20	
150	12	2
215	25	1
20		
8	12	2
310	18	
227	12	1

Trzeci przedział,
y Summa parcyalna
z niego.

Zł.	Gro.	Sze.
2133	11	

Summa Generalna
z Sum parcyalnych
zebrana

Złote	gro.	Sze.
11520	26	2

Przeestroga I. Liczby Reiestrowe, pospo-
licie pułcwiartkami zbierane bywają, z któ-
rych wszystkich zebrawszy Latera, nako-
niec ie na Summę generalną znośemy.
W zbieraniu zaś tych pułcwiartków, procz
wzwyż wyrażonego sposobu, iest ieszcze
inny, gdzie bez wszelkiej trudności naydłuż

szą ściągę znieść, można. Zaczawszy al-
bowiem rachować, od ostatniego gatunku,
wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą
dziesiąt, na boku kładę kreskę, resztę od dzie-
siątka pozostałą, z dalszemi liczbami doda-
jąc. Skończywszy całą kolumnę; to co się nad
ostatni dziesiątek zostaje, pod tąż kolumną,
podkładam. Dziesiątków zaś, do przenie-
szenia na drugą kolumnę zostaje mi się tyle,
ile jest kreszek na boku oznaczonych, z któ-
rych złożysz ile można, liczb wyższego
gatunku, resztę pod kolumną dziesiątkową
podpisuję. *Naprzykład.*

Złote	Grosze	Szelagi
5265	15	
582	25	1
8125	12	2
1200	8	
3299	25	1
220	19	
1099	15	
90	12	2
5718	25	1
Summa 25603	- 8	- 1

Prze-

Przeestroga II. O sposobach, któr^{ymi} Ad-
dycyi dobrze odprawionej doświadczyć
możemy, mówić się będzie niżej pod Pro-
pozycyą 4tą, tegoż Rozdziału, gdzie nauka
o tym dostateczna daie się.

P R O P O Z Y C Y A III

Liczyby tegoż samego, y różnego gatunku,
od siebie odciągają.

Subtrakcyą czyli odciągnięcie, jest wy-
nalezienie między dwoma danemi
liczbami różnicy, którą liczba większa,
liczbę mnieyszą przewyższa. Czyli jest
odciągnięcie liczby mnieyszey od liczby
większey. *Naprzykład.* odciągając 5 od 8
szukam takiej liczby, którą, ośm y pięć
między sobą różnią się, to jest, którą do-
dana do pięciu, czyni ośm, a odcięta od
ośmiu, czyni pięć, iaka w terażniey-
szym przykładzie jest liczba 3. W Sub-
trakcyi liczba ta, od której odciągam,
zowie się wię' szą *Summa major*. Ta
którą odciągamy; mnieysza *Summa minor*.
Liczba z odciągnięcia wypadająca, zo-
wie

B

wie

wie się reszta, różnica, lub przewyższka *Residuum*, *differentia*, *vel Excessus*. Liczby do odciągnięcia dane, obydwie tegoż samego gatunku, być powinny, liczba albowiem mnieysza jest częścią liczby większey, część zaś zawsze powinna być podobna rzeczy tey, którey jest częścią.

Chcąc tedy Subtrakcyą należycie uczynić, potrzeba *naprzód* w ułożeniu liczb, tenże sam, co w Addycyi, zachować porządek, a podłożywszy liczbę mnieyszą pod liczbą większą, podkryślić je linią.

Powtórę Odciągać osobno, zacząwszy od końca kolumnami, iedności od iedności, dziesiątki od dziesiątków, sta od setek, iezeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mnieysza, od liczby położoney, którą mam cięgać, w ten czas z następującey kolumny pożyczają się dziesiątek; ale pożyczając go od liczby wyższej, ta zmniejsza się iednym, przeciwnie zaś liczbą niższą iednym przyrasta, oney pożyczając, t^o zaś liczba, od której pożyczam, dla pamięci kropką naznacza się.

Po-

Potrzebie. Gdy odciągnąwszy liczbę niższą od wyższej, nie się niezołtaie; przy początku rachuby, kładzie się pod liniyką cyfra 0, przy końcu liniyka podługowata.

Przykład pierwszy. Podług komputu Petawiusza od stwórczenia świata aż do Roku terażnieyszego upłynęło lat 5744 A od Narodzenia Chrystusa Páná 1770. Pytam którego Roku Swiata Chry- — flus rodził się; y dochodzę, że - 3980 Lubo inni twierdzą: że siedmnaśtu lat później to jest Roku Swiata samego 4000

Przykład drugi. Powszeczne jest Historyków naszych zdanie, że Lech I. Roku od Narodzenia Chrystusa 550. w Sarmackie wszedł krajny, y Polskę założył, pytam wiele lat Polska stoi? Położywszy Rok terażnieyszy za liczbę większą, a Rok 550. za liczbę mnieyszą, Subtrakcyą następującym sposobem czynię.

	1770
	550
Polska tedy stoi już lat	1220.
B2	Przy-

☀)§(20)§(☀

Przykład trzeci. Rodził się kto, Roku 1736 pytam, wiele lat ma?

1770.

1736.

Reszta - - 34.

Przykład czwarty. Sztukę Drukarską wynaleziono w Niemczech Roku 1440. pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło?

1770

1440.

Reszta 330.

Przykład piąty Dano na expens Zło. 1014
z tych wydałem 735

Zostaie się reszta 279

W tym przykładzie, ponieważ 5 od 4 odciągnąc niemogę, zaczym pożyczam dzieśiątkę od wyższej liczby w następującej kolumnie, którą znaczę kropką, y mówię *naprzod.* 5 od 14 zostaie mi się 9
ktò-

którą 9 pod ostatnią kolumną niżej liniyki piszę. A że znowu w następującej kolumnie, 3 od cyfry odciągać nie mogę, gdyż 1. tamże położone już pożyczylem do ostatniej kolumny, przeto z następującej trzeciej kolumny, dziesiątką pożyczając mi przychodzi; lecz że y tam cyfrę tylko znajduię, idę do czwartej kolumny, z kąd jedno, które tylko samo tamże jest do cyfry w trzeciej kolumnie przeniosłszy, y naznaczywszy mam 10. z tych 10. pożyczam znowu jednego, do cyfry w drugiej kolumnie, z którą czyni mi 10. na miejscu zaś 10. w trzeciej kolumnie nie zostało mi się tylko 9. To uczyniwszy mówię *powtore*: 3. od 10. zostało się 7. które 7. piszę niżej liniyki pod drugą kolumną, y mówię *potrzecie*: 7. w trzeciej kolumnie od 9 zostało mi 2. y te 2. piszę niżej liniyki pod trzecią kolumną. W czwartej kolumnie, liczby mniejszey już nie masz. W liczbie większey położone jest wprawdzie 1. lecz go już do cyfry w trzeciej kolumnie pożyczylem, z kąd to 1 w czwartej kolumnie, teraz już nic nie waży, a

zatem danych liczb, Subtrakcyą zupeł-
nie zakończyłem. Z danych tedy na Ex-
pens 1014. Złotych, wydawszy 735. zo-
stawać mi się powinno 279.

Iżeli liczb parcyalnych, do odciągnię-
nia z Summy generalney, danych będzie
wiecey, w ten czas wszystkie wprzod li-
czby parcyalne do odciągnięcia dane,
w jedną Summę zebrać potrzeba, toż
Summę z nich zebraną, od Summy ka-
pitalney, sposobem wzwyż wyrażonym
odciągnąć. Niechay będzie danych na
Expens Złotych. . . i o o o o

Z tych wydało się raz	1590.
drugi	3480
trzeci	759
czwarty	2000

Summy parcyalne zebrane	7829
-------------------------	------

Reszta od Summy pozostała	2171
---------------------------	------

Gdy zaś do odciągnięcia dane będą
liczby różnego gatunku, w ten czas róż-
wnie iak w Addycyi liczby każdego ga-
tunku potrzeba pod sobą ułożyć, a gatu-
nek

nek od gatunku odciągnąwszy, resztę pod kolumnami onymże korrespondującemi pisać. Ile razy zaś liczba niższa, większa będzie od wyższej w tymże samym gatunku, a przeto odciągnąć iey nie będzie można; tedy z następującego wyższego gatunku pożyczą się iedno, a zredukowawszy go na tenże sam gatunek, który odciągamy, łączę z liczbami w tymże samym gatunku na miejscu wyższym będącemi, y dopiero od nich liczbę niższą odciągamy. Tak np. nie mogąc odciągnąć szelągów 2 od 1, z następującego gatunku groszy, pożyczam grosz 1. a zredukowawszy go na szelągi, mam szelągów trzy. Dodaję do nich szeląg 1. od którego niemogłem odciągnąć szelągów 2. y mam już szelągów 4, od których teraz 2 na niższym miejscu będące odciągnąć mogę:

Przykład. Będąc winnym komu Złotych 5728 groszy 21 wypłaciłem już Złotych 2982, groszy 25, Szeląg 1. Pytam, wiele mu się jeszcze należy odemnie? kładę liczbę większą w pierwszej linii, a

mniey-

mniejszy w drugiej. Toż rachunek
wzwyż opisanym odprawiam sposobem.

	Zł.	Gro.	Szeląg
Liczba większa	5728	21	
Liczba mniejsza	2982	25	1.
Reszta z należącego się długu.	2745	25	2

W tym przykładzie że na miejscu
wyższym w ostatnim gatunku, szelągów
nie ma, pożyczam od wyższego gatun-
ku to jest od groszy, grosz 1. a zreduko-
wawszy go na szelągi 3. odciagam od
nich szeląg 1. na miejscu niższym poło-
żony, y zostające mi się szelągi 2 piszę
pod kolumną szelągów. Idę potym do
wyższego gatunku groszów. Grosz 1.
na miejscu wyższym położony iużem
przeniósł do szelągów, zaczym tam sa-
ma zostaje się cyfra, do której z następu-
jącej kolumny przenoszę ieden, y mam
groszy 10. od tych odciągnawszy 5, zo-
staie mi się jeszcze 5, które piszę pod
pierwszą kolumną groszy. W drugiej
ko.

kolumnie groszy, od 2. na wyższym miejscu będących pożyczylem już 1. a zatym tylko się mi tamże 1. już zostało, od którego że dwóch na miejscu niższym będących odciągnąć nie mogę; biorę od następującej kolumny Złotych Złoty jeden, a zredukowawszy go na trzy dziesiątki groszy, łączę do nich dziesiątek 1. w dziesiątkowej kolumnie groszy pozostały, y mam dziesiątków 4 od których odciągam 2. na miejscu niższym położone, a resztę 2. piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Toż postępuję do Złotych, a odciągnawszy 2 od 7, 8 od 12, 9 od 16. 2 od 4, mam wypadającą resztę, należącego się jeszcze kredytrowi odemnie długu.

Złote	Gro.	Sze:
2745	25	2

Przykład drugi. Zdanych na Expens 728 Złotych, wyexpensowałem Złotych 635, groszy 25, szeląg 1. pytam wiele mi się jeszcze zostało?

Złote

Złote Gro. Sze.

728

635

25

1

Reszta

92

4

2

W tym przykładzie, że Summa większa, niema groszy, ani szelągów specyfikowanych, od którychbym grosze y szelągi w mnieyszey liczbie specyfikowane odciągnął, z tey przyczyny w Summie większey pożyczwszy od Złotych Złotego iednego, redukuję go na groszy 30, z tych 30. groszy biorę znowu grosz 1. y redukuję go na szelągów trzy, tym sposobem mam już od czego odciągnąć wszystkie gatunki, w niższej liczbie specyfikowane, właśnie gdyby liczba większa tym sposobem wyrażona była. Złotych 727 groszy 29 szelągów 3.

Przeftroga I. Jeżeli liczb mnieyszych, danych do odciągnięcia z Summy większey będzie kilka, lub kilkanaście, w tenczas toż samo czynię, co się wyżej o liczbach iednego gatunku w tym samym razie powiedziało, to jest, zbieram naprzod przez Addycyę

wszystkie Summy parcyalne dane do odciagnienia, w iedną Summę. To uczyniwszy Summę owę z Sum parcyalnych do odciagnienia danych zebraną, od Summy Generalney odciągamy. Naprzykład z danych na *Expens.*

	Złote Grosze Szelagi		
	1000		
Wydałem raz	238	12	2
drugi	150	25	1
trzeci	84	10	
czwarty	300	25	1
Summy parcyalne zebrane	774	13	1
Reszta od Summy generalney.	225	16	2

Przeestroga II Gdy Summa zebrana z liczb danych do odciagnienia, przewyższa Summę, od której należałoby odciągać liczby dane, co się często przytrafia w Reiestrach *expensowych*, (gdzie nad *Perceptę* więcej częstokroć *expensować* przychodzi) w ten czas położenie Sum odmienić potrzeba, tak żeby Summa generalna drugie miejsce trzymała, gdyż w tym razie, nieszukamy-

*my reszty od kapitału, którey już żadney
nie masz, ale raczey dochodzimy Super ex-
pensy nad kapitał. Doymy naprzykład
danych na Expens.*

	Złot.	Grosz.	Sze.
	892		
Z tych wydało się raz	234	15	
drugi	325	20	2
trzeci	100	12	2
czwarty	59	25	1
piąty	218	12	2
Summy parcyalne			
zebrane	938	26	1
Summa dana na Expens	892	11	
Reszta pokazuje super	46	26	1
expensę.			

*Przeſtroga III. Spoſòb na doſwiadcze-
nie dobrze uczynioney Subtrakcyi: w naſtę-
puiącym Rozdziale.*

P R O P O Z Y C Y A I V

*Dowieſć naleŹyćie uczynioney Addycyi, y
Subtrakcyi.*

W Addycyi liczby do znieſienia da-
ne, wſzyſtkie w Summie ge au

ney zamykają się, a zatyż Summy o-
y są częściami, tak że z nich cała isto-
e składa się. Dowieść tedy dobrze
czynioney Addycyi, nic innego nie
est, tylko pokazać, iż Summa general-
na, wszystkie liczby dane spełna zamy-
ka w sobie, a zatyż liczbom danym we
wszystkich swoich częściach zupełnie
jest równa. Czego żeby doświadczyć,
dosyć będzie po uczynioney Addycyi,
jedną z liczb pojedynczo danych, odłą-
czyć, a wszystkie inne bez niey zebra-
wszy, od kwoty czyli z Summy general-
ney odciągnąć. Tym sposobem reszta
od Summy po odciągnięciu pozostała,
powinna być równa we wszystkich
swoich częściach, liczbie owej jednej
z liczb danych wyłączoney; inaczej
znakby był Addycyi źle uczynioney. To
doświadczenie Addycyi jest naypewniej-
sze, y-funduje się na owym *axymacie*
czyli prawdzie niezawodney Geōmetry-
czney. Jeżeli z danych dwóch Sum,
lub rzeczy iakichkolwiek we wszystkim
między sobą równych, odcięte będą in-
ne

ne we wszystkim-między sobą równe Summy, lub rzeczy, tedy reszty od nich pozostałe równe być powinny. *Si ab aequalibus demas aequalia, quae remanent sunt aequalia.*

Tak w następującym przykładzie, z liczb trzech do zniesienia danych, odciawszy np. pierwszą, a drugie dwie osobno zebrane od Summy generalney odciagnawszy, reszta wypadająca, liczbie pierwszej odciętej równa być powinna.

	Złot	Gro.	Szelągi
Odcinam	200	25	1
Zbieram	98	12	2
	314	15	
Summa generalna	613	23	2
Zbiór dwóch liczb niższych.	412	27	2
Reszta	200	25	1

Liczbie pierwszej odciętej we wszystkim równa.

W Subtrakcyi liczba mnieysza, która się od liczby większej odciąga, y reszta po odciągnięciu pozostała, są dwie części

ści istotne, z których liczba większa, od której odciągamy, składa się. Zaczynam Summa z tych dwóch części między sobą zniefionych wynikająca, danej liczbie większej równa we wszystkim być powinna, jeżeli zaś z nią niezgadza się, znak jest omyłki jakiegosi w Subtrakcyi. Doświadczenie to jest także niezawodne, y załatwia się na owym Axiomacie Geometrycznym. Rzecz cała równa jest wszystkim swoim częściąom wraz wziętym, y wszystkie części wraz wzięte, wyrównywaią rzecz całą, której są częściami. *Totum est aequale omnibus suis partibus simul sumptis, & partes omnes simul sumptae adaequant totum.* Dajmy przykład.

	Złote	Gro.	Sze.
Liczba większa	2712	25	1
Liczba mnieysza	1820	12	2
Reszta	892	12	2
Summa reszty z liczbą. mnieyszą zniefioney.	2712	25	1

Równa we wszystkim liczbie większej, od której liczbę mnieyszą odciągało się. Do-

Doświadczaiaę reszcie Addycyi y Subtrakcyi, przez wyrzucenie liczby dziewiątkowey, który sposób, lubo przy nim rachunek bardzo łatwo zfałszować można, przecież dla wiadomości tu kładzie się

W Addycyi tedy, *nayprzod* z liczb do zniesienia danych, iakimkolwiek rachując je porządkiem, każde wypadaiące dziewięć wyrzucam; resztę z dalszemi liczbami znoszę, a nakoniec liczbę, która mi się po wyrzuceniu ostatnich dziewięciu zostaje, piszę na miejscu osobnym.

Powtórę toż samo czynię w kwocie czyli w Summie zebraney, z której tyle razy, ile mogę, wyrzuciwszy dziewięć, ostatnią liczbę po wyrzuceniu wszystkich dziewięciu pozostałą, powinienem mieć równą liczbie, od liczb do zebrania danych zostaiącey się, iako jest w następującym przykładzie 7.

2350

323

400

858

— — —

3931

7 | 7

Tymże

Tymże samym sposobem czynię w Subtrakcyi: gdzie liczby od dziewięciu pozostałe, naprzód w Summie większey od którey odciągają, a potym w Summie mnieyszey, którą odciągają, y wreszcie, równe bydz powinny, iakie są w następującym przykładzie 3.

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \\
 7 \quad 9 \quad 8 \quad 1 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 3 \quad 9
 \end{array}
 \quad - \quad 3 \mid 3$$

Prześtroga I. Jest jeszcze wiele innych na doświadczenie dobrze odprawionej Addycyi y Subtrakcyi sposobów; które, że albo przydłuższą rachubą zatrudniają; albo przez najłepsiące wyższej Arytmetyki reguły odprawiają się.. dlatego tu pomijam. Procz tego pieruszym sposobem niezawodnym, dobrze odprawioną Addycyi y Subtrakcyi doświadczywszy, rzecz wcale niepotrzebna jest, innemi na doświadczenie tegoż samego zatrudnić się sposobami.

Prześtroga II. Rzecz oczywista jest, że prob tu nawet wyrażonych, w liczbach

C

przy-

przydłuższych y różnego gatunku, z wielką trudnością zażyć można. A ztym na doświadczenie dobrze uczyniony Addycyi y Subtrakcyi, nayskuteczniejszy podobno sposòb będzie; po uczynioney pierwszej rachubie, drugi raz onę z zupełną powtórzyć attemyq, zaczynając rachować z góry, ieżeliśmy przed tym z dołu zaczynali, albo też zaczynając rachować od lewey ręki

PROPOZYCYA V.

Liczby iednego, y różnego gatunku, Multiplikować.

Multiplikacya iest iedney liczby przez drugą rozmnożenie, z ktorych liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiej mieści się iedno, na przykład: Multiplikować cztery przez dwa, nic innego nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, w ktorey tyle razy mieści się cztery, ile razy w dwóch mieści się iedno; iaka liczba w tym razie będzie ośm, bo iako iedno we dwóch, tak cztery w ośmiu dwa razy zupełnie zamyka się.

się. W Multyplikacyi liczba ta, która się rozmnaża, zowie się liczba mnożna, *Multiplicandus*, ta przez którą moltiplicujemy, liczba mnożąca, *Multiplicator*. Summa z tey Multyplikacyi wynikająca, zowie się Produkt. *Productum vel Factum*.

Gdy tedy liczby do rozmnożenia przez Multyplikacyą dane będą, w ten czas naprzód liczba mnożąca *Multiplicator*, pod liczbą daną do mnożenia podkłada się tak; żeby jedności jednościom, dziesiątki dziesiątkom, setki setkom, korespondowały. Potym obydwie te liczby podkryślałą się liniyką. Cyfry zaś na końcu liczby tak mnożney, iako y mnożącey będące, można przed moltiplicacyą ieszcze odciąć, y dopiero do Produktu je przydać.

Powtórę Przez liczby Multyplikatora pojedynczo wzięte; wszystkie liczby w mnożnym zaczynając od końca osobno mnożyć, y produkt z nich wynikający, niżej liniyki pod kolumnami, sposobem w Addycyi podanym, pisać. Mnożąc zaś przez jedności, produkt zaczy-

Ca

na

na się pisać od kolumny jedności, mnożąc przez dziesiątki, produkt zaczyna się pisać od kolumny dziesiątkow, mnożąc przez set, od kolumny set.

Potrzenie. Jeżeli produkt dla wielu liczb w Multyplikatorze, w wielu zamyka się Summach, te znowu liniąką podkryślam, y w jedną Summę zbieram, która na ow czas pokaże mi produkt generalny.

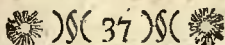
Przykład pierwszy. Pytam wiele czynią Złotych, Talerow bitych 3 429. Ponieważ w jednym Talerze bitym jest Złotych 8. zaczym przez te 8. Summę Talerow daną multiplykować powinienem co tym sposobem czynię.

$$\begin{array}{r} 3429 \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Produkt 27432 pokazuję mi, że 3 429 Talerow, czynią Złotych 27432.

Przykład drugi 1234 Żołnierzom mającym wystrzelić 13 razy, wiele ładunkow potrzeba?

$$1234$$



1234

13

—

3702

1234

—

Produkt 16042

W tym przykładzie podłożywszy Multiplikatora 13 pod liczbę mnożną 1234, podkryślamie linią, y mówię *naprzód*: Trzy razy cztery, są dwanaście, więc dwa pod kolumną jedności położywszy, dzieśiątek jeden do kolumny dzieśiątkowej zachowuję, y mówię *Powtore*: trzy razy trzy są dziewięć, a jedno pozostałe, dzieśięć, więc cyfrę pod kolumną dzieśiątkową napisałwszy, i. zostawiam do set, y mówię *potrzebie*: trzy razy dwa, są sześć, a jeden pozostały są 7. które zaraz pod kolumną set piszę, y mówię *poczwarte*: trzy razy jeden, są trzy, zaczym 3. zaraz pod kolumną tysięcy napisałwszy; biorę drugą figurę z Multiplikatora, która jest na miejscu dzieśiątkow, y mówię *popięte* raz cztery, są cztery. Tu że przez drugą figurę Multiplikatora,

liczbę

liczbę daną mnożę; zatym produkt na drugiej linii pisać powinienem, a że ta figura Multiplikatora. położona jest na miejscu dziesiątkow, tedy produkt od kolumny liczb dziesiątkowych pisać zaczynam, y 4 z Multiplikacyi wypadające kładę pod cyfrą. To uczyniwszy mówię *po prostu*: raz trzy są trzy, które pod następującą set kolumną piszę, y mówię *podobnie*: raz dwa są dwa, te pod następującą tysięcy kolumną podpisa-
wszy, mówię *po prostu*: raz jeden, jest ie-
den, który w osobney dziesiątkow tysięcy kolumnie piszę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z Multiplikacyi liczb danych zamyka się w dwóch wierszach, przeto podkryślam-ie linią, y do ie-
dnej Summy znośę, która nakoniec po-
kazuje mi, że tyśiącowi dwomset, trzy-
dziestu y czterem Żołnierzom, mającym
wystrzelić trzynaście razy, potrzeba ładunkow sześnaście tysięcy czterdzieści y dwa. Gdzie jeszcze y to pomnieć po-
trzeba, że w danym przykładzie, rzecz wcale niepotrzebna była, multiplikując przez drugą Multiplikatora figurę, to
jest

jest przez iedno, wszystkie liczby w mno-
żnym pojedynczo mnożyć, ale dosyć by-
ło, zacząwszy od kolumny dzieśiatko-
wey, porządkiem ie w drugim wierszu
napisać, bo iedno, iako mnożyć, tak dzie-
lić liczb żadną miarą niemoże. Tak w
Multiplikacyi, raz cztery są zawsze czte-
ry, a w dywizyi, cztery podzieliwszy
przez iedno, mam zawsze cztery.

Przykład trzeci. Kupując ośm set be-
czek wina, po trzyta Złotych, pytam
wiele za wszystko należy się?

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 00} \\ 3 \overline{) 00} \\ \hline 240000 \end{array}$$

W tym przykładzie, odciawszy cy-
fry dwie zliczby do rozmnożenia danej,
y drugie dwie z Multiplikatora, multy-
plikuję tylko ośm przez trzy, a do pro-
duktu 24. odcięte owe przed multypli-
kacya cztery cyfry dodawszy, mam pro-
dukt generalny dwóch kroć czterdzieści
tysięcy Złotych, które za ośm set be-
czek

czek wina dać powinienem, płacąc każdą beczkę po Złotych trzystu.

Przykład czwarty. Grzywnę srebra płacąc po Złotych siedmdzieściu, wiele dam za Grzywien srebra sto dwadzieścia?

12 | 0

7 | 0

—————

Produkt 8400

Dotąd mowiliśmy o Multyplikacyi liczb, w których jeden gatunek jest w Multyplikatorze, y jeden, w liczbie danej do mnożenia.

Przystępujemy teraz do mnożenia liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających, o których nauka w trzech następujących mieści się regułach.

Reguła pierwsza. Jeżeli liczba dana do mnożenia, z wielu gatunków, a Multyplikator z jednego składa się, tedy przez Multyplikatora, każdy gatunek w liczbie danej do mnożenia, multyplikuje się, a po odprawioney Multyplikacyi wszystkich gatunków, nakoniec gatunki niższe na gatunek wyższy zredukowane,

pro-

produkt liczb do mnożenia danych zupełny pokażą.

Przykład. Rok zamyka w sobie dni 365 y godzin 6, pytam wiele jest dni w latach dziesięciu? Czego następującym sposobem dochodzę.

	Dni	Godzin
	365	6
Lat	10	10
Produkt dni	3650	60

Godziny te podzieliwszy przez 24. ile ich w dniu jednym zamyka się, mam dni 2. y pozostałe jeszcze godzin 12, które dwa dni y godzin 12 przez Addycyą z Produktem dni złączysz, mam generalny produkt dni 3652, y godzin 12. z których zupełnie składają się lat 10.

Reguła druga. Jeżeli w liczbie danej do mnożenia gatunek jeden, a w Multyplikatorze, gatunków kilka będzie, tedy przez każdy gatunek Multyplikatora multyplikuje się osobno liczba do mnożenia dana, a po skończonej zupełnie Multyplikacyi, gatunki niższe na gatunek

nek naywyższy zredukowane, produkt generalny dadzą.

Przykład. Grzywna Polska ma w sobie Złotych 1. groszy 18. pytam: Grzywien 421 wiele czyni Złotych?

	421	421
	1	18
Produkt	421	7578

Pokazuje, że 421 Grzywien, czynią Złotych 421 y groszy 7578, które to grosze zredukowane na Złote, czynią Złotych 252, groszy 18. Co przez Addycyą do produktu Złotych dodawszy, ma produkt generalny Złotych 673, y groszy 18. wynikające z Grzywien 421.

Regułą trzecią. Jeżeli tak w liczbie do rozmnożenia daney, iako y w Multyplikatorze, będą różne gatunki, w ten czas w obydwu liczbach, wszystkie gatunki, na najmniejszy gatunek redukować potrzeba, y dopiero mając liczby obydwie w jeden gatunek zbite, multyplikować je między sobą, a produkt ztey multyplikacyi wynikający na naywyższy gatunek zredukować.

Przy-

Przykład. Expensule ktò na dzień ordynaryinie Złotych 74. groszy 20. pytam ile wyexpensule przez Ròk, y dni 80. W tym przykładzie, redukuję naprzód Ròk na dni 365, do których dodaje dni ośmdzieśiat, y mam wśzystkich dni 445. toż, redukuję Złotych 74. na groszy 2220. do których przydawszy groszy 20, mam razem groszy 2240, które przez dni 445 zmultiplikowawszy, y zredukowawszy potym na Złote, mam produkt liczb danych.

$$\begin{array}{r} 2240 \\ 445 \end{array}$$

$$11200$$

$$896$$

$$896$$

Produkt groszy 996800

Grosze te podzielone przez 30, a tym samym zredukowane na Złote, czynią mi Złotych 33226. y groszy 20. Zaczynam Summa pieniędzy potrzebna jest na Ròk 1. y dni 80. mającemu codziennie expensować Zł. 74. y gr. 20.

Prze-

Przeestroga I. Do łatwości w *Multiplikacyi* nic więcej pomoc niemoże, iako umieć doskonale, ile czyni liczba jedna przez drugą *multiplikowana*. W pomnieyszych liczbach aż do pięciu, łatwo tego na pamięć doysć możemy, iako naprzykład, że dwa razy dwa, są cztery, trzy razy cztery, są dwanaście, dziewięć razy pięć są czterdzieści y pięć. Lecz gdy liczby obydwie, które między sobą *multiplikuię*, większe są od pięciu, w ten czas do łatwego liczb owych rozmnożenia, pierwszy sposob iest, rachować na palcach zaczynając rachować od sześciu, iedną liczbę na palcach ręki prawey, drugą na palcach ręki lewey, y ciagnąć ie do punktu, na którym liczba stoi. Naprzykład chcąc wiedzieć wiele czyni siedm razy ośm? Biorę naprzód siedm, a u prawey ręki zginając dwa palce mówię, sześć, siedm; biorę potym ośm, a u lewey ręki zginając trzy palce, mówię: sześć, siedm, ośm. Palce w rachunku zgięte, znaczą dziesiątki, których w terażnieyszym przykładzie, iest pięć, palce pozostałe, znaczą iedności, których tu iest w prawey ręce trzy, a w lewey dwa, te znówu między sobą zmultiplikowawszy, dwa

razy

razy trzy, są sześć, y że sześć, które z ich multiplikacyi wynikają, przydawszy do pięciu dziesiątkow, które się znaczą przez palce zgięte, mam produkt zupełny dwoch liczb danych, pięćdziesiąt y sześć, to jest: siedm razy ośm, czynią mi pięćdziesiąt y sześć. Toż czyni, mając mnożyć sześć razy sześć, sześć razy siedm, siedm razy siedm, sześć razy ośm, sześć razy dziewięć, siedm razy dziewięć, ośm razy ośm, ośm razy dziewięć, dziewięć razy dziewięć.

Drugi sposób. Do łatwego doyscia, ile czyni liczba jedna przez drugą zmultiplikowana, jest Tablica od Pitagoresa Filozofa, pierwśnego iey wynalazcy, Pitagoresową nazwana. Na tey, dwoch liczb zadanych jedney z góry, drugiej z boku, kolumnę biorę, a liczba, na którą ie dwie kolumny schodzą się, jest należyty ich produkt. Naprzykład chcąc wiedzieć, wiele czyni siedm razy dziewięć, biorę siedm w pierwszey linii gorney, a dziewięć w linii poboczney, ktorych liczb kolumny że się schodzą na liczbie 63. Zaczynam 63 jest produktem liczb danych, to jest siedmiu y dziewięciu.

TA.

T A B L I C A

PITAGORESOWA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Przeſtoga II. *Tablicę Pitagoreſową*
Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym prze-
myſleni na więcey ruchomych Tabliczek po-
dzielił, za których pomocą, Multyplikacyą
y Dywizyą, z wielką łatwością odprawić
można.

Tabli-

Tabliczek takowych, z drzewa, lub z miedzianych, robi się dziewięć, lub więcej podługowatych, czworokątnych, każda z nich, równym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratów małych; a te znowu linią poprzeczną, od kąta ręki prawej z góry, do kąta ręki lewej na dół, rozcinają się na dwa trojgrania, prócz iedney tabliczki, na której kwadraty linią poprzeczną nie rozcinają się, ale w każdym z nich piszą się naturalnym porządkiem liczby, zaczynasz od 1. aż do 9. y zowią się wielorazy.

W Trojgrania na Tabliczkach, przez rozcięcie kwadratów porobione, wpisują się liczby z kolumn Tablicy Pitagorejskiej, tak: żeby liczby dziesiętkowe w wyższym trojgraniu od lewej ręki, a iedności w niższym od ręki prawej były. Ze zaś każda takowa podługowata Tabliczka jest czteroboczna, zaczynam na każdym boku można inne kolumny z Tablicy Pitagorejskiej wpisać, nap. na iednym boku kolumnę z pod 1. na drugim kolumnę z pod 2. na trzecim z pod 3. y tak dalej. Tym sposobem, gdy iedną liczbę przyjdzie nam brać kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znajdzie się. Tymże sa-

my

mym końcem na dwóch, lub trzech Tabliczkach, same cyfry popisać trzeba, dla zażycia ich w potrzebie.

Tak zrobione y zapisane Tabliczki Nepera, do Multyplikacyi następującym zażyte bywają sposobem. Chcąc naprzykład Multyplikować 578. przez 28, biorę naprzód Tabliczki E. G. H. na których u wierzchu są liczby 5. 7. 8. do Multyplikacyi dane, y ułóżę je wzdłuż iednę przy drugiej, tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. Powtóre. Wziąwszy Tabliczkę A, z liczbami naturalnemi, kładę ją na lewym boku Tabliczek już ułożonych, y biorę na niej liczby 2. y 8. z których Multyplikator składa się. Potrzebie. Poprzeczna kolumna, liczby 8. która w Multyplikatorze znaczy iedności, jest produkt z Multyplikacyi danej liczby 578. przez 8. a poprzeczna kolumna liczby 2. która w Multyplikatorze znaczy dziesiątki, jest produkt z Multyplikacyi liczby danej 578. przez dziesiątkow 2.

Zbieram teraz te obydwa produkty, a naprzód produkt wynikający z Multyplikacyi przez 8. to jest: biorę naprzód z ostatniego trojgrania 4. y piśzę ie na osobney karcie

na

na miejscu jedności, potym w następującym, poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 6 y 6. które czynią 12, zaczynam dwa napisać przy czterech na miejscu dziesiątków, i. przenoszę do trzeciego podługowatego kwadratu; to i. dodane do pięciu y do cyfry, w tymże kwadracie będących czyni 6. y te 6. piszą się przy dwóch na miejscu set, na koniec na miejscu tysięcy, z następującego pierwszego od lewej ręki trojgrania pisze się 4. y wychodzi cały produkt z Multyplikacyi liczby danej, przez 8. ten 4624. Tymże samym sposobem zbierając liczby z poprzeczney kolumny 2. mam produkt 1156. Ze zaś 2. w Multyplikatorze znaczyły dziesiątki, przeto produkt z kolumny 2 zebrany, zaczynam od końca pisać pod dziesiątkami produktu z 8. tak iak pospolicie czyni się w prostey Multyplikacyi.

4624.

1156

Te dwa parcyalne produkty zebrawszy, mam na koniec liczb do mnożenia danych produkt generalny.

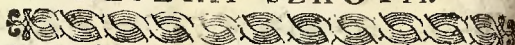
16184

D

TABLI.

T A B L I C Z K I

NEPERA SZKOTA.



2	3	4	6	9		I	5	7	8
—	—	—	—	—		—	—	—	—
4	6	8	2	8		2	0	4	6
—	—	—	—	—		—	—	—	—
6	9	2	8	7		3	5	1	4
—	—	—	—	—		—	—	—	—
8	2	6	4	6		4	2	2	3
—	—	—	—	—		—	—	—	—
I	I	2	3	4		5	2	3	4
—	—	—	—	—		—	—	—	—
0	5	0	0	5		6	3	+	4
—	—	—	—	—		—	—	—	—
2	8	4	6	4		7	3	4	5
—	—	—	—	—		—	—	—	—
I	2	2	4	6		8	4	5	6
—	—	—	—	—		—	—	—	—
4	I	8	2	3		9	5	9	6
—	—	—	—	—		—	—	—	—
I	2	3	+	7		8	4	5	6
—	—	—	—	—		—	—	—	—
6	4	2	8	2		9	0	6	4
—	—	—	—	—		—	—	—	—
1	2	3	5	8			4	6	7
—	—	—	—	—			—	—	—
8	7	6	4	1			5	3	2

Przeestroga III, Sposob na doświadczenie dobrze odprawioney Multyplikacyi, dany będzie w Propozycji siódmej tego Rozdziału.

PROPO-

✿)§(51)§(✿
P R O P O Z Y C Y A VI.

*Dane liczby iednego, y roznego gatunku
dzielić.*

DYwizya, czyli dzielenie, iest wynalezienie liczby takiey, ktora tyle razy zamyka w sobie iedno, ile razy w liczbie do podzielenia daney, liczba mnieysza przez ktora dzielę, mieści się: *na przykład:* dzieląc dziewięć przez trzy, szukam takiey liczby, w ktorey tyle razy zamyka się iedno, ile razy trzy w dziewięciu mieści się, iaka liczba wte-
raźniejszy przykładzie iest 3. a dokła-
dnie mówiąc: Dywizya iest wynalezie-
nie liczby takiey, ktora mi pokazuje, ile
razy z dwoch liczb do podzielenia da-
nych, w liczbie większey, liczba mniey-
sza, brać się może; tak podzieliwszy pię-
tnaście przez trzy, z tego pódzielenia
wypadające pięć, pokazuią mi, że trzy
w piętnastu, mieszczą się pięć razy,
Z liczb do dzielenia danych, liczba wię-
ksza, ktora mam dzielić, zowie się Li-
czba podzielna *Dividendus*. Liczba mniey-
sza

Dz

sza

sza przez którą dzielę, zowie się Dzielnik *Divisor*. Liczba nakoniec z Dywizyi wynikająca, zowie się Wieloraz *Quotiens Quotus vel Exponens*.

Do należytego Dywizyi odprawienia naprzod liczba do podzielenia dana kładzie się we śródku, tak żeby w iedney z nią linii, Dzielnik z lewey ręki, a Wieloraz z prawey, kreskami tylko podzielone, mieścić się mogli.

Powtore. Z liczby podzieloney zaczynając od lewey ręki, ucina się tyle figur, ile ich jest w Dzielniku, które jeżeli mniey wynoszą od Dzielnika, przydaje się im ieszcze, iedna następująca figura, a dla pamięci kładzie się przy niey kreska, ażeby iedney liczby dwa razy do podzielenia niebrać. To uczyniwszy, uważać potrzeba, ile razy Dzielnik w liczbach odciętych brać się może, y liczbę to pokazującą, napisać na prawey ręce za pierwszą część wieloraza

Potrzecie. Przez tę część Wieloraza multiplikuy całego Dzielnika, a produkt z tey multiplikacyi wynikający, odciągnij od figur z liczby podzielney odciętych.

Po-

Poczwarte Do reszty jeżeli się iaka pozostała, która od Dzielnika zawsze mnieysza być powinna, złoż następującą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywszy ją także kreską, y uważay znowu, ilorazy w tych liczbach Dzielnik mieścić się? co napisz za drugą część Wieloraza.

Popiąte. Przez tę drugą część Wieloraza, multiplikuy znowu całego Dzielnika, a pròdukt pod liczbami, któreś na ow czas dzielił podłożywszy, odciągnij go od onychże. Do reszty złoż znowu następującą z liczby podzielney figurę, uważając ile razy w niej z resztą wziętej Dzielnik brać się może? co będzie trzecią częścią Wieloraza, przez którą multiplikuy znowu całego dzielnika, y czyn, iako się wyżej powiedziało.

