INNOWACJE W FINANSACH I UBEZPIECZENIACH – METODY MATEMATYCZNE I INFORMATYCZNE

Studia Ekonomiczne

ZESZYTY NAUKOWE
WYDZIAŁOWE

UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO

W KATOWICACH

INNOWACJE W FINANSACH I UBEZPIECZENIACH – METODY MATEMATYCZNE I INFORMATYCZNE

Redaktorzy naukowi
Jerzy Mika
Ewa Dziwok

Katowice 2013

Komitet Redakcyjny
Krystyna Lisiecka (przewodnicząca), Anna Lebda-Wyborna (sekretarz),
Florian Kuźnik, Maria Michałowska, Antoni Niederliński, Irena Pyka,
Stanisław Swadźba, Tadeusz Trzaskalik, Janusz Wywiał, Teresa Żabińska

Komitet Redakcyjny Wydziału Finansów i Ubezpieczeń
Irena Pyka (redaktor naczelny), Daniel Iskra