Ile razy, nową figurę z liczby podzielney składasz, a Dzielnik w niej brać się nie może, tedy napisawszy za to w Wielorazie cyfrę, złoż drugą z liczby podzielney następującą figurę, y przez Dzielnika obydwie razem dywiduy.

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra jedn-

dna, lub więcey onychże będzie, w ten-
czas dla skrocenia Dywizyi, przed za-
częciem rachunku, możesz ie odciąć, od-
cinając atoli tyleż liczb, y z końca li-
czby do podzielenia daney.

Skończywszy Dywizyą, co się od o-
statniego odciągnięcia zostaje, poydzie
na liczbę łamaną, którey *numeratorem*,
reszta od ostatniego odciągnięcia pozo-
stała, przydawszy do niey y liczby, ie-
żeli które przed Dywizyą odcięte były;
a *denominatorem* cały Dzielnik być pòwi-
nien.

Przykład pierwszy. Na sześć osob-
legowano zapisem 126846. Złotych,
chcę wiedzieć, ile dla każdego przypadnie?

<i>Dzielnik</i>	<i>Liczba podzie.</i>	<i>Wieloraz</i>
6	1, 2, 6, 8, 4, 6.	21141
	1 2	
	- - 6	
	6	
	- 8	
	6	
	- 24	

W tym przykładzie, Wieloraz 21141 pokazuje, że po tyle z Summy, legowaney, kaźdey z sześciu osób dostanie się, bez najmnieyszey reszty.

Przykład drugi. Maiąc kto roczney intraty 88520 Złotych, ta żeby mu na Ròk cały wystarczyła, pyta się, ile na kaźdy tydzień expensować może? Ponieważ Ròk zamyka w sobie 52 tygodni, zatym przez te, całą 88520 Złotych intratę dzielić potrzeba.

Dzielnik	Liczba podzie:	Wieloraz
52	88, 5, 2, 0,	1702 $\frac{16}{52}$
	52	

365

364

- 120

104

16

W tym

W tym przykładzie, ułożywszy na-
 przód porządkiem wzwyż opisanym, li-
 czby do dzielenia dane, ponieważ dziel-
 nik ma w sobie dwie figury, z tey przy-
 czyny, y w liczbie podzielney dwie fi-
 gury pierwsze odcinam, y mówię *nap.*
 52. w 88. biorę raz, zaczym iedno czyli
 1. za pierwszą część Wieloraza piszę, a
 zmultiplikowawszy przez nie Dzielnika
 raz pięćdziesiąt y dwa, są pięćdziesiąt
 y dwa, produkt 52. odciągamy od dwóch
 pierwszych figur liczby podzielney, z
 którego odciągnięcia zostało mi się 36.
 W tych, że Dzielnika 52 brać niemogę,
 składam przeto następującą z liczby po-
 dzielney figurę 5, a położywszy ją przy
 36. mam 365, y mówię *powtore:* 52 w 365
 biorę siedm razy, zaczym 7 piszę na dru-
 gą część Wieloraza, a zmultiplikowa-
 wszy przez nie Dzielnika, siedm razy 2
 są czternaście, siedm razy pięć są czter-
 dzieści y pięć, mam cały produkt 364.
 ten. odciągamy od liczb, które dopiero
 dzieliłem, po którym odciągnięciu, zo-
 stało mi się iedno czyli 1. składam zatym
 następującą czwartą figurę z liczby po-
 dzie-

dzielney 2. à połączwszy ie przy lednym
 pozostałym, mam 12, y mówię *potrzebie*:
 52 we 12 nie mogę brać, tu, że nową z
 liczby podzielney złożyłem figurę, a
 dzielnik w niey mieścić się niemoże, za-
 czym podług poprzedzających Reguł,
 kładę za to w Wielorazie za trzecią część
 cyfrę 0. à następującą piątą z liczby po-
 dzielney figurę, która tu jest 0. złoży-
 wszy do 12, mam 120, y mówię *pozwarte*
 52 w 120 biorę dwa razy, zatym 2 kła-
 dę za czwartą część Wieloraza, przez
 które to 2. zmnożywszy Dzielnik
 52, produkt wypadający 104, odcią-
 gam od 120, y mam resztę pozostałą 16.
 à ponieważ już całą liczbę podzieliłem,
 zaczym podług ostatniey, wyżej przepi-
 saney Reguły, reszta pozostała 16 idzie
 na liczbę łamaną, którey też 16 są *nu-*
meratorem, a *denominatorem* cały Dzielnik
 $\frac{16}{52}$. To uczyniwszy, odpowiadam owe-
 mu, który mnie pytał, względem rozpo-
 rządzenia roczney swoiey Intraty, że na
 cały Rók mu wystarczy, jeżeli każdego
 tygodnia expensować będzie 1702 Złote
 y szesnaste części Złotego iednego, po-
 dzie:

dzielonego, na części pięcdziesiąt, y dwie
Przykład trzeci. Mam ubiec w dniach
 13 mil 332, chcę wiedzieć, ile każdego
 dnia ubiec mi potrzeba?

Dzielnik	Licz. podzie.	Wieloraz
13	3 3 2. 2 6.	25 $\frac{7}{13}$

- 7 2

6 5

- 7

Każdego tedy dnia ubiec mi potrzeba
 mil 25, y siedm części ziedney mili po-
 dzieliwszy ją na części trzynaście, to jest
 prawie puł mili.

Przykład czwarty: 5000 Żołnierzy
 plonem dobytego Miasta, dzielą się wy-
 noszącym na 5000000 Złotych, pytam
 ile każdy z nich wezwie?

Dzielnik	Liczba podzielna	Wiel.
5 000	5000 000	1000.

W tym przykładzie dla znaydujących się
 w Dziel.

w Dzielniku cyfer trzech, skracam Dywizyą, gdyż odciawszy te trzy cyfry z Dzielnika, y tyleż z liczby podzielney, dzielę tylko przez pięć, pięć tysięcy z ktòrey Dywizyi wypada mi tyfiąc, ile każdy żołnierz z plonu owego brać powinien, co samo wynidzie, gdy przez 5000 będę dzielił 5000000. nieodcinając cyfer.

Przykład piąty. Za 50 Łasztow zboża wzięłem 14665 Złotych polskich, pytam, ile za Łaszt każdy przypada?

Dzielnik	Liczba podz.	Wieloraz
5 0	14, 6, 6, 5,	293 $\frac{15}{5}$
	10	

—
- 46

45

—
- 16

15

—
- 1

W tym przykładzie odciawszy jedną cyfrę z Dzielnika, odcinam y z liczby podzielnej.

dzielney jedną ostatnią figurę, to jest 5. Ze zaś po odprawionej Dywizyi, z ostatniego odciagnienia zostało się 1. składam do niego 5 z liczby podzielney przy początku Dywizyi odcięte, y mam tę resztę zupełną pozostałą za *Numeratorem* liczby łamaney, ktorey *Denominatorem* jest cały Dzielnik 50, to jest $\frac{15}{50}$.

Łałzt tedy jeden sprzedałem po Złotych 293. y po piętnaście części jednego Złotego podzielonego na części pięćdziesiąt, to jest po groszy 9. czego z dalszych o liczbie łamaney nauk łatwo doysć będzie można.

Co się tycze sposobu na podzielenie liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających, ten w trzech następujących zamyka się regulach.

Reguła pierwsza. Jeżeli liczba do podzielenia dana, z wielu składa się gatunkow, a Dzielnik z jednego, tedy wyższy gatunek liczby podzielney, gdy jest większy nad Dzielnika, przez niego dzielę, resztę zostającą redukuie na niższy następujący gatunek, który znowu przez tegoż

tegoż samego Dzielnika dziele, y tak da-
ley.

Przykład. Dziele na sześciu Ku-
pcow zysk 30529 Talerow, Złotych 6.
grofzy 20.

Dzielnik	Liczba podzielna			Wieloraz
	Talery	Złote	Gro.	
6	30.5.2.9.	-6	-20	5088.2.13.1
	30	8	60	
	- 526	14.6	8,0.	
	48	12	6.	
	- 49.	2	20	
	48.	30	18	
	- 1.	60.	2	
			3	
		6	6	
			6	

W tym przykładzie, podzieliwszy na-
przód przez 6. Summę Talerów, od o-
statniego odciągnięcia zostało mi się Ta-
lar 1, w którym zamykające się, Zło-
tych

tych 68 łączę z sześciu Złotemi w li-
czbie podzielney będącemi. Summę
z tąd zebraną 14. znowu dzielę przez 6,
a zostające mi się po odciągnięciu dwa
Złote redukuję na groszy 60, które do-
dawszy do gr6szy 20 w liczbie podzieln-
ney będących, mam groszy 80, y dzielę
ie przez 6. Toż zostające się po osta-
tnim odciągnięciu grosze dwa zreduko-
wawszy na szelągów 6. znowu dzielę
przez Dzielnika 6, y mam Wieloraz zu-
pełny liczby do podzielenia daney Ta-
ler6w 5088. Złotych 2. groszy 13. sze-
łąg 1. w zadanej kwęsty i kaźdemu z sze-
ściu Kup dośłać się powinno.

¶ Gdy zaś naywyższy gatunek liczby
podzielney będzie mnieyszy od Dzielni-
ka, tedy redukuje się wprzod na niższy
gatunek, a potym dopiero dzieli się.

Przykład. Dał kto Złotych 4 y gro-
szy 20. do podzielenia na 5. części ubo-
gich, pytam się ile kaźdemu z nich dać
potrzeba? Gdzie że przez 5. czterech
dzielić niemogę, tedy zaraz dane cztery
Złote na grosze redukuję, do których
dane osobno 20 groszy, przyłączywszy
całą

całą Summę groszy, dzielę przez 5. na-
stępującym sposobem.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 420} \\ \underline{30} \end{array}$$

120

20

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 140} \\ \underline{10} \end{array}$$

- 40

40

Każdemu tedy Ubogiemu dostanie się
groszy 28.

Reguła. druga Jeżeli liczba podzielna,
jeden, a dzielnik ma w sobie gatunkow
więcej, tedy wszystkie gatunki w Dziel-
niku na najmniejszy zredukowawszy,
przezeń 1 część podzielną dzielę, a gdyby
na ów czas Summa w liczbie podzielney
mniejszą była, tedy y ta na gatunek
mniejszy redukuje się.

Przy-

Przykład pierwszy. Za pięć łokci sukna, y ćwierć zapłacono Złotych 84. pytam ile łokieć kosztuje? W tym przykładzie redukuję naprzód 5 łokci na ćwierci, do których przydawszy ćwierć jedną, mam ćwierci 21 przez które dzielię wydane 84 Złote. Wieloraz 4 wypadający, pokazuje mi, że ćwierć jedna jest po Złotych 4, a zatym łokieć Zło. 16.

	Dzie.	L. po	Wieloraz
5 1	21	84	4
4 20		84	.
20, 21			

Przykład drugi. Za płótna łokci 7 y ćwierci 2, dałem Złotych 20, pytam ile za każdy łokieć zapłaciłem? Ponieważ w Dzielniku są dwa gatunki, to jest łokcie y ćwierci, zatym łokieć redukuję na ćwierci, a przydawszy 2. mam ćwierci 30, przez które że Złotych 20 dzielić nie mogę, redukuję y te na grosze, które dopiero przez ćwierci zredukowane,

wane, podzieliwszy, mam cenę ćwierci
jedney owego płotna, groszy 20, zatym
łokieć wyniesie mi na Złotych 2. y gro-
szy 20.

7 - 2	20	
4	30	
28	600	
2	.	
30		
<i>Dziel.</i>	<i>Li. poząd</i>	<i>Wieloraż</i>
30	600	20.

Reguła trzecia. Jeżeli tak Dzielnik,
iako y liczba podzielna z wielu składa się
gatunkow, tedy y w Dzielniku, y w
liczbie podzielney wszystkie gatunki na
naymnieyszy osobno redukować potrze-
ba, toż przez Dzielnika, liczbę podzie-
lną, dywidować.

Przykład. Za trzy oka kawy, y funt
ieden, dałem Złotych 22, groszy 10, chcę
wiedzieć, ile oko iedno kosztuje? na-
przód ok 3 zmultiplikowawszy przez 3.
redukuie na funty, y mam wraz z doda-
nym wszystkich funtow 10, co będzie
E nowym

nowym Dzielnikiem. Potym Złote 22 redukuję na grosze, y mam wszytkich groszy 670, które nakoniec przez funtow 10 podzieliwszy, wypada mi funt ieden po groszy 67, to jest po Złotych 2 y groszy 7, á zatym oko po Złotych 6. y gr. 21, a to w ten sposob.

3 - 1	22 • 10	
3	30	
9	660	
1	10	
<i>Dzielnik.</i>	<i>Liczba pod.</i>	<i>Wieloraz</i>
10	670	67
	60	
	- 70	
	70	
	- -	

Przestroga I Dzielnik w tey części liczby podzielney, którą dzieli, więcey nigdy nad dziewięć razy brać się nie może. Ta zaś liczba, co po odciągnięciu produktu od liczb do podzielenia wziętych zostaje się,
wię-

większa nad Dzielnika, ani mu równa, nigdy być nie powinna, ale zawsze mniejsza, bo jeżeli Dzielnikowi jest równa, lub nad niego większa, znać że Dzielnik w liczbie do podzielenia odcięty, mniey wzięty był, niżeli się mógł być brać.

Przeestroga II. Jest jeszcze inny sposób na dzielenie liczb zwłaszcza przynależnych który tu dla wiadomości podać się, y natym zależy, ażeby przed zaczęciem Dywizyi, naprzód Dzielnika przez liczby 1.2.3.4. 5c. aż do 9. porządkiem multiplikować, y wszystkie z tej multiplikacyi wynikające produkty jeden pod drugim pisać, przydawszy na drugiej stronie liniyki, liczby te, przez które Dzielnik multiplikowany, ten a nie inny ma produkt, te bowiem produktu nic innego nie są, tylko Dzielnik raz lub dwakroć razy wzięty, y wskazują nam, ile razy Dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych brać się powinien. Wizerunek tego w następującym widzieć się daie przykładzie.

Es

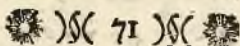
Dzielnik

<i>Dzielnik</i>	<i>Liczba Podzielna</i>	<i>Wieloraz</i>
<i>y</i> Produkt <i>od 1 aż do 9</i>		
1	144	214,0,0,1,1,7,1,2
2	288	144
3	432	
4	576	700
5	720	576
6	864	1240
7	1008	1152
8	1152	- 881
9	1296	864
		- 171
		144
		- 277
		144
		1331
		1296
		- 352
		288
		- 64

Przestroga III. Tabliczek Nepera, o których w przestrodze drugiey po moltiplicacyi

zyi mowilismy, z równą wygodą do Dywizyi, iak y do Multyplikacyi zażyć można sposobem następującym. Mając naprzykład podzielić 10504 przez 52, piszę naprzód te dwie dane liczby na osobney karcie, tak iako się do Dywizyi pisać powinny. Po wtóre: Biorę Tabliczki E. B. u których wierzchu są liczby 5 y 2 Dzielnika składające, y układam je wzdłuż jedną przy drugiej, iak w Multyplikacyi, toż Tabliczkę A, z liczbami naturalnemi, przysławiam na lewym boku Tabliczki E. Potrzebie: Udcinam z liczby podzielney z Dzielnikiem na osobney karcie napisaney, pierwszą część, którą naprzód przez Dzielnika mam dzielić iaka tu jest 105, a ponieważ Wielorazy, czyli liczby naturalne na pierwszej Tabliczce znajdujące się 1. 2. 3. 4. &c. pokazuja mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, Dzielnika 52, raz, dwakroć, trzykroć, czterekroć &c. wziętego, iako się łatwo z przeszłej Przestrogi, y z samego Tabliczek robienia dorozumieć można, uważam więc w ktorey poprzeczney kolumnie Tabliczek, Dzielnika raz albo kilkara-zy wziętego reprezentujących, taż sama li-
czba

czba 105 lub naybliższa iey mieści się, czyli
 znayduie, y widzę że w drugiey kolumnie
 poprzeczney zamyka się 104 naybliższa li-
 czbie owey odciętej 105. Poczwar-
 te. Przy tey kolumnie, 2. na pierwszej Tabli-
 czce A, w tym samym rzędzie położone, są
 Wielorazem tey pierwszej części, zaczy-
 nając 2. piśzę na prawey stronie liczby podzieln-
 nej na osobney karcie napisanej. Popiąte.
 Odciągam 104. od owey pierwszej części
 odciętej z liczby podzielnej, po którym od-
 ciągnienu mam zostające się 1. Pozostę.
 Do tego 1. składam następującą z liczby po-
 dzielnej cyfrę 0. y mam 10. w których że o-
 czywista iest, iż Dzielnik 52 brać się niemo-
 że. Zaczynam za drugą część Wieloraza na
 osobney karcie napisawszy cyfrę, składam do
 owych 10, następującą z liczby podzielnej
 figurę 4, a tak mam 104. Posiodme. U-
 ważam znowu, w ktorey poprzeczney kolu-
 mnie Tabliczek Dzielnika kilka razy wzięte-
 go reprezentujących, ta liczba 104. lub iey
 naybliższa zamyka się, y znayduie w dru-
 giey kolumnie, 104. liczbę ktorey mi prawie
 potrzeba było, a przy niej w pierwszej
 Tabliczce 2, y te są trzecią częścią Wielo-
 raza.



raza. Nakoniec 104 od 104. odciągają-
wszy, nie zostało się nic, a zatem Dywizya
skończona. Liczby tedy 10504. podziel-
ney przez 52, Wieloraz jest 202.

1	5	2
2	0	4
3	5	6
4	0	8
5	5	0
6	0	2
7	5	4
8	0	6
9	5	8

$$52 \overline{) 105,04} \quad 202$$

$$\underline{104}$$

$$- - 104$$

$$104$$

$$- - -$$

Przeestroga IV. O doświadczeniu do-
brze uczynionej Dywizyi, mowić się będzie
w następującej Propozycji.

PROPO-

PROPOZYCYA VII.

*Dowieść należyście uczynioney Multiplikacyi
y Dywizyi.*

Powfzechne u Arytmetykow jest *axio-*
ma: Destruit multiplicatio, quod fecit
Divisio, & restaurat Divisio, quod destruxit
multiplicatio, to jest: Produkt multipli-
kacyi przez Dywizyą, a Wieloraz Dywi-
zyi przez multiplikacyą przywracają się
do liczb pierwszych które do mnożenia,
lub do podzielenia, dane były.

Na doświadczenie, tedy dobrze od-
prawioney Multiplikacyi, podziel pro-
dukt przez Multiplikatora, a Wieloraz
liczbie do Multiplikacyi daney, równy
bydź powinien; inaczey błąd w Multi-
plikacyi stać się musiał. Tak w pier-
wszym przykładzie z Multiplikacyi
produkt 27 432, podzieliwszy przez mul-
typlikatora 8 wynika mi Wieloraz 3 429
równy we wszystkim liczbie do mnoże-
nia daney.

☼)(73)(☼

3 4 2 9.

8

8 | 27, 4, 3, 2, | 3429

24

- 34

32

- 23

16

- 72

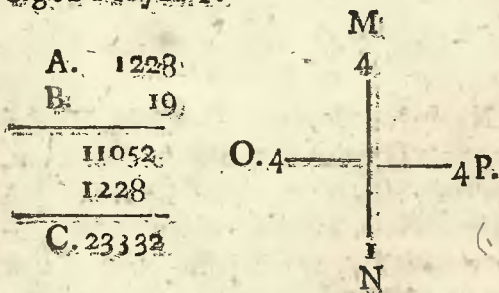
72

--

Na doświadczenie Dywizyi, Wieloraz przez Dzielnika zmnożywszy, y przydawszy resztę. jeżeli się iaka w podziale została, produkt równy być powinien, liczbie do dzielenia danej. Tak w przykładzie pierwszym z Dywizyi, Wieloraz 21141. zmnożywszy przez Dzielnika 6, produkt 126846, wypada równy liczbie do podzielenia danej.

Dzielnik

chu krzyża M. *Powtore.* wyrzuca się po
dziewięć z multiplikatora B, a 1. od dzie-
więciu pozostałe, kładzie się na dole
krzyża N. *Potrzenie* te dwie reszty mul-
typlikują się między sobą; a z produktu
wyrzuciwszy ile razy można po dziewięć
reszta ztąd pozostała 4, pisze się na bo-
ku krzyża O. *Nakoniec.* z produktu ge-
neralnego C, każde przypadające 9, wy-
rzuciwszy, liczba, która się od ostatnich
dziewięciu, została, liczbie O, na boku
krzyża napisaney równa być powinna,
jakie tu są 4, y piszą się na drugim boku
tegoż Krzyża P.



W Dywizyi *naprzód* wyrzuca się po 9
z Dzielnika D. y reszta 3, od 9, zostająca
pisze się na wierzchu krzyża Q. *Powto-
re.*

Dzielnik	Liczba pod.	Wieloraz
6	12, 6, 8, 4, 6,	21141
	12	6
	— 6	Prod: 126846
	6	
	— 8	
	6	
	24	
	24	
	— 6	
	6	
	—	

Z podobną jak w Addycji, y w Subtrakcyi łatwością, doświadczyć także można dobrze odprawionych Multiplikacyi, y Dywizyi, przez wyrzucenie dziewięciu. Naprzód, albowiem po uczynioney multiplikacyi wyrzuca się po dziewięć z liczby A, do mnożenia daney, a 4 pozostałe kładą się na wierzchu!

re wyrzuca się po 9. z Wieloraza F. y reszta pozostała 3. pisze się na dole krzyża R. *Potrzenie:* te dwie reszty zmultiplikowawszy między sobą, y wyrzuciwszy z produktu 9. cyfra 0 w tym przykładzie pozostała kładzie się na boku krzyża S. *Nakonec,* z liczby podzielney po 9. wyrzuciwszy, resztę mieć powinienem równą liczbie na boku Krzyża T. napisaney, które w następującym przykładzie iest 0. y piszę ją na drugim boku Krzyża T.

D. 12	E. 24, 0, 1, 2,	F. 2001.	Q.
	24.		3
	0	S 0	—
	12		
	12		3
			R.

Przeestroga. Dotąd o prostych rachunkach, liczb Całkowitych tak iednego, iako, y różnego gatunku; mowiliśmy. Przeestrogi y nauki szczególniejże o każdym z osobną rodzaju Rachunkow, podane, im lepsze

kto spamięta, y doskonałey poymie, tym
mniey dla siebie znajdzie trudności w nastę-
pujących wyższej Arytmetyki Regułach. A
że naye częściej liczby różnego gatunku w
Rachunek wchodzą, z tey przyczyny każdy
o to starać się powinien, ażeby doskonale
wiedział cenę, y proporcją gatunku niższe-
go do gatunku wyższego każdej rzeczy
mając zupełną monet, wag, y miar, wiado-
mość, ktore iako w każdym Kraiu nie są ie-
dnakowe, tak Reguła. na nie generalna, nie
tak z przepisu Rachmistrzow, iako barażicy,
z codzienney praktyki, zabrać się może, a
zwłaszcza w naszym Kraiu, gdzie w ka-
żdey prawie Prowincyi nazwiska, propor-
cje miar są różniące się między sobą. Kto-
rych specyfikacyą obszerniey tu wyrażać, za
rzecz mniey potrzebną osądziłem, aż poki
zupełna w całym Państwie tak monety, iako
wag, y miar, nie nastąpi koekwacya, y ieden
wszędzie walór.

Zakończę Rozdział ten, kilka ciekawemi
Kwestyami, ażeby łatwością w solwowaniu
ich przez proste Arytmetyki Reguły, Młódz
zachęcona, do dalszych tym chętniey brata
się.

PRO.

PROPOZYCYA VIII.

Zamykająca w sobie niektóre ciekawe zadania, które przez poprzedzające prostej Arytmetyki Reguły łatwo rozwiązać można

ZADANIE I. Z powszechnego Astronomow wymiaru, Słońce odległe jest od ziemi na mil Niemieckich 20. 136, 600 a Miesiąc na mil 54900. pytam iak wielka jest odległość Słońca od Miesiąca?

Odciągnąwszy liczbę mnieyszą od większey, masz odległość Słońca od Miesiąca, na mil Niemieckich 20. 681, 700.

ZADANIE II. Ma Oyciec lat 37. Syn lat 9, pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Mułyplikuy lata Synówskie przez 2 produkt 18, z tąd wypadający; odciągnij od lat Oycowskich 37, reszta 19, pokaż ci, że lat 19 Syn z Oycem pożywszy będzie miał połowę lat Oycowskich. Wszakże 19 a 37, czynią 56, a z drugiey strony

Arony 19 á 9, czynią 28, co jest połową lat 56.

ZADANIE III. Troję w lat 431 przed założeniem Rzymu zburzyli Grecy. Od założenia Rzymu aż do Narodzenia Chrystusa upłynęło lat 753. Od Narodzenia Chrystusa aż do Roku terażniejszego wyszło lat 1770, pytam, ile lat minęło od zburzenia Troi?

Dodawszy wszystkie trzy wzwyż wyrażone Summy, masz lat 2954, które od zburzenia Troi do tych czas upłynęły

ZADANIE IV. Prochów palących wynalazek, przypisują Bartoldowi Miichowi Kolońkiemu, około Roku 1380, chcę wiedzieć, ile lat od wynalazku prochów minęło?

Odcągnij Rok wzwyż wyrażony od Roku terażniejszego, a reszta 390, to ci pokaże.

ZADANIE V. Homer od Hezyoda spytany, ile Greków na pierwszą ekspedycją pod Troję wyprawilo się? Odpowiedział:

Siedm kuchni było, a z każdej przypadło Piętdziesiąt stołów zastawić potrawy,

Dzie-

*Dziewięć set Greków za ieden stoł siadło,
Zdatnych iedynie do Woienney sprawy.*

Zmultyplikowawszy, naprzod 7. przez 50. a potym produkt ztąd wynikający 350 przez 900, masz produkt generalny 315000; ile Woioownikow Greckich pod Troię na pierwszą expedycją wyprawilo się.

ZADANIE VI. Naleyże Woynie Troiańskiej, która lat 10. trwała, zginęło ogołem Greków y Troian 1,566, 000, ale tak; że klęska Greków, 194. tyśiącami więcey nad Troian wynosiła, pytam ile zginęło Greków, ile Troian?

Do połowy Summy generalney dodawszy połowę przewyższki, czyli różnicy, która tu między klęskami zachodzi, masz liczbę zabitych Greków 880000. a od połowy Summy generalney odciągnawszy połowę teyże przewyższki, masz liczbę zabitych Troian 686000.

ZADANIE VII. Obwód czyli Cyrcul okręgu Ziemowodnego dzieli się na 360 Gradusow, w iednym Gradusie iest mil Niemieckich 15, Polskich 18. pytam
ile

ile ma mil Niemieckich, lub Polskich, obwód całej ziemi?

Zmnożywszy 360 Gradusów przez 15, masz okrąg ziemski na mil Niemieckich 5400, a zmnożywszy też Gradusy przez 18, masz mil Polskich 6480.

ZADANIE VIII. Podróżny żartując z Arytmetyka, rzecze do niego: Doydź przez twe rachunki, ile mil w tym tygodniu ubiegłym?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podróżnemu sekretnie mnożyć przez 9, toż produkt podzielić przez 3, a Wieleż z tej Dywizyi wypadający, znowu mnożyć przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy przez 18. ma mil zadanych kwotę. Dajmy że mil owych było 24. to zmnożywszy przez 9. jest produkt 216, który podzieliwszy przez 3, wypada Wieleż 72. a ten mnożąc znowu przez 6. wychodzi produkt 432, ten produkt ostatni gdy na koniec podzie

podzielić przez 18, mam Wieloraz 24, która ma liczbę założoną była.

ZADANIE IX. W pewney Fortecy było Francuzow y Szwaycarow 2, 114, na Szwaycarow tylko raz w tydzień warta przypadała, pytam wiele było Francuzow a wiele Szwaycarow?

Podziel 2, 114, przez dni 7, z których składa się jeden tydzień, a Wieloraz pokaże ci liczbę Szwaycarow 302; Wieloraz ten odciągnąwszy od 2, 114, reszta 1, 812 pokaże ci liczbę Francuzow.

ZADANIE X. Dwóch Braci, proszą trzeciego o orzechy, które niedawno kupił; Naco im tak mówi:

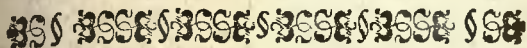
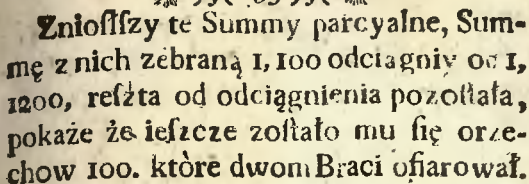
Oyciec połowę, czwartą część ma Matka, Szostom dał Siostrze. Wy chcecie ostatek? Z tysiąca dwóch set, tylko te, mam wreszcie Których zgadnąwszy liczbę, wszystkie weście.

Podziel naprzód 1, 200 przez dwa, a Wieloraz pokaże ci, że Oyciec wziął 600.

Podziel powtórę 1, 200 przez 4, a Wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła 300.

Podziel potrzebnie 1, 200 przez 6, a Wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Znło-



O Rachunkach Liczb Łamanych

1. **L**iczba Łamana, którą inaczej zowiemy *Frakcyą*, lub *Minucyą*, jest część jedna, albo więcey części rzeczy jakiey, na kilka równych części podzieloney. Tak podzielwszy Złoty jeden na trzy części, gdy mam z tych trzech części dwie, mówi się, że mam dwa ze trzech, co na piśmie tak się wyraża $\frac{2}{3}$.

Do wyrażenia tedy liczby łamaney, dwa numery koniecznie są potrzebne, jeden który kładę nad liniyką; a ten zowie się Licznik, *Numerator*, y wskazuje mi, wiele mam części z rzeczy podzieloney.

loney. Drugi, który piżę pod liniyką, a ten zowie się Mianownik, *Denominator*, y wymienia mi, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak na przykład:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{5}{10}$$

znaczy, że mam jedną ze dwóch, czyli połowę, jedną ze trzech, dwie z siedmiu, cztery z dziewięciu, jedenaście ze dwudziestu części rzeczy jakiej, na takoweż części równie podzieloney.

II. Liczba łamana, w której Licznik Denominatorowi równy będzie, znaczy jedno całe ow te, tak mając $\frac{3}{3}$ trzy ze trzech; mam jedno całe, bo mam trzy części z rzeczy tej, która na też same trzy części podzielona była.

III. Liczba łamana, w której numerator nad Denominatora jest większy, zowiąc się *impropria*, to jest niewłaściwa czyli zmyślona tylko; y wynosi więcej nad jedno całkowite. Tak mając $\frac{5}{3}$ pięć ze trzech części jednego Złotego, znaczy, że mamy te trzy części, na które Złoty podzielony był, y dwie procz tego części, drugiego Złotego, na takoweż

weż równe trzy części podzielonego, to jest mam Złoty jeden cały, y dwie ze trzech części drugiego Złotego, czyli groszy 20, co się tak wyraża $1\frac{2}{3}$. Złoty jeden, y dwie ze trzech części, drugiego

IV. Ułamek liczby łamanej, czyli Frakcyja Frakcyi, jest część, od sameyze Frakcyi, odcięta, tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi się, że jest odcięta połowa dwóch ze trzech, a pisze się tak $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$ linijka te dwie Frakcyje przedzielająca, znaczy, że pierwsza Frakcyja jest częścią Frakcyi następującej. Tak mając $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części jednego Złotego, to jest: gr. 20. gdy z tych dać komu $\frac{1}{2}$ czyli połowę; mowi się że mu dać połowę dwóch ze trzech części jednego Złotego, to jest groszy 10.

V. Dla uniknienia przydłuższego zatrudnienia w rachunkach, zażywać będziemy na potym następujących znaków Atrymetycznych, powszechnie u wszystkich Rachmistrzom świadomych, które dobrze w pamięć wbić sobie potrzeba, żeby z małą na nie barwnością myłek y błędów w dalszych Rachunkach niepopetniać.

Znak tedy równości między liczbami jest taki, $=$; *naprzykład* $a = b$, znaczy, że cena pod literą a , wyrażona, równa we wszystkim cenie, która pod literą b , mieści się.

Znak Addycyi jest $+$ nazywa się *plus* to jest więcej, co u nas wyrazić się może tą Koniunkcją, *a*, tak *naprzykład* $2 + 3 + 5 + 1 = 11$, znaczy: że 2, a 3, a 5, y jedno czynią 11, albo równe są Iedenastu.

Znak Subtrakcyi jest $-$ *minus*, mniej, *nap.* $8 - 5 = 3$, znaczy, że ośm zmniejszone pięcioma, równałą się trzem.

Znak Multyplikacyi jest $\times$ Tak $5 \times 3 = 15$, znaczy, że pięć zmultyplikowane przez trzy, równałą się piętnastom.

Znak Dywizyi wyraża się Frakcją, w której liczba do dzielenia dana, kładzie się na miejscu *Numeratora*, a Dzielnik, na miejscu *Denominatora*, *naprzykład* $\frac{18}{3} = 6$, znaczy, że 18 podzielone przez 3, równałą się sześciom.

Znak proporcyi, czyli względu równego między liczbami jest $::$ *naprzykład* $2. 4 :: 5. 10$. znaczy, że między 2

y 4, taż sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między 5, y 10, to jest, że iako 2, w 4, tak 5, w 10, zupełnie dwa razy mieszczą się.

Znak proporcyl ciagnionej jest $\therefore$ z samego początku położony; *naprzykład* $\frac{2}{4} \therefore \frac{8}{16}$, znaczy, że średnia liczba 4, bierze się dwa razy, raz, iako 2, dwa razy w sobie zamyka, drugi raz, iako sama w 8, dwa razy wzajemnie mieści się.

VI. *Axyomata, czyli prawdy niezawodne Arytmetyczne, do doskonałego liczb łamanych zrozumienia potrzebne.*

A X Y O M A T A

[Edno, do całej Frakcyi tę ma proporcya, iaką ma proporeya Denominator teyże Frakcyi do swego Numeratora. *Naprzykład* $1 \frac{2}{3} \therefore 3 \cdot 2$. jedno bowiem, jest to rzecz cała nie podzielna, która tak się ma do swoich części, przez całą Frakcyą wyrażonych, iak się ma Denominator, który nic innego nie jest, tylko toż samo jedno na części podzielone, do tychże samych swoich części w Numeratorze.

meratòrze zamkniętych. Pokażmy to w przykładzie, niechay będą $\frac{2}{3}$, dwie ze trzech części iednego Złotego, to iest groszy 20. Złoty tedy ieden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to iest do groszy 20, które cała Frakcyja $\frac{2}{3}$ wyraża, iak się mają groszy 30 czyli Złoty do groszy 20, to iest Denominator do Numeratora.

A X T O M A II.

Frakcyje w których Numeratory iednakową do Denominatorow swoich mają proporcya, są równe, y iedney ceny. *Naprzykład* $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$. Ponieważ w kaźdey z tych Frakcyi numerator dwa razy zupełnie mieści się w swoim Denominatorze, z tey przyczyny wszystkie te Frakcyje ieden walor mają, to iest wszystkie znaczą połowę.

A X T O M A III

Frakcyja, którey tak Numerator, iako y Denominator przez tęż samę multiplikują się, lub dzielą razem liczbę, waloru

waloru swego nieodmienia, y zawsze ie-
dney jest ceny; tak następującej Frakcyi
 $\frac{4}{8}$ moltiplikując przez 5 tak Numeratòra
4, iako y Denominatòra 8, wynika Fra-
kcya $\frac{20}{8}$, która toż samo znaczy, co pier-
wsza. Podobnymże sposobem dzieląc
tak Numeratòra 4, iako denominatòra 8,
przez 2, wynika Frakcya $\frac{2}{4}$, tegoż same-
go co y pierwsza, waloru.

Przestroga *Wiele zależy na tym, a-
żeby dotąd wyrażone o Liczbach łamanych,
nauki, Definicye, y Axyomata, dobrze zro-
zumieć y pomnieć, bez czego, następujące
Propozycye nie mało trudności sprawić by
mogły.*

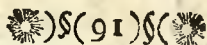
P R O P O Z Y C Y A I.

*Danych dwóch liczb znaleźć miarę powsze-
chną naywiększą.*

Miara dwóch liczb powszechna nay-
większa, jest liczba taka, która ro-
wnie, zupełnie, y bez naymnieyszey re-
szty, obydwie dane liczby dzieli, nap.
między 12 y 15, miara powszechna nay-
większa jest 3, gdyż przez te 3 podzieli-
wszy.

wfzy 12, wychodzi mi pełna 4, a podzieliwfzy 15, wychodzi mi pełna 5, bez naymnieyszey od obydwu liczb danych reszty. Dla tego zaś liczba taka nazywa się miarą naywiększą, że liczb przez nią podzielonych, żadna inna liczba większa nad nią zarównie podzielić niemoże.

Cheąc tedy dwóch liczb danych powszechną miarę naywiększą znaleźć, iedney *naprzykład* pod literą A, drugiey pod literą B, wyrażoney; dziel naprzod liczbę większą A, przez liczbę mnieyszą B, a Wieloraz z tego podzielenia wypadający, mimo puściwfzy, przez resztę pozostałą C, dziel znowu liczbę mnieyszą B, a zaniechawfzy y tu Wieloraza, znowu przez zostaiącą się resztę D, dziel liczbę C, gdzie znowu Wieloraz porzuciwfzy, przez resztę E, dziel liczbę D, toż przez resztę F, dziel znowu liczbę E, która liczba F, że bez naymnieyszey reszty podzieliła liczbę E, jest dwóch liczb A y B na początku danych, naywiększą powszechną miarą, którey szukałeś, a zatym podzieliwfzy
przez



przez 18, naprzód większą liczbę A, 234, wypadnie ci 13, potym mnieyszą liczbę B, 144, wypadnie ci 8, bez naymnieyszey od podzielenia obydwu danych liczb reszty. Wizerunek tego masz następujący.

$$\begin{array}{r|l} \text{B. 144.} & \text{A 234} \\ & 144 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{C. 90} & \text{B. 144} \\ & 90 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{D. 54} & \text{C 90} \\ & 54 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{E. 36} & \text{D 54} \\ & 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{F. 18} & \text{E. 36} \\ & 18 \\ \hline \end{array}$$

Przykład drugi. Szukam naywiększey powszechney miary między następującemi dwoma liczbami, jedney pod literą G, drugiey pod literą H.

$$\text{H. 102}$$

$$\begin{array}{r|l|l} H. 102 & G. 438 & 4 \\ \hline & 408 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l|l} L. - 30 & H. 102 & 3 \\ \hline & 90 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l|l} K. 12 & I. 30 & 2 \\ \hline & 24 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l|l} L. 0 & K. 12 & 2 \\ \hline & 12 & \end{array}$$

Miedzy temi dwoma danemi liczbami, naywieksza powszechna miara, jest 6, przez ktore dzielac liczbe wieksza G. 438, wypada 73. Dzielac tudziez liczbe mnieysza H. 102, wypada 17 bez. naymnieyszey od podzielenia obydwu liczb reszty.

Iezeli zas po skonczoney tym sposobem miedzy dwoma danemi liczbami Dywizyi, zostaje si 1, znak jest, ze liczby dane powszechney zadney miary miedzy soba nie maja, y sa wzgledem siebie *numeri incommensurabiles*, liczby niezmiernyiste,

rzyście, iako to dać się widzieć w następujących dwóch liczbach, pod literami. M y N. wyrażonych.

$$\begin{array}{r|l} \text{N}49 & \text{M}134 \\ \hline & 98 \end{array} \bigg| 2$$

$$\begin{array}{r|l} \text{O. } 36 & \text{N}49 \\ \hline & 36 \end{array} \bigg| 1$$

$$\begin{array}{r|l} \text{P. } 13 & \text{O } 36 \\ \hline & 26 \end{array} \bigg| 2$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Q } 10 & \text{P. } 13 \\ \hline & 1 \end{array} \bigg| 1$$

$$\begin{array}{r|l} \text{R. } - 3 & \text{Q. } 10 \\ \hline & 9 \end{array} \bigg| 3$$

I

Ze tedy te dwie liczby M. y N. dzieląc między sobą wzwyż wyrażonym sposobem, zostaje mi się na koniec 1. Znak jest, że liczby owe żadney powszechney miary nie mają, a przeto przez żadną liczbę.

czbę podzielić ich tak niemożna, ażeby się od obydwu nic niezośtawalo.

Demonstracya czyli ukazanie tey operacyi, przez się jest iawne. Bo przez nieustanne owe liczby mnieyszey od większey przez Dywizyę odciagnienie, przyść na ostatek koniecznie musimy, do takiey liczby, któraby danych liczb rownym była wymiarem, albo wskazała nam przynajmniej, że między liczbami danemi żadna miara powszechna znaleźć się niemoże. Liczba, dane liczby dzielić rownie mogąca, zowie się jeszcze inaczey liczb owych część ıla, *Pars aliquotā*, a liczba ktora danych liczb, iako miara powszechna dzielić niemoże, zowie się część iakaś, *Pars aliquanta* iedney z nich, to jest tey, którą bez pozostania reszty nie dzieli.

Prześtroga. Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczęm zażyta być może za największą powszechną miarę, między sobą, y drugą liczbą daną, tak 7 jest największą powszechną miarę między 7 y 21. Bo 7 podzielwszy przez 7, wypada 1, a 21
podzie

podzieliwszy przez 7, wypadnie 3; bez najmniejszey od liczby oboiey, reszty.

P R O P O Z Y C Y A II.

Liczba łamana na najmniejsze terminy redukować.

Dlaśney, y łatwieyszey, liczb łamanych Rachuby, naywięcey pomaga, kiedy ie do iak najmnieyszych redukuujemy terminow, ktoremi Frakcye wyrażone, toż samo znaczą, co znaczyły przed tym w wielkich terminach zamkniętę.

Chcąc tedy Frakcyą do najmnieyszych terminow redukować, *naprzód przez Propozycyą poprzedzającą* znajdzię naywiększą powszechną miarę, między icy Numeratorem, y Denominatorem.

Powtore. Przez wynalezioną naywiększą powszechną miarę, podziel osobno Numeratora, y osobno Denominatora Frakcyi daney; Wieloraz Numeratora, będzie nowym Numeratorem, Wieloraz Deno-

Denominatora, będzie nowym Denominatorem Frakcyi nowey, rowney we wszystkim daney Frakcyi przez *Axioma* III. Tak *naprzykład* Frakcyą następującą $\frac{160}{296}$ chcąc redukować do najmnieyszych terminow, szukam przez *Propozycyą* poprzedzającą naywiększey powszechney między temi dwoma liczbami miary, która iest 8, przez to 8, dzieląc Numeratora 160, mam 20, dzieląc potym Denominatora 296, mam 37, z czego wynika mi Frakcyą $\frac{20}{37}$ w najmnieyszych terminach wyrażona, a tegoż samego waloru, co Frakcyą dana $\frac{160}{296}$. Tym samym sposobem czyniąc, z następującej liczby samaney $\frac{60}{96}$, mam inną $\frac{5}{8}$ pierwszey we wszystkim równą, dzieląc y Numeratora, y Denominatora iey przez 12, które są naywiększą miarą daney Frakcyi $\frac{60}{96}$.

P R O P O Z Y C Y A III.

Dane Frakcyę do iednego Mianownika, czyli Denominatora redukować.

R Edukować Frakcyę do iednego Mianownika, nic innego nie iest, tylko

ko uczynić, ażeby Frakcyę różnych Mianowników mające, jednego na potym Mianownika miały, nieodmieniwszy nic wewnątrzney swoiey ceny.

Chcąc tedy dwie Frakcyę, *naprzykład* $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ do jednego Mianownika redukować, rozmnoż *naprzód* przez Mianownika drugiey Frakcyi, osobno Licznika, y osobno Mianownika Frakcyi pierwszej, to jest $4 \times \frac{2}{3}$, masz inną Frakcyą $\frac{8}{12}$, pierwszej ze wszystkim równą. Rozmnoż *potym* przez Mianownika Frakcyi pierwszej, Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiey, to jest $3 \times \frac{3}{4}$, masz inną Frakcyą $\frac{9}{12}$, drugiey daney Frakcyi ze wszystkim równą. Otoż te dwie dane Frakcyę, waloru swego nic niestraciwszy *przez Axioma III*, jednego teraz Mianownika mają.

$$\begin{array}{c} \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \\ \frac{8}{12} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{c} \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \\ \frac{3}{8} \end{array} \right.$$

Jeżeli zaś danych będzie więcej liczb łamanych, ażeby ie do jednego Mianownika redukować, *naprzykład* $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}$.

G

W ten-

Wtenczas *naprzód* przez produkt Mianowników drugiej, y trzeciej Frakcyi, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszej, to jest $20 \times \frac{2}{3}$ masz Frakcyą nową $\frac{40}{60}$ pierwszej ze wszystkim równą, przez *Axioma III.* Potem przez produkt Mianowników Frakcyi pierwszej, y trzeciej, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiej, to jest $15 \times \frac{3}{4}$, masz Frakcyą nową $\frac{45}{60}$ drugiej danej Frakcyi ze wszystkim równą; przez toż *Axioma III.* Potrzebie Przez produkt Mianowników Frakcyi pierwszej, y drugiej rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi trzeciej, to jest $12 \times \frac{5}{2}$, masz Frakcyą nową $\frac{60}{60}$ trzeciej danej Frakcyi ze wszystkim równą przez toż *Axioma III.* Aż oto te trzy Frakcye, waloru swego wewnętrznego nie niestraciwszy, jednego już Mianownika mają.

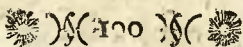
$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} \quad \Bigg| \quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{2}$$

$$\frac{40}{60} \quad \frac{45}{60} \quad \frac{60}{60} \quad \Bigg| \quad \frac{20}{40} \quad \frac{24}{40} \quad \frac{20}{40}$$

Toż samo czyni, ilekolwiek Frakcyi do

do iednego Mianownika redukować ci przyidzie, to iest: przez produkt wszystkich Mianownikow; (procz Mianownika, Frakcyi, którą actu redukujeisz) mnoż osobno Licznika, y Mianownika, wszystkich z osobna danych Frakcyi.

Przeſtroga I. Gdy Mianownik iedney ze dwoch Frakcyi danych, ſpełna dzieli Mianownika Frakcyi drugiey, wtenczas przez Wieloraz z tey Dywizyi wynikający, rozmnoż Licznika, y Mianownika tey Frakcyi, którey Denominator, Denominatora Frakcyi drugiey zupełnie podzielił, a Frakcyę będą mieć obydwie iednego Mianownika. Niechay na przykład będą dane dwie niſtępujące Frakcyę $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$. Ponieważ 3 Denominator pierwszej Frakcyi, mieſci ſię zupełnie pięć razy w 15, to iest Denominatorze Frakcyi drugiey; zaczyń przez ten Wieloraz 5, zmnożyliſz Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszej, $5 \times \frac{2}{3}$ maſz $\frac{10}{15}$, którą Frakcyę tegoż ſamego Mianownika ma, co y druga $\frac{7}{15}$.



Przykład pierwszy. Przykład drugi.

$$\frac{2}{3}, \frac{7}{15} \quad | \quad \frac{1}{4}, \frac{3}{12}$$

$$\frac{10}{15}, \frac{7}{15} \quad | \quad \frac{3}{12}, \frac{3}{12}$$

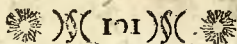
Prześtroga II. Z'tey Propozycyi uczemy się poznawać, która z zadanych liczb łananych jest większa? bo zredukowawszy je do jednego Mianownika, ta większa jest, ktorey Licznik jest większy.

PROPOZYCYA IV.

Liczbę łamaną do idkiegookolwiek danego Denominatora redukować, nieodmieniając ceny iey bynaymnięy.

Niech będzie dana Frakcyja $\frac{2}{3}$, którą potrzeba redukować na Frakcyję maiącą Denominatora 60.

Przez Licznika 2, rozmnóż danego Denominatora 60, 2×60 , a produkt 120 podziel przez 3 Denominatora daney Frakcyi, $3 \mid 120 \mid 40$ Wieloraz ztąd wypadający 40, będzie nowym Licznikiem zadanego Mianownika 60, y wynidzie Frakcyja



Frakcyą $\frac{4}{3}$ daney Frakcyi $\frac{2}{3}$ we wszy-
tkim równa, przez *Axiomę* II. Bo $3 \cdot 4 ::$
60. 40.

Jeżeli zaś daney Frakcyi Denomina-
tor, nie spełna dzieli pro ukt z Denomi-
natōra nowego, y z Numeratora daney
Frakcyi wypływający, iako *naprzykład*
w następującej liczbie łamaney $\frac{2}{3}$; którą
chcę do Denominatora 8 redukować,
gdyż $8 \times 2 = 16$ a 16 podzielone przez 3,
czynią 5, y zostaje się 1, w ten czas za
Numeratora, danemu Denominatorowi
napisawszy Wieloraz 5, to jest $\frac{5}{8}$; resztę
zostającą się, iakie jest w tym razie 1, na-
pisz za ułamek liczby łamaney $\frac{1}{8}$ z pier-
wszym Denominatorem 3, następują-
cym sposobem $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$, y to przez znak Ad-
dycyi + przyłącz do wyndziejonej Fra-
kcyi, tak: $\frac{5}{8} + \frac{1}{3} | \frac{1}{8}$. Co się tak wyma-
wia: dwa ze trzech zredukowane
do Denominatora ośmiu, czynią pięć z
ośmiu, y jeden ze trzech, jednego z o-
śmiu $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} + \frac{1}{3} | \frac{1}{8}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ równość $\frac{5}{8} + \frac{1}{3} | \frac{1}{8}$ dowieść
tego dowodnie można przez *Axiomę* II.
Bo przez *Propozycyę* VII tego rozdziału

ten ułamek liczby łamaney $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$, do iedney zredukowawszy Frakcyi czyni $\frac{1}{24}$. A zatym $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} + \frac{1}{24}$, a przez *Axioma* III, y przez *Przesłogę* I. *Propozycyi* III. $\frac{2}{3} = \frac{5}{24} + \frac{1}{24}$, to jest przez *Propozycyą* VIII tego *Rozdziału* $\frac{2}{3} = \frac{6}{24}$. Na koniec przez *Propozycyą* II zredukowawszy Frakcyą $\frac{6}{24}$ na najmnieysze terminy $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Przesłoga. Z tey *Propozycyi* uczemy się dochodzić ceny liczb łamanych, przez zredukowanie ich na części nam wiadome. Tak chcąc wiedzieć, ile czynią $\frac{3}{8}$, trzy z ośmiu części dnia iednego? redukuje tę Frakcyą do *Denominatora* 24, ile godzin zamyka w sobie dzień naturalny. A zmultiplikowawszy danego *Denominatora* 24, przez 3 *Numeratora* daney Frakcyi, y produkt ztąd wynikający 72, podzielivszy przez 8. *Denominatora* teyże Frakcyi, mam inną nową Frakcyą $\frac{9}{24}$, pierwszey ze wszystkim równą przez *Axioma* II, lecz z ktorey, części owe dnia poznać, y wyrazić mogą doskonałe. Bo ieżeli $\frac{2}{3} = \frac{9}{24}$, toć trzy z ośmiu części dnia iednego znaczą godzin dziewięć.

*Liczbę łamaną na Liczby Całkowite redu-
kować.*

GDy licznik nad Mianownika swólego
większy i. st., Frakcyą taką [iako
się wyżej rzekło] jest niewłaściwa, a
przeto kiedy tego potrzeba będzie, bar-
dzo łatwo zamienimy, y zredukujemy
ją na liczbę Całkowitą, podzieliwszy Li-
cznika iey, przez Mianownika. *Na-
przykład* następującey Frakcyi $\frac{12}{3}$, po-
dzieliwszy Licznika 12, przez Miano-
wnika 3, wypada na liczbę całkowitą
Wieloraz 4. Tak mając $\frac{6}{3}$ Złotego, mam
Złotych 2, bo $\frac{6}{3} = 2$.

Gdy zaś Mianownik niespełna dzieli
Licznika, reszta pozostała, od złożenia
liczby Całkowitey, kładzie się za Fra-
kcyą z tymże samym Mianownikiem.
Tak mając $\frac{10}{3}$ Złotego, mam Złotych 3,
y jedną ze trzech części czwartego Zło-
tego, to jest groszy 10. Bo $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$.

*Prześtoga. Z tej Propozycyi uczymy się
redukować, Monety, Wagi, y Miary, mniey-
sze*

szę na większe: tak $\frac{330}{30}$ Groszy = Złoty
tych 11, tak $\frac{68}{2\frac{1}{4}}$ Godzin = Dni 7.

PROPOZYCYA VI.

*Liczbę Całkowitą na Liczbę Łamaną do ia-
kiegokolwiek danego Denominatora
redukować.*

DAymy na przykład 3, aby je reduko-
wać na liczbę łamaną, której De-
nominatorem ma być 7. Rozmnoż
daną liczbę całkowitą 3, przez danego
Denominatora 7, a produkt 21, napisz za
Licznika temuż Denominatorowi, masz
Frakcyą $\frac{21}{7}$ równą we wszystkim daney
liczbie całkowitey 3, albowiem 21 po-
dzieliwszy przez 7, wroci się nazad 3,
Tak chcąc 3 Złote zredukować do De-
nominatora 30, multiplikuję 30X3, y
mam Frakcyą $\frac{90}{30}$ to jest groszy 90 = Zło-
tych 3.

Przeestroga. I. Toż samo czyni, reduku-
jąc liczbę całkowitą; y przyłączając do Fra-
kcyi daney. Na przykład redukując, y
przyłączając 2 do $\frac{2}{3}$. Rozmnożywszy al-
bowiem 2 przez 3, Denominatora daney
Fra-

Frakcyi, produkt 6, złocz przez Addycyą z 2, Licznikiem danej Frakcyi, y masz 8, które napisz za Licznika temuż samemu Denominatorowi 3, będziesz miał nową Frakcyą $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$.

Przeestroga II. Liczbie całkowitej podłożywszy za mianownika 1, staie się niby Frakcyą quasi Fractio, tak $\frac{6}{1} = 6$, $\frac{8}{1} = 8$. Proszę to dobrze pomnieć do następujących Propozycyi, gdzie o Multiplikacyi, y Dywizyi liczb łamanych mówić będziemy.

Przeestroga III. Z tey Propozycyi, uczemy się redukować Monety, Wagi, y Miary większe na mniejsze, zmultiplikowawszy ie, przez Monety, Wagi, y Miary mniejsze, które w sobie zamykają. Tak Talerow bitych 15 zmultiplikowawszy przez 8, mam Złotych 120. Cetrarow 5, zmultiplikowawszy przez 160, mam funtow 800. Gradusow 7, zmultiplikowawszy przez 15 mam mil Niemieckich 105.

PROPOZYCYA VII.

Ułamki Liczby Łamaney na jedną prostą Frakcyą zredukować.

Chcąc

Chcąc ułamek liczby łamaney, do ie-
dneyże Frakcyi, z Frakcyą ktorey
jest ułamkiem redukować, *naprzykład* z
tych dwóch Frakcyi $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$, z ktorych p-
erwsza jest ułamkiem drugiey, chcąc jedną
Frakcyą zrobić; multiplykuy. osobno
między sobą Licznikow 1×2 , y osobno
Mianownikow 2×3 , Produkta z nich
wypadające 2, y 6, będą nowym Liczni-
kiem, y Mianownikiem, to jest produkt
z Licznikow $1 \times 2 = 2$, będzie nowym
Licznikiem, Produkt z Mianownikow
 $2 \times 3 = 6$, będzie nowym Mianownikiem.
Frakcyi $\frac{2}{6}$ rowney we wszystkich danej
Frakcyi z iey ułamkiem $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$.

Objasniam to następującym przykła-
dem. Mając *naprzykład* $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$ jednego
Złotego, to jest przez *Punkt* IV. groszy
10, toż samo jest, iak gdybym miał $\frac{2}{3}$ te-
goż samego Złotego. Bo Frakcyą $\frac{2}{3}$
przez największą powszechną miarę 2,
do najmnieyszych terminow zreduko-
wana przez *Prop.* II. czyni $\frac{4}{6}$ jednego
Złotego, to jest też same groszy 10, a
zatem $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Toż samo czyn, kiedy ci więcey ułam-
kow

kow ledney Frakcyi przyjdzie na lednę Frakcyą zbijać, *naprzykład* w następujących ułamkach liczby łamanej $\frac{2}{4} \frac{2}{3} \frac{3}{5}$. zmultiplikowawszy wszystkie między sobą Numeratory $2 \times 2 \times 3 = 18$, y wszystkie Denominator $4 \times 3 \times 5 = 60$, masz z tych wszystkich lednę Frakcyą $\frac{18}{60}$ danym ułamkiem Frakcyi, we wszystkim równą.

PROPOZYCYA VIII.

Liczy Łamane dodawać.

Iezeli liczby łamane do zniesienia dane mają lednakowego Mianownika, dodaj razem wszystkie Liczniki, a napisawszy ienad tymże samym Mianownikiem, Addycyą zakończysz. Chcąc *naprzykład* dodać $\frac{1}{30} + \frac{20}{30} + \frac{5}{30} + \frac{16}{30}$ lednego Złotego, znośz same Liczniki $1 + 20 + 5 + 16$, y Summę z nich zebraną 42 kładę za nowego Licznika danemu Mianownikowi 30, y masz Frakcyą $\frac{42}{30} = 1 + \frac{12}{30}$, to jest: $\frac{1}{30} + \frac{20}{30} + \frac{5}{30} + \frac{16}{30} = \frac{42}{30} = 1 + \frac{12}{30}$, to jest groszy 1, a 20, a 5, a 16, czynią groszy 42 = Złoty 1, y groszy 12.

Iezeli

Jeżeli zaś liczby łamane dane do znie-
sienia, różnych Mianowników mają, to
zredukowawszy, naprzód do iednego
Mianownika, przez *Propozycyę III*,
zbierz potym, sposobem wzwyż wyra-
żonym.

Jeżeli nakoniec, liczby Całkowite
z łamanymi przyjdzie razem dodawać, te-
dy znowu osobno liczby Całkowite, toż li-
czby łamane, tak do mając Złotych $3 + \frac{2}{3}$
y Złotych $9 + \frac{1}{3} = 12 + \frac{2}{3} = 13 \frac{2}{3}$.

P R O P O Z Y C Y A IX.

Liczby Łamane odciągac.

Kiedy Frakcye dane mają iednego De-
nominatora, odeiagniy Licznika
mniejszyego, od większego, a pod resztą
położywszy Denominatora onychże,
Subtrakcyą zakończysz. *Naprzykład* $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$.
Tak od $\frac{20}{30}$ iednego Złotego, to
jest od groszy 20, odciągnąwszy $\frac{15}{30}$ to
jest groszy 15, zostaje mi się $\frac{5}{30}$, to jest
groszy 5, albowiem $\frac{20}{30} - \frac{15}{30} = \frac{5}{30}$.

Kiedy Frakcye dane do odciągania,
oamien-

odmiennych Denominatorow maia, redukuy ie wprzod do iednego Denominatora, toz sposobem wzwyż wyrażonym mnieyszą od więkſzey odciągnij. odmiennych Denominatorow maia, redukuy ie wprzod do iednego Denominatora, toz sposobem wzwyż wyrażonym mnieyszą od więkſzey odciągnij.

Kiedy na koniec, dana będzie Frakcyja do odciągnięcia iey od liczby całkowitey, redukuy wprzod liczbę całkowitą na Frakcyą, ktoraby z daną Frakcyą iednego Denominatora miała, przez *Prop. III*, a pótym czyn, iako się wyżej powiedziało. Chcąc *naprzykład* odciągnąć $\frac{2}{3}$ od 4, zmultiplykowawszy 4 przez 3 Denom natora daney Frakcyi, mam Frakcyą z tymże samym Denominatorem $\frac{12}{3}$, od ktorey odciągnąwszy $\frac{2}{3}$, zostaje mi się $\frac{10}{3}$, to iest: $\frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$, przez *Propozycyą V*. Podobnym e sposobem chcąc odciągnąć $2 + \frac{1}{4}$ od $5 + \frac{1}{2}$ to iest: $\frac{9}{4}$ od $\frac{11}{2}$, redukuy te dwie Frakcyje do iednego Denominatora, przez *Propozycyą III*, a będziesz miał $\frac{9}{4}$ $\frac{22}{4}$, a zaty m $\frac{22}{4} - \frac{9}{4} = \frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$ przez *Propozycyą V*.
Prze-

Przeſtiroga. Pomnieć mocno proſzę, że do zbierania, y odciągania liczb łama-nych potrzeba zawsze, aby te iednego De-nominatora miały.

P R O P O Z Y C Y A X.

Liczbę Łamane multiplykować.

I Jeżeli multiplykować przyidzie Frakcyą przez Frakcyą, zmultiplykowawszy oſobno Licznikow, y oſobno Mianownikow między ſobą, Multiplykacyą zakończysz. Tak multiplykując $\frac{2}{3}$ przez $\frac{2}{5}$ rozmnóżywszy oſobno między ſobą, y Numeratory $2 \times 2 = 4$, y Denominatory $3 \times 5 = 15$, wynika ci produkt $\frac{4}{15}$, tak $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

Jeżeli zaś mnożyć potrzeba będzie liczbę całkowitą przez Frakcyą, lub Frakcyą przez liczbę całkowitą, w ten czas liczbie całkowitey podłoż za Denominatora 1; przez *Propozycyą VI*. Toż czyń iposobem poprzedzającym; multiplykując *na przykład* $\frac{2}{3}$ przez 7, naprzód pod 7 liczbą całkowitą, podłoż za Denominatora

tora 1, będzieś miał $\frac{2}{3} \times \frac{7}{1} = \frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$

Jeżeli na koniec jedna z liczb łamanych do rozmnożenia danych, będzie miała przyłączoną liczbę całkowitą, tedy redukuuj wprzód liczbę całkowitą do Denominatora, Frakcyi przyległej, przez *Propozycyą VI*. Tak gdy chcę multiplikować $2 + \frac{1}{5}$ przez 6, redukuję naprzód 2 do Denominatora Frakcyi przyległej $\frac{1}{5}$. stanie się $\frac{11}{5}$; a pod 6 położywszy za Denominatora 1, mam $\frac{11}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{66}{5} = 13 + \frac{1}{5}$. Toż czyni, kiedy obydwom Frakcyom do mnożenia danym przyległe będą liczby całkowite.

Pokażmy to w Przykładzie. Kupię Sukna $15 + \frac{3}{4}$ łokci piętnaście, y ćwierci trzy, łokiec po $7 + \frac{2}{3}$ po Złotych siedm y groszy 20, pytam, wiele powinienem zapłacić?

Redukuję naprzód liczby całkowite do przyległej im Frakcyi, to jest $15 + \frac{3}{4} = \frac{63}{4}$ $7 + \frac{2}{3} = \frac{23}{3}$. Toż zmultiplikowa-
wšyzw między sobą te Frakcye $\frac{63}{4} \times \frac{23}{3} = \frac{1449}{12} = 120 + \frac{9}{4}$ to jest: za 15 łokci Sukna, y ćwierci 3, płacąc łokiec po 7 Złotych y po groszy 20, dam Złotych 120, y trzy

ze czterech części jednego Złotego, to jest groszy blisko 22.

Demonstracya, czyli dowódne okazanie Reguł podanych na Multyplikacyą liczb łamanych.

Multyplikować Frakcyą A. przez Frakcyą B, nic innego nie jest, tylko wynaleść za Produkt Frakcyą C, któraby się tyle razy mieściła w Frakcyi mnożney B. ile razy Frakcyą A. za Multyplikatora dana mieści się w jednym *in unitate*. A że w tym razie, iako Frakcyą C. dwa razy mieści się w Frakcyi B, tak Frakcyą A. dwa razy mieści się w jednym *in unitate* zaczym Frakcyą C, jest produkt Frakcyi B, zmultyplikowaney przez Frakcyą A.

$$\begin{array}{ccc} \text{A.} & \text{B.} & \text{C.} \\ \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} & = & \frac{3}{10} \end{array}$$

Ztąd każdy, przyczyny dōyść może, dla czego z multyplikacyi liczb łamanych A. y B, Produkt C. wynikający, mniejszy jest, od Frakcyi, które między sobą mnożę, bo że jedno i. tak się ma do Frakcyi A. iak się ma Frakcyą B. do Frakcyi

C. przez Propozycyą V. Rozdziału I. o
Mułytyplikacyi, a iedno i. większe iest nad
 Frakcyą A, tedy y Frakcyą B. większa
 być powinna nad Frakcyą C. a zatyń
 y Produkt przez Frakcyą C. wyrazony
 powinien być mnieyſzy.

Przeſtroga I. *Mułytyplikacya liczb* 18.
 manych pięknie takżę odprawnić ſię przez
 Dywizyą to iest dzieląc na krzyż Miano-
 wnika Frakcyi iedney przez Licznika Fra-
 kcyi drugiey, y wzaiemnie (byłę tyſko bez
 reſzty dzielić ſię mogli.) Tak chcąc mul-
 typlikować naſtępujące dwie Frakcyje $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10}$
 podziel 9 przez 3, a 10. przez 2, maſz Pro-
 dukt danyh Frakcyi $\frac{2}{5}$. Wszakżę te dwie
 Frakcyje, podanym wzwyż ſpoſobem zmul-
 typlikowawszy, tenżę ſm Produkt wypa-
 dzie. Bo $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{18}{30} = \frac{2}{5}$ przez Propo-
 zycyą II.

Przeſtroga II. Jeżeli przez liczbę Cał-
 kowitą z przyległą Frakcyą, będzie dana
 do mnożenia liczba Całkowita taka, którą
 Mianownik przyległej Frakcyi ſpełna po-
 dzielić może, w tenczas biegle Rachmiſtrze
 naprzod liczbę całkowitą do przyległej
 Frakcyi redukują, a przez Mianownika po-
 dzielają.

dzieliwszy liczbę całkowitą daną do mnożenia, przez wypadającą y Wieloraz, multiplikując całego Numeratora, y mają produkt liczb danych. Tak $38 + \frac{2}{3}$ multiplikując przez 18, redukuję naprzód 38 do przyległej Frakcyi $\frac{2}{3}$, y mam $1\frac{16}{3}$ a przez Mianownika 3 podzieliwszy liczbę daną 18, mam Wieloraz 6 przez który zmultiplikowawszy Numeratora 116, mam produkt zupełny liczb danych 696 ; $38 + \frac{2}{3} \times 18 = 696$ Doświadczysz tego, multiplikując też same dane liczby ordynaryjnym sposobem.

Przeestroga III. Jeżeli zaś przez liczbę całkowitą przyjdzie multiplikować Frakcyę nap. $32000 \times \frac{6}{5}$, tedy podzieliwszy wprzód 32000 przez 5. Wieloraz 6400 multiplikuy potem przez 6.

PROPOZYCYA XI.

Liczbę Łamane dzielić.

Gdy terminy Frakcyi za Dzielnika danej, spełna dzielą terminy Frakcyi podzielney, w ten czas nowy Licznik, y Mianownik, które z tej Dywizyi wynikną,

kną, będą Wielorazem danej Frakcyi, Tak dzieląc Frakcyą $\frac{4}{9}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, masz Frakcyą nową $\frac{2}{3}$, która jest Wielorazem danych Frakcyi. Podobnie, gdy Mianownik u obojey Frakcyi będzie iednakowy podziel Licznika, przez Licznika, a Mianownika zmazawszy, masz Wieloraz potrzebny. Tak dzieląc $\frac{6}{7}$ przez 2. podzieliwszy 6 przez 2, wypadnie ci Wieloraz 3.

Gdy zaś terminy Frakcyi za Dzielnika wziętey, nie dzielą spełna terminow Frakcyi podzielney, w tenczas Frakcyą, która jest Dzielnikiem obroc' wśpak, to jest kładąc Numeratora na miejscu Denominatora, a Denominatora na miejscu Numeratora, potym! y Numeratory, y Denominatory tak położone zmultiplikowawszy osobno między sobą. Produkt ztąd wypadający będzie Wielorazem Frakcyi danej. Tak chcąc podzielić $\frac{2}{3}$ przez $\frac{1}{2}$, obracam wśpak Frakcyą za Dzielnika daną, y mam $\frac{2}{3} \frac{2}{1}$ ktore zmultiplikowawszy, mam Wieloraz $\frac{4}{3}$

H2

to jest

to jest: $\frac{2}{3}$ podzielone przez $\frac{1}{2}$ jest $= \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.

Przyczyna, dla ktorey w tym razie Frakcyja za Dzielnika dana wśpak się obraca, jest ta, iż dane Frakcyje potrzeba było wprzód do iednego Mianownika redukować, a dopiero Licznika iednego przez drugiego podzielić. Co wszystko przez skrocenie dzieie się, kiedy Frakcyją za Dzielnika daną wśpak obrocimy.

Ile razy przyidzie dzielić Frakcyją przez liczbę Całkowitą, dosyć będzie multiplikować Denominatora daney Frakcyi, przez daną liczbę Całkowitą. Tym sposobem chcąc podzielić $\frac{2}{5}$ przez 2, 2 multiplikowawszy 5×2 , mam Wieloraz $\frac{2}{10}$. Podobnie $\frac{2}{3}$ dzieląc przez 5 wypadnie $= \frac{2}{15}$. Dzieie się to przez skrocenie Operacyi. Gdyż w tym razie potrzeba było naprzód podłożyć 1, za Denominatora liczbie Całkowitey, toż Frakcyją owę wśpak obrocic.

Kiedy Dzielnik, lub Liczba Podzielna, lub obydwie razem, składają się z liczb łamanych, y całkowitych, w ten czas potrze-

potrzeba. w przod, liczby całkowite do przyłączonych Frakcyi redukować, a dopiero czynić Dywizyą według nauk wzwyż podanych. Tak mając dzielić $24 + \frac{1}{2}$ przez $\frac{2}{3}$, zredukowawszy liczby całkowite do przyległej Frakcyi, mam $12\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{363}{10} = 36 + \frac{3}{10}$ przez *Propozycyą VI.* Podobnie chcąc podzielić $15 + \frac{1}{3}$ przez $12 + \frac{1}{2}$ mam $\frac{46}{3} \times \frac{2}{25} = \frac{92}{75} = 1 + \frac{17}{75}$.

Demonstracya. Podzielić Frakcyą A przez Frakcyą B, jest wynaleść Wieloraz C. do którego 1. tę powinno mieć proporcya, iaką ma proporcya Dzielnik B, do liczby podzielney A, podług *Reguły Dywizyi w Propozycyi VI. Rozdz. I.* Lecz że w tym razie, 1. tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Frakcyą dzielącą B, do Frakcyi podzielney A. jedno albowiem tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Denominator teyże Frakcyi 3, do swego Numeratora przez *Axioma III.* A Frakcyą B, do Frakcyi A, tak się ma, iak 3. do 4. Gdyż zredukowawszy te dwie Frakcyje A. y B. do jednego Denominatora, przez *Propozycyą III.* masz Frakcyje M, y N, Frakcyom A, y B, ze wszytkim równe,

to

te zaś dla jednakowego Denominatora, tę mają do siebie proporcya, iak 3 do 4 a zatym i tak się ma do Frakcyi C, ak się ma B, do A, przeto Frakcyja C, iest Wieloraz Frakcyi A y B, do podzielenia danych.

B. A. C.

$$\frac{1}{2} \text{ od } \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

M. N.

$$\frac{3}{6}$$

$$\frac{4}{6}$$

$$1. \frac{4}{3} :: 3. 4$$

Z poprzedzaiącey Demonstracyi doydziesz łatwo przyczyny, dla ktorey przy Dowizyi liczb łamanych, Wieloraz Wypada więkztzy, nad liczbę do podzielenia daną, co się wten czas przytrafia, kiedy Frakcyja dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ Dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do Wieloraza; zamieniwszy tę Proporcya, Dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do Wieloraza. A że Dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zaczym y liczba podzielna, od Wieloraza mnieysza być powinna.

Prze-

Przeſtroga. Gdy przez liczbę całkowitą, przyjdzie dzielić daną liczbę całkowitą z przyłączoną Frakcyą na przykład $634 + \frac{2}{3}$ przez 5, biegli Rachmiſtrze dzielą naprzód liczbę całkowitą przez liczbę całkowitą, bez względu na przyległą Frakcyą, to ieſt 634 przez 5, ażeby znaleźli Wieloraz 126. Reſztę ieżeli iaka od tej Dywizyi pozoſtała, iakie tu ſą 4, redukują do przyległej Frakcyi $\frac{2}{3}$, y mają $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$. Tę Frakcyą dzielą przez 5 ſpoſobem w trzecim punkcie tej Propozycyi wyrażonym, y mają Wieloraz $\frac{1\frac{1}{5}}{1\frac{1}{5}}$, który do Wielorazu liczb całkowitych przez znak Ad-dycyi + przydawſzy, mają liczby do podzielenia danej, cały Wieloraz ten $126 + \frac{1\frac{1}{5}}{1\frac{1}{5}}$



ROZDZIAŁ III.

O wyciągnięciu Sian z liczb danych, co
się u Łacinników zowie

Extractio Radicum

Kiedy się liczba iaka przez siebie samę multiplikuje, *naprzykład* 2×2 , Produkt 4, zowie się Kwadrat, czyli Czworgran, a liczba 2, z ktorey multiplikacyi kwadrat ten wynika, zowie się Sciana kwadratowa, *Radix Quadrati*; y znak iey jest ten, $\sqrt{\quad}$ albo $\sqrt{\quad}^2$. Jeżeli zaś kwadrat ow przez też samę Scianę samę znowu multiplikuje się, *naprzykład* 4×2 , produkt 8 ztąd wynikający, zowie się *Cubus*. Sześciogran, czyli kostka, wzdłuż, w szerz, y wgłąb, równo-boczna, a liczba, przez którą kwadrat iey własny zmultiplikowawszy, mam sześciogran, zowie się Sciana Sześciogranna, *Radix Cubica*; y znak iey jest ten $\sqrt{\quad}^3$. A jeżeli

A jeżeli tenże Izesziogram 8 przez tęż łamę ścianę swoją, to jest przez 2 zmultiplikowany będzie, 8×2 , wypadnie inny produkt 16, a ten znówu zmultiplikowawszy przez 2, 16×2 , maiz dalszy produkt 32, a y te 32 zmultiplikowawszy znówu przez pierwszą ścianę 2, 32×2 nastąpi inny nowy produkt 64.

Te wszystkie produkta, zacząwszy od wziętey na początku ściany, to jest: 2, 4, 8, 16, 32, 64, &c. po policie u Wieku t. rażnieyszego Matematykow nazywają się liczb godności, czyli stopnie *Dignitates seu potestates*, to jest 2, czyli ściana, zowie się stopień pierwszy, *Dignitas vel potestas prima*, 4 stopień drugi, *Dignitas, vel potestas secunda*, 8 stopień trzeci, *Dignitas. vel potestas tertia*, 16 stopień czwarty *potestas quarta*, 32 stopień piąty, *potestas quinta*, 64 stopień szósty, *potestas sexta* &c. Dawnieyszy zaś Matematycy, biorąc proporcją od figur Geometrycznych, stopień pierwszy nazywali *Latus*, to jest Ścianą, stopień drugi, *Quadratum*, stopień trzeci, *Cubus*, stopień czwarty, *Quadrato quadratum*, stopień piąty, *Quadrato Cubus* szósty *Cubo Cubus*.

Wiedzieć nańto potrzeba, że co się dotąd mówiło o liczbie 2, toż samo rozumieć się ma o każdej innej. Każda bowiem liczba obrana byź może za ścianę *pro Radice* produktów wszystkich, które przez ciągnioną multiplikacyą z niey wypadają, iako to 3, 4, 5, 6, y tak daley, z których podobnymże sposobem iak ze dwoch, godności, albo stopnie liczb, *Potestates*, porobione byź mogą.

Ściany zaś owe obrane, względem samych siebie, są y pierwszym sobie stopniem, iakośmy wyżej namienili, y ścianami pierwszego stopnia, *primæ Dignitatis vel potestatis* mogą się nazywać. Wzięte względem kwadratu, zowią się ściany drugiego stopnia, *Radices secundæ potestatis, aut Dignitatis* y znak ich iest $\sqrt{\quad}$, albo $\sqrt{\quad}^2$. Wzięte względem kostki, zowią się ściany trzeciego stopnia, *Radices tertie Dignitatis, seu potestatis tertie*, a znak ich iest $\sqrt{\quad}^3$. Podobnym sposobem, wzięte względem coraz wyższych stopniów, nazywają się ściany czwartego, piątego, szóstego stopnia. *Radices*

dices

dices, quartæ, quintæ, sextæ potestatis, których znaki są te γ^4 , γ^5 γ^6 &c.

Wyciągnąć tedy z liczby danej ścianę, nie innego nie jest, tylko wynaleść liczbę taką, która przez siebie samę rozmnóżona, liczbę zadaną czyni, albo czworogranną, jeżeli się raz przez siebie samę multiplikuje, albo sześciogranną, jeżeli się przez siebie samę multiplikuje dwa razy, albo dalszego iakowego stopnia, kilka razy przez siebie zmultiplikowana.

Jeżeli liczba zadana, do wyciągnięcia z niej ściany kwadratowej, niewynosi więcej nad 100, a sześciogrannej, nie wynosi więcej nad 1000, ścianę iey czworgranną, lub sześciogranną w następującej Tabliczce łatwo znaleźć można, gdyby zaś liczba zadana, nie była prawdzw. kwadrat, niesześciogran., tedy brać się powinna ściana liczby najbliżey przychylaiać ey się do liczby zadanej. Tak *naprzykład* chcąc doysć z następującej Tabliczki, iaka jest ściana kwadratowa dwudziestu pięciu, szukam w drugiey kolumnie kwadratow., jeżeli

jeżeli tamże zadana liczba 25, specyfikuje się, y znayduię ją punktualnie w piątym rzędzie, y 5. wtymże samym rzędzie w pierwszey kolumnie położone; ktore to 5. ią ścianą kwadratową 25, bo 5×5 , czynią 25. Chcę wiedzieć powtore jaką jest ściana sześciogranna siedmiudziestą? Szukam w trzeciej kolumnie sześciogranow, jeżeli tamże liczba 70 mieści się, którey że nieznayduię, biore przeto liczbę naybliżey przychylającą się do niey, to jest 64; y mam ścianę iej sześciograną 4. Bo $4 \times 4 = 16$, znowu $16 \times 4 = 64$, Liczba zaś 70 rzetelney Sciany swojej nie ma, *Radicem rationalem*, albo raczey nie ma Sciany takowey, ktoraby się liczbą wyrazić mogła. Zaczynam ścianą liczby, naybliżey do 70 przychylającej się, potrzeba się kontentować.



TABLE

T A B L I C A

Czworgránów, y Sześciogranów, aż do 10.

Sclany	Czworgranie	Sześciogr:
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

P R O P O Z Y C Y A I

*Z Liczby daney Sclanę Kwadratową wy-
ciągnąć.*

NAprzod Liczbę daną zaczynając od
prawey ręki, podziel punktami tak
żeby

żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley zawsze iedną figurę przekakuiąc, następującą znacz punktem, tym sposobem liczbę daną podzielisz na części, z których każda będzie miała w sobie dwie figury, prócz pierwszej części od lewey, w ktorey często iedna tylko figura mieścić się będzie. Ile zaś będzie części w liczbie tym sposobem podzieloney; tyle powinno być numerów w ścianie wynalezioney.

Powtore. Wziąwszy pierwszą część od lewey strony liczby danej, szukam iey na Tablicze czworograniów, którą iezeli tamże znaydiesz, bierz przypadającą iey ścianę, a iezeli nie; tedy weź ścianę kwadratu naybliżey do tēy liczby przychylającego się, y napisz ją na mieyscu osobnym za pierwszą część ściany generalney.

Potrzercie. Ścianę tę znalezioną multiplikuy przez siebie samę, a czworgran z tēy multiplikacyi wypadający, odciągnij od pierwszej części liczby danej. Do reszty iezeli się iaka została

złoż

złoż drugą następującą część, dwie figur zawierającą z liczby daney; potym ścianę wynalezioną podwoiłszy, napisz ją za Dzielnika, tey drugiey części.

Poczwarte. Uważ ile razy Dzielnik z ścianą podwołoney zrobiony brać się może w tey drugiey części, nie tykając atoli ostatniey iej figury punktem naznaczoney, a Wieloraz wypadający napisz zaraz, y za drugą część Ścianę generalney, y na końcu Dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część Ścianę, moltiplikuy całego Dzielnika, nie pomijając nawet ostatniey dopiero tamże przydanej liczby, a produkt odciągnij od całej drugiey części, wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałej złoż następującą trzecią część liczby daney, także we dwóch figurach zawarta, którą znowu, nie tykając ostatniey figury punktem naznaczoney, przez całą Ścianę podwoioną dywiduy, a Wieloraz tak za trzecią część ścianę, iako, y na końcu nowego Dzielnika napisz, toż przez tę trzecią część Ścia-

ny,

ny, Dzielnika całego wraz z przydaną liczbą zmultiplikowawszy, produkt odciągnij od całej trzeciej części liczby danej sposobem wyżej wyrażonym. A złożywszy następującą czwartą część liczby danej do pozostałej reszty, czyli we wszystkich tak, iako się o drugiej, y trzeciej części powiedziało, a z dojdzieś do ostatniej części, z ktorej jeżeli się po ostatnim odciągnięciu nie niezośtaie, znak jest, że liczba dana prawdziwy jest Czworgran, jeżeli się zaś zośtaie, znać że liczba dana nie jest, Kwadratowa ani może mieć rzetelney Sciany swojej, *Radixem rationalem*, to jest znać, że nie może mieć takie Sciany, ktoraby się liczbą wyrazić mogła. Wyńaleziona zaś liczba, jest Scianą Kwadratu, naybliżey do danej liczby przychylającą do się.

Jeżeli Sciana podwołona, w części odciętey od liczby danej, y do reszty przyłożoney brać się nie może, tedy równie iak w dywizyi, do Sciany dodać się cyfra, a znówu następująca część z liczby danej składa się, kiedy to bydz może

etc.

&c. Także Sciana przez Dywizyą wynaleziona pomniemyśza, tę jednym; *hoc est unitate*, gdy Produkt z moltiplicacyi Sciany przez Dzielnika, y przydaną liczbę wypadający będzie większy nad liczbę, od ktorey ma bydź odciągniony, co proszę dobrze pomnieć. Lecz ukażmy iuż w przykładzie podanych Reguł praktykę. Niechay tedy będzie dana liczba 186624, z ktorey Scianę Kwadratową, następującym sposobem wyciągam.

<i>Liczba dana</i>	<i>Sciana</i>
186624	432

<i>Dzielnik</i>	16
Drugiey części	—
83	- 266

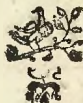
<i>Dzielnik</i>	249
Trzeciey części	—
862	- 1724
	1724

Powiedziało się już wyżej, że z liczby daney Sianę Kwadratową wyciągnąć, nic innego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę, z ktorey przez siebie samę zmultiplykowaney, Produkt wyniść powinien równy liczbie daney, żeby tedy w liczbie zadaney Sianę takową znaleźć, *Naprzód* daną liczbę 186624, wzwyż wyrażonym dzieląc sposobem, kładę pierwszy punkt pod 4, od prawey ręki, drugi pod 6, trzeci pod 8, a że tym sposobem liczbę daną, na trzy podzieliłem części, dorozumiewam się, że yw ścianie z niey wyciągnioney, trzy figury zamykać się powinny, *Powtore*. Biorę 18 pierwszą część liczby daney, ktorey, że w Tablicy Czworograniow nieznayduję, biorę 16 naybliżey przychylaiące się do 18, a przy nich położoną Sianę 4, piszę za pierwszą część Sciany generalney. *Potrzenie*. Z tych 4 pierwszey części Sciany generalney robię Kwadrat to jest $4 \times 4 = 16$, a Produkt 16 odciągam od 18, pierwszy części liczby daney. *Poczwarte*. Do 2, które się po tym odciagnieniu zostają, składam następującą drugą

drugą część liczby daney, to jest 66, y mam 266, toż podwoiwszy wynalezioną Scianę 4, to jest $2 \times 4 = 8$, kładę ją za Dzielnika tey drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści się w 26, (nie tykam ostatnich 6, punktem naznaczonych) a Wieloraz 3, kładę za drugą część Sciany, y przydaię go oraz na końcu Dzielnika 8. *Popiąte.* Przez tę część Sciany dopiero wynalezioną, to jest przez 3, multiplikuję całego z przydawką Dzielnika 83, a Produkt z tey multiplikacyi wynikający 249, odciągam od całej drugiey części liczby daney, to jest od 266 *Poszostle.* Do 17 od tego odciagnienia pozostałych, składam następującą ostatnią część liczby daney 24 y mam 1724, a podwoiwszy całą wynalezioną Scianę 43×2 , produkt 86, piszę za Dzielnika tey trzeciey części, y uważam; ile razy 86, brać mogę w 172, (bo ytu 4 punktem naznaczonych nie nie tykam) a Wieloraz 2, piszę oraz y za trzecią część Sciany, y za ostatnią figurę Dzielnika: Toż przez te 2 ostatnią część Wieloraza, zmultiplikowawszy

całego Dzielnika 862, Produkt z tąd wypadający 1724, odciągamy od ostatniej części liczby daney, po którym odciągnięciu że się nic niezośtaie, znak iest, że liczba dana prawdziwie iest Kwadratowa, y Scianą iey rzetelną są: 432, którą to Scianę na dowod tego przez siebie samę zmnożyliśmy, to iest: 432×432 , za Produkt koniecznie wypaść ci powinna liczba, daney liczbie 186624 ze wszystkim równa; Inaczey znakby był omyłki w wyciąganiu Sciany popełnoney.

Przykład drugi. Woyska Dywizyą z 10404 ludzi składającą się, w niebezpieczeństwie chcąc w Kwadrat uszykować, pytam ile na każdy bok ma ich stanąć, y wiele będzie wszystkich szeregów?



Liczba

<i>Liczba dana</i>	<i>Sciana</i>
10404	102
1	

202	- 0404
	404

W tym przykładzie, że z Dzielnika z pierwszej Sciany podwoionej, niemożę brać w drugiej części liczby danej gdy ją złożył, która tu jest Cyfra, z tej przyczyny za drugą część Sciany piszę 0, a do tej drugiej części złożywszy trzecią część liczby danej, mam 404, które przez Scianę podwoioną 20, podanym sposobem podzieliwszy, mam całą Scianę liczby danej 102, która Sciana wyraża, ile w każdym Szeregu Ludzi stanąć powinno, a oraz pokazuje mi, że tyleż wszystkich szeregów będzie.

Przy-

Przykład trzeci. Wyciągam Srianę Kwadratową z daney następującey liczby

<i>Liczba dana</i>		<i>Sciana</i>
6012304		2452
.		.
.		.
4		.
44		201
		.
		176
485		2523
		.
		2425
4902		9804
		.
		9804

W tym przykładzie, przy Dywizy drugiej części, 4 w 20, mogę brać pięć razy; lecz że Produkt z moltiplykacy całego Dzielnika, przez Scianę 5 wypadający

daiaćy, więkſzy ieſt nad drugą część li-
czby danej 201, od ktorey mam odcią-
gać, z tey przyczyny Wieloraz zmniej-
szam iednym *unitate*, y za drugą figurę
Sciany kładę tylko 4, iako ſię w oſta-
tnim Punkcie przed Przykładem pier-
wſzym powiedziało.

Przykład czwarty

<i>Liczba dana</i>		<i>Sciana</i>	
12502		III + $\frac{181}{223}$	
.			
.			
.			
I			
21	-	25	.
		21	
221	-	402	.
		221	
		181.	

Przeſtroga I. Jeżeli liczba dana nie
ieſt Kwadratowa, tedy reſzta od oſtatnie-
go.

go odciągnięcia pozostała, iaka jest w poprzedzającym czwartym przykładzie 181, idzie na liczbę łamaną, w ktorej reszta pozostała, kładzie się za Licznika, a za Mianownika Sciana wynalzioną wzięta dwa razy. Ale kiedy reszta pozostała będzie większa nad Scianę wynalezioną, wtenczas Scianę podwoionę mającey być Mianownikiem, dodaie się jeszcze iedno, unitas Tak w poprzedzającym Przykładzie, że reszta 181, większa jest nad Scianę znalezione 111, zaczym podwoieszy tęż Scianę 111 $\times 2$, do produktu 222 dodaie się jeszcze 1, a ratyn Frakcyja Scianie wynalezioney przyległa powinna być ta $\frac{1}{2}\frac{8}{2}\frac{1}{3}$; a to dla tego, że Kwadrat większy, mniejszego, po którym zaraz następuje, przewyższa Scianę podwoioną tegoż mniejszego Kwadratu, przydawszy 1. Tak na przykład 16 od 9, to jest Kwadrat większy od mniejszego naybliższego różni się, tą przewyżką $3+3+1=7$, czyli iako się rzekło Scianę Kwadratu mniejszego podwoioną z dodatkiem iednego, albo unitatis.

**Prześroga II. Żadna liczba nie będzie
Kwa-**

Kwadratowa, w ktorej ostatnia figura po prawey stronie będzie 2, lub 3, lub 7, lub 8, albo Cyfra iedna, ale potrzeba koniecznie ażeby była iedna z następujących 1, 4, 5, 6, 9, 00, z ktorych składają się liczby proste Kwadratowe.

Prześtroga III. Wyciąganie Sciany Kwadratowej nic innego nie jest, tylko rodzaj iakiś Dywizyi, z tą tylko różnicą, że w Dywizyi pospolitey Dzielnikiem jest liczba dana, tu zaś Dzielnika szukać potrzeba, a jeszcze na każdą część liczby danej innego, ktorego z Sciany wynalezioney dochodzimy. Z tej przyczyny moltiplikując Scianę przez siebie samę, iako np. w ostatnim Przykładzie III X III, a do Produktu 12321 przydamy, tak iak w Dywizyi, resztę od ostatniego odciagnienia z liczby danej pozostałą 181, Produkt generalny wypadł mi 12502, rowny zupełnie liczbie danej. Ten jest szczególny sposób na dowiadczanie dobrze wyciągnioney Sciany, moltiplikując Scianę, przez siebie samę, y resztę, jeżeli się iaka zopala, do Produktu przyłączając.

TROPO.

PROPOZYCYA II.

*Scianę Czworgranową wyciągnąć z Liczby
nie Kwadratowej przez najbliższe przy-
chylenie się do rzetelney iey. Sciany.*

per Approximationem.

PO wyciągnięciu Sciany Kwadrato-
wej, jeżeli się co zostaje, znak jest, że
liczba dana nie jest prawdziwie czwor-
granna, y Sciany rzetelney, ktoraby się
liczbą całkowitą mogła wyrazić, niema.
A lubo prawdziwey, y rzetelney w ta-
kiey liczbie doysć Sciany, rzecz wcale
jest niepodobna, można iednak przez
zażycie Frakcyi dzieśiątkowych, (o kto-
rych będzie niżej) do Sciany owey co-
raz bliżey a bliżey przychylić się, tak,
że przewyżka, lub brak od rzetelney Scia-
ny bardzo nieznaczny będzie. Co na-
stępuiącym dzieie się sposobem.

Naprzod. Do liczby, która się po wy-
ciągnięciu Sciany generalney od osta-
tniego odciągnięcia zostaje, doday tyle
par

par Cyfer, ile ci się podobae będzie, to jest 00, lub 0000, lub 000000, lub więcej, a liczby pozostałe nietykając, dodane Cyfry podziel punktami na części, tak, iak się rzekło w poprzedzającej Propozycji, toż podwoy wynalezioną już całą Scianę, y produkt położ za Dzielnika liczby składającej się z liczb pozostałych, z pierwszą częścią cyfer dodanych. *Pomysł.* Uważay ile razy Dzielnikow, w tej pierwszej części mieści się, nietykając y tu ostatniej figury kropką naznaczoney, a Wieloraz napisz y za następującą część Sciany, y za ostatnią figurę Dzielnika. Toż zmultiplikowawszy całego Dzielnika, przez tę ostatnią część Sciany, dopiero wynalezioną, produkt odciągnij od tej części reszty pozostałej z Cyframi, którąś dzielił. *Potrzenie.* Do reszty po tym odciągnięciu pozostałej, złoż następującą część liczby, z reszty, y z dodanych Cyfer złożoney; toż podwoiwszy całą Scianę, masz z niej Dzielnika nowego, przez ktorego złożoną część podzieliwszy, czyn daley tak, iako

ko się w poprzedzającej Propozycji powiedziało.

Dofzedłszy do końca Operacyi, to co się po ostatnim odciągnięciu zostało, zaniechać potrzeba; a od końca całej Sciany odciawszy tyle figur, ileś par Cyfer na początku był przydał, liczby po tym odcięciu z lewej strony będące, są Scianą rzetelną liczby danej, która się w liczbach Całkowitych wyrazić może; a liczby z prawey strony po odcięciu pozostałe, są przydatkiem do teyże Sciany, który tylko liczbą łamaną wyrazić można; ktorey to liczby łamanej Numeratorem będą liczby, od końca z prawey strony odcięte, a Denominatorem ie i no 1, z przydanemi do siebie tylu Cyframi, ile par Cyfer, na początku doreszty dodanych było. Lecz ukażmy to w przykładzie ostatnim z Propozycji poprzedzającej, w którym dana była liczba 12502, do wyciągnięcia z niey Sciany Kwadratowey.

Liczba

Liczba dana	Sciara
12502	111 812
...	
1	1000

21	25
	21

221	- 402
	221

2228	18100, 00, 00,
	17824

22361	--27600
	22361

223622	523600
	447244

- 76656

Z tey liczby po wyciągnięciu Sciary
111, została się od ostatniego odciągnie-
nia 181. Do tey reszty dodaję trzy pa-
ry

ry Cyfer, y mam 181000000 a przez Produkt Sciany podwoionej, to jest przez 222 dzieląc pierwszą część liczby daney, to jest 18100 mam Wieloraz 8; ktore kładę za czwartą część Sciany, y za ostatnią część Dzielnika, multiplikuję potym przez ostatnią część Sciany całego Dzielnika, a produkt odciągając od liczby, którą dopiero dzieliłem, do reszty składam następującą drugą parę Cyfer, y dzielę ją znówu przez całą Scianę podwoioną, y tak daley. Aż na koniec skończywszy Operacyę, resztę po ostatnim odciągnięciu pozostałą, to jest 76656 zaniechawszy, od końca całej Sciany wynalezioney 111812, odciynam trzy figury, dla tego, że do reszty od końca pierwszej Operacyi pozostałej, trzy pary Cyfer dodałem. Tym sposobem mam daney liczby Scianę w liczbach Całkowitych 111, a w liczbie łamaney $\frac{812}{1000}$, wstawwszy za Denominatora liczbie od końca odciętey, jedno z trzema Cyframi, dla trzech par Cyfer przydanych, takō się wyżej powiedziało.

Przy-

Przykład drugi. Chcąc wymiarować obwód Kwadratowy placu, 12 łokci Kwadratowych w płaszczyźnie swojej zamykającego, pytam ile łokci każdy bok mieć powinien?

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 3464} \\
 \underline{24} \\
 1064 \\
 \underline{960} \\
 1040 \\
 \underline{960} \\
 80
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 64 \overline{) 300,0000} \\
 \underline{256} \\
 4400 \\
 \underline{416} \\
 2400 \\
 \underline{2304} \\
 960 \\
 \underline{928} \\
 320
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6924 \overline{) 28400} \\
 \underline{27696} \\
 704
 \end{array}$$

W tym przykładzie do 3 pozostałych, przydawszy trzy pary Cyfer, y wyciągnawszy z nich sposobem wyżej podanym Sianę Czworgranową, wypada mi na koniec $3 + \frac{464}{1000}$ to jest: że danej płaszczyźnie wymierzywszy na każdy

ży bok łokci urzyty 464 części czwartej, łokcia na tyśiąc części podzielonego, co około pułłokcia uczyni, będę miał caley płaszczyny łokci Kwadratowych 12 lubo nie pełna, dla 704 po ostatnim odciągnięciu zarzuconych. Ztym wszystkim Sciana ta, daleko bliższą jest Scianie danej liczby 12, niżeli Sciana 3 po ordynaryinym wyciągnięciu Sciany wynaleziona.

Prześtroga I. Ztąd pokazuje się, że im więcej par Cyfer do reszty na początku pozostałej przydasz, tym bliżej wyciągniętą z nich Scianę, do Sciany liczby zadanej przychylać się będziesz, aż nigdy Sciany prawdziwey niewynajdziesz. Ale defekt y brak ow od Sciany rzetelney bardzo nieznaczny będzie.

Prześtroga II. Jeżeli liczbę, z której Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, Frakcyą jest przyległą, Frakcyą do Denominatora 100 zredukowaeszy, liczbę owę całkowitą do niej przyłączyć powinienem, potym zaś tak z Numeratora, iako y z Denominatora osobno Scianę Kwadratową wyciągnąć, a to tym sposobem. Naprzykład
chcę

chcąc wyciągnąć Scianę Kwadratową z $6 + \frac{1}{4}$. Naprzód liczbę Całkowitą 6, redukuje do Frakcyi przyległej $\frac{1}{4}$ przez Propozycyą VI. Rozd. II. y mam $2\frac{5}{4}$, Toż tę ostatnią Frakcyą redukując do Denominatora 100. przez Propo. VI tegoż Rozdz. mam Frakcyą nową $\frac{625}{100}$. Nakoniec tak z Numeratora iako y z Denominatora tej Frakcyi wyciągnąwszy osobno Scianę Kwadratową, wychodzi nam $2\frac{5}{10} = 2 + \frac{5}{10}$.

Przetłroga III. A jeżeli Denominator Frakcyi liczbie całkowitey przyległej, będzie Czworgran doskonały, w ten czas zredukowanąszy liczbę Całkowitą do Frakcyi przyległej, można zaraz Scianę Kwadratową z Numeratora, y Denominatora owej Frakcyi wyciągnąć, nie redukując nowego Denominatora 100. Tak jak w przytoczonym Przykładzie $5 + \frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$ wyciągnąwszy osobno Scianę Kwadratową z Numeratora 25. iako y z Denominatora 4, masz, $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$. tak, iako y pierwej. Zkąd uczemy się sposobu na wyciąganie Scian Kwadratowych z samych nawet liczb łamanych, w których numery za Licznika, y Mianownika położone, są Kwadratowe.

K

Prze-

3, masz $\frac{4}{6}$ przez Axioma III, a Scianę z
tey Frakcyi wyciągnięną $\frac{2}{3}$. Podobnież $\frac{3}{8}$
mnożąc przez 2, masz $\frac{1}{16}$ przez toż
Axioma, a Scianę ztey Frakcyi wyciągnio-
ną $\frac{2}{4}$.

PROPOZYCYA III.

Z danej liczby Scianę Sześciograną wy-
ciągnąć.

Radice. Cubicam,

O Sześciogranie, czyli Kostce, już
wyżej mówiliśmy, że się staie z
Kwadratu przez Scianę swoię: zmno-
żonego. Wyciągnąć tedy z
danej Scianę Sześciogranową, ie-
naleść liczbę taką, która przez siebie sa-
mą, y przez Kwadrat z siebie samą
zmnożoną, czyli Kostkę w trzech,
wzdłuż, y w głęb równoleżną.

Do wyciągnięcia Sciany Sześciogra-
nowey, mierz daną liczbę podziel na
części, zaczynając od prawey ręki tak
żeby w każdej części zamykał się trzy

figury, procz pierwfzey od lewey ręki, która czaſem dwie, a czaſem jedną tylko figurę w ſobie mieć będzie. Tym ſpoſobem podzieliwszy daną liczbę, ile w niej będzie części, tyle będzie figur w Scianie z caley liczby wyciągnionej.

Powtore. Na Tabliczce Sześciogranow przed *Propo.* I. położoney ſzukay Sciany Sześciogranney pierwfzey części liczby daney, ktorey ieżeli nieznaydziefz, bierz Scianę Sześciogranu naybliżey do niej przychylającego ſię, y napisz ją na oſobnym mieyſcu, za pierwfzą część Sciany generalney.

Potrzenie. Z tey Sciany wynalezioney uczyni Sześciogran, y odciągnij go od pierwfzey części liczby daney.

Poczwarće. Do reſzty, ieżeli iaka po tym odciągnięciu zoſtanie ſię, złoſz ie-
dnę ty do następującą figurę z drugiey części liczby daney, a z Sciany iuż wynalezioney zrobiwſzy Kwadrat, wezmij go trzykroć, albo iak mowią tryplikuy go multiplikuiąc przez 3, Produkt ztąd wypadający będzie Dzielnikiem drugiey części, ktory uważay, ile razy w niej mieſci

mieści się, a Wieloraz napisać za drugą figurę Sciany:

Popiąte. Z całej wynalezioney już Sciany zrobiwszy Sześciógran, odciągnij go razem od obu części już wziętych z liczby daney żadnego numeru niepomiiając.

Poszostę. Do reszty, jeżeli iaka po tym odciągnięciu pozostać, przyday znowu jedną figurę z następującej trzeciej części liczby daney, a z całej wynalezioney już Sciany Kwadrat zrobiony, y tryplikowany czyli trzykroć wzięty, będzie znowu nowym tej trzeciej części Dzielnikiem, który uważay, ile razy w niej brać się może, a Wieloraz to wskazujący połącz za trzecią część Sciany. Toż z całej Sciany zrobiwszy Sześciógran, odciągnij go znowu od wszystkich razem trzech części liczby daney. Tym sposobem do ostatniej części doszedłszy, nakoniec z całej Sciany zrob Sześciógran, y odciągnij go od całej liczby daney.

Jeżeli od ostatniego odciągnięcia nic się nie zostanie, znak jest, że liczba dana

Sze-

Sześciograną jest zupełnie, y Sciana wynaleziona jest iey własna; inaczey liczba dana Sześciogranna nie jest, y Sciana wynaleziona na ow czas nie jest Scianą liczby daney, ale tylko naywiększego Sześciogranu w liczbie owey zawierającego się, która liczbą całkowitą wyrazić się może.

Przykład pierwszy. Szukam Sciany Sześciogranney w następującej daney liczbie.

<i>Liczba dana</i>	<i>Sciana Sześciogranna</i>
12,167	23
8	23
12 41	69
	46
529 Kwadrat z wynale	
23 zionej Sciany.	
1537	
1058,	
12167 Sześciogran z wy	
nalezionej Sciany, rowny we wszyst	
kim Liczbie daney.	
<i>Przy-</i>	

Przykład drugi. Dana jest liczba 11390625, ktorey Sciana Sześciogranowa mam szukać?

<i>Liczba dana</i>		<i>Sciana Sześciograna</i>	
	11, 390, 625	225	
Dzielnik drugiey części	8	225	
	—	—	
12	33	1125	
	11390	450	
	10648	450	
Dzielnik trzeciey części	—	—	Kwadrat z cielej Sciany
1452	7426	50625	
	—	225	
	—	—	
	11,390.625	253125	
	11390 625	101250	
	—	101250	
	—	11390625	Sześciogran z cielej Sciany

W tym przykładzie podzieliwszy na-
przód daną liczbę podług nauki wzwyż
podaney mam w niey trzy części, y to
mi jest znakiem, że Sciana Sześciogran-
na

na wynaleziona, będzie się składać z trzech figur.

Powtore. Szukam na Tabliczce Sześciogranow Sciany 11, pierwszej części liczby daney, ktorey tamże nieznalazłszy, biorę 2 Sciinę 8, Sześciogranu naybliżey do pierwszej części przychylałcego się, y kładę te 2, na osobnym miejscu, z pierwszą figurą Sciiny.

Potrzenie. Z tych 2, wynalezioney Sciiny robię Sześciogran 8, y odciągamy go od 11, pierwszej części liczby daney.

Poczwarte. Do reszty, ktore tu są 3, składam 3, iedną tylko następującą z drugiey części liczby daney figurę, tak mam 33. Toż z wynalezioney już Sciiny 2, zrobiwszy Kwadrat 4, tryplikuję go, to jest trzykroć biorę, y mam 12, te zaś dwa naście są Dzielnikiem trzydziestu trzech drugiey części liczby daney, ktore 12, że w 33, mieszczą się dwa razy zaczynając 2, piszę za drugą figurę Sciiny Sześciogranney, ktorey szukam.

Popięte. Z 22, to jest z całej Sciiny wynalezioney czynię na osobney kartce

tce Sześciogran 10648, y odciągam go od całych dwóch pierwszych części, ktorych Scianę już znalazłem.

Poszostę. Do reszty 742, która się po tym odciągnięciu została, składam z trzeciej y ostatniej części liczby danej następującą jedną figurę 6, y mam 7426, a z 22, to jest z całej Sciany wynalezioney Kwadrat zrobiwszy 484, y tryplikowawszy go, mam 1452, co jest Dzielnikiem trzeciej części liczby danej, to jest 7426, w ktorych że 1452, mieszczą się pięć razy, zaczym Wieloraz 5, piszę za trzecią figurę Scianie wynalezioney, y mam całą Scianę liczby danej 225. Z ktorey Sciany zrobiwszy Sześciogran 11390625, odciągam go od całej liczby danej; Po ktorym odciągnięciu, że się nic nie zostało, znak jest, że liczba dana 11390625, jest prawdziwie Sześciogranną, a Sciana iey rzetelna jest 225.

Przeestroga I. Sposob ten na wyciąganie Scian Sześciogrannych z liczb danych jest nayłatwiejszy podany od Newtona w Arytmetyce Jego Uniwersalney, y w trzech Regułach

gułach cały zamyka się. 1. Do reszty która się zostaje po odciągnięciu Sześciogranu od podzielonych już części liczby danej, iedna tylko następującej części liczby danej przydaje się figura. II. Tę resztę wziętą wraz z przydaną na końcu iey liczbą, po dzieleniu przez Kwadrat tryplikowany wynalezioney już Sciany, Wieloraz daie następującą figurę Sciany, z drugiej części wyciągnioną, y tak dalej. III. Z liczb Sciannych (ilekolwiek ich będzie) zrobiony Sześciogran, odciąga się od tyłu pierwszy h części liczby, danej, ile jest liczb, czyli figur w Scianie już znalezioney, które trzy Reguły w przytoczonych już Przykładach, dosyć widocznie zażyte były.

Przebiega II. Jeżeli po wyciągnięciu Sciany Szesciogramney, cokolwiek się zostaje, znak jest, iako się rzekło, że liczba dana Szesciogramna nie jest, y iey cała Sciana liczbą całkowitą wyrazić się nie może. Zaczynam reszta pozostała wyrażać się powinna Frakcyą, której numeratorem będzie taż sama liczba pozostała, a Denominatorem Przewyszka zmniejszona iednym, Differentia imminuta unitate, która zachodzi między

między Sześciogranem Sciany wynalezio-
ney, y Sześciogranem większym naybliż-
szym. Tak wyciągnąwszy Scianę Sze-
ściograną z 46, mam Scianę 3, a reszta
pozostała 19 będzie Licznikiem przyległej
Frakcyi, Denominatorem zaś $37 - 1 = 36$.
Cała tedy wynaleziona Sciana będzie $\sqrt[3]{36}$
 $36 = 3 + \frac{1}{36}$. Potrzeba albowiem wie-
dzied, że Sześciogran większy np. 64, prze-
nyższa Sześciogran naybliżey mnieyszy od
siebie 27, Scianą 3 Sześciogranu mnieysze-
go tryplikowaną, y moltiplikowaną przez
Scianę Sześciogranu większego, z przyda-
tkiem do Produktu iednego 1, to jest $64 - 27$
 $= 9 \times 4 + 1 = 37$

Przeztroga III. Jeżeli z liczby która
nie jest Sześciograną chcesz wyciągnąć
Scianę, przez naybliższe do prawdziwey
iey Sciany przychylenie się, tak iako je w
Propozycyi II. tegoż Rozdziału o Scia-
nie Kwadratowej mówiło; do reszty od o-
statniego odciagnienia pozostałej doday ty-
le, ile chcesz Cyfer potroynych, to jest 000,
lub 000, 000, lub 000, 000, 000, y ciągnij z
nich dalej Scianę sposobem wyżej podanym.
Potym zaniechawszy zostającą się po osta-
tnim

znim odciągnięciu resztę, od Sciany wynalezioney odetnij z prawey ręki tyle figur, ileś Cyfer potroynych przydał, y podłóż im za Mianownika iedno, i, z tylą Cyframi, ile potroynych Cyfer przydanych było, a Frakcyą ztąd wynikającą przez znak Addycyi + przydaj do Sciany w liczbach całkowitych wyrażoney, tak właśnie, iako się w Propozycyi II. mówiło o wyciąganiu Scian Kwadratoynych z liczb danych przez naybliższe przychylenie się do rzetelney, albo raczey wyraźney ich Sciany.

Prześtroga IV. Z tym wszystkim tak Sześciogranne, iako też y inne wszystkich stopniow Sciany daleko łatwiey przez Algebrę wynalezionę bywają, zwłazszcza przez generalne Reguły od Newtona podane. Z tey przyczyny. kto chce w Rachunkach tego rodzaju z gruntu się wydoskonalić, do tamtych źródeł niech się uda.

Na doświadczenie Sciany Sześciogranney dobrze wyciągnioney, multiplikuy trzy razy przez siebie wynalezioną Scianę, a do Produktu dodawszy resztę od ostatniego odciągnięcia pozostałą,

stałą, Summa równa liczbie daney wy-
wyniknąć ci powinna.

P R O P O Z Y C Y A IV.

*Zamykając w sobie kilka Zadaniow, ktorym
zadosyć uczynić można przez wyciągnięcie
Sciany Czworgrannej, lub Sześciogranney.*

ZADANIE I. Generał mający bi-
tnych Żołnierzy 1369, chce ich do
batalii w Kwadrat uszykować, pytam ile
ich w każdym szeregu postawi, tudzież
wiele szeregów będzie?

Wyciągnąwszy z daney liczby 1369,
Scianę Kwadratową, masz 37, to jest
masz liczbę żołnierzy, ile ich w każdym
szeregu stanie, y tyleż szeregów będzie.

ZADANIE II. Z Lip 625 chcąc O-
grod Kwadratowy założyć, pytam ile
ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana Kwadratowa 25 z daney liczby
625 wyciągnięta, wskazuje, ile na ka-
żdy rząd Lip wynidzie.

ZADANIE III. Jest Baszta wysoka
na łokci 24 obwiedziona fossą szeroką
na

na łokci 9, chcąc wystawic drabinę, ktoraby do kopuły Baszty owej z dalszego brzegu dosięgła, pytam na wiele łokci długa bydź powinna?

Zrob *naprzód* z wysokości Baszty łokci 24 Kwadrat $= 576$, a drugi z obszerności fosy łokci 9 $= 81$. *Powtore*. Te dwa Kwadraty dodawszy z sobą $576 + 81$, z Summy 657 wyciągnij Scianę Kwadratową, która ci pokaże, że drabina owa powinna bydź długa na łokci $25 + \frac{3}{4}$.

ZADANIE IV. Z danych 3375 ciosanych Kwadratowych kamieni chcąc stawiać Sześciogranny posłument do Statuy, pytam ile na każdym boku wszerez, wgłęb, y wzdłuż kamieni kłaść potrzeba będzie?

Wyciągnij Scianę Sześciogranną z 3375, a będziesz miał 15, ile na każdy bok ciosanych Kwadratowych kamieni potrzeba.

ZADANIE V. Z Dyametru kuli żelazney, kamienney, lub ołowianej, ważącej funt jeden, doysć, iaki powinien bydź Dyameter kuli dwufuntowey, trzech-

trzechfuntowey &c. z tegoż samego materiału?

Daymý, że Dyameter kuli funtowey dzieli się na części 10. Zrób z tych 10 Sześciogran 1000, a zmultiplikowawszy go przez dwa, 1000X2, z produktu 2000 wyciągnij Ścianę Sześciograną, ta pokaże ci, ile takowychże części Dyameter kuli dwóch funtowey zamykać w sobie powinien. Toż czyniąc szukając Dyametu kuli trzech funtowey, czterech funtowey, pięciu funtowey. Zmultiplikowawszy albowiem Sześciogran 1000, przez 3, 4, 5. Ściany Sześciograne z produktów wyciągnięte, pokażą ci Dyameter na kulę od trzech, czterech, y pięciu funtow.

ZADANIE VI. Gdy straszna zaraza pustoszyła Ateny, Obywatele tamedzni pytali Apollina, jakimby sposobem to złe od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo, że w ten czas powietrze uślanie, gdy Atencykowie Ołtarz jego, który był Sześciogranny we dwójce powiększą. Ztąd wszczęła się sławna kwestya o podwojeniu Sześciogranu.

Daymý

Daymy, że Sciana owego Sześciogran-
nego Ołtarza miała w sobie stop Geo-
metrycznych 12, zrob z tey Sciany Kwa-
drat 144, y mult plikuy go przez 24
Scianę podwójoną; a z produktu 3456
wzięta Sciana Sześciogranna pokaże, że
Ołtarza owego podwojonego, bok ie-
den powinien być mieć stop Geometri-
cznych $15 + \frac{81}{20} = 8\frac{9}{20}$.

Te, y tym podobne Przykłady poka-
zują iawnie, iak potrzebna jest wiado-
mość Reguł o wyciąganiu Scian poda-
nych, ktorych praktyka wcaley Matē-
metyce nieśkończenie jest użyteczna.



ROZDZIAŁ

ROZDZIAŁ IV.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

Reguł wyższej Arytmetyki pospol-
cie liczą cztery. Pierwsza jest Re-
gula Proporcji *Regula Proporcionum*.
Drugą Regułą Tożsamości, czyli Społ-
ki, *Regula Societatis*. Trzecia Reguła
Wiązania, *Alligationis*. Czwarta Re-
gula Domniemania, czyli fałszywego
założenia, *Regula Positionis, vel falsi*.
Pierwsza z wyrażonych Reguł jest nay-
przednieysza, gdyż na niey inne gruntu-
ją się. Zaczynam do zupełnego iey zro-
zumienia za rzecz potrzebną osądziłem
o liczbach proporcjonalnych, y własno-
ściach ich nieco wprzód pomówić.

DEFINICYE czyli Opisanie gruntowne.

I. Proporcya, *Ratio, sive proportio*,
Lest

jest to dwóch tegoż samego gatunku rzeczy wzajemny iakiś między sobą wzgląd, y porównanie co do ich wielkości. Tak 12 porównywiąc ze 4 widzę że liczba 12, liczbę 4, trzy razy w sobie zamyka, a zatym między 12, y 4 zachodzi proporcya trzykrotney wielkości, *trippli*, pierwszy termin zowie się poprzedzający *Antecedens*. Drugi następujący *Consequens*.

II. Dwie Proporcye, zowią się podobne też same, albo równe, (co wszystko jedno znaczy) gdy pierwszej proporcji termin poprzedzający, tyleż razy mieści w sobie termin swoy następujący, ile razy termin poprzedzający drugiej proporcji, zamyka w sobie swoy termin następujący, y wzajemnie, gdy termin poprzedzający jedney proporcji tyle razy mieści się w swoim terminie następującym, ile razy w drugiej proporcji termin poprzedzający w następującym brać się może. Tak następujące dwie Proporcye $12. 4 :: 3. 1$. są między sobą podobne, y też same; bo iako, 12 *Antecedens* pierwszej proporcji
Conse-

Consequens swoy 4, tak 3 *Antecedens* drugiej proporcji, *Consequens* swoy 1, trzy razy zupełnie w sobie zamyka.

III. Cztery te terminy, czyli rzeczy też samę mające do siebie proporcją np. 12. 4 :: 3. 1, zowią się proporcjonalne, albo iednego względu; leżeli zaś liczby we środku położone dwa razy się biorą, tak: że taż sama liczba bierze się raz iako *Consequens* liczby pierwszej, a drugi raz iako *Antecedens* liczby następującej, tedy proporcja między niemi zachodząca zowie się proporcja ciągniona, *Proportio continua*, iako na przykład :: 2. 4. 8. gdzie 4. biorę raz iako *Consequens* 2, drugi raz iako *Antecedens* 8, raz, iako 2, dwa razy w sobie zamykają, drugi raz, iako w 8 dwa razy wzajemnie mieszczą się.

LEMMATA (*) czyli Objaśnienia u-

pet-

(*) LEMMA jest to nauka poprzedzająca, czyli ostrzeżenie y ubezpieczenie o niezawodności prawd, przez które dalszych Reguł w iakiej Sciencyi podanych dowodzić potrzeba. Y dla tego u Łacinników Lemmatami nazywają się propozycje, których ten iedyny cel jest, abyśmy przez nie innych Propozycji prawdy dowodzili.

*gwarantujące o niezawodnych własnościach
Proporcji.*

LEMMA I. Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcjonalne, y tegoż samego względu, tedy Produkt z liczby pierwszej, y ostatniej, powinien być we wszystkim równy produktowi z liczby drugiej, y trzeciej

Daymy cztery liczby proporcjonalne

$$5. 20 :: 4. 16.$$

$$\text{Jako } 5 \times 16. = 80.$$

$$\text{Tak wzajemnie } 20 \times 4. = 80.$$

LEMMA II. Jeżeli z danych czterech terminów, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iako biorąc na wywrot, termin czwarty do drugiego, tedy produkt terminu pierwszego z drugim, powinien być równy produktowi terminu trzeciego z czwartym. Daymy cztery liczby następujące 6. 4. 3. 8. W tych danych liczbach, że między pierwszym terminem 6, y trzecim 3, tak sama zachodzi proporcja, iaka między terminem czwartym 8, y drugim 4, będzie tedy $6. 3 :: 8. 4$. Przeto podług Lemma $6 \times 4 = 3 \times 8 = 24$. A zatym
Pro-

Produkt z pierwszego y drugiego, będzie równy produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

LEMMA III. Jeżeli produkt przez jedną liczbę, z liczby między sobą i moltiplikowanych, podzielony będzie, druga z nich za Wieloraz wypaść powinna, *naprzykład*, jeżeli Produkt 24 wynikaący z moltiplicacyi 4×6 , podzielony będzie przez 6, wypadną 4, jeżeli przez 4, wypadną 6.

P R O P O Z Y C Y A I.

O Regule Proporcyi.

De Regula Proportionum.

Regula Proporeyi, którą dla zacności, y nieskończonego pożytku, złącą pospolicie nazywają; podaje sposob na doyscie z trzech liczb wiadomych czwartey liczby niewiadomey Proporcjonalney, między którą, y trzecią też sama zachodzić powinna Proporeya; co między drugą, y pierwszą. y z tey przyczyny zowie się Regula Pro-

Proporcya, czyli Reguła trzech, że z trzech liczb wiadomych, czwartej nie wiadomej dochodzi. Należyte Reguły Proporcyi odprawienie na dwóch następujących gruntuie się fundamentach

Naprzod. Trzy liczby dane, porządkiem ułożone bydz powinny, tak żeby liczba mająca do siebie przyłączone zadanie położona była na miejscu trzecim, a owa, która z liczbą na miejscu trzecim położoną jednego jest gatunku, na pierwszym miejscu znajdowała się. Tak pytając się wiele dam za 12 łokci Sukna, którego dwa łokcie kosztują Złotych 14. Ponieważ liczbą 12 ma do siebie przyłączone zadanie, zaczynam pisze 12 łokci na miejscu trzecim, a dwa które też samę rzecz z 12, to jest łokcie znaczą, kładę na miejscu pierwszym, 14 zaś na miejscu drugim, tym sposobem.

$$2. \quad 14 :: 12. \quad - -$$

Pomtore. Tak ułożywszy terminy liczb do rozwiązania ich przez Proporcya zadanych, multiplikuy termin drugi

gi przez trzeci, to jest 14×12 , a Produkt z tey moltiplikacyi wynikający 168, przez termin pierwszy, to jest przez 2 podziel, Wieloraz który z tego podzielenia wypadnie, będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcjonalnym, y na zadanie twoie odpowie.

Łokci Złotych Łokci Złotych

2, 14 :: 12. 84.

12

28

14

Wieloraz

2 | 16,8 | 84
| 16 |

-- 8

8

Przykład drugi. Król Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimskiego miał robotników 180000. Dajmy że na dwóch robotników dawano codzień trzy

trzy Złote, pytam ile na wżyskich co-
dzień wydano?

Robotnicy	Złote	Robotnicy	Złote
2.	3 ::	180000	270000

3

$$3 \mid 5,4,0,0,0,0, \mid 270000$$

4

14

14

Przykład trzeci. Budowanie tegoż
Kościoła trwało lat siedm, a biorąc w Rò-
ku iednym tylko 250 dni robocznych,
trwało dni 1750, Jeżeli tedy na dzień
ieden sama robota owego Gmachu ko-
sztowała Złotych 270000, pytam ile
mógł wynieść cały koszt za dni 1740?

Dzień

☀ 169 ☀

Dzień Złotych Dni Złotych

1 270000 :: 1750 472500000
1750

13500000

1890000

270000

1. | 472500000 |

W tym przykładzie Produkt z Multyplikacyi dwóch średnich terminów niepotrzeba było przez 1. termin pierwszy dzielić, ale ow produkt zaraz za termin czwarty liczbom danym proporcjonalny napisać, bo iedno, 1., ani dzielić, ani mulyplikować liczb nie może.

Przykład czwarty. Biorącemu w Pro-wizyi sześć od sta. pytam ile się należy od 38000?

100. 6 :: 38000 2280.
6.

100 | 2280 | 100 | 2280.

Przykład piąty, Łaska dwulokcio-wa prosto wbita w ziemię o godzinie trze-

trzeciej z połutnia, rzuca od siebie cień na łokci 3. Przyległej wleży, o teyże samey godzinie cień jest na łokci 300, pytam ile wieża ona w samey rzeczy ma w sobie łokci? Terminy zadanych liczb tak układam. Jeżeli cień trzech łokciowy, jest od wysokości dwu łokciowej, cień na łokci 300, jaką rzetelną ma wysokość?

$$3 : 300 :: 2 : 200.$$

2

$$2 \mid 6,0,0, \mid 200.$$

Przykład szosły. Za Miesiący 2, wydał kto 1800 Złotych, pytam ile wyda za Rok ieden. W tym przykładzie Miesiące dwa, y Rok ieden, są terminy różnego Gatunku, zaczym przed zaczęciem operacyi onychże, potrzeba ie wprzod na gatunek ieden redukować, zamast roku iednego, Miesiący dwanaście nap.sawfzy tak:

Mie-

☼)(171)(☼

Mieściący	Złotych	Mieściący	Złotych
2.	1900 ::	12.	11400.
12			

3800

1900

2,2,8,0,0,	11400
2 228	

Toż zawsze czyli, kiedy terminy na-
 pierwszym; y trzecim miejscu leżące,
 zamykać w sobie będą różne gatunki
 rzeczy: to jest redukuy je wprzód do ga-
 tunku jednego.

Przykład siódmy. Za pułtory godzi-
 ny wyciekło z Antała, Wina dwa garce,
 pytam ile za dzień cały wyciec mogło
 W tym przykładzie *naprzód* pułtory go-
 dziny zredukowawszy na kwadransie,
 mam kwadransów 6, toż dzień zreduko-
 wawszy na 24 godzin, a te na kwadran-
 se mam kwadransów 96, y dopiero dane
 liczby układam następującym sposobem

Kwa-

Kwadrans Garce Kwadrans Garce

$$\begin{array}{ccccccc} 6 & & 2 & :: & 96 & & 32 \\ & & & & 2 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} 6 & 192 & 32 \\ & 18 & \end{array}$$

$$= 12$$

$$12$$

Jeżeli zaś Produkt z trzeciego terminu zmultiplikowanego przez drugi, mniejszy będzie od terminu pierwszego a przeto nie będzie się mógł przezeń dzielić, tedy go wprzód na mniejszy gatunek zredukować potrzeba przez pierwszy termin podzielić. *naprzykład* za 20 łokci płotna dałem Talerów bi-tych pięć pytam ile łokieć jeden kosztuje

Łokci Talerów Łokieć

$$\begin{array}{ccccccc} 20 & & 5 & :: & 1 & & \\ & & 8 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Łokci} & \text{Złotych} & \text{Łokci} & \text{Złotych} & & & \\ 20 & & 40 & :: & 1 & & 2 \end{array}$$

Po-

Ponieważ jedno pięciu nie multiplikuje, y Talerow pięciu przez 20 dzieląc nie mogą, zaczynam redukować w przód Talery na Złotyach czterdzieści mówię jeżeli za 20 dałem 40 Złotych coż dałem za 1? y dochodzę, że 2.

Przeestroga. Jeżeli do liczb Całkowitych przymieszają się Frakcyje, tedy liczby całkowite redukują się w przód na Frakcyje przyległe, a pod liczbami całkowitemi, przy których Frakcyi nie masz, podkładają się za Denominatora 1, toż Multiplikacya y Dywizya sposobem o liczbach łamanych przepisany odprawuje się. Naprzykład Za godzinę $1 + \frac{1}{4}$ ubiegłem mil $2 + \frac{1}{4}$, pytam się ile mil za godzin $6 + \frac{1}{2}$ ubiegnę.

$$1 + \frac{1}{4} : 2 + \frac{1}{4} :: 6 + \frac{1}{2} : 11 + \frac{2}{4}$$

$$\frac{5}{4} : \frac{9}{4} :: 1 \frac{3}{2} : 11 + \frac{2}{4}$$

Demonstracya, czyli okazanie niezawodnych fundamentow podanych na Regułę Proporcyi, oczywiście mieć można z *Lemma I y III*. Bo ponieważ w Regule Proporcyi dane bywają trzy terminy proporcjonalne, do których czwartego,

tego, o którym ieszcze nie wiemy do-
brać można, zatem idzie, że produkt z
mnożyciela drugiego y trzeciego ter-
minu wynikający, równy być powin-
nień produktowi z mnożyciela termi-
nu pierwszego z czwartym ieszcze nie-
wiadomym, *podług Lemma I*, a zatem
Produkt z drugiego, y trzeciego terminu
podzieliwszy przez termin, pierwszy,
czwartego terminu danym trzem termi-
nom proporcjonalnego dojdziemy
przez Lemma III. Oczywiście tedy jest
przyczyna, czemu *podług* wzwyż po-
danym na *Regułę Proporcji nauki*, ter-
min trzeci mnożyć powinniśmy
przez termin drugi, a produkt przez
termin pierwszy podzielić

Sposób na doświadczenie dobrze od-
prawionej *Reguły Proporcji* naywy-
borniejszy, y nayśnadniejszy jest: mul-
typlikować termin pierwszy przez ter-
min czwarty, a termin trzeci przez dru-
gi, bo jeżeli Produkta, z tey podwoy-
nej mnożyciela wynikające będą ze
wszystkim sobie równe, znak będzie
dobrze odprawionej rachuby. Funda-
ment tego niezawodny jest w *Lemma I*.

PROPOZYCYA II.

O Regule Proporcji Składanej.

De Regula Proportionum Composita.

Regula Składana Proporcji, *Regula Proportionum Composita*, zowie się ta, w ktorej przez trzech terminów pryncypalnych w poprzedzającej Propozycji wyrażonych, kładą się jeszcze inne terminy pośrednicze, ktore znaczą, czas, zysk, defalkę, y tym podobne okoliczności. Terminy takowe gdy dane będą, Reguły proporcji odprawić nie można, aż wprzód pośrednicze owe terminy, z terminami pryncypalnemi przez multiplikacyą złączone nie będą. tak że by ze wszystkich danych terminów, trzy tylko terminy pryncypalne do Operacyi wypadły. Przykłady następujące rzecz tę naylepiey objaśnia.

Przykład pierwszy. Czterech Kawalerów wspólnie żyjących przez dni 10, wydali Czerwonych Złotych 50, pytamy ile wydadzą Kawalerów dwanaście przez dni 30?

W tym

W tym przykładzie liczby znaczące Kawalerow, y pieniądze są terminy pryncypalne, liczby zaś które znaczą dni są terminy pośrednicze y następującym porządkiem układają się:

$$4X10 \ 50 :: 12X30.$$

Zeby tedy Regulę proporcji odprawić, łącz przez multiplikacyą *naprzód* Kawalerow 4 z 10 dniami, masz 40, potem Kawalerow 12 z 30 dniami, masz 360. Teraz zadana kwestyą w trzech terminach następującym wyraż sposobem.

$$40. \ 50 :: 360. \ 450.$$

a zmultiplykowawszy termin drugi przez trzeci, to jest $50X360$, Produkt 18000, podziel przez 40 termin pierwszy, a Wieloraz 450 pokaże ci szesty termin danym pięciu terminom proporcjonalny, to jest ze Kawalerow 12 za dni 30, wydadzą Cz: Złotych 450.

Przykład drugi. Od 1000 Złotych z prowizyą czterech od sta, płaci się corocznie Złotych 40, a od 12000 z prowizyą sześciu od sta wiele płacić potrzeba?

1000

❁)(177)(❁

1000X4. 40 :: 12000X6?

4000. 40 :: 72000. 720,

40

4 000	28,8,0 000	720
	18	

--8

8

-0

Przykład trzeci. Od przewiezienia czterech cetnarow towaru za mil 30 zapłaciłem Złotych 80, a od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru, za mil 50, ile zapłacę?

4X30. 30 :: 12X50.

120. 30 :: 600 150

30

12 018,0,0, 0	150
12	

--60

60

M

Przy

Przykład czwarty. Dajmy że na płacę dla żołnierzy 10 przez Miesiącz, wychodzi Złotych 579, chcę wiedzieć, ile wynidzie dla żołnierzy 500 przez Miesiący

$$\begin{array}{r} 10 \times 1 \quad 579 \quad : : \quad 500 \times 12 \\ 10 \quad \quad 579 \quad : : \quad 6000 \quad 347400 \\ 8 \end{array}$$

$$10 \times 1 \quad 579 \quad : : \quad 500 \times 12.$$

$$10. \quad 579 \quad : : \quad 6000. \quad 347400$$

8

Przeestroga I. Składana Reguła Proporcji, nic innego nie jest, tylko Reguła Proporcji prosta, dwa razy powtórzona, ztęy przyczyny nazywa się też Reguła Dupli. Reguła podwojona, dla tego, że dwa zadania wraz w sobie zawiera, A przeto składana Reguła Proporcji redukować się może na dwie Reguły proste, z których w pierwszej pominąwszy terminy pośrednicze, a same trzy terminy pryncypalne w proporcję ułożywszy, szukamy terminu czwartego. W drugiej kładą się terminy pośrednicze, a w środku tych wynaleziony dopiero czwarty termin proporcjonalny. Tak w poprzedzającym Przykładzie mowię naprzod: jeżeli na 10 Żołnierzy wychodzi Złotych 579, ile wynidzie na Żołnierzy,

500?

500 wypadu 28960, a mówiąc powtórnie: jeżeli za Miesiąc i wynidzie 28960, ile wynidzie za Miesiący 12? wychodzi Summa 347400, staż sama, którą przez pierwszą Operacyą wy-
nalazłem.

-Przeestroga II. Ta Reguła nazywa się. także u niektórych Reguła pięciu, Regula quinque; że się w niej pięć terminow wiadomych kładzie, dla doyscia szóstego. Do świadczaię ię tymże samym sposobem, który w Propozycyi poprzedzaiący na Regułę Proporcyi podany był.

PROPOZYCYA III

O Regule Proporcyi wspak obroconey.
De Regula Proportionum Inversa.

W Regułach Proporcyi, o których dotąd mowiliśmy, tak się ma zawsze termin pierwszy do drugiego, jak się ma termin trzeci do czwartego, y jeżeli termin pierwszy od trzeciego jest większy, termin drugi równie nad termin czwarty większy bydz powinien; albo wzajemnie mnieyszy, jeżeli termin

pierwszy mnieyszy jest, niżeli trzeci. Z samey zaś natury zadaney kwestyi przytrafiać się często zwykło, że im pierwszy termin mnieyszy, lub większy jest od trzeciego, tym termin czwarty, ktorego szukamy od terminu drugiego mnieyszy, lub większy być powinien, biorąc wśpak porządek terminow przez proporcją ułożonych. W tym razie Reguła Proporcyi nazywa się wśpak obrocona, *Regula Proportionum inversa*, dla zamiatwania porządku terminow, którym wprostey Regule proporcyi układają się.

Reguła ta wiele zatrudniać zwykło, niezupelnie biegłych w rachunkach ludzi, z tey przyczyny, że rozeznać nie mogą, kiedy prosta Reguła Proporcyi a kiedy Reguła Proporcyi wśpak obrocona być ma zażyta.

Ile razy tedy z samey natury zadanego pytania wypada, że im mnieyszy, lub większy jest termin pierwszy od trzeciego, tym mnieyszy, lub większy być powinien czwarty od drugiego terminu, tyle razy każdy ma sobie wnosić,

że w takowym razie Reguły Proporcji wśpak obroconey zażyć potrzeba. Tak *naprzykład*: mając zadaną kwestyą: żeńców 20 pożęli pole iedno w dni 4, a żeńców 10, drugie takoweż pole wiele dni żać będą?

20. 4 :: 10?

W tym przykładzie iako pierwszy termin 20 większy jest od terminu trzeciego 10, tak termin czwarty wynaleziony większy bydź powinien nad termin drugi 4, bo żeńców 10, dwa razy dłużey pole owo żać powinni, niżeli go żnie żeńców 20.

Zaczyn na doyscie czwartey liczby proporcjonalney przez Regułę wśpak obroconą, potrzeba *naprzod*: pierwszy termin multiplikować przez termin drugi, *powtore*: Produkt z tey multiplikacyi wynikający podzielić przez termin trzeci, a za Wiele raz wypadnie termin czwarty proporcjonalny, który tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma termin pierwszy do trzeciego terminu. Tak w zadanym już przykładzie.

20, 4 :: 10 8.

20

110181018

Dziesięciu tedy żeńcow ośm dni po-
le owo żaćby powinni, ktore dwudzie-
stu za cztery dni pożeli.

Przykład drugi. W Fortecy obleżo-
ney 1500 żołnierzom wystarczy pro-
wiantów na Miesiący 3, a przez Miesią-
cy 6, na wielu żołnierzach też prowianty
wystarczyć mogą?

og 1500 3 :: 6 750.

3

6 | 45,000 | 750

42

30

30

W tym przykładzie rzecz oczywista
jest, że im mniej jest Miesiący trzy nad
Miesiący sześć, tym mniej powinno
być Ludzi na ktorychby przez sześć

Mie-

produktu któryby miał wyniknąć z multiplikacyi terminu trzeciego z czwartym, mamy już termin jeden, to jest, który na trzecim miejscu kładzie się, zaczynamy produkt z multiplikacyi terminu pierwszego z drugim, równy produktowi z multiplikacyi terminu trzeciego z czwartym, podzieliwszy przez termin trzeci, czwarty termin proporcjonalny koniecznie wyiść powinien.

Doświadczenie dobrze odprawionej Reguły Proporcyi wśpak obroconey, jest bardzo krotkie, zmultiplikowawszy termin pierwszy przez drugi, a trzeci przez czwarty. Jeżeli obadwa produkty są równe, Operacya dobrze poszła.

Przeſtroga. Unikając atoli trudności jeżeli iaka w Proporcyi wśpak obroconey zachodzić może, łatwo zamienisz ją w Regułę Proporcyi proſtą, kładąc termin, do którego przyłączone jest zadanie na miejscu pierwszym, a termin jednego z nim gatunku na miejscu drugim. Tak w pierwszym przykładzie żeńców 10, tak się mają do żeńców 20, iak się mają dni 4, do dni 8.

☼)(185)(☼

10. 20 :: 4. 8.

4

10 | 8 | 0, 18

*A w przykładzie drugim, tak się mają
żołnierzy 15,00 do 760.*

6. 3 :: 1500. 760.

3

6	45,0,0,	750
	42	

- 30

30

-- 0

*Podobnież yw Przykładzie trzecim, iak
się mają 10 pługow do 6, tak się mieć po-
winny dni 30, do dni 18.*

10. 6 :: 30 18.

6

10 | 18 | 0 18.

PROPO.

Zamykająca w sobie niektóre sposoby do krotkości, y sukności. w odprawnieniu Regule Proporcji wielce służące.

1. **G**dy pierwszy termin w Regule Proporcji prostej spełna zamyka w sobie termin drugi, albowi też w nim spełna mieści się, w ten czas proporcya na najmnieysze terminy redukowana być może przez *Prop: II. Rozd: II*, y operacya iey bardzo krotka stanie się. Tak *naprzykład*, za łokci suk na 5, dałem Złotych 35, ile dam za łokci 30? Zredukowawszy 5. y 35, do najmnieyszych terminow 1 y 7, mów: jeżeli za 1 należy się 7, coż się będzie należało za 30? masz czwarty termin proporcjonalny 210. A w Regule proporcji wśpak obroconey, ponieważ taż sama między pierwszym y trzecim, co między czwartym a drugim terminem zachodzi proporcya, zaczym pierwszy y trzeci termin na najmnieysze terminy redukowa-

kowawszy, skrócisz sobie operacyą. Tak w Przykładzie I, z *Propo.* III zredukowawszy 20 y 10 na najmnieysze terminy, masz 2 y 1, napisawszy tedy tak 2. 4 :: 1, wypadnie ci czwarty termin 8.

II. Dla uniknienia trudności w przydłuższej Dywizyi, podziel termin trzeci przez pierwszy, a przez Wieloraz multiplikuy termin drugi. Albo też podziel termin drugi przez pierwszy, a przez Wieloraz multiplikuy termin trzeci, czwarty termin proporcjonalny awsze tenże sam wypadnie, jak gdy byś ordynaryinym sposobem czynił. Tak np. 25. 60 :: 100. Podzieliwszy termin trzeci przez pierwszy, masz Wieloraz, 4, przez który zmultiplikowawszy termin drugi 4×60 masz czwarty termin proporcjonalny 240.

III. Jeżeli Frakcyja pierwszemu tylko terminowi jest przyległa, *na przykład* 12 $\frac{1}{2}$ 4 :: 20? zmultiplikuy przez Denominatora 2, tak pierwszy iako y trzeci termin, a wypadną ci terminy proporcjonalne bez Frakcyi 25 4 :: 40?

Jeżeli

Jeżeli Frakcyja przyległa będzie drugiemu tylko terminowi, *na przykład*: $6. 20 \frac{1}{2} :: 10$, multiplikuy przez tegoż Denominatora 3, termin pierwszy y drugi, a będziesz miał trzy terminy proporcjonalne bez Frakcyi $18. 61 :: 10$? Jeżeli Frakcyje z iednakowym Denominatorem, przyległe będą pierwszemu y trzeciemu terminowi, *na przykład*: $3 + \frac{2}{5} 20 :: 10 + \frac{3}{5}$? oby dwa te terminy zmultiplykowawszy przez powszechnego Denominatora 5, masz Regułę bez Fraktów $17. 20 :: 53$? Jeżeli nakoniec terminy korespondujące sobie, wyrażone będą samymi Frakcyjami, z iednakowym Denominatorem, *na przy*: $\frac{2}{3} 20 :: \frac{5}{3}$ zmawwszy Denominator, wypadną ci terminy proporcjonalne, $2. 20 :: 1$? Jeżeli zaś Denominatory będą różne, zredukuy wprzód owe Frakcyje do iednego Denominatora, którego potym zmazawszy, będziesz miał trzy terminy proporcjonalne bez Frakcyi, *tak na przykład*: $\frac{1}{2} 5 :: \frac{2}{3}$? zredukowawszy te dwie Frakcyje do iednego Denominatora. *przez Prop: III Rozdz: II* masz $\frac{1}{6} 5 :: \frac{4}{6}$? a zmazawszy

Deno:

Denominatora powszechnego, będziesz miał Regułę Proporcyi bez Frakcyi wyrazoną sposobem następującym, 3. 5 :: 4? Przyczyny tych y tym podobnych odmian, każdy wyśmienicie pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych zupełnie zrozumiał.

PROPOZYCYA V.

O Regule Towarzystwa, czyli spółki
De Regula Societatis.

Regula Towarzystwa czyli spółki, nic innego nie jest, tylko nauka podająca sposób do podzielenia liczby jakiej na więcej części proporcjonalnych. Zowie się Regula Towarzystwa czyli spółki, że naywięcej zażywana bywa między ludźmi społeczeństwo handlow, lub intrat utrzymującemi. W samey rzeczy Regula spółki nic innego nie jest, tylko Regula Proporcyi tyle razy powtórzona, na wiele części proporcjonalnych liczbę zadaną dzielić przy-

przyjdzie. Co się z następujących i-
śnie pokaże Przykładów.

Przykład pierwszy. Trzech Kupców
zawarli z sobą Towarzystwo handlo-
wne, dali na zysk ipolny każdy z swo-
ich strony pewną Summę pieniędzy.

Pierwszy Kupiec A.łożył Taler bit: 1000
Drugi Kupiec B.łożył Tale: bit: 1500
Trzeci Kupiec C.łożył Taler: bit: 2000

Pieniędźmi temi handlując Rok cały,
zarobili ogółem Talerów bitych 2000.
Pytam: iaka z tego zysku Summa propor-
cyonalna do każdego Kapitału, wszyst-
kim przypadnie?

Zbierz *naprzód* wiednę Summę wszy-
stkie Kapitały przez trzech Kupców po-
iedynczo dane, to jest $1000 + 1500 + 2000$
 $= 4500$: *Powtore:* Uczyń tyle razy Re-
gulę Proporcyi, ile jest poiedynczych
Kapitałów, w ułożeniu terminow ten
tryb zachowując, ażeby za pierwszy ter-
min położona była Summa parcyalnych
Kapitałów w jedno zebrana, która tu
jest 4500, za drugi termin zysk general-
ny, który tu jest 2000, za trzeci termin
Summa parcyalna każdego kupca, a za
czwarty

czwarty termin przy kazdey Operacyi
wypadnie ci Zysk parcyalny, proporcjo-
nalny Kapitałowi przez każdego z
trzech Kupców położonemu. Czego wszy-
stkiego następujący maśz. wizerunek.

Kap. gen. Zysk. gen. Kapi. par. Zysk parcyalny.

4500. 2000 :: 1000? A. 444 A + $\frac{4}{3}$

4500 2000 :: 1500? B. 666 B + $\frac{2}{3}$

4500 2000 :: 2000? C. 888 C + $\frac{8}{3}$

6000

2000.

Przykład drugi. Trzech Braci zaku-
pią wspólnie Małętność, czyniącą ro-
czney Intraty 70000 Złotych. Pierw-
szy D. dał na nią 240000; Drugi E.
300000, Trzeci F. 360000; chcę wie-
dzieć, ile roczney Intraty kazdemu z nich
z owych Dobr przypadnie?

Znośzę naprzód wszystkie parcyalne
Kapitały, to jest 240000 + 300000 +
360000 = 900000. To uczyniwszy,
Regulę proporcyi i po sobem wzwyż po-
danym powtarzam trzy razy.

900000 70000 :: 240000? 18666 + $\frac{2}{3}$

900000 70000 :: 300000? 23333 + $\frac{1}{3}$

900000 70000 :: 360000? 28000

70000.

Przykład trzeci. Dwóch Jubilerow, z których jedenłożył na Dyamenty 20000 Czerwonych Złotych, drugi 32000, tracą na handlu swoim 15 tysięcy, pytam: iaka szkoda każdego Summie ma być proporcjonalna:

$$\begin{array}{rclclcl} 52000 & 15000 & :: & 20000 & 5769 & \frac{12}{51} \\ 32000 & 15000 & :: & 32000 & 9230 & \frac{40}{52} \end{array}$$

15000.

Jeżeli zaś z parcyalnych Kapitałow, owych Kupcow jeden dłużey, a drugi krocey był na handlu, w ten czas, tak iak w Regule Proporcyi składaney, potrzeba wprzód Kapitał przez swoy czas multiplykować, a dopiero Produkta dodawszy, czynić sposobem wżwyż podanym. Tak *naprzykład* daymy trzech Kupcow, z których jedenłożył na handel 200 Czerwonych Złotych, lecz od lat 3. Drugiłożył 320, lecz od lat 2. Trzeciłożył 500, lecz od roku tylko. Zysk zaś generalny z tego handlu trzech
letnie-

letniego był na 2000 Czerwonych Złotych, multiplikuję wprzód każdą Summę przez tey lata.

$$200 \times 3 = 600$$

$$320 \times 2 = 640$$

$$500 \times 1 = 500$$

Zebrawszy teraz w jedno wszystkie Produkta parcyalne, mam 1740, y Regułę tak układam.

1740	2000	::	600?	689	$\frac{114}{174}$
1740	2000	::	640?	735	$\frac{110}{174}$
1740	2000	::	500?	574	$\frac{125}{174}$

2000.

Gdyby zaś Kupców wszystkich Kapitały równe były, lecz czas nierówny; gdyby np. jednego Summa była na handlu Miesiący 12, drugiego Miesiący 7, a trzeciego Miesiący 6, tedy zebrawszy w jedną Summę wszystkie Miesiące $12+7+6=25$, położy ie za pierwszy termin, za drugi zysk generalny, a za trzeci Miesiące, przez ktore każdego Kapitał był na handlu, y powtorz trzy razy Regułę Proporcyi tak:

N

Jeżeli

Jeżeli Miesięcy Zysk Cz. wo. Zio. co? Miesięcy

25 1000 :: 12? 480

25 1000 :: 7? 280

25 1000 :: 6? 240

1000

Ztąd masz sposób, na dzielenie pieniędzy np. 4000 Talerów bitych, między trzech, proporcjonalnie do czasu przez który ciż służy Panu swemu służyli, z których jeden służył lat 7, drugi lat 6, trzeci lat 12, Pan zaś umierający legule im zapisał 4000 Talerów bitych, ażeby te w proporcji do czasu ich usług podzielone między nich były. Zebrawszy albowiem lata wszystkich, których tu jest 25, położył je za termin pierwszy, Summę legowaną na nich za termin drugi, a każdego z osobna lata za termin trzeci, tóż trzy razy powtórzywszy Regułę Proporcji, za czwarty termin wypadnie ci Summa do lat każdego proporcjonalna, następującym sposobem.

25 4000 :: 7. 1120

25 4000 :: 6, 960

4000

Pierwszy tedy za lat 7 weźmie Talerów bitych 1120, drugi za lat 6 weźmie Talerów bitych 960, trzeci za lat 12 weźmie Talerów bitych 1920.

Doświadczenie dobrze ośprawiony Reguły Towarzystwa jest to: że gdy dodasz wszystkie parcyalne Summy, zysk, lub stratę parcyalną znaczące, Summa generalna; zyskowi, lub stracie generalney równa być powinna, iako tu na końcu każdego Przykładu widzieć się daie.

PROPOZYCYA VI

O Regule Wiązania.

De Regula Alligationis.

Gdy rzeczy różney między sobą ceny, różnego walurowi wiążemy, czyli mieszamy razem, iako *naprzykład* różne trunki, towary, lub kruszce, a pomieszczawszy je, chcemy doysć sprawie dliwej ceny owej mixtury, częściom

Nz

rzeczy

rzeczy owych, z ktorych składa się, proporcjonalney, albo też gdy średnią jakąś cenę założywszy, chcemy wiedzieć ile części każdego z kilku danych towarow, lub trunkow zmieszać potrzeba, żeby za cenę owę średnią sprzedać ie można, w oboim tym razie zażywamy Reguły, którą Rachmistrze zowią Regułą Wiązania, *Alligationis*. Spōsoby do należytego iey odprawienia potrzebne, z samych naylepiey przykiadow wydadzą się.

Przykiad pierwszy. Miał kto dwoiakię proby u siebie srebro, iednego grzywna po Złotych 74, drugiego po Złotych 68, pierwszego było grzywien 200, drugiego grzywien 160, dwoiakię to srebro stopiwszy w iedną masę, pytam po czemu na ow czas iedna iego grzywna przypadnie?

Mużyplikuy naprzod grzywien 200 przez Złotych 74, potym grzywien 160 przez Złotych 68. Dwa produkta ztąd wynikające z sobą dodawszy, Summę generalną pokazującą ci cenę wszystkiego owego srebra podziel przez 360, to jest

15200

812

przez

przez Summę wszystkich grzywien zebranych, a Wieloraz pokaże cenę jednej grzywny dwolakiego owego frebra zmieszanego, następującym sposobem.

Grzywny Złote

$$200 \times 71 = 14800$$

$$160 \times 68 = 10880$$

36|0

|256.8|0|

71 + $\frac{1}{3}$

|252

-- 48

36

12

Wieloraz tedy $71 + \frac{1}{3}$ pokazuje, że zmieszanego owego frebra, grzywna jedna będzie na potym warta Złotych 71, y groszy 10. Bo jeżeli grzywien 360. warte są Złotych 25680, coż grzywna 1? Podług Reguły Proporcji wypadnie Złotych $71 + \frac{1}{3}$.

Przykład drugi. Daymy że korzec pizenioy jest po Złotych 12, korzec ży-
ta

ta po Złotych 9, ięczmienia po Złotych 6, zmieszawszy razem pszenicy korcy 7, żyta korcy 5, ięczmienia korcy 2, pytam po czemu ieden korzec mxtury owey wypadnie?

Korce Złote

Pszenicy 7 X 12 = 84

Zyta 5 X 6 = 30

ięczmienia 2 X 6 = 12.

14

14, 1	10 + $\frac{1}{4}$
14	

- 1

Korzec tedy ieden owey mxtury będzie kosztował Złotych 10, y coś więcej nad dwa grosze. Bo podług Reguły Proporcyi, ieżeli za korcy 14 należy się Złotych 141, což za korzec 1? mam Złotych $10 + \frac{1}{4}$.

Y te dwa Przykłady dosyć będą na pokazanie sposobu, którym postępować sobie potrzeba w pierwszym rodzaju Reguły Wiązania, to jest, gdy zmieszawszy razem trunki, towary, lub kruszce

różney

rożney ceny, chcemy doysć sprawiedliwego części ich waloru. Co się zaś tycze drugiego rodzaju Reguły Wiązania, to jest, gdy podług założoney ceny, rzeczy rożnych gatunkow mieścić potrzeba, ażeby mixturę z nich zrobioną za cenę owę sprzedać można. Na to następujące Przykłady widoczny sposób nam podadzą.

Przykład pierwszy. U Winiarza znajdują się dwa gatunki wina, jednego garniec po Złotych 20, drugiego po Złotych 15. jeżeli kto nie dać mu, tylko Złotych 17, a chce żeby mu podług proporcji danych pieniędzy, z obojga win jeden garniec dano, pytam ile Winiarz ow pierwszego ile drugiego wina zmieszać powinien, ażeby mu dał garniec wina, w sprawiedliwej do danych pieniędzy proporcji?

Na rozwiązanie tego, y temu podobnych zadaniow, masz dwie następujące Reguły.

Reguła pierwsza. Podłóż ceny jednego y drugiego wina pod sobą, to jest 20 y 15, a z boku na lewey ręce napisz 17 liczbę

liczbę danych pieniędzy, za które chcesz
garniec wina dwoiakięgo wziąć. To
uczyniwszy, wiąż, czyli porównywał
osobno przez Subtrakcyą, *naprzód* ce-
nę większą wina z danemi pieniędzmi,
to jest 20, z 17, a 3, przewyżkę *Diffe-*
rentiam między niemi zachodzącą, po-
łóż na prawey stronie przy 15. *Powto-*
re wiąż cenę mnieyszą 15 z temiż 17 da-
nemi pieniędzmi, a przewyżkę między
niemi zachodzącą, to jest 2, połóż na
prawey stronie przy 20,

Reguła druga. Zhierz przewyżki
w iednę Summę, y Regułę Proporcyi
powtorz tyle razy, ile jest Przewyżzek,
to jest dwa razy w Przykładzie tera-
źniejszy. W ułożeniu zaś Reguły Pro-
porcyi za pierwszy termin kładzie się
Summa Przewyżzek która tu jest 5, z
drugim terminem kładzie się garniec 1, a
trzeci termin każda Przewyżzka osobi-
ście. Czego następujący masz wizerunek.

Ceny

Pieniądze dane 17	20	2
	15	3

Summa Przewyżzek 5

$$5. 1 :: 2^? \frac{2}{3}$$

$$5. 1 :: 3^? \frac{3}{5}$$

Tym sposobem Regułę Proporcyi dwa razy powtorzywszy, dla tego, że tylko dwie ceny wina, y dwie przewyżzki były, dochodzę na koniec, że z wina na które jest po Złotych 20, wzięwszy dwie z pięciu części iednego garca, a z wina, które jest po Złotych 15, wzięwszy trzy z pięciu części iednego garca, będę miał $\frac{7}{5}$, to jest, garniec ieden wina takiego, którego sprawiedliwacena będzie Złotych 17.

Przykład drugi. Łot frebra iednego jest po Złotych 24, drugiego po Złotych 18, chcę mieć kilka łotów frebra, ale łot ieden po Złotych 20, pytam ile złotnik z obu gatunkow frebra na ieden łot zmieszać powinien, ażeby ten wart był Złotych 20?

Złote

Złote Przewyszka

	24	2
dane Złote 20	18	4

Summa Przewyszek 6

$$6. 1 :: 2^? \frac{2}{6}.$$

$$6. 1 :: 4^? \frac{4}{6}.$$

Z frebra tedy po Złotych 24, wziąwszy dwie z sześciu, a z frebra po Złotych 18, wziąwszy cztery z sześciu, części jednego łota, będzie miał $\frac{6}{6}$ to jest, łot jeden frebra za Złotych 20.

Kiedy zaś nie dwóch, ale więcej rzeczy ceny dane będą, trzeba brać, zawsze po dwie ceny ustanowione, (z których jedna koniecznie mniejsza, druga większa nad dane pieniądze być powinna) y wiązać je sposobem wzwyż podanym z pieniędzmi danemi, tak żeby każda cena przynajmniej raz wiązana była. Chociaż zaś jedną cenę kilka razy wezmiesz na wiązanie iey z drugimi, to bynajmniej nie szkodzi, a zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta jedna cena nad dane pieniądze jest większa. Niech będą *na przykład* cztery, gatunki zboża:

Pfzenicy

Pfzenicy korzec po Złotych 14, Zyta po Złotych 11, Jęczmienia po Złotych 9, Owsa po Złotych 6, chcę mieć tych wszystkich gatunkow zboża korzec ieden za Złotych 10.

Ceny Przewyszki

	14	1
Dane Złote 10	11	4
	9	4
	6	1

Summa Przewyszek 10

10	1	12	12	$\frac{1}{10}$
10	1	12	4	$\frac{4}{10}$
10	1	12	4	$\frac{4}{10}$
10	1	12	1	$\frac{1}{10}$

W tym Przykładzie wiąże *naprzód* 14, y 9 ceny Pfzenicy y Jęczmienia, z danemi 10 Złotemi, y mam przewyszki przy 14, iedno 1, przy 9 cztery 4, wiąże *powtore* ceny żyta y owsa, 11, y 6 z danemi 10 Złotemi, y mam Przewyszki 4 przy 11, a 1 przy 6. Toż zebrawszy wszystkie Przewyszki, y powtórzywszy Regule Proporcji cztery razy, dochodzę

dżę na koniec, że pszenicy iednę z dzie-
 ściaci, żyta cztery z dzieściaci, ięczmie-
 nia cztery z dzieściaci, owsa iednę z
 dzieściaci części iednego korca wzię-
 wszy, mam $\frac{1}{10}$, to iest, korzec ieden tej
 mixtury; za Złotych 10.

Przykład drugi. Funt Szafranu prze-
 daia za Złotych 30, Cynamonu za Zło-
 tych 24. Goździkow za Złotych 8, Her-
 baty za Złotych 14. Daie kto Złotych
 25, ażeby mu za nie nic więcej, tylko
 funt ieden tych wszystkich korzeni prze-
 dano, pytam ile z każdego gatunku na
 ten ieden funt wmieszać potrzeba?

		Ceny Przewyszka	
Dane Złote 25		30	1. 17. 11.
		24	5
		8	5
		14	5

Summa Przewyszek 44

44.	1	:	:	29?	$\frac{29}{44}$
44.	1	:	:	5?	$\frac{5}{44}$
44.	1	:	:	5?	$\frac{5}{44}$
44.	1	:	:	5?	$\frac{5}{44}$

W tym

W tym przykładzie, że tylko jedna cena, to jest Złotych 30, większa jest nad daną cenę Złotych 25, inne zaś trzy wszystkie są od danej ceny mniejsze, z tey przyczyny cenę 30, biorę z każdą z osobna z trzech cen następujących, y wiążę z danemi 25 Złotemi; dla tego Summa Przewyżzek przy pierwszey cenie 30, na prawey stronie położonych jest naywiększa, to jest 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30, ze wszystkiemi następującemi cenami wiązałem. Powtorzywszy potym cztery razy Regułę Proporcji sposobem wzwyż podanym, dochodzę na koniec, że wziąwszy Szafranu dwadzieścia dziewięć ze czterdziestu czterech, Cynamonu pięć ze czterdziestu czterech, Goździków pięć ze czterdziestu czterech Herbaty pięć ze czterdziestu czterech części jednego funta, wypadnie $\frac{44}{44}$, to jest funt jeden cały w zyskiego korzenia.

Doświadczenie należycie odprawionej Reguły Wiazania będzieś miał z tą, jeżeli wszystkie części, z których mixtura składa się, liczbą łamaną wyrażone

żone, wyrownaią rzeczy caley, iako to po każdym Przykładzie wiedzieć się daie.

Okazanie niezawodności fundamentow na Regułę Wiązania podanych.

SUMMA Przewyższek, *Differentiarum*, ktoremi ceny założone różnią się przez większość lub brak (*per excessum, vel defectum*,) od liczby średniej danej, tak się ma do caley mixtury, iak się ma każda osobno Przewyższka, do każdej części teyż mixtury osobno wziętey. Z tey przyczyny w Regule Wiązania tyle razy powtarza się Reguła Proporcyi, ile jest Przewyższek, które dla tego kładą się na przemiłan, aż-by brak ceny iedney mógł się nadgrodzić większością ceny drugiej.

Przeestroga I. Z ostatniego Przykładu rzecz oczywista jest, że każda cena przynajmniej raz wiązać, y porównywać się powinna z ceną daną pośredniczą, tudzież że iedna cena może się więcej razy wiązać, iako to iuż wyżej namienito się.

Przeestroga II. Wiazaniā czyli porównywania te mogą się dziać różnemi sposobami,

sobami, byle tylko średnią liczbę daną, zawsze wiązać z dwoma cenami, jedną większą, drugą mnieyszą od niej. Podług różnego zaś wiązania, różne wypadną tey, lub oney rzeczy części w mixture wchodzić mające. Czego każdy przez własne Przykłady doświadczyć może.

PROPOZYCYA VII.

O Regule Domniemania, czyli fałszywego założenia.

De Regula Positionis, vel falsi.

Regula Domniemania, czyli fałszywego założenia, *Regula falsi* jest ta, którą przez założenie liczby fałszywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ko-
raby na zadanie zupełnie zadosyć uczyniła. Regula ta jest dwoiaka, jedna prostego domniemania *Simplicis Positionis*, w ktorey iedną prostą na rozwiązanie zadaniow bierzemy liczbę, y o tey w teraznieyszey Propozycyi mowić będziemy. Druga Regula jest Dwoiakiiego Domniemania, czyli dwoiakiiego fałszywego

wego założenia. *Duplicis Positionis*, o ktorey w *Propozycyi* następuiącej.

Reguła prostego Domniemania, na trzech zasadza się fundamentach.

I. Zakładam sobie liczbę, którą zdątną bydz rozumieć na solwowanie kwestyi, y ta zowie się założenie, *positio*

II, Miarkuję, y roztrząsam; ieżeli liczba założona taka iest; iakiey mi potrzeba na rozwiązanie zadania uczynionego.

III. Widząc, że liczba założona nie czyni zadosyć zadaney kwestyi, układam Regułę Proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. Rzeczą tę następujące Przykłady naylepiey objaśnia.

Przykład pierwszy. Pewny umieraiać legował na trzech Synowców swoich 10000 Złotych; z tą kondycyą: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam ile każdy z nich wezmie? Dajmy, że pierwszy wziął 600, drugi tedy podług zadaney kwestyi wziął 300, a trzeci wziął 100. Uważam teraz, ieże-

Jeżeli te wszystkie Summy wyniosą 10000, bo gdyby wyniosły 10000, tym samym zadaniu owemu stałoby się zadosyć. Ale zebrawszy je w jedno, widzę że tylko czynią 1000. Zaczynam dla doyscia prawdziwey liczby, którą wziął pierwszy, układam sobie Regułę Proporcyi, wktorej za pierwszy termin kładę liczbę, która z fałszywego założenia wypadła, to jest 1000, za drugi termin kładę fałszywe założenie, iakie było w tym razie 600, za trzeci termin piszę liczbę zadaną, to jest 10000, a za czwarty termin powinna wypaść liczba rzetelna, na rozwiązanie uczynionego zadania, Jak się ma 1000 do 600, tak się powinno mieć 10000 do 6000.

$$1000. 600 :: 10000.$$

$$600$$

$$1 | 000 | 6000 | 000 | 6000$$

Pierwszy tedy wezmie 6000, drugi 000, a zatym trzeci 1000, podług kondycyi w uczynionym zadaniu założonych.

O

nach,

nych, które wszystkie parcyalne Summy dodawszy, masz 100.00, a zatym uczynioney kwestyi zupełnie zadosyć się stało.

Przykład drugi. Piotra, Pawła, y Jana lata zebrane, czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcej nad Piotra, a Jan dwakroć więcej lat nad Pawła, pytam ile lat z nich każdy ma?

Daymy że Piotr ma lat 2, zaczym Paweł podług założoney kwestyi, ma trzy razy więcej, to jest 6, a Jan dwa razy więcej nad Pawła, ma tedy lat 12, zebrane te wszystkie lata czynią 20, a miało być ich 100, zaczym wzwyż podanym sposobem ułożywszy Regułę proporcyl.

$$20. \quad 2 :: 100 \quad 10,$$

$$100$$

$$210 \quad 12,01010$$

Wypadający czwarty termin proporcjonalny 10, wskazuje mi lata Piotra. Bo jeżeli Piotr ma 10, tedy podług zadanej kwestyi Paweł będzie mieć 30, a zatym

tym Jan 60, które wszystkie lata zebrane 10+30+60, czynią 100, podług uczynionego zadania.

Przykład trzeci. Pewny Kupiec spytany, ileby wszystkie towary jego warto były? odpowiedział: Ceny, którą wszystkie towary moje wynoszą, wzięwszy część trzecią, część czwartą, y część piątą, miałbyś Czerwonych Złotych 470. Rzecz oczywista jest, że tu taką Summę znaleźć potrzeba, której część trzecia, część czwarta, y piąta uczynią Czerwonych Złotych 470.

Położmy tedy za tę Summę, *naprzyj* Czerwonych Złotych 60, których część trzecia jest 20, część czwarta jest 15, część piąta jest 12. Zebrawszy teraz te wszystkie części to jest, 20+15+12, mam 47, lecz te części miały czynić 470, układam tedy Regułę Proporcyl następującym sposobem.

$$47. 60 :: 470. 600.$$

y dochodzę, że towary owe wszystkie
O2 warte

warte Czerwonych Złotych 600, których trzecia część czyni 200, czwarta 150, piąta 120, a te części dodane, razem czynią Czerwonych Złotych 470.

Przykład czwarty. W pewnym Młynie są cztery kamienie, z których pierwszy miele za godzinę korcy pięć, drugi korcy cztery, trzeci korcy dwa, czwarty korzec jeden, pytam, ile godzin potrzeba, ażeby te wszystkie kamienie zmeły korcy 820?

Daymy że potrzeba godzin 5, za te pięć godzin pierwszy kamień zmiele korcy 25, drugi korcy 20, trzeci korcy 10, czwarty korcy 5. Zbieram teraz te wszystkie korce, które wynoszą korcy 60, ale mnie potrzeba korcy 820. Układam tedy Regułę Proporcji następującym sposobem, jeżeli korcy 60 kamienie owe mieły za godzin 5 :: ile godzin potrzeba do zmielenia korcy 820?

Korcy

Korcy Godzin Korcy Godzin

60. 5 :: 820. 68 + $\frac{1}{2}$

5

$$610 \left| \begin{array}{c} 41,010 \\ 36 \end{array} \right| 68 + \frac{1}{2}$$

- 50

48

- 2

na korey tedy 820, potrzeba będzie go-
dzin 68, y minut 20.

Demonstracya. W Regule Domnie-
mania tak się ma liczba z fałszywego
założenia wynikająca, do liczby fałszy-
wie założoney, tak się powinna mieć
liczba dana rzetelna, do rzetelnego za-
łożenia. Zaczym grunt Reguły Dom-
niementa zależy ledynie na porządnym
ułożeniu w Proporecyą, terminow fał-
szywego założenia, ażeby za położe-
niem terminu rzetelnego na trzecim
miejscu, na czwarty termin mogło wy-
paść rzetelne, y trzeciemu terminowi
proporecyonalne założenie.

PROPO-

† ☼) § (214) § (☼

P R O P O Z Y C Y A VIII.

O Regule dwoiakięgo fałszywego założenia. De Regula Duplicis Positionis.

Regula dwoiakięgo założenia, przez założenie dwoch fałszywych liczb odprawuiz się, y wiele ułatwia kwestyi, ktorych przez iedno proste założenie rozwiązać nie można; przeciwnie zaś, wszystkie zadania z prostęgo założenia, przez dwoiakie założenie z równą snadnością solwować można. Na ktorych zaś kwestyi rozwiązanie koniecznie dwoiakięgo założenia potrzeba, Informacya o tym w *Przestrodze* I. dana będzie.

Reguły dwoiakięgo założenia cztery są fundamenta.

I. Weź za Summę, ktorey szukasz iakąkolwiek liczbę, ktora się zowie założenie, *Positio*, y roztrząśnij ją, ieżeli zadaną kwestyą ułatwić może; ktorey gdy nieczyni zadofyć, błąd w założeniu teyże liczby popelniony napisz na prawey stronie tegoż, założenia, lecz z tą różnicą,

rożnicą: że jeżeli błąd ow jest popełniony przez większe założenie, *per excessum* nad Summę ktorey szukasz, powinienes go pisać przy owym założeniu ze znakiem Addycyi + a jeżeli błąd ow jest popełniony, przez mnieysze założenie *per defectum* nad Summę ktorey szukasz, powinienes go pisać przy owym założeniu ze znakiem Subtrakcyi —, z ktorych znakow pierwszy + znaczy większość, drugi — znaczy brak.

II. Weź powtore za drugie założenie inną liczbę od pierwszey liczby założoney większą, lub mnieyszą, podług upodobania, a roztrząsnąwszy ją tymże samym, co pierwszą sposobem, jeżeli y ta żadaney kwestyi nie czyni zadosyć, napisz przy niey rownie, iak przy pierwszej błąd, ze znakiem większosci +, lub ze znakiem braku —, iak ci wypadnie. Jeżeli obydwa błędy popełnione są przez większość, albo gdy obydwa popełnione są przez brak, zowią się błędy podobne, *Errores similes*. Jeżeli zaś ieden błąd jest przez większość, a drugi przez brak, to jest ieden ze znakiem +, drugi

ze znakiem —, zowią się błędy niepodobne *Diffimiles*.

III. Gdy błędy są sobie podobne, multiplikuy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, y wzajemnie założenie drugie multiplikuy przez błąd założenia pierwszego; Toż zachodzącą między temi dwoma Produktami przewyżkę, *Differentiam*, podzieliwszy przez przewyżkę zachodzącą między błędami, za Wieloraz wypadnie Summa rzetelna, ktorey szukasz.

IV. Jeżeli zaś błędy są sobie niepodobne *diffimilis*, Tedy produkta obydwu wiedzę Summę zebranę, podziel przez błędy obydwu wiedzę Summę zniesione, a Wieloraz wskaże Summę rzetelną dotąd nie wiadomą. Fundamentow tych na Regułę dwoiakiego założenia podanych, masz widoczny dowód w następujących Przykładach.

Przykład pierwszy. Trzech Kawalerow zyskali przy grze Czerwonych Złotych 47, lecz tą różnicą; że drugi wygrał pięcią więcej nad pierwszego, a trzeci wygrał tyle, ile drugi, y nad

to

to jeszcze Czerwonych Złotych 10 py-
tam ile każdy z nich zyskał?

Daymy że pierwszy zyskał Czerwo-
nych Złotych 4, drugi tedy podług za-
daney kwestyi zyskał Czerwonych Zło-
tych 9, a zatym trzeci Czerwonych Zło-
tych 19. Znoszę teraz te wszystkie parcyal-
ne zyski, to jest $4+9+19$, y mam Czer-
wonych Złotych 32. Lecz ich powin-
no było być 47, błąd tedy wuczynio-
nym założeniu popełniony jest przez
brak *per defectum*, od Summy rzetelney na
15. Zaczynam te 15 ze znakiem Subtra-
kcyi —, kładę na prawym boku zało-
żenia pierwszego 4 to jest: *Założenie 4*
Błąd — 15.

Zakładam tedy powtórnie inną liczbę
na ułatwienie zadanej kwestyi, mnie-
mając *naprzykład*, że pierwszy z owych
Kawalerów zyskał Czerwonych Zło-
tych 7, drugi tedy podług zadanej kwe-
sty zyskał 12, a zatym trzeci zyskał 22.
Znoszę teraz te parcyalne zyski, to jest
 $7+12+22$, które wraz zebrane, czynią
Czerwonych Złotych 41.

Tym

Tym czasem miało ich być 47, błąd tedy y tu w założeniu 7 popełniony jest przez brak *perdefectum* od rzetelney Summy na Czerwonych Złotyach 6. Zaczynam y te 6, ze znakiem Subtrakcyi—, kładę na prawym boku założenia drugiego 7, to jest: *Założenie 7, Błąd—6.*

A że w tey operacyi obydwa błędy są sobie podobne *Errores similes*, bo obydwa w założeniu popełnione przez brak, czyli przez mnieyszość od rzetelney Summy, zaczynam podług informacyi danej w Punkcie III tey propozycyi, multiplikuję założenie pierwsze, przez błąd założenie drugiego, to jest $4 \times 6 = 24$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to jest $7 \times 15 = 105$, z ktorey multiplikacyi dwa wynikające produkty mnieyszy od większego odciągamy to jest $105 - 24$, y mam zachodzącą między temi Produktami Przewyżzkę, *Differentiam* 81, którą podzieliwszy przez 9 to jest przez Przewyżzkę zachodzącą między dwoma błędami, (bo $15 - 6 = 9$) mam wypadający Wieloraz 9, który pokazuje, że pierwszy Kawaler zy-
skai

zyskał Czerwonych Złotych 9, drugi tedy zyskał Czerwonych Złotych 14, a zatem trzeci 24, ktore trzy zyski parcyalne dodawszy, to jest $9 + 14 + 24$, mam Czerwonych Złotych 47, iaka Summa w daney kwestyi założona była. Całey tey operacyi masz krotki następujący wizerunek.

Pierwsze założenie 4, Błąd — 15

Drugie założenie 7, Błąd — 6

Przewyszka Błędow 9

Produkt założenia pierwszego z błędem założenia drugiego $4 \times 6 = 24$

Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwszego $7 \times 15 = 105$

Przewyszka Produktow 81

Podzielenie Przewyszki Produktow Wieloraz przez Przewyszkę Błędow $9 | 81 | 9$

Przykład drugi. Pytagoras Filozof spytany wieleby miał Uczniow swoich? odpowiedział; że połowa ich uczy się Geometryi, czwarta część Filozofii, siódma część pięcioletnie zachowanie milczenie, a procz tego ma trzech innych

nych szczegulniey izym sposobem sobie zaleconych, pytam ile wżyskich Uczniow owych było?

Daymy że Uczniow owych było 280. Połowa ich tedy będzie 140, czwarta część 70, siódma część 40.

Zbieram te wżyskie części to jest $140 + 70 + 40 = 250$, do których dodawczy 3, mam 253. Lecz ich miało być 280, błąd tedy popełniłem — 27 przez brak od Summy założoney.

Daymy powtore że Uczniow owych było 112, których połowa będzie 56, czwarta część 28, siódma 16. Te wżyskie części wraz zebrane, to jest $56 + 28 + 16$, czynią 100, a przydawczy 3, czynią 103. lecz ich miało być 112, błąd tedy y tu popełniłem — 9 przez brak od Summy założoney, a ponieważ błędy są sobie podobne, to jest obydwą przezmnieyłość, zaczym zmultiplykowałszy założenie pierwfze przez błąd założenia drugiego, to jest $280 \times 9 = 2520$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwfzego, to jest $112 \times 27 = 3024$, odciągam produkt mnieyszy 2520, od produktu

duktu większego 3024, a przewyżkę między niemi zachodzącą 504 dzielić Przez 18, to jest przez przewyżkę między błędami 27—9 zachodzącą, z której Dywizyj Wieloraz 28 wskazuje o-wych. Uczniow Pitagorefa liczbę. Bo 28 połowa jest 14, czwarta część 7, siódma część 4, które wszystkie części dodane $14+7+4$, czynią 25, a przyda-wszy 3, czynią 28.

Założenie pierwsze 280, Błąd — 27

Założenie drugie 112, Błąd — 9

Przewyżka błędów 18

Produkt założenia pierwszego z błędem założenia drugiego $280 \times 9 = 2520$

Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwszego $112 \times 27 = 3024$

Przewyżka między Produktami 504

Podzielenie Przewyżki Produktow Wieloraz przez Przewyżkę Błędów $18 | 504 | 28$.

Przykład trzeci. Pewny spoyrza-wszy na kieszkę przyiaciela swego, rze-cze mu: zdale mi się że w tey kieszce masz

masz 100 Czerwonych Złotych, któremu drugi odpowiedział, mylisz się, ale gdybym miał tyle dwole co mam, y czwartą część tego, y gdybyśmi ieszcze z twoich pieniędzy przydał Czerwony Złoty 1, wten czas dopiero Summa moich pieniędzy wyniosłaby Czerwonych Złotych 100.

Daymy że miał Czerwonych Złotych 48, do których przydawszy drugie tyle, to jest 48, y czwartą część tego to jest 12 y procz tego ieszcze Czerwony Złoty 1, mam wszystkich ogołem $48 + 48 + 12 + 1$, Czerwonych Złotych 109. Lecz ich miało być pełna 100, błąd tedy popełniony jest przez większe założenie nad sumę zadaną + 9.

Daymy powtore że miał Czerwonych Złotych 40, do których przydawszy drugie 40, y czwartą część 10, y 1, mam wszystkich 91, miało ich zaś być 100, błąd tedy w założeniu stał się przez mniejszość nad Summę rzetelną — 9.

W tym przykładzie, że błędy wypadły przez znaki przeciwne, bo błąd pierwszy ze znakiem +, a błąd drugi ze
zna-

znakiem —. Zaczynam podług Informacyi
danej w Punkcie IV. tej Propozycji, mul-
typlikuję naprzód założenie pierwsze
przez błąd założenia drugiego, to jest
 $48 \times 9 = 432$, a założenie drugie przez
błąd założenia pierwszego, to jest 40×9
 $= 360$. Toż Summę z tych Produktów
zebraną $432 + 360 = 792$, podzielę i wży
przez Summę błędów, to jest przez 18.
Wieloraz 44 pokazuję, że pieniędzy o-
wych w klesce było Czerwonych Zło-
tych 44, do których przydawszy drugie
tyle, to jest 44, y czwartą część II, y
procz tego 1, mam 100 Summę w zada-
ney kwestyi wyrażoną.

Pierwsze założenie 48. Błąd + 9

Drugie założenie 40. Błąd — 9

Summa Błędów 18.

Produkt założenia pierwszego z błę-

dem założenia drugiego $48 \times 9 = 432$

Produkt założenia drugiego z błę-

dem założenia pierwszego $40 \times 9 = 360$

Summa Produktów 792

Podzielenie Summy Produktów Wieloraz

przez Summę Błędów $18 \mid 792 \mid 44$

Przykład czwarty. W pewney Fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie, y Niemcy. Liczba Francuzow wziętych wraz z Szwaycarami czyniła

	5000
Liczba Szwaycarow z Niemcami	7000
A liczba Francuzow z Niemcami	6000

Pytam ile z każdego Narodu żołnierzy było, tudzież ile było wszystkich wraz wziętych?

Daymy że Francuzow było	1600
Szwayca: tedy powinno było być	3400
A Niemcow	3600

Francuzi więc z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami, czynią 7000, y dotąd kondyccyom zadanej kwestyi stało się zadosyć.

Ale Francuzi z Niemcami: czynią tylko 5200, powinni zaś byli czynić 6000. Błąd tedy stał się w założeniu na 800, przez mnieyszość od Summy potrzebney, to jest — 800.

Biorę tedy na drugie założenie Francuzow 1800, toć Szwaycarow powinno być 3200, a Niemców 3800. W tym drugim założeniu, Francuzi z Szwaycarami,

rami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami czynią 7000, ale Francuzi z Niemcami czynią tylko 5600, a powinni byli czynić 6000. Błąd tedy y tu popełniony jest na 400 przez mnieyszość od Summy założoney, to jest — 400.

A że błędy obydwą są sobie podobne przez brak od Summy potrzebney. Zaczym zmultiplikowawszy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego $1600 \times 400 = 640000$, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego $1800 \times 800 = 1440000$. Przewyszkę 800000 (bo $1440000 - 640000 = 800000$) dzielę przez 400, to jest przez Przewyszkę zachodzącą między błędami (bo $800 - 400 = 400$, a Wieloraz 2000 pokazuje liczbę Francuzow, Jeżeli tedy Francuzow było 2000, toć Szwaycarow musiało być 3000. a Niemcow 4000, a zatym podług zadaney kwestyi Francuzi z Szwaycarami $2000 + 3000 = 5000$, Szwaycarowie z Niemcami $3000 + 4000 = 7000$, Francuzi z Niemcami $2000 + 4000 = 6000$.

P

Wszyscy

Wszyscy zaś wraz wzięci Francuzi
Szwajcarowie y Niemcy, czynią 9000.

Założenie pierwsze 1600 Błąd — 800
Założenie drugie 1800 Błąd — 400

Przewyszka Błądow 400

Produkt zaś: pier: z błędem
założenia drugiego $1600 \times 400 = 640000$

Produkt zaś: dru: z błędem
założenia pierwsz: $1800 \times 800 = 1440000$

Przewyszka między Produktem 800000
Podzielenie Przen: Prod. przez Wieloraz
Przewyszkę Błąd: $4100 \mid 8,000 \mid 00 \mid 2000$

Przeestroga I. Która zaś kwestya przez
jedno proste założenie ułatwiona być nie
może, ale na rozwiązanie iey koniecznie
dwoiakiego założenia potrzeba, następują-
cym sposobem najlepiej poznasz. Ilekol-
wiek do zadanej kwestyi przyłączona jest
iaka pewna, y determinowana liczba, którą
do fałszywego założenia przydać potrze-
ba, tyle razy Reguła dwoiakiego założe-
nia być ma zażyta. Tak w Przykładzie
pier.

pierwszym tey Propozycyi liczby 5 y 10, które do uczynionego założenia przydać potrzeba, wskazują, że kwestya owa przez Regułę dwoiakiiego założenia rozwiązana być powinna. w Przykładzie drugim Uczniow 3, w Przykładzie trzecim Czernomy Złoty 1, w Przykładzie Czwartym Francuzow z Szwaycarami, Szwaycarow z Niemcami, y Niemcow. z Francuzami determinowana liczba, Regułę dwoiakiiego założenia znaczą.

Nieprzeczę że są niektóre kwestye, które y w tym razie przez Regułę prostego założenia rozwiązać można, i cka i st kwestya y w Przykładzie drugim o Uczniach i ytagoresow y h. zadana, z tym wszystkim y między temi ieszcze kwestyami różne zakładać excepcye, za rze. z n niey potrzebną sądzę, i edną ponszē hną między ni mi ustanowiwszy różnicę, od ktorey przez partykularne uchylając się excepcye, nie zawsze moglibysmy się błędu ustrzedz.

Prz Strona II. Na to zaś w Regułach prostego, y drugo a iego założenia, względ największy nieć potrzeba, a żeby za pierwsze założenia takich liczb dobierać, kto-

reby były do ułatwienia uczynionej kwestyi
 nayzdatnieysze, y spełna na różne części,
 dzielić się mogące, bez Frakcyi. Inaczej
 albowiem trudności, y zamiatwania w Ope-
 racyach uchronićbyśmy się nie mogli. Procz
 tego potrzeba dobierać na pierwsze założe-
 nia liczb iak naymnieyszych można, czym
 w multiplikacyi, w znoszeniu, y w dywizyi,
 niemało sobie trudności oszczędzimy.

Przeſtoga III. Demonstracyą Reguł
 na dwoikie założenie podanych naywła-
 ściwszą mieć można z Algebry. Inne zaś
 Demonstracye, ktore Rachmistrze z kąd i-
 nąd przytaczają, są nader długie, y zamie-
 ttwane, ktore tu zatym pomiiam.

P R O P O Z Y C Y A IX.

Danym dwom liczbom, trzecią liczbę pro-
 porcyonalną wynaleść.

Multiplikuy drugą liczbę przez sie-
 bie samę, czyli (co iedno iest,)
 zrob z niej Kwadrat, a Produkt z tey
 multiplikacyi wypadający podzieliwszy
 przez liczbę pierwszą, za Wieloraz wy-
 niknie trzecia liczba, danym dwom li-
 czbom

czbom proporcjonalna. Niech będą
naprzykład dane dwie liczby 2. 8, do
 których trzeciej liczby proporcjonal-
 nej szukam. Mnożę 8×2 a pro-
 dukt 64, podzielivszy przez 2, mam 32,
 trzeci termin proporcjonalny gdyż $\div 2$
 8. 32, bo iako 2 w 8, tak 8 w 32, czte-
 ry razy spełna mieści się. Fundament
 tego masz w *Lemma I.*

Przeestroga Jeżeli dane dwie liczby będą
 między sobą pierwsze numeri inter se pri-
 mi, to jest, jeżeli ieden w drugim spełna kil-
 kakroć brać się nie może, tedy trzecia liczba
 proporcjonalna, nie w samey liczbie Całko-
 witey, ale z przyłączoną Frakcyą wypa-
 dnie. Tak dawszy dwie liczby 2. 5, znay-
 duię przez tę Propozycyą trzecią liczbę
 proporcjonalną $12 \frac{1}{2}$, to jest $\div 2.5. 12$
 $\frac{1}{2}$.

P R O P O Z Y C Y A X.

*Miedzy dwiema danemi liczbami, średnią
 liczbę proporcjonalną wynaleść.*

Sśrednia liczba proporcjonalna mię-
 dzy dwiema danemi liczbami nazy-
 wa

wa się ta, która tak się ma do iedney liczb danych, iako wzajemnie druga liczb danych ma się do niey, tak: zeb obydwie dane liczby były po kratach a liczba wynaleziona we środku między niemi znaydowała się, a zatym raz wzięta była iako *Consequens* względem liczby pierwszey, drugi raz iako *Antecedens* względem liczby trzeczey.

Niech będą dane dwie liczby 4 y 16, między ktoremi szukam liczby średniey pro orecjonalney. Multyplikuy te dwie dane liczby między sobą, a z Produktu wyciągnij Sianę Kwadratową, ta będzie oraz średnim terminem między danemi dwoma liczbami proporcjonalnym. Tak $4 \times 16 = 64$. z tych 64 wyciągnąwizy Sianę Kwadratową 8, ta będzie między 4 y 16, średnim terminem proporcjonalnym, to jest $4 : 8 :: 8 : 16$. bo iako 4 : 8. tak 8. : 16. Fundament tego masz w *Lemma* I.

Prześtroga I. Jeżeli Produkt danych dwoch liczb nie jest rzetelny Kwadrat, ani Siany Kwadratowey Prawdziwey wyciągnąć z niego niemożna bez reszty, tedy między

dzy takimi liczbami średnicy liczby proporcjonalnej znaleźć żadną miarą nie można. Bo dajmy na przykład 2. 5, będzie tedy $2 \times 5 = 10$, a $\sqrt{10} = 3\frac{1}{2}$ przez Propozycją II. Rozdziału III, a zatem byłyby w Proporcji ciągnionej $\div 2. 3\frac{1}{2}$. co jest fałsz. Bo zredukowawszy te wszystkie liczby do jednego Denominatora przez Propozycją III. Rozdziału II, będzie $1\frac{2}{6} 1\frac{9}{6} 3\frac{0}{6}$ a przez Punkt III. Propoz: IV. Rozdz: IV. 12 19. 30, które terminy żadną miarą między sobą proporcjonalne być nie mogą

Przełożę II. Ze zaś każdy Kwadrat można brać, niby moltiplikowany przez jedno 1, zatem idzie, że Sciana Kwadratowa jest średnią liczbą proporcjonalną między jednym, y swoim własnym Kwadratem, tak 4 Sciana Kwadratowa 16, jest średnią liczbą proporcjonalną między 1, y 16 a zatem $\div 1. 4. 16$, są względem siebie w Proporcji ciągnionej. Bo $1. 4 :: 4. 16$.

P R O P O Z Y C Y A XI.

Miedzy dwoma danymi liczbami, dwie liczby średnie proporcjonalne wynaleść.

KWadrat pierwszy liczby danej moltiplikuy przez liczbę drugą, a z Pro-

duktu wyciągniona Sciana Sześciogranna, pokaże pierwszą średnią liczbę proporcjonalną. Podobnież Kwadrat drugiej liczby multiplikuy przez pierwszą liczbę daną, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna pokaże drugą średnią liczbę proporcjonalną. Tak chcąc znaleźć między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy średnie proporcjonalne, *naprzód* 4 Kwadrat z 2 multiplikuy przez 16, a z Produktu 64 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 4, ta jest pierwszą średnią liczbą proporcjonalną, *powtórę* 256 Kwadrat z 16 drugiej liczby daney, multiplikuy przez 2, a z Produktu 512 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 8, ta jest drugą średnią liczbą proporcjonalną między 2 y 16. A zatem 2. 4. 8. 16. mają między sobą proporcją ciągnioną, gdyż iak się mają 2 do 4, tak się mają 4 do 8, a iak się mają 4 do 8, tak się mają 8 do 16.

Przeſtroga *Jeżeli z Produktu Kwadratu iedney liczby multiplikowanego przez liczbę drugą, Sciany Sześciogranney bez Frakcyi wyciągnąć nie można, tedy między takie-*

kiemi liczbami średnielichby proporcjonalne żadną miarą wynalezione być nie mogą, iako się w Przestrodze I po Propozycyi poprzedzającej powiedziało,

P R O P O Z Y C Y A XII.

W ktorey czyni się zadosyć niektórym potrzebnym Zadaniom, przez Reguły Arytmetyczne w tym Rozdziale podane.

ZADANIE I. Piotr winnym będąc Janowi 3432 Złotych, uступie mu Kamienicy, od ktorey naiecia brał corocznie 800 Złotych, pytam wiele lat Jan Kamienicę owę w dlugu swoim wytrzymować powinien?

Ułoż Regułę Proporcyi następującym sposobem, ieżeli za Złotych 800 Kamienica owa naymuie się na Rok jeden, a za Złotych 3432 na wiele lat naiecia będzie? 800. $1 :: 3432. 4 + \frac{29}{100}$. Czwarty termin wypadający pokazuje, że na lat 4 y dwadzieścia dziewięć ze stu części piątego Roku, co czyni dni około 105.

ZADA-

ZADANIE II. Kupiec słożył Czerwonych Złotych 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na Kapitale swoim Czerwonych Złotych 80, pytam za jaką cenę łokieć jeden przeważyć powinien?

Złącz zysk założony 80 z pieniędzmi położonemi na towar $80 + 500 = 580$, a potem ułóż Regułę Proporcyi tak: Jeżeli za łokci 400 chcę mieć Czerwonych Złotych 580, coż będę miał za łokieć 1? y wypadnie coś mniej nad pułtora Czerwonego Złotego.

$$400. \quad 580 :: 1. \quad 1\frac{9}{20}.$$

ZADANIE III. Pewny Pan sprzedał Pałac za Czerwonych Złotych 9072, za który był zapłacił Czerwonych Złotych 8400, pytam ile na każdym stu zyskał?

Ułóż Regułę Proporcyi tak: jeżeli 8400 wniosły 9072, coż wniosło każde 100? y wypada za czwarty termin proporcjonalny 108. Na każdym tedy stu zyskał Czerwonych Złotych 8.

$$8400. \quad 9072. :: 100. \quad 108.$$

ZADANIE

ZADANIE IV. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerwonych Złotych 660, to jest na Rok każdy Czerwonych Złotych 220. Z tym wszystkim Summę tę ofiaruje się natychmiast kredytorowi oddać, jeżeliby mu 10 na każdym 100 relaxował; pytam ile wypłacić będzie powinien?

Przyłącz zysk 10 do 100 = 110, a Regułę Proporcyi powtarzając trzy razy, [ile jest lat] mów: *naprzód* jeżeli 110 zamienia się w 100, czyli *przez propozycyę IV. tego Rozdziału.* Jeżeli 11 zamienia się w 10, w coż się zamienia pierwszego Roku 220 y masz 200. *Powtórę.* Jeżeli 11 zamienia się w 10, w coż się zamienia drugiego Roku 200? y masz $181\frac{2}{11}$. *Potrzącie.* Jeżeli 11 zamienia się w 10, w coż się zamienia trzeciego Roku $181\frac{2}{11}$? y masz $165\frac{35}{131}$. Zbierz teraz wszystkie trzy, które wypadły czwarte terminy proporcjonalne, to jest $200 + 181\frac{2}{11} + 165\frac{35}{131}$, a te pokaz. Summę Czerwonych Złotych $547 + \frac{13}{11}$, którąby podług założoney kondycyi Jan Pawłowi powinien wypłacić.

Prze-

Przeestroga I. Pomniy, że w tey y win-
nych tego rodzaju kwestyach, nie można
mówić, jeżeli 100 zamienia się w 90, w coż
się zamienia 220? ale potrzeba koniecznie
dodać zysk 10 do 100, gdyż w tym razie
o nic więcej nie idzie, tylko o zniesienie pro-
wizyi. Z tey przyczyny też prowizya 10
dodaje się do Kapitału 100, ażebyśmy mieli
110. pierwszy termin Reguły złotey.

ZADANIE V. Bierzże kto na kredyt
Czerwonych Złotych 500 z prowizyą
10 od 100 na Rok, z tą kondycyą: że
jeżeli nie wypłaci coroczney prowizyi,
ta będzie wchodzić w Kapitał, z nową
od niey y od Kapitału razem prowizyą.
Stało się, że przez całe trzy lata nie
wypłacił, pytam się, ile mu Kapitału o-
wego razem z prowizyą od prowizyi
urości?

Przyłącz 10 do 100, masz 110, toż
przey Regułę Proporcyi mow: *naprzod*
jeżeli za Czerwonych Złotych 100, na-
leży się Czerwonych Złotych 110, czyli
jeżeli za 10 należy się 11, coż za 500?
y masz

y masz 550. to iest 500 Kapitału, 50 Prowizyi. *Pomtore.* Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 550? y masz 605. *Potrzenie.* Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 605? masz $665 + \frac{1}{2}$ Summę, którą za Kapitał, za prowizyją od Kapitału, y za prowizyją od prowizyi, po trzech leciech wypłacić potrzeba będzie.

Ztąd wniefiesz, że Kapitał dany, iaki tu iest 500, y Summy następujące przez Regułę Proporcyi wynalezionę, są względem siebie w Proporcyi ciągnionej, tak $500. 550. 605. 665 + \frac{1}{2}$, gdyż między wszystkiemi też sama zachodzi Proporcya, co między 10, y 11.

Przeştroga II. Prowizyją o której w tym ostatnim Zadaniu mowa była, rzeczona lichwa od lichwy, czyli lichwa żydowska, Prawem iest zakazana.



ROZDZIAŁ

ROZDZIAŁ V.

O Progressach czyli skokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach.

De Progressionibus Arithmeti-
cicis & Geometricis.

PROgressya czyli skok w liczbach nie innego nie jest, tylko nieprzerwany szereg liczb wielu, w iedneyże do siebie będących proporcyi, y tenże sam względ do siebie mających. Jeżeli więc-
k szość, lub mnieyszość, *excessus uel defe-
ctus*, któremi się terminy ciągnących się liczb, wiążą między sobą, będą też same, równe, y iednostayne, iako *naprzy-
kład* 1, 3, 5, 7, 9, gdzie każdy termin na-
stępujący dwoma jest większy nad po-
przedzający swoy termin, albowi też 15,
12, 9, 6, 3, gdzie każdy termin następu-
jący trzema jest mnieyszy od terminu
poprze

poprzedzającego, tedy Progressya takowa zowie się skokiem, czyli Progressyą Arytmetyczną, *Progressio Arithmetica*. Jeżeli zaś terminy owe, mają między sobą ciągnioną Proporcją Geometryczną, tak iak się w poprzedzającym Rozdziale powiedziało, tedy wzgląd ten między nimi nazywa się skokiem, czyli Progressyą Geometryczną, *Progressio Geometrica*.

Reguły obydwu tych Progressyi, z których o kaźdey z osobna mówić będziemy, do tego naywięcey zmierzają, ażeby wszystkich, ilekolwiek bydź ich może terminow szereg, krotko y bez naprzykrzoney w przydłuższych Rachunkach tęskniący, w iedną Summę znowić umieliśmy.

OSKOKACH

czyli

Progressyach Arytmetycznych.

De Progressionibus Arithmeti-
cicis.

LEM.

LEMMA

LEMMA I. W Progresyji Arytmetyczney z ilukolwiek terminow składającej się, Summa terminow kraynych, to jest zebrane w iedną kwotę pierwszego y ostatniego terminu, równa się Summie dwoch terminow, od tychże krayn rownie odległych. Tak w sześciu następujących terminach Progresyji Arytmetyczney.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11,$$

$$1+11=3+9=12,$$

$$1+11=5+7=12,$$

LEMMA II. W Progresyji Arytmetyczney, w ktorey terminy nie są do pary, Summa kraynych terminow, albo dwoch ktorychkolwiek terminow, rownie od krayn swoich odległych, dwa razy większa jest nad termin śrzedni. Tak w następującej Progresyji.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,$$

Summy 1 a 13, 3 a 11, 5 a 9, są dwakroć są większe od 7, liczby w tym samym śrzedku danej Progresyji będącej

LEMMA III. W każdej Progresyji Arytmetyczney, termin którykolwiek wzięty

wzięty zamyka w sobie, termin pierwszy to jest, termin najmniejszy, y przewyżkę, która między terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminow od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującej Progresyi.

1, 3, 5, 7, 9, 11,

Termin czwarty tej Progresyi 7, zamyka w sobie pierwszy termin 1, y przewyżkę 2, która w tym razie między terminami zachodzi, trzy razy wziętą tak: $7 = 1 + 2 + 2 + 2 = 7$. Podobnymże sposobem 9, termin piąty, zamyka w sobie pierwszy termin 1 y przewyżkę 2 cztery razy wziętą, bo $9 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9$, równie y 11 termin szósty, zamyka w sobie termin pierwszy 1, y przewyżkę 2 pięć razy wziętą bo $11 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 11$.

Z tąd wnies, że jeżeli przez przewyżkę między terminami w Progresyi Arytmetyczney zachodzącą, zmnożysz liczbę terminow wszystkich procz pierwszego, a do Produktu dodasz termin pierwszy najmniejszy, tedy wypadnie największy termin w owej Progresyi.

Q

gressyi.

gressyi. Tak w poprzedzającym Przykładzie przez przewyżkę 2, zmultiplikowawszy liczbę terminow, których jest procz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy najmniejszy termin 1, będziesz miał 11, termin największy w owej Progresyi, bo $2 \times 5 = 10$, a $10 + 1 = 11$.

PROPOZYCYA I.

Gdy dane będą, najmniejszy y największy, to jest pierwszy y ostatni w Progresyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, znaleźć wszystkich owych terminow Summę generalną.

Złącz termin najmniejszy z największym, a Summę zmultiplikowawszy przez połowę wszystkich terminow, Produkt ztąd wynikający pokazuje Summę generalną całej owej progressyi.

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czy nia wszystkie uderzenia godzin na zegarze, zaczawszy od pierwszej aż do dwu-

dwunastej, w którym biciu zegarow
 jest Progresya Arytmetyczna liczb na-
 turalnym porządkiem idących 1, 2, 3, 4, 5,
 &c. W tej Progresyi najmniejszy
 termin jest 1, największy 12, wszystkich
 terminow Progresyi jest także 12. Za-
 tym podług Reguły wyżej podanej,
 najmniejszy termin 1, złączysz z
 największym terminem 12, mam 13, kto-
 rą Summę zmultiplikowawszy przez
 połowę terminow wszystkich, to jest
 przez 6, 13×6 , produkt 78, wskazuje
 wszystkie uderzenia godzin na zegarze
 od pierwszej, aż do dwunastej, Pro-
 dukt ten 78 podwoiwszy, mam uderze-
 nia na zegarze przez cały dzień natu-
 ralny $78 \times 2 = 156$.

Reguła ta gruntuie się na *Lemina I*,
 przez ktore, że Summa terminow kray-
 nych rowna jest którymkolwiek dwom
 terminom od tychże krań równie odle-
 głym, z tej przyczyny, Produkt z pier-
 wszego y ostatniego terminu, przez po-
 łowę terminow zmultiplikowanego,
 koniecznie rowny bydz musi Summie
 wszystkich terminow w progresyi bę-
 dących,

Q2

dących, multiplikacya albowiem nic innego nie jest, tylko Addycya kilkakroć powtorzona.

Z tąd wniesć, że jeszcze Summę całej Progressyi Arytmetyczney będzie miał, *naprzód* jeżeli przez połowę Summy z pierwszego y ostatniego terminu zebraney, liczbę wszystkich terminow zmultiplikujesz. *Powtore.* Jeżeli Summę pierwszego y ostatniego terminu, przez całą liczbę terminow zmultiplikowawszy produkt, podzielisz przez 2. *Potrzenie.* A że w Progressyi Arytmetyczney terminow nieparzystych, termin średni rowny jest połowie Summy z pierwszego y ostatniego terminu znieśionej, podług *Lemma II.* ztąd idzie, że przez termin średni zmultiplikowawszy liczbę terminow nieparzystych, produkt da Summę wszystkich terminow Progressyi.

P R O P O Z Y C Y A II.

Gdy dane będą, termin najmniejszy y największy, y liczba terminow w Progressyi
Arytme-

Arytmetyczney, znaleźć przewyżkę, między terminami owey Progressyi.

OD największego terminu odciągnij termin najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, Wieloraz wskaże przewyżkę między terminami progressyi. Tak w Przykładzie z poprzedzającej Propozycyi, ouderzeniach zegaru od pierwszej do dwunastej; od największego terminu 12, odciągnij termin najmniejszy 1, a resztę 11 podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, to jest przez $12 - 1 = 11$. Wieloraz 1, pokazuje przewyżkę w progressyi tej zachodzącą, to jest: że każdy następujący termin od terminu poprzedzającego iednym jest większy.

Fundament tej prawdy gruntuie się na *Lemma III*. Bo 12 zamyka w sobie najmniejszy termin 1, y procz tego przewyżkę tyle razy wziętą, ile jest terminow w progressyi, zaczawszy od 1, aż do 12, to jest 11, a zatym odciawszy termin najmniejszy, reszta zamyka

ka w sobie tyle razy przewyżzkę, ile jest terminow progressyi, zmniejszonych iednym i, z tey przyczyny resztę owę podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, przewyżzka między terminami zachodząca wypaść powinna.

P R O P O Z Y C Y A III

Gdy dane będą, termin naymniejszy, przewyżzka, y liczba terminow, znaleźć termin największy.

PRzez przewyżzkę, multiplykuy daną liczbę terminow iednym zmniejszoną, a do produktu dodawszy termin naymniejszy, Summa z tąd wynikająca będzie największym terminem.

Przykład. Hetman pewny zdobyć przy dobyciu Miasta wziętą, każe dzielić między 40 żołnierzy, ktorzy pierwsi wpadli do Fortecy. z tą kondycyą: ażeby ostatni wziął Czerwonych Złotych 100, przed ostatni 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progressyi z prze-

zprzewyżzką 30, pytam ile pierwsze-
mu z nich przypadło? W tym przy-
kładzie najmniejszy termin jest 100,
Przewyżzka 30, liczba terminow 40,
zmultiplikowawszy tedy przez liczbę
terminow iednym zmniejszoną, to jest
przez 39, przewyżzkę 30, a do produ-
ktu 1170, przydawszy termin najmniey-
szy 100, masz w progressyi tey, termin
nawiększy 1270, ile Czerwonych Zło-
tych pierwszewu z owych 40 żołnie-
rzy w nadgrode dostało się. Funda-
ment tego masz w Lemma III.

P R O P O Z Y C Y A IV.

*Gdy dane będą, termin najmniejszy, y ter-
min nawiększy, y przewyżzka między ter-
minami, znaleźć liczbę wszystkich terminow
w progressyi Arytmetyczney.*

OD terminu nawiększego odciągnij
termin najmniejszy, a resztę po-
dzieliwszy przez przewyżzkę, Wieloraz
iednym powiększony liczbę wszystkich
terminow pokaże.

Przy-

Przykład pierwszy. Zakupił kto pewną liczbę Xiąg tak, że za pierwszą Xięgę płacił groszy 2, za drugą groszy 4 a za trzecią groszy 6, y tak daley w progressyi przez 2 rosnącey, za ostatnią zapłacił groszy 400, pytam ile Xiąg zakupił? Odciągnij najmniejszy termin 2, od terminu największego 400, a resztę 398 podzieliwszy przez przewyżzkę 2, wypada Wieloraz 199, który powiększywszy iednym masz 200 liczbę wszystkich terminow, to jest Xiążek, ktorey szukałeś.

Przykład drugi. Pewny Rzemieślnik zgodził się od roboty tak: żeby mu od niey pierwszego dnia płacono groszy 20, drugiego groszy 25, trzeciego groszy 30, y tak daley w progressyi przez przewyżzkę 5 rosnącey. Stało się, że dnia ostatniego skończywszy robotę wziął groszy 165; pytam ile dni na owey robocie strawił? Odciągnij termin najmniejszy 20, od terminu największego 165, a resztę podzieliwszy przez przewyżzkę 5, y do Wieloraza 29, przydawszy 1, masz 30 liczbę terminow,

nów, czyli dni na owej robocie strawionych. Fundament tey Propozycyi masz z *Lemma III*,

OSKOKACH

czyli

Progressyach Geometrycznych,

De Progressionibus Geometricis.

LEMMA IV. W każdey Progressyi Geometryczney, jeżeli którykolwiek termin przez siebie samego zmultiplikowany będzie, a produkt podzielony przez pierwszy termin progressyi, Wieloraz z tąd wynikający, będzie termin dwa razy daley odległym od terminu pierwszego, niżeli termin ow przez siebie samego zmultiplikowany. Tak w następuiącey Progressyi Geometryczney:

2, 4, 8, 16, 32,

termin trzeci 8, zmultiplikowawszy przez siebie, a produkt 64 podzieliwszy przez pierwszy termin 2, masz Wielo-

raz

raz 32. który termin dwakroć odlegleytzy iest od terminu pierwszego 2, niżeli termin 8 przez siebie multiplikowany. Wszakże od 2 do 8 dwa, a od 2 do 32 cztery mieysca zachodzą. Bo termin 32, iest trzeci termin proporcjonalny do dwoch terminow 2 y 8 przez *Propozycyą X. Rozdz: IV.* A zatym 32, tyle razy zamyka w sobie 8 (to iest dwa razy termin pośredniczy 16.) ile razy 8 zamyka w sobie 2, (to iest dwa razy termin pośredniczy 4.) Więc że 32 tyle odlegle iest od 8, ile 8 odlegle iest od terminu pierwszego 2, to iest mieyscami dwoma, przeto 32 dwa razy tylu mieyscami odlegle iest od pierwszego terminu 2, ilu mieyscami 8, raz odlegle iest, od tychże 2, terminu pierwszego.

Ztąd idzie, że ieżeli pod każdą *Progreßyą Geometryczną* napisane będą liczby porządkiem naturalnym, zaczynając od Cyfry, tak: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. tedy każdy w *progreßyi* owey termin, który wypada z podzielenia przez termin pierwszy, produktu z multiplikacyi ktore-

ktoregokolwiek terminu przez siebie samego, będzie miał pod sobą numer dwakroć większy od numeru, pod terminem przez siebie zmultiplikowanym, leżącego. Tak w wyrażoney wzwyz Progresyji Geometryczney, napisałwszy pod każdą progresyją liczby naturalne, zaczynając od Cyfry,

2, 4, 8, 16, 32.

0, 1, 2, 3, 4.

termin ostatni 32, ma pod sobą figurę 4, dwakroć większą nad 2, pod osmią leżące.

Numery te pod terminami progresyji Geometryczney położone, które zowią się. Wskazujące, *Exponentes*, vel *indices progressionis*, wskazują, tak aleko każdy termin odległy jest, od terminu pierwszego: Wskazują zaś miejsce, czyli liczbę terminow progresyji iednym zmniejszoną. Tak 32, ktorych *Exponents* jest 4, są piątym terminem w progresyji. Co proszę pamiętać.

LEMMA V. W każdej progresyji Geometryczney, jeżeli dwa iakiegokolwiek terminy z sobą multyplikowane będą,

będą, a produkt podzielony przez pierwszy termin progressyi, za Wieloraz wypadnie termin, tylu miejscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności, zamykają w sobie *Exponentes*, obydwu terminow moltiplikowanych, razem wzięte. Tak w następuiącey progressyi.

5. 10. 20. 40. 80. 160 &c.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

moltiplikując z sobą dwa ktorekolwiek terminy *naprzykład* 10×40 , a produkt 400 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz na Wieloraz termin 80, który w tey progressyi czterema miejscami od pierwszego terminu jest odległy, iako to wskazują *Exponentes* moltiplikowanych przez się terminow $1+3=4$.

Ztąd wnies, że do wynalezienia ktoregokolwiek w daney progressyi terminu, potrzeba między sobą dwa terminy w owej progressyi takie moltiplikować ktorych *Exponentes* wraz wzięte zamykałyby w sobie tyle iedności, *unitates*, iednym zmnieyszonych, ile ich zawiera liczba,

liczba, wktorey termin ma bydź, ktorego szukasz; a produkt ztąd wynikający podzieliwszy przez termin pierwszy, Wieloraz będzie owym terminem, ktorego szukasz. Tak w daney wyżej progressyi, szukając terminu szóstego, pod którym ma bydź *Exponens* 5, multiplikuy 20 przez 40, pod któremi *Exponentes* będące, czynią 5, toż produkt 800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz 160 termin szósty w daney Progressyi.

PROPOZYCYA V.

Gdy dane będą, termin najmniejszy y największy, y *Denominator* (*) teyże Progressyi Geometryczney, znaleźć ile wynosi Summa generalna wszystkich owych terminow wraz zebranych.

OD terminu największego odciągnij termin najmniejszy, a resztę podzie-

(*) *Denominator* Progressyi, iest to, po czym poznaiemy wzgląd proporcji między liczbami w progressyi owej będącemi zachodzący, to iest: czyli proporcya iest podwoyna, czy potroyna, &c.

dzieliwszy przez Denominatora Progreſſyi iednym zmnieyſzonego, Wieloraz złącz z terminem oſtatnim, a te na ow czas wſzyſtkich terminow w progreſſyi owey będących Sumę pokaza.

Przykład. - Uſtępuje kto konia przyiacielowi ukowanego na cztery nogi, z tą tylko kondycyą, aby mu zapłacił ſame uſnale, ktorých znayduie ſię w podkowach 32, a to wten ſpoſob: ażeby za pierwszy uſnal zapłacił groſz 1, za drugi groſzy 2, za trzeci groſzy 4, za czwarty groſzy 8, y tak dalej zawsze w podwoyney proporcyi Geometryczney, pytam iaka ieſt Summa groſzy za wſzyſtkie uſnale w tej progreſſi, i zapłaconych?

Za uſnal oſtatni, to ieſt 32, w progreſſyi przypada groſzy 2147483648, od tego oſtatniego terminu w progreſſyi odciągnij termin pierwſzy 1, a reſztę 2147483647 podzieliwszy przez Denominatora progreſſyi iednym zmnieyſzonego, to ieſt przez 2 — 1, że liczb nie dzieli, maſz za Wieloraz tę ſamę Sumę 2147483647, do ktorey przy.

przydawszy ostatni termin w progressyi, to jest Summę groszy za ufnął ostatni przypadającą, wypadnie $2147483647 + 2147483648 = 4294967295$, Summa groszy za wszystkie ufnale należących się, którą podzieliwszy przez 30, będzie miał cenę owego konia Złotych Polskich 143165576, y groszy 15.

Demonstracya. W każdej Progressyi Geometryczney, iak się ma Denominator progressyi iednym zmniejszony, do iednego, tak się ma największy termin, najmniejszym terminem zmniejszony, do Summy ze wszystkich terminow w progressyi zebranych, wyiawszy tenże sam termin ostatni. Tak dawszy *naprzykład.* następującą Progressyą Geometryczną w proporcyi potroyny, *in proportionem tripla* 3. 9 27. 81. 243, będzie się miał Denominator 3, zmniejszony iednym, do 1, to jest, 2. 1, iak się ma termin największy zmniejszony terminem najmniejszym, to jest $243 - 3 = 240$, do całej Summy progressyi, wyiawszy tenże sam ostatni termin to jest, do $3 + 9 + 27 + 81 = 120$.

2. 1 :: 240. 120.

a za

a zatem podzieliwszy 240 przez 2, masz 120; do tych 120 dodawszy ostatni termin 243, masz 363, Summę wszystkich terminow. w owej progressyi będących $120+243=363$.

Przeestroga I. Progressyi podwoynę zaczynającej się od iednego 1, krotszym sposobem całą Summę znaydziesz, podwoiwszy ostatni termin, a od produktu odciawszy 1. Tak w Przykładzie pierwszym tej Proporcji, podwoy ostatni termin 2147483648, a od produktu 4294967296, odciawszy 1, masz 4294967295, też samę Summę, co y przedtym. Przyczyna tego oczywista jest: bo Denominator iednym zmniejszony jest 1, które dzielić liczb nie może. Zaczyn do Wieloraza dodać w tym razie, ostatni termin nic innego nie jest, tylko wziąć go dwa razy, czyli podwoić.

Przeestroga II. Z Progressyi podwoynę zaczynającej się od 1, 2, 4, 8, 16, 32, &c. wynikają liczby. rzeczzone liczby doskonałe, numeri perfecti, dla tego, że wszystkim swoim częścicom, spełna podzielić się mogącym, są równe, iako 6, 28, 496 &c. Wynikają zaś tym sposobem, naprzód, do-
dają

staia się porządkiem terminy podwoynę Progressyi, poki aż ich Summa nie uczyni liczby pierwszej, numerum primum, to jest, liczby takiej, ktorey nie na rowne części, procz iednego i podzielić nie może, to jest $1+2=3$. $1+2+4=7$. $1+2+4+8+16=31$. Powtore Liczba ta pierwsza, naprzykład 3, albo 7, albo 31 multiplikuje się przez liczbę na samym końcu dodaną, a dopiero z produktu ich wynika liczba doskonała, numerus perfectus. Jako w danym Przykładzie $3 \times 2=6$, $7 \times 4=28$, $31 \times 16=496$. Tymże sposobem y inne liczby doskonałe staia się, ktorych bardzo mało jest, iako y innych w naturze rzeczy, ktoreby się zupełnie doskonałemi nazwać mogły. Bo biorąc do dziesiątka, taka liczba jest tylko iedna 6, biorąc do sta, 28, biorąc do tysiąca, 496, do dziesięciu tysięcy 8128. Wszystkie zaś liczby takowe kończą się na 6, lub na 8.

PROPOZYCYA VI.

Gdy danych będzie kilka terminow Progressyi Geometryczney, znaleźć, którykolwiek

R inny

iany termin następujący w teyże progressyi nie dochodząc nawet terminow śrzednych między nim, a danemi terminami zachodzących.

Niech będą dane *naprzykład* następujące terminy w progressyi Geome-tryczney.

5. 10. 20. 40. 80. 160.

0. 1. 2. 3. 4. 5

w ktorey progressyi chcę znaleźć termin dwudziesty, *Exponens* iego będzie 19, to jest liczba jednym mnieysza od liczb progressyi, przez *Lemma IV*. Biorę teraz którykolwiek termin tey progressyi, *naprzykład* 80, położony na miejscu piątym, a od miejsca pierwszego odległy czterema miejscami, to zmnożywszy go przez się, t. j. 80X80, Produkt 6400 dzielę przez pierwszy termin 5, Wieloraz 1280, dwukrotnie od terminu pierwszego odległym będzie, niżeli 80, to jest ośmiu miejscami, y będzie położony na miejscu dziewiątym, a *Exponens* iego będzie 8, przez *Lemma IV*.

Weś

Weż znowu, dopiero wynaleziony termin dziewiąty 1280, y multiplikuy go przezeń samego, to jest 1280×1280 , a produkt 1638400, podzieliwszy przez termin pierwszy 5, Wieloraz 327680 będzie terminem w teyże samey progresyji dwa razy odlegleyszym od terminu pierwszego, niżeli termin dawniey wynaleziony 1280, to jest szesnastą miejscami; y będzie położony na miejscu siedmnaśtym, a *Exponens* iego będzie 16. Ze zaś 16 *Exponens* terminu siedmnaśtego od 19, *Exponensa* terminu dwudziestego, którego szukam, różni się przez brak, *per defectum* 3, zaczym multiplikuy ten termin siedmnaśty już wynaleziony, przez termin taki, którego w tey progresyji *Exponens* jest 3, to jest 327680×40 , a Produkt ztąd wypadający 13107200, podzieliwszy przez termin pierwszy 5, Wieloraz 2621440, będzie terminem w danej progresyji dwudziestym, a *Exponens* iego będzie 19.

Demonstracya tey Operacyi jest bardzo śnadna, iako z poprzedzających *Lemmatow* IV, y V. oczywście wynikała.

Rz

Ztąd

resztę podzielić przez Denominatora Progressyi iednym zmniejszonego, to jest przez 99. Toż do Wieloraza z tey dwizyi wynikającego, dodawszy ostatni termin, będziesz miał wszystkich ziarn przez *Propozycyą* V. Summę napępującą:

101010101010101010100,

co znaczy, że jeżeli ieden korzec, będzie ich brał w siebie 5000000, uczynią korcy 20202020202020, którychby cały Polski nieobięły Szpichlerze.

ZADANIE II. Pan mający roczney intraty milion Złotych Polskich, chce arendować iednemu z przyjaciół swoich wszystkie Dobra, pod taką kondycyą, ażeby mu corocznie w iednym tylko Miesiącu wypłacił, pierwszego dnia grosz 1, drugiego groszy 2, trzeciego groszy 4, czwartego groszy 8, y tak daley postępując zawsze w progressyi podwoyney Geometryczney, pytam ile wyniesie Summa, którąby za cały Miesiąc potrzeba wypłacić?

Znajdź przez *Propozycyą* poprzedzającą tey podwoyney progressyi termin

min trzycieście, który ieſt: 536870912, który podwoy, a od Summy podwoioney odciawſzy iedno 1, maſz groſzy wſzyſkich 1073741823 przez *przeſtrogę* I. *Propozycyi* V. które zredukowaſzy. na Złote, maſz Summę Złotych 35791394.

ZADANIE III. Pewny Kawaler wziawſzy w Sukceſſyi po Oycu ſwoim Wſi 50, przedaie ie z tą kondycyą: ażeby mu za pierwszą dano Taler bity 1, za drugą 2 Talery bite, za trzecią 4, za czwartą 8, y tak dalej, zawize w progreſſyi podwoyney, chcę wiedzieć, ile Talerow bitych za te wſzyſtkie Wſie daćby potrzeba?

Na termin pięćdzieſiątą tey progreſſyi przypadnie cena Wſi oſtatney Talerow bitych 562949953 421312, Summę tę podwoiſzy, a od podwoioney odciawſzy termin pierwszy 1, maſz Summę wſzyſtkich Talerow bitych 1, 125, 899, 906, 842, 623, to ieſt: tyſiąc ſto dwadzieſcia pięć Billonow, oſm ſet dziewięćdzieſiāt dziewięć tyſięcy Milionow, dziewięć ſet, ſześć Milionow, oſm

ośm set czterdzieści dwa Tysiące, sześć set dwadzieścia, y trzy Talerow bitych, iakiey Summy, naypotężniejszy na świecie Monarcha zapłacićby niepotrafił.

ZADANIE IV. Scheramus Krol Jndyi, pewnemu Indyczykowi imieniem Dahlr, który wynalazł grę Szachów, dał na wybór obrania sob e iakiey chce nadgrody. Ow o nic więcej nie prosił, tylko ażeby mu iedno ziarno Pszenicy na pierwszym Kwadracie w Szachownicy położone, w Proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy Kwadrat dawano, aż do ostatniego, to iest do 64 Kwadratu. Bardzo mała rzecz owa zdała się bydź Krolowi, lecz gdy Arymetycy w rachunki Pszenicy owey wzięli, pokazało się, że ani w Państwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele Pszenicy znaleźć się nie może, to jest 18, 446, 744, 073, 709, 551, 615. Dodanie tey prawdy masz z *Propozytyi V. y VI. tegoż Rozdziału.*

ROZ-

ROZDZIAŁ V.

O Liczbach Łamanych Dzieśiątkowych.

De Fractionibus Decimalibus
Definicje, czyli Opisania grun-
towne.

DEFINICJA I. Liczby łamane dzieśiątkowe są te, których Denominatory w Proporcji Dzieśiątkowej zaczynającej się od iednego 1, postępują to iest: 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. Tak imaginując sobie jaką miarę, na przykład stopę, łokieć, funt, albo linią prostą, na dzieśięć części równych podzieloną, gdy znowu każdą z tych pierwszych części na dzieśięć innych części, a każdą z drugich, znowu na dzieśięć innych nowych części podzieloną weźmiemy, y tak daley, ile się komu podobą, z podziału tego wynikaia Frakcyje dzieśiątkowe, setne, tyśiączne, sto tyśiączne, &c. ktore inaczej zowią się częściami

ści pierwſze, części drugie, trzecie, czwarte, *Primæ, ſecundæ tertie quartæ, &c.* Dla rozeznania ich kładą ſię nad niemi znaki liczbą Koſcielną I, II, III, IV, V, a nad liczbami Całkowitemi kładą ſię Cyfry o. Tak naſtępująca Frakcyja dzieſiątkowa.

o	I	II	III	IV
5	8	6	4	2

znaczy pięć rzeczy, iakich Całkowitych *naprzykład* pięć ſtop, y ośm pierwſzych, ſześć drugich, cztery trzecich, dwie czwartych części, ſzóſtey ſtopy. Lubo doſyć ieſt nad oſtatnią figurą znak położyć, a liczby całkowite punktem przy początku odſtrychnąć, tak *naprzykład*

IV

5. 8642, która Frakcyja toż ſamo zna-
czy, iak gdybym napisał:

$$5 \frac{8}{10} \frac{6}{100} \frac{4}{1000} \frac{2}{10000} = 5.8642$$

Szczegulnie tedy dla wygody, y dla ſkrócenia trudności zachodzącey w rachunkach, dzieſiątkowe te Frakcyje pi-
szą ſię nakſtałt liczb Całkowitych, bez
Deno

Denominatora sposobem zwyczaj opisa-

IV

nym to jest: 5. 8 6 4 2.

Przeestroga I. Kreski tedy owe, czyli znaki dziesiętkowe, które się liczbą Kościelną nad numerami kładą, zastępują miejsce Denominatorom, tak w następującej Frakcyi

I II III

5. 8 6 4

kreska I znaczy Denominatora 10, kreski II znaczą Denominatora 100, kreski III znaczą Denominatora 1000 &c. właśnie jak gdyby Frakcyje owe ordynaryjnie tak napisane były: $\frac{8}{10} \frac{6}{100} \frac{4}{1000}$.

Przeestroga II. A zatym dziesiętkowe Frakcyje bardzo łatwo redukują się do jednego Denominatora, dodawszy na końcu ich tyle Cyfer kreskami dziesiętkowymi oznaczonych, ile potrzeba będzie. Tak gdy

I

Frakcyą dziesiętkową 3. 5 chcesz redukować do części drugich, to jest do setnych lub do części trzecich, to jest do tysięcznych, lub do części czwartych, to jest do dziesięć tysięcznych, setne będziesz miał

przy-

przydawszy na końcu danej Frakcyi Cyfrę

II

z dwoma kreskami tak: 3. 5. 0; Tysiączne
będziesz miał, przydawszy na końcu danej
Frakcyi dwie cyfry z trzema kreskami nad

III

ostatnią tak: 3. 5 0 0, dziesięt tysiączne
będziesz miał, przydawszy na końcu da-
nej Frakcyi trzy Cyfry z czterema kreska-

IV

mi nad ostatnią, tak: 3. 5 0 0 0. Bo
w takowym razie cena danych Frakcyi, by-

I II

najmniey się nie odmienna, gdyż $5 = 50$.

I III

$5 = 500$, y tak daley.

Prześtroga III. Jeżeli liczbie Całko-
witey ilekolwiek Cyfer z znakami dziesiąt-
kowemi dodasz, wewnętrzny iey walor by-
najmniey się nie odmienni, tak gdy do 3. do-

III

III

dasz 0 0 0 = 3. 0 0 0, walor trzech by-
najmniey się nie odmienna, zawsze albo-
wiem te 3. znaczą trzy rzeczy iakie całko-

III

wite na przykład Złote. Bo 3. 0 0 0 =

$$\frac{3000}{1000} = 3.$$

Prze-

Przeſtroga IV. *Przed Frakcyami dzieſiátkowemi, w których niemaſz liczby całkowitey, kładzie ſię na początku Cyfra 0,*

tak Frakcja naſtępująca $\frac{8}{10}$ piſze ſię 0. 8

Frakcja $\frac{24}{100}$ piſze ſię 0 24 Frakcja $\frac{725}{1000}$

piſze ſię 0. 7 2 5, czym waloru ſwego bynajmniey nie odmieniają.

DEFINICYA II. W Frakcyach dzieſiátkowych, liczby zowią ſię tegoż ſamego gatunku, czyli tegoż ſamego ſtopnia, których teſz ſame ſą Denominatory, czyli teſz ſame kreſki. Tak w naſtępujących dwóch dzieſiátkowych Frakcy-

I II III IV

ach, pierwſzey 0. 5 6 7 9, drugiey

0. 0 4 5. Frakcyę 6 y 4, tudzieſz 7 y 5, zowią ſię iednego ſtopnia, gdyż nad obiemą, iednakowe kreſki, czyli tenſze ſam ieſt Denominator, tak właſnie, iak gdyby pierwſze Frakcyę były $\frac{6}{1000}$ y $\frac{4}{1000}$ a drugie $\frac{7}{1000}$ y $\frac{5}{1000}$.

DEFINICYA III. Progreſſya dzieſiátko

siatkowa przzerwana, *Progressio decimalis interrupta*, zowie się ta, w ktorej znaydują się *naprzykład* części tyśiączne, ale części setnych, lub dzieśiątkowych za-

IIV

dnych nie masz, iako *naprzykład* 4. 2 5 gdzie części setnych y tyśiącznych nie-masz. Mieysca atoli, na ktorych te setne, y tyśiączne części znaydowaćby się powinny, spełniaią się cyframi tak: 4.

I II III IV

II V

2 0 0 5, podobnież 3. 5 7 = 3.
V III

05007. Tudzież $\frac{5}{1000} = 0.005$, a 3 +
IV

$\frac{24}{1008} = 3.0045$, zawsze albowiem tych Frakcyi, tenże sam jest waloř, iako to iuż w *Przestrodze* II y III powie-działo się.

PROPOZYCYA I.

Frakcyje dzieśiątkowe, dodawać y odcigać.
Decimales addere, & subtrahere.

FRakcyje dzieśiątkowe, ktore masz zbierać, lub odcigać, tak nap: uło-
żyć

żyć potrzeba, ażeby liczby z iednako-
wemi Denominatorami wzajemnie so-
bie korresponowały przez *Defin: II*,
a ieżeli progressya między niemi będzie
przerwana, iako w następującym dru-
gim przykładzie, tedy miejsca w niej
prożne cyframi spełniają się, przez *De-
finicyą III. Powtore.* Tak ułożywszy Fra-
kcyę, dodają się, lub odcinają sposobem
o Addycyi, y Subtrakcyi w *Rozdziale
I* przepisany.

Przykłady Addycyi.

Przykład pierwszy

	III
	3. 2 4 5
Frakcyę dane	II
	7. 3 9
	III
Summa	110. 6 3 5

Przy-

Przykład drugi

	I	III
	5. 2	7 = 5. 2 0 7
Frakcyje dane	I II	II
	6. 4	5 = 6. 4 5
		III
Summa II.	6	5 7

Fundament całej tej Operacyi jest oczywisty. Jeżeli albowiem Frakcyje dziesiętkowe w pierwszym przykładzie dane do iednego Denominatora zredukujemy przez *Prześlrogę* II, będziemy mieć przez *Przykład* I Frakcyą pierwszą taką $\frac{3245}{10000}$, a Frakcyą drugą taką $\frac{7390}{10000}$, które dodawszy razem będzie

$$\frac{3245}{10000} + \frac{7390}{10000} = \frac{10635}{10000} = 10. 635 \text{ przez,}$$

Defini: 1.

Przy-

☼ (§ 272) § ☼
Przykład Subtrakcyi.

Przykład pierwszy
III

Liczba większa	4. 5 7 2
	II
Liczba mniejsza	1. 2 9
	III
Reszta	3. 2 8 2

Przykład drugi

	I III	III
Liczba większa	7. 4 2 = 7. 4 0 2	
	II III	II III
Liczba mniejsza	3 5 = 0. 0 3 5	
	III	
Reszta	7. 3 6 7	

Fundament tej operacyi tenże sam jest, co Addycyi. Bo jeżeli w *Przykładzie pierwszym*, obydwie Frakcyje do jednego Denominatora zredukuję przez *Przestrogę II*, będzie przez *Przestrogę I*. Frakcyja większa $= \frac{4572}{1000}$, a Frakcyja druga $= \frac{1290}{1000}$, a zatem Frakcyją mniejszą

szą odciągnąwszy od Frakcyi większey,
III

będzie $\frac{1000}{4572} - \frac{1000}{1290} - \frac{1000}{3282} = 3.282$,
 przez Definięą I.

I. Przestroga. Chcąc od liczb całkowitych odciągnąć Frakcyę dziesiętkową, przydaj do liczb całkowitych tyle cyfer, ile jest kreszek nad ostatnią figurą, Frakcyi danej do odciągnięcia. Tak mając odciągać od 8 liczb całkowitych, trzy setne, to jest:

II

0.03, dodaj do 8 dwie cyfry, a będziesz

II II II

niał 8.00 — 0.03 — 7.97.

P R O P O Z Y C Y A II.

Frakcyę dziesiętkową mnożyć.
Decimales multiplicare.

Frakcyę dziesiętkową mnożyć się iak liczby całkowite, o których w Propozycyi V. Rozdziale I, niemając żadnego względu na kreski nad figurami Frakcyi do mnożenia danych; położone: Lecz ażeby w pro-
dukcie

S

dukcie można było odłączyć liczby całkowite od części dziesiętnych, z tej przyczyny zbierają się kreski nad liczbami danymi do mnożenia położone, których Summa powinna się kłaść nad ostatnią figurą produktu, a odciawszy w produkcie tyle figur od prawey ręki, ile jest kresek nad ostatnią, te które się z lewey ręki po tym odcięciu zostają, będą znaczyły liczby całkowite.

Przykład pierwszy

$$\begin{array}{r}
 \text{II} \\
 4.05 \\
 \text{I} \\
 3.2 \\
 \hline
 8.10 \\
 1215 \\
 \hline
 \text{III} \\
 \text{Produkt } 12960
 \end{array}$$

Przy-

Przykład drugi

III

o. 7 4 5

II

4 2

I 4 9 0

2 9 8 0

V

Produkt o. 3 1 2 9 0

Przykład Trzeci

IV

o. 0 0 0 3 5 6

IV

o. 0 0 4 8

2 8 4 8

I 4 2 4

X

Pro: 0.00000017088

Spōsob ten na multiplikacyę Frakcyi
dziesiętkowych podany przez się jest o-
czy-

czywisty, w pierwszym albowiem Przy-

II I

kładzie $4.05 = \frac{405}{100}$, a $32 = \frac{32}{1}$ przez
Difini: I, a przez *Propo: X Rozdz: II*

III

$\frac{405}{100} \times \frac{32}{1} = \frac{12960}{100} = 12.960$ przez
Difini: I, y *Przestrogę I*.

Z tegoż pierwszego Przykładu rzecz
 oczywista jest, że tylko trzy figury dzie-
 siątkowe od końca produktu odcinają
 się, dla tego, iż w obydwu Frakcyach
 do moltiplikowania danych, trzy tylko
 kretki dziesiątkowe były. W innych
 zaś dwóch Przykładach, iż Frakcyę do
 mnożenia dane więcey mają kresek, ni-
 żeli produktu ich mają, zrey przyczy-
 ny dodaje się na lewey stronie produ-
 ktow, cyfer tyle, ile ich potrzeba do
 wyrównania liczbie kresek, nad Frakcia-
 mi danemi do mnożenia położonych.
 Procz tego kładzie się na samym począ-
 tku cyfra z punktem, na oznaczenie
 miejsca liczb całkowitych.

*Przestroga I. Jeżeliby zaś w której z
 liczb do moltiplikowania danych, progres-
 sya dziesiątkowa przerwana była, spełnić*

ią naprzód cyframi potrzeba przez Defi-

niczą III. Tak chcąc mnożyć 45X3,

2. dopełniam naprzód cyframi obydwie da-

ne, Frakcyje, $45 = 405$, a $3 \cdot 2 = 3 \cdot 02$.

Toż zmnożymy je między sobą,

mam produkt 1. 22310.

Przełtęga II A gdy jedna liczba będzie całkowita, druga zaś w Frakcyach dziesiętkowych, tedy w produkcie tyle tylko od końca odcina się figur, ile jest kresek nad ostatnią figurą jednej owej Frakcyi. Tak

3X4. 25 = 12. 75.

PROPOZYCYA III.

Frakcyje dziesiętkowe dzielić,

Decimales dividere.

Przez Frakcyę która jest Dzielnikiem, podziel Frakcyę do dzielenia daną tak iak się mówiło o dzieleniu liczb całko

całkowitych w *Propo: VI. Rozdziale I*,
na rozeznanie zaś w Wielorazie liczb
całkowitych od części dziesiętkowych,
liczbę kresek będących w Dzielniku,
odciągnij od liczby kresek będących w
liczbie podzielney, reszta pokaże ile fi-
gur w Wielorazie od prawey ręki, na
części dziesiętkowe odciąć potrzeba, a-
żeby ie rozeznać od liczb całkowitych.
Jeżeli zaś w Wielorazie figur poło-
zonych mniej iest, tedy na początku doda-
ią się cyfry; iako tego masz wizerunek
w Przykładzie trzecim.

Przykład pierwszy

II	V	III
3	10. 13563	4. 521

Przykład drugi

II	III	I
5.24	118.864	3. 6

Przykład trzeci

III	VIII	V
27.589	1035400000	0. 01283

Operacyi tey w dzieiieniu Frakcyi
dziesiętkowych fundament iest niezawodny. Bo wzięwszy na dowód Przy-

II

kład pierwszy, Dzielnik 3 przez *Defin:*

$I = \frac{3}{100}$, a liczba do podzielenia da-

V

na 0.13563 $= \frac{13563}{100000}$, a zatym podług
Reguł na dywizyę Frakcyi w *Rozdziale*
II podanych, dzieląc numeratora 13563,
przez Numeratora 3, y Denominatora
100000, przez Denominatora 100, tak
iак gdyby były liczby całkowite, masz

III

za Wieloraz $\frac{4521}{1000} = 4.521$ przez *Definicyą* I, który wieloraz tenże sam w
Przykładzie pierwszym wypadł.

Przeestroga. Gdyby w Dzielniku, lub
w liczbie podzielnej *progressya* przerywana
była, tedy spełnimszy wprzód wakujące
mieysca ceframi, odpraw potym *Dywizyą*
sposobem wzwyż podanym.

P R O P O Z Y C Y A IV.

Liczbę całkowitą, lub liczbę łamaną na czę-
ści dziesiętkowe redukować.

Day-

Daymy *naprzód*, że maśz redukować na części *naprzykład* dziesiątowe, liczbę całkowitą 6, *multiplikuy* 6×10 , a pod produktem 60 napisawszy Denominatora 10, będzieś miał Frakcyą z da-

I

nym Denominatorem $\frac{60}{10} = 6$. o przez *Definicyą* I. Podobnież redukuiąc liczbę całkowitą 28 do części setnych, maśz

II

$28 \times 100 = 2800 = \frac{2800}{100} = 28$. o o.

Daymy *poukto* Frakcyą $\frac{3}{5}$, ażeby ją redukować na części tyfiące. Przez Licznika 3, *multiplikuy* 1000, a produkt 3000 podziel przez Mianownika 5, Wieloraz 600 będzie Numeratorem nowej Frakcyi z Denominatorem 1000, $\frac{600}{1000}$ która iest daney Frakcyi we wszy-

III

tkim równa, $\frac{3}{5} = \frac{600}{1000} = 0.600$.

Podobnież czyn, chcąc redukować Frakcyą $\frac{3}{7}$ na części stotyfiące, to iest do Denominatora 100000, a będzieś

V

miał Frakcyą $\frac{3}{7} > 0.42857$ (a)

(*) Znaki te $>$ y $<$ pierwszy $>$ bierze Matematykow za znak wiékszości, a drugi $<$ za znak mneyzości

V
 <0.42858, to jest, że Frakcyą $\frac{3}{7}$ coś wie-
 cey czyni, nad tę Frakcyą ślotyfięczną

V
 0.42857, ale mniej od tey Frakcyi śloty-

V
 fięczney 0.42858, od ktorey uchyla się
 przez brak Frakcyi $\frac{1}{100000}$. Ta bo-
 wiem Frakcyą dziesiętną wynalezio-
 na jest przez: najbliższe przychylenie
 się do danej Frakcyi $\frac{3}{7}$, y w prawdzi-
 wych bez braku terminach żadną miarą
 wyrażona być nie może, jako uważa
 wielki Filozof Wolfiusz.

Prześroga. Zużycie tey Propozycyi
 wielce potrzebne jest, iuz to do podzielenia
 liczb, w ktorych po ostatnim odciagnieniu
 zostaje się cokolwiek, iuz do wyciągania
 Scian. Bo w obojm tym razie za pomocą
 tey Propozycyi, możesz mieć Frakcyą dzie-
 śienną coraz bardziey a bardziey do rze-
 szonych terminow Wieloraza, lub Scieny
 przychylającą się. Fundament całej tey
 Operacyi niezawodny ma się z Reguły Pra-
 porcyi, bo wziąwszy na przykład z drugie-
 go Przykładu Frakcyą $\frac{3}{5} = \frac{6000}{10000}$; 5:3
 :: 1000. 600.
 PROPO-

☼)(281)(☼
P R O P O Z Y C Y A V.

82

Częci dziesiątkowe do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

CHeąc wiedzieć ile funtow Kamienia Warszawskiego zamykają w sobie następujące Frakcye dziesiątkowe
III'

750? Ponieważ kamień ieden Warszawski dzieli się na funtów 32, idzie zatem, że dane Frakcye dziesiątkowe potrzeba redukować do Denominatora 32, a że przez *Definicją I*, części dziesiątkowe
III

w 750 równe są następującey Frakcyi $\frac{750}{1000}$ z tey przyczyny multiplikuję Numeratora 750 przez danego świeżo Denominatora 32, to jest 750×32 , a produkt 24000 podzieliwszy przez 1000 Denominatora dziesiątkowego, mam $\frac{24}{32}$
III

a zatem $750 = \frac{24}{32}$. Części tedy dziesiątkowe do zredukowania wzwyż dane, czynią dwadzieścia trzy, ze trzydziestu dwóch części kamienia Warszawskiego,

wskiego, to jest: czynią funtow 23,
W tey operacyi czyniemy ordynarynie
podług sposobu podanego w *Propocyi*
IV *Rozdziale* II o redukowaniu Frakcyi
do iakiegokolwiek danego Mianowni-
ka.

P R O P O Z Y C Y A VI.

*Z Frakcyi dziesiętkowych Scianę Czwor-
granną, y Sześciogranną wyciągnąć.*

Sposób wyciągania Scian Czworgran-
nych, lub Sześciogrannych, z liczb
tak całkowitych, iako też, y z liczb łą-
manych ordynaryinych podany jest do-
stateczny w *Rozdziale* III. gdzie o tym
mieysce mowienia było. Na wycią-
ganie zaś Scian z Frakcyi dziesiętko-
wych Matematycy partykularne podają
Reguły.

*Reguły na wyciąganie Scian Czwor-
grannych z Frakcyi dziesiętkowych.*

I. **J**Eżeli Frakcyja dziesiętkowa dana
do wyciągnięcia z niey Sciany
Kwadratowey, nad ostatnią swoją figu-
rą

raz ma kreszek do pary, iako w następującym *Przykładzie pierwszym*, tedy wyciąga się z niej Sciana Kwadratowa tak iak z liczb całkowitych, przez *Propozycyę I Rozdział III*, a nad ostatnią, wyciągnionej Sciany figurą kładzie się połowa kreszek, będących nad ostatnią figurą Frakcyi danej, do wyciągnięcia z niej Sciany Kwadratowej.

II. Jeżeli zaś kreski nad ostatnią figurą danej Frakcyi są nieparzyste, iako w *Przykładzie drugim*, tedy za przydaniem iedney cyfry, zamienisz je w parzyste, iako tu widzisz wtymże samym *Przykładzie*, a dopiero wyciągnąwszy z liczby owej Scianę Kwadratową ordynaryinym sposobem, nad ostatnią iey figurą napiszesz połowę kreszek owych parzystych, y operacyą zakończysz.

<i>Przykład pierwszy</i>		<i>Przykład drugi</i>	
II	I	III	
23.04	4.8	22.500	
		IV	II
		22.5000	4.74

Reguły

Reguły na wyciąganie Scian Sześciogranych z Frakcyi dziesiętkowych.

I. **I** Jeżeli kreski nad ostatnią figurą danej Frakcyi dziesiętkowej położone na trzy części spełna podzielić się mogą, iako w *Przykładzie pierwszym* następującym, tedy wyciągnąwszy z Frakcyi owej sposobem w *Propozycji III Roz.* III podanym, Scianę Sześciogranną, nad ostatnią iey figurą napisz trzecią część kresiek leżących nad Frakcją daną do wyciągnięcia z niey Sciany Sześciogranney.

II. Jeżeli zaś kresiek owych nad ostatnią figurą danej Frakcyi położonych na trzy części spełna rozciąć nie można, iako w *Przykładzie drugim*, tedy dodaj do owej Frakcyi tyle cyfer, ażeby kreski nad ostatnią z nich położone, mogły być rozcięte na trzy części spełna, toż z Frakcyi tym sposobem spełnionej, wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną, y nad ostatnią iey figurą napisawszy trzecią część kresiek owych, operacją zakończysz.

Przy-

Przykład pierwszy		Przykład drugi	
III	I	IV	
I. 7281	I. 2	26. 2144	
		VI	II
		26. 214400	2.97

Demonstracya, tey Operacyi taż sama jest, co, y wyższych. Bo zrobiwszy Sześciogran z iednego I, z kilką cyframi potroynemi, Scianą iego Sześciograną będzie, toż samo iedno I, z tylą cyframi, ile cyfer potroynych przydałeś: tak $1000 = 10. 1000000 = 100. 1000000000 = 1000.$ Z tey przyczyny nad ostatnią figurą wyciągnioney Sciany Sześciogranney, kładzie się trzecia część kresiek, ktore były nad ostatnią figurą Frakcyi daney; kreski albowiem owe są zamiast Denominatorow, iako się wyżej powiedziało.

Przestroga I. Szymon Stewinus Frakcyi Dziesiątkowych wynalazca, pierwszy podał sposob do zażywania tychże Frakcyi zamiast liczb łamanych ordynaryinych, y ten przemysł iego wielką w Rachunkach Matematycznych wygodą jest wzięty, zwła-
szcza

szcza że z Frakcyami tego rodzaju z dale-
ko większą snadnością, y tak właśnie iak
z liczbami całkowitemi postępować sobie
można. Następujący zaś po nim Matemu-
tycy Tacquet, Prestet, Reyneau, y Wol-
fus, przemysł ten wielce potrzebny. obja-
śnili, utwierdziwszy go własnymi Demon-
stracyami, których w Stewinie niedostawało.

Przeestroga ostatnia. Nauka o Fra-
kcyach dziesiętkowych przy początkach Al-
gebry, która jest kluczem do całej Matema-
tyki naywybornieyszym, dawana być zwy-
kła. Z tym wszystkim dogadzaiąc wy-
godzie tych, którzy Xiążki o Algebrze nie
tak łatwo do ręki mieć mogą, szczegulniey-
sze o Frakcyach dziesiętkowych Reguły
krotko tu zebrałem, za których pomocą, z
większą łatwością, dalszey Matematyki Re-
guły, poymą.



T

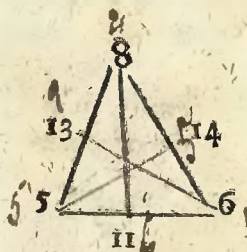
PRZY-

PRZYDATEK

Niektórych sztucznych y ciekawych
RACHUNKOW.

Sposób redukowania trzech Liczb nierównych do trzech iednakowych.

Pisz na rogach tryangułu iakle chcesz Liczby, *naprzykład* 5. 8. 6. (wolno zaś y dziesiątki y sta, y tysiące pisać) czyn między niemi addycyą, a liczbę wychodzącą pisz w środku linii, 5 a 8 czyni 13, 8 a 6 czyni 14, 5 a 6 czyni 11. potym czyn addycyą między średniemi y narożnemi liczbami, a wychodzącą liczbę pisz na dole *vg:* 11 a 8 czyni 19, 13 a 6 czyni 19, 5 a 14. czyni 19.



19. 19. 19.
10 10 10 Zga

*Wgadnąć Summę w Addycyi niżeli ią kto
napisze.*

Pytay się drugiego, w ile liczb napisze w pierwszej linii swojej addycyi, tak ci odpowie, przestrzeż go, aby nie więcej pisał linii czyli wierszów swojej addycyi tylko tyle, ile liczb jest w pierwszej linii, ani więcej liczb w drugich liniach iak w pierwszej; mniej linii y liczb pisać może. Wiedząc tedy, była liczb w pierwszej swojej linii drugi napisze, tak formuy Summę; jeżeli ci powie: *będę pisał trzy liczby*; ty w myśli pytay siebie: *trzy razy dziesięć wiele czyni?* a uczyni 27. Jeżeli ma pisać 4 liczby? pytay się: *4 razy 9 wiele czyni?* a przyjdzie ci 36. zgoła liczbę liczb pierwszej linii rozmnoż przez 9, liczbę, która wychodzi, tak do Summy ułoż. pierwszą liczbę dziesiątkow kładź na początku, drugą jedności na końcu, w środku zaś pisz tyle razy 9, żeby Summa jedną liczbą była, dłuższa iak pierwsza linia. Naprzykład powie ci, że w pierwszej linii będą cztery liczby; ty pytay siebie: *4 razy 9 wiele czyni?* wy-

chodzi 36. więc tak Summę ułoż: 3 -- 6
 a w frzodku pisz tyle, to jest trzy razy
 dziewięć aby Summa jedną liczbą była
 dłuższa od pierwszey linii, a będzie
 niechybna Summa 39996. Przestrzeż
 jednak owegoż, aby nad 10 liczb w
 pierwszey linii nie pisał. Napisałwszy
 Summę, niech tamten napisze swoją ad-
 dycyą, ty ją podkryś, y podpisz swoje
 liczby, to jest do kaźdey iego liczby
 przyday tyle, ile do dziewięciu nie do-
 state, ieżeli napisał 5. ty pisz spodem
 w tymże rzędzie 4. ieżeli on 2, ty pisz
 7. y tak daley; ieżeli on 0, ty pisz 9. ie-
 żeli on 9 ty pisz 0. potym niech swoje y
 liczby razem do kupy zrachuie, a nie-
 omylnie Summa twoja wyidzie.

ug: iego	2071	
liczby	3590	Summa 39996
	8946	
	1032	
twoie liczby.	7928	
	6409	
	1053	
	8967	
Summa	39996.	Przt.

Prześlroga. Cała ta sztuka zawisła od dziewiątey liczby, przeto kiedy tentam w swoich liczbach nie pisze 9, ty do iego liczby tyle dodać musisz, siła do dziewięciu brakuie, że zaś drugi tyle linij a nie więcej pisać powinien, ile jest liczb w pierwszej lini, ani więcej liczb w drugich liniach ile w pierwszej, mniej zaś linij y liczb pisać mu wolno; przeto gdy mniej napisze, ty ten nie dostatek samemi 9 liczbami nadgrodzić powinienes. vg. drugi pisze.

iego liczby	2071	Summa	39996.
	590		

	7928.
twoie liczby	9409
	9999
	9999.

Summa	39996.
-------	--------

Tu widzisz, że w twoiej drugiej linii z początku położono 9. bo w iego drugiej z początku nic nie było; a znów

wu

wu w dwóch liniach twóich same 9 po-
łożone, bo on swoje dwie ostatnie opu-
ścił. Gdyby zaś on same 9 w swoich
liniach przypadkiem napisał, już tobie
nie przydać nie należy się, a Summa
wyidzie.

Inny Sp-sob teyże sztuki.

Niech tobie drugi napisze pierwszą
linią swojej addycyi, ug: 482, potym py-
taj się go, wiele jeszcze linii napisać
myśli, więcej jednak iak 10. linii, a w
żadnej linii więcej liczb iak w pier-
wszej pisać nie powinien. odpowie ug:
4. tę liczbę odłącz przez Subtrakcyą
od jego pierwszej linii, co zostanie, to
będzie Summa twoja, do ktorej tylko
przydasz z początku liczbę innych ie-
go linii procz pierwszej, a Summa nie
omylna będzie. Iak zaś potym on dal-
sze swoje linie napisze, ty według pier-
wszego sposobu do każdej jego liczby
(procz pierwszej linii) przyday cze-
go nie dostaie do dziewięciu, a Summa
wyidzie ug. jego pierwsza linia jest
482, ma jeszcze pisać 4 linie, więc 4 od

482 zostaje 478. z początku kładź 4, to
 jest liczbę tych linii, które jeszcze ma
 pisać, a będzie Summa 4478.

iego liczba	482
	107
	315
	63
	128
twoie liczby	892
	684
	936
	871
	4478.

Jeszcze inny Spółb teyże sztuki.

Pytay się, wiele będzie linii po pier-
 wsey, odpowie *vg.* trzy, więc ty
 w myśli trzymay 30. odpowie 2, ty
 trzymay 20, y tak daley, czyń potym
 addycyą między temi dziesiątkami y
 liczbami pierwszej linii, a będziesz miał
 Summę, *vg.* niech będzie pierwsza linia
 ta 152. on ma jeszcze pisać 3 linie, więc
 trzy-

trzymay w myśli 30, y czyni addycyą między 30 y między każdą liczbą pierwszej linii *vg.* ktore są te 152, y mów w myśli: 30 y 2 (bo ta jest ostatnia liczba) czyni 32. napisz 2, a 3 zostaią; daley mów: 30 y 5 czyni 35, a z trzema pozostałemi czyni 38. pisz 8. a 3 zostaią, daley: 30 y 1. czyni 31 z trzema 34, a będzie Summa 3482. miawszy Summę niech on daley pisze swoje linie, lecz przestrzeż, aby w żadney ani w pierwszej nie było cyfry, ani więcey liczb w innych iak w pierwszej, ani więcey wszystkich liniy iak 9, potym podpisz swoje linie, wszędzie do iego liczb procz pierwszej linii dodając, czego nie dostaie do dziesięciu, niech wszystko razem zrachuje, a wynidzie Summa *vg.*

iego liczby 152

369

274

853

Summa 3482

twoie Liczby

741

836

257

3482

Zga-

Zgadnąć, jaką kto liczbę ma w myśli.

Niech ma w myśli *vg.* 3, niech przez 3 pomnaza, będzie 9. toż samo niech przez 7, pomnoży będzie 54. tę Summę niech dzieli przez 9. to jest niech ci powie wiele razy 9 w niej się znayduie, odpowie 6 razy, połowa tego to jest 3 jest wymyślona Liczba.

Albo Ma w myśli *vg.* 6, niech przez 3 pomnaza, będzie 18, niech dzieli przez 9, y tobie powie, wiele razy się 9 w tey Summie znayduie; y czyli się co zostało? iak powie, iż tyle razy, iako tu dwa razy, y że się nic nie zostało, ty za każdy raz rachuy trzy *vg.* tu dwa razy 3 czyni 6, co jest wymyślona liczba. Jeżeli on zaś powie; iż tyle razy 9 się znayduie, y ieszcze się co zostało; ty nayprzod za każdy raz rachuy 3, potym pytay się, czy równa czy nierówna się została liczba? jeżeli równa? przyday do twoiey Summy 2, jeżeli nie równa? przyday do twoiey Summy 1. a liczbę zgadniesz. Jeżeli zaś iego liczba tak mała, iż y razu 9, się w niej nie znayduie;

1e; to jeżeli równa, będzie wymyślona
2. jeżeli nie równa, będzie wymyślona 1.

Albo Ma wmyśli *vg.* 5. niech tyle drugie przyda, będzie 10. to niech rozmnoży przez 5 będzie 50. niech przyda 12, będzie 62, niech to rozmnoży przez 10 będzie 620. niech ci powie tę Summę, ty od niej oddziel 120 zostanie ci 500, odrzuć cyfry, a będzie 5. wymyślona liczba.

Albo Ma wmyśli 2, niech tyle drugie przyda, będą 4. przyday twoię liczbę równą iakąkolwiek *vg.* 6, będzie 10. niech to dzieli na dwoie, będzie 5. to niech przez 4 rozmnoży, będzie 20. Tę Summę niech ci poda albo opowie. Ty ją dziel na dwoie, będzie 10. od tey odłącz liczbę równą, którą przydałeś, to jest 6. zostaną 4. a tego połowa jest wymyślona liczba to jest 2.

Albo Ma wmyśli 9. niech tyle drugie przyda, będzie 18. niech przyda 4. będzie 22. niech to rozmnoży przez 5. będzie 110. przyday 12. będzie 122. niech to rozmnoży przez 10. będzie 1220. Niech ci powie tę Summę, wyrzuć

rzuc z nley 320. zostanie 900 odrzuć cyfry, á będzie 9 wymyślona liczba.

Albo Ma w myśli 5. niech tyle drugie przyda będzie 10. przyday 5. będzie 15. niech rozmnoży przez 5, będzie 75. przyday 10. będzie 85. niech rozmnoży przez 10. będzie 850 niech ci powie tę Summę, od ktorey odłaczysz 350. zostanie 500. wymaż cyfr, zostanie wymyślona liczba 5. w tey w wyższych sztukach jeżeli więcej będzie iak 2, cyfry, tedy nie wszystkie ale dwie tylko wymazać, a reszta będzie wymyślona liczba.

Albo Ma w myśli 11. niech drugie tyle przyda będzie 22. przyday 12 będzie 34. niech to na dwole podzieli, będzie 17. z tey Summy wytrąć 6. zostanie 11. która jest wymyślona liczba.

Albo Ma w myśli 3. niech drugie tyle przyda, będzie 6. tu przyday mu iakąkolwiek swoię równą liczbę ug. 10. będzie 16 niech połowę odeymie, zostanie 8. od tey liczby niech odeymie swoię wymyślona liczbę to jest 3. zosta-

zostanie 5 to jest, połowa twoiey równe-
wney liczby, którą przydać kazałeś.

*Spesob dziwny rachowania, przez kto-
ry iednakowa reszta będzie u ciebie y u
drugiego, lubo o iego wymyśloney liczbie
nie wiesz.*

MA drugi w myśli liczbę równą ug:
4, niech ją pomnoży przez 3, bę-
dzie miał 12. Ty także w myśli ro-
wną ug. 6. pomnoż przez 3, będziesz
miał 18. cbydway dzielcie swoje na
połowę, będzie on miał 6 ty 9. to oby-
dway pomnożcie przez 5. będzie on
miał 30 ty 45; przydaycie oba drugie
tyle, będzie on miał 60 ty 90, niech on
swoię Summę dzieli przez pierwszą
wymyśloną liczbę, ty też swoię Sum-
mę przez twoię pierwszą liczbę, zоста-
nie u niego y u Ciebie 15, ug.

Jego Liczba 4 Twoja. 6

12 Liczba 18

6 9

30 45

60 | 15 90 | 15

44 | 66 |

Albo

Albo Ma w myśli 6 niech przyda drugie tyle, będzie 12, ieszcze drugie tyle, będzie 24. Ty masz w myśli *vg.* 2, przyday drugie tyle będą 4. ieszcze drugie tyle, będzie 8. pytay się tego, wiele razy 8, to jest twoja ostatnia liczba w jego ostatniey się znayduie? odpowie ci *trzy razy*, rozmnoż te 3 z twoią pierwszą liczbą, a będzie 6, to jest jego pierwsza Liczba. NB. Twoja pierwsza Liczba powinna być zawsze mnieysza od jego, przeto najlepiey, aby twoja pierwsza zawsze była 1, albo 2. bo gdyby twoja była większa, to nie zgadniesz.

Albo. On pisze *vg.* 3. niech przez 3. pomnoży, będzie 9, znowu to przez 3 pomnożyć, będzie 27. Ty pisz *vg.* 2. y także pomnoz przez 3, y znowu przez 3, będziesz miał 18. On niech swoją Summę dzieli przez swoją pierwszą liczbę, y ty swoją przez twoją pierwszą, będzie y tam, y tu 9.

Albo On pisze *vg.* 5, niech rozmnoży przez 4, będzie 20. niech to na dwoie dzieli, będzie 10. niech to przez 6 rozmno-

rozmnoży, będzie 60, niech to przez 4 dzieli, będzie 15. niech to przez pierwszą swoją wymyśloną liczbę dzieli, będą 3. Ty wymyśl sobie iaką chcesz liczbę, czyn z nią podobnie, iak iemu kazałeś, a zostanę y u ciebie 3.

Albo On pisze równą liczbę *vg.* 4. niech przez 3 rozmnoży, będzie 12. to niech na dwoie dzieli, będzie 6, to niech przez 4 rozmnoży, będzie 24, to niech dzieli przez pomyśloną pierwszą liczbę, będzie 6. Ty bierz inną iakąkolwiek równą liczbę, podobnie czyn, a będziesz miał także 6.

Kilkom zgadnąć, iaką liczbę wymyślili.

POmyśli pierwszy *vg.* 3, drugi 5, trzeci 7. niech pierwszy swoją liczbę łączy z drugą, będzie 8. drugi z trzecią, będzie 12, trzeci z pierwszą, będzie 10. te Summy porządk em pisane 8. 12. 10. niech ci podadzą. Łącz pierwszą z trzecią, będzie 18, od tey odciągnij drugą, to jest 12. zostanie 6, to dziel na dwoie, zostanie 3: która jest liczba od pierwsze-

go, wymyślona. Tę liczbę to jest trzy odciągnij od pierwszej liczby tobie podanej, to jest od 8, zostanie 5. która jest liczba od drugiego wymyślona. Tęż samą liczbę 3, odciągnij od trzeciej liczby tobie podanej, to jest od 10. zostanie 7. która jest liczba od trzeciego wymyślona. *Albo* z wyżej tobie podanych Summ 8 12. 10. złącz pierwszą z drugą, będzie 20, od tey odłącz trzecią, zostanie 10, tę dziel na połowę, będzie 5, która jest liczba od drugiego wymyślona; tę odłącz od pierwszej podanej Summy 8, zostaną 3, która jest liczba od pierwszego wymyślona. znowu tęż 5 odłącz od drugiej podanej Summy 12, zostanie 7, która jest liczba od trzeciego wymyślona. *Albo* Łącz drugą z trzecią Summą podaną 12, z 10, będzie 22 od tey odłącz pierwszą Summę 8. zostanie 14 tę dziel na dwole, zostanie 7, która jest liczba od trzeciego wymyślona. Te 7 odłącz od trzeciej Summy 10, zostanie 3, która jest liczba pierwszego; też 7 odłącz od drugiej Summy 12 zostanie 5 która jest liczba drugiego.

Inszy

POmyśli *vg.* Piotr 3. Paweł 5. Jan 8. Jakub 2. Piotr niech swoiey liczbie drugie tyle przyda, będzie 6. do tey niech przyda 5. będzie 11. te niech rozmnoży przez 5. będzie 55. do tey niech Paweł swoje 5 przyda, będzie 60, do tey przydać 10. będzie 70 tę pomnożyć przez 10. będzie 700, do tey niech Jan swoje 8 przyda, będzie 708. tę rozmnożyć przez 10, będzie 7080 do tey niech Jakub swoje 2, przyda, będzie 7082. Te Summę niech ci podadzą, ty od niey odłącz 3500, zostanie 3582, to jest liczby pomyslane, Piotra 3. Pawła 5. Joan 8. Jakuba 2.

Zgadnąć między wielą Osobami, u ktorey na którym palcu, w ktorey ręki, na którym członku palca Pierścień się znayduje.

Niech będzie *vg.* u 4 Osoby, wlewey ręki na średnim palcu na 3 członku. Każ komu liczbę osoby pomnożyć przez 10, będzie 40. palce rachuy

chuy od wielkiego prawey do małego lewey ręki, że tedy tu jest pierścień, na średnim lewey ręki, będzie więc ten osmy palec; te liczbę 8 niech doda do Summy to jest do 40 będzie 48. tę niech pomnoży przez 10, będzie 480 niech przyda liczbę członka to jest 3, będzie 483. tę Summę niech ci poda, a z niey doydziesz, iż pierwsza liczba to jest 4 zna czy czwartą Osobę; druga 8. osmy palec, to jest średni u lewey ręki, trzecia liczba 3 trzeci palca członek.

Zgadnąć, czy kto w ręce ma równą czy nie równą liczbę rzeczeki iakiey.

MA kto ug. w prawey ręce 2 grosze w lewey 2, niech do liczby prawy ręki drugie tyle przyda; będzie 6. do tey niech przyda liczbę lewey ręki będzie 8. pytay się czyli ta ostatnia liczba równa; jeżeli równa? tedy w prawey było nie równo, a w lewey równo, jeżeli nierówna? tedy w prawey było równo, w lewey nie równo. *Albo* jeżeli tylko ma w ledney ręce, niech liczbę przez 3 rozmnoży, co wychodzi, na

U

dwo-

dwoie dzieli; jeżeli może? było równo
jeżeli nie może? było nie równo.

*Zgadnąć po zmażanych niektórych kres-
kach wiele się zostanie.*

Niech drugi dwie linie kresiek napi-
sze; ty się go pytaj: w ktorey jest
więcey y wielą kreskami? jeżeli powie-
że równe każ na gorze wymazać *vg.* 3
na dole tyle ile się na gorze zostało, po-
tym na gorze wszystkie, a zgadniesz
iż na dole zostały się 3. to jest tyle ile
początku na gorze, wymazać kazałeś;
jeżeli kazesz z początku wymazać 2. zo-
staną 2, jeżeli 4. zostaną 4, jeżeli tyle nie
ma, niech równo do każdej linii do-
pisze. Jeżeli odpowie: że na gorze 1, kre-
ska więcej, każ znówu na gorze wy-
mazać wiele ci się podoba *vg.* 2. na do-
le tyle ile się na gorze zostało, potem
na gorze wszystkie, zostanie 1, to jest
mniej iak z początku na gorze wyma-
zać kazałeś. Jeżeli powie, że 2. kreska
mi na gorze więcej, ty czyn iak przed-
tym, a dwoma mniej się zostanie. Je-
żeli zaś powie, że 1 albo 2 kreski na do-
le

le więcęcy, ty czyn iak przedtym, a zostanie i lub 2 kretekami więcęcy, iak z początku na gorze wymazać kazaleś.

Zgadnąć, wiele kto ók w kości urzucił.

Niech kto rzuci trzema kośćciami, y wszystkie oczy policzy do kupy, iednę nie przewracając niech odstawi na bok, drugich dwóch oczy spodem będące niech do summy przyda. Potym niech rzuci dwoma, oczy do pierwszej summy przyłączy, iednę kość nie przewracając odstawi do pierwszej, drugiej oczy spodem do summy przyda. Na ostatek rzuci tę iedną kość, niech oczy do summy wyższej przyda, y tę całą summę dobrze pamięta, zaś kość tę trzecią nie przewracając do pierwszych dwóch stawia. Ty dopiero przystąpisz, zrachujesz wszystkie oczy, iak stoą kości, do tey summy przydasz 21. y będzie tysz sama liczba, którą drugi rzucający zrachował. Tysz samo może być dwoma kośćciami, lecz nie 21. ale 7. tylko przydać trzeba.

U 2

Spo.

Sposòb wybierania 15. ze 30. Ludzi.

NAprzykład iest 15. Męszczyzn, 15 Białychgłòw ubògich, ty chcesz same Męszczyzny przyodziać albo karmić, żebyś iednak pokazał, iż to nie z umysłu ale szczęściem 15 męszczyzn wybierasz, rozstaw ich rzędem mieszając męszczyzny z białogłowami, tym porządkiem, ktorego cię następujący Łaciński wiersz naucz.

rEx dAvld cUm gEntE bOnA dAt
sIgnA sErEnA. w tym wierszu uważaj porządkiem same *vocales*, z ktorych A znaczy 1. E 2. I 3. O 4. U 5. według tych *vocales* staw Męszczyzny y Białogłowy zaczynając od Męszczyzn, tak że pierwsza *vocalis* E będzie znaczyła 2. Męszczyzn, druga A 1. Białogłowę, trzecia I 3 Męszczyzn, czwarta U 5 Białychgłòw, y tak daley; Męszczyzny znacz Literą X. Białogłowy literą I, y w następujący sposòb ie rozłoż:

XXXXXIIIIXXXIIIIXXXIIII

Tak rozstawiwszy ludzi, albo bardziey rozpiławszy litery, zacznij z początku
racho-

rachować dziesiątą literę, (która zawsze będzie I znacząca Białogłową) wymaż wciąż rachując, stanąwszy na końcu, iak gdybyś nie stanął, ale daley do początku się wracając rachuy, dziesiątą zawsze wymaż aż do reszty, a zostanie ci tylko 15 X. znaczące 15. Męszczyzn.

Albo jeżeli chcesz, żeby dziewiąta Osoba zawsze wypadła, służy tobie według wyższego sposobu następujący wiersz.

pOpUeAm vIrgAm mAtEr rEgInA tEnEbAt. Czyń iak wyżej, rozpisz według *vocales*.

XXXXIIIIXXIXXXIXIIXXIIIXIIXXI. wymaż dziewiątą literę, która zawsze będzie I. a zostanie ci samych 15. X.

Albo jeżeli chcesz żeby osma Osoba zawsze wypadła, służy tobie następujący wiersz.

pAr dEA scAndE, pEtrAm trEpIdAs AttIngErE frOnEm. Rozpisz według *vocales*.

XIIXIXXIIIXIIXXXIXIIXXXIIXXXXII. wymaż zawsze ósmą literę, zostanie 15 X.

Albo jeżeli chcesz, żeby siódma Osoba, zawsze wypadła, służy tobie następujący wiersz.

cAndIA dAt lItEs tIbI lEtAs tEm-
pOrE fAcT As. Rozpisz według *vocales*
zaczynając od Białychgłówn:

IXXXIXIIIXXIIIXXXIIXXIIXXXXIIXI.
wymaż zawsze siódma literę, zostanie
15 X.



R E G E S T R

ROZDZIAŁOW y PROPOZYCYI

Opisanie o Arytmetyce w powszechności 1

R O Z D Z I A Ł I.

O Rachunkach liczb całkowitych, iednego, y różnego gatunku.

Propozycja I. *Danej liczby cenę wyrazić.* Na karcie - - - 3

Pro. II. *Liczby dane tak iednego iako y różnego gatunku zbierać.* 6

Pro. III. *Liczby tegoż samego, y różnego gatunku od siebie odciągać.* 17

Pro. IV. *Dowieść należyte uczynionej Addycyi y Subtrakcyi.* 28

Propo: V. *Liczby iednego y różnego gatunku moltiplikować.* 34

Tablica Pytagorejsowa 46

Tabliczki Nepera Szkota 50

Propo: VI. *Dane liczby iednego y różnego gatunku dzielić.* 51

Propo: VII. *Dowieść należyte uczynionej Moltiplicacyi y Dywizyi* 72

Propo: VIII. *Zamykająca w sobie niektóre ciekawe Zadania, które przez*

U 4 Regu-

R O Z D Z I A Ł II.

O Rachunkach liczb łamanych.

Definicje, czyli Opisanie gruntowne	83
O znakach Arytmetycznych	86
Axiomata, czyli prawdy niezawodne	
Arytmetyczne	87
Propo: I. Danych dwóch liczb znaleźć	
miarę powszechną największą	89
Propo: II. Liczbę łamaną na najmniejszy	
sze terminy redukować	95
Propo. III. Dane Frakcyje do iednego	
Mianownika redukować.	96
Propo IV. Liczbę łamaną do iakiego	
kolwiek danego Mianownika redu:	100
Propo: V. Liczbę łamaną na liczby	
całkowite redukować.	103
Propo: VI. Liczbę całkowitą na liczbę	
łamaną do iakiegokolwiek danego	
Mianownika redukować.	104
Propo: VII. Ułamki liczby łamanej na	
isdną prostą Frakcyą zredukować	105
Propo: VIII. Liczby łamane dodawać	107
Pro-	

Rozdziałow, y Propozycyi

Propo: IX. Liczby łamane odciągac 108

Propo: X. Liczby łamane multiplyko: 110

Propo: XI. Liczby łamane dzielić 114

R O Z D Z I A Ł . III.

O wyciąganiu Scian z liczb danych.

Definiye, czyli Opisania gruntowne
poprzedzające. 120

Tablica Czworgranow, y Sześciogra
now, aż do 10. 125

Propo: I. Z liczby danej Scianę Kwa-
dratową wyciągnąć. 125

Propo: II. Scianę Czworgranową wy-
ciągnąć z liczby niekwadratowej .
przez naybliższe przychylenie się do
rzetelney iey Sciany, per Approxi-
mationem 128

Propo: III. Z danej liczby Scianę Sze-
ściograną wyciągnąć. 147

Propo: IV. Zamykająca w sobie kilka
Zalaniow, ktorym zadosyć uczynić
można przez wyciągnięcie Sciany
Czworgranney, lub Sześciogranney 157

R O Z D Z I A Ł . IV.

O Regulach wyższej Arytmetyki

Definiye, czyli opisania gruntowne 161

Regestr

Lemma , czyli objaśnienia niezawodne	163
Propo: I. O Regule Proporcji	165
Propo: II. O Regule Proporcji składa- ney	175
Prop: III. O Regule Prop: w spak obro- coney	179
Propo: IV. Zamykająca w sobie niektó- re sposoby do krotkości, y snadności w odprawieniu Reguły Proporcji służące.	186
Propo: V. O Regule Towarzystwa, czy- li spółki	189
Prop: IV. O Regule Wiązania	195
Okazanie niezawodności fundamentow na Regułę Wiązania podanych	206
Propo: VII. O Regułę Domniemania, czyli fałszywego założenia	207
Propo: VIII. O Regule dwoiakiego fał- szywego założenia	214
Prop: IX. Danym dwom liczbom, trze- cią liczbę proporcjonalną wynaleść	228
Propc: X. Między dwiema danemi li- czbami średnią proporcjonalną wy- naleść	229
Propo: XI. Między dwiema danyemi liczbami dwie liczby średnie propor-	

<i>Rozdziałow, y Propozycyi</i>	
<i>cyonalne wynaleść.</i>	231
Prop: XII. <i>W ktorey czyni się zadofyć</i>	
<i>niektorym potrzebnym Zadaniom</i>	
<i>przez Reguły Arytmetyczne.</i>	233

R O Z D Z I A Ł V.

○ *Progreſſyach, czyli ſkokach Arytme-
tycznych, y Geometrycznych, y o ich
Regułach.*

<i>Definicje</i>	- - -	238
<i>O Progreſſyach Arytmetycznych</i>		239
<i>Lemmata</i>	- - -	240

Propo: I. *Gdy dane będą, największy,
y najmniejszy, to ieſt, pierwszy, y
oſtatek w Progreſſyi Arytmetyczney
terminy, y liczba wſzystkich termi-
now, znaleźć wſzystkich owych termi-
now Summę generałną*

242

Propo: II. *Gdy dane będą, termin nay-
większy, y najmniejszy, y liczba ter-
minow w Progreſſyi Arytmetyczney,
znaleść Przewyſzkę między termina-
mi owey Progreſſyi*

244

Propo: III. *Gdy dane będą, termin nay-
mniejszy, Przewyſzka, y liczba ter-
minow, znaleźć termin naywiększy.*

246

Pro-

Regestr

- Propo: IV.** Gdy dane będą, termin najmniejszy, y termin największy, y przewyszka między terminami, znaleźć liczbę wszystkich terminow w Progressyi Arytmetyczney 247
- O Progressyach Geometrycznych** 249
- Lemmata** - - - tamże
- Propo: V.** Gdy dane będą, termin najmniejszy, y największy, y Denominator Progressyi Geometryczney, znaleźć, ile wynosi Summa generalna wszystkich terminow wraz zebranych, - - - 253
- Propo: VI.** Gdy danych będzie kilka terminow Progressyi Geometryczney, znaleźć którykolwiek inny termin następujący w tejże Progressyi, nie dochodząc nawet terminow srzednich, między nim, a danemi terminami zachodzących. 257
- Propoz: VII.** Zamykająca w sobie kilka ciekawych z Progressyi Geometryczny Zadaniow. 260

ROZDZIAŁ VI.

O liczbach łamanych dziesiętkowych.
Definiye, czyli Opisania grun-

<i>Rozdziałow, y Propozycyi,</i>	
<i>towne.</i>	264
<i>Prop: I. Frakcyę dziesiątkowę doda-</i>	
<i>wać y odcinąć.</i>	269
<i>Prop: II. Frakcyę dziesiątkowę multy-</i>	
<i>plikować.</i>	272
<i>Prop: III. Frakcyę dziesiątkowę dzie-</i>	
<i>lić.</i>	276
<i>Prop: IV. Liczbę całkowitą, lub liczbę</i>	
<i>łamano na części dziesiątkowe redu-</i>	
<i>kować.</i>	278
<i>Prop: V. Części dziesiątkowe do ia-</i>	
<i>kiego kolwiek danego Denominatora</i>	
<i>redukować.</i>	281
<i>Pro: VI. Z Frakcyi dziesiątkowych</i>	
<i>Scianę Czworgranną, y Sześci gran-</i>	
<i>ną wyciągnąć</i>	282

PRZYDATEK

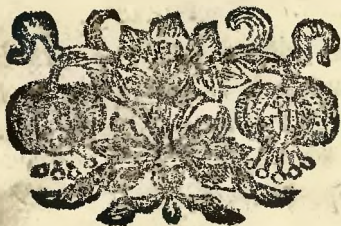
Niektorych sztucznych y ciekawych
Rachunków.

<i>Sposób redukowania trzech liczb nie-</i>	
<i>równych do trzech iednakowych.</i>	287
<i>Zgadnąć sumę w Addycyi, niżeli ją</i>	
<i>kto napisze.</i>	288
<i>Inny sposób teyż sztuki.</i>	291

Je-

Przydątek

- Jeszcze inny sposób teyże sztuki.* 292
Zgadnąć, jaką kto liczbę ma w myśli. 294
Sposób dziwny rachowania, przez któ-
ry iednakowa reszta będzie u ciebie
y u drugiego, lubo o iego wymy-
śloney liczbie nie wiesz. 297
Kilkom zgadnąć, jaką liczbę wymy-
myślili. 299
Inszy tegoż zgadnienia sposób. 301
Zgadnąć między wielą Osobami, u
ktorey, na którym członku palca
pierścień się znayduje. 301
Zgadnąć, czy kto w ręce ma równą
czy nierówną liczbę rzeczki iakiey. 302
Zgadnąć po zmazanych niektórych
kręskach wiele się zostanie. 303
Zgadnąć wiele kto ók w kości urzu-
cił. 304
Sposób wybierania 15. ze 30. ludzi. 305.



R E G E S T R

ROZDZIAŁOW y PROPOZYCYI,

Opisania o Arytmetyce w powszechności I

R O Z D Z I A Ł I.

O Rachunkach liczb całkowitych, iednego, y różnego gatunku.

Propozycja I. *Danej liczby cenę wyrazić.* Na karcie - - - 3

Pro. II. *Liczby dane tak iednego iako y różnego gatunku zbierać* 6

Pro. III. *Liczby tegoż samego, y różnego gatunku od siebie odciągać.* 17

Pro. IV. *Dowieść należyście uczynioney Addycyi y Subtrakcyi.* 28

Propo: V. *Liczby iednego y różnego gatunku moltiplikować.* 34

Tablica Pytagorejsowa 46

Tabliczki Nepera Szkota 50

Propo: VI. *Dane liczby iednego y różnego gatunku dzielić.* 51

Propo: VII. *Dowieść należyście uczynioney Moltiplikacyi, y Dywizyi* 72

Propo: VIII. *Zanymająca w sobie nie. które ciekawe Zadania; które przez Regu-*

M I E J S K A

BIBLIOTEKA PUBLICZNA
W DĄBROWIE GÓRNICZEJ

1 1 1
 2 2 4
 2 3 6
 2 4 8
 2 5 10
 2 6 12
 2 7 14
 2 8 16
 2 9 18
 2 10 20

St. Michael

St. Michael

St. Michael

Wincenty

St. Michael

St. Michael

Tabela do Racha

1 ^{ra} 21	7 de 1	4-8-32	9-9-81	
2	2 - 4	4-9-36	9-10-90	
2	3 - 6	4-10-40		
2	4 - 8	5-5-25	10-10-100	
2	5 - 10	5-6-30	10-100-1000	
2	6 - 12	5-7-35	1000-1000	
2	7 - 14	5-8-40	1000000	
2	8 - 16	5-9-45		
2	9 - 18	5-10-50	Susual.	
2	10 - 20	6-6-36	same	
3	3 - 9	6-7-42	more	
3	4 - 12	6-8-48	syrrya	
3	5 - 15	6-9-54	lowary	
3	6 - 18	6-10-60	Ed. F. 18	
3	7 - 21	7-7-49		
3	8 - 24	7-8-56		
3	9 - 27	7-9-63		
3	10 - 30	7-10-70		
4	4 - 16	8-8-64		
4	5 - 20	8-9-72		
4	6 - 24	8-10-80		
4	7 - 28			

Hydrachnidae

Hydrachnidae

i Partum Stylium Hydrachnidae

Am. Gubernator, Murotopia

~~La lingua ha test~~

~~Quanto più~~

~~per la sua~~

~~per la sua~~

~~per la sua~~

~~per la sua~~

~~per la sua~~

~~Hui Lib. G. Josephi~~
~~Magno Institut. Potenti~~

~~1810~~

~~1810~~

~~1810~~

~~1810~~

~~1810~~

~~1810~~



205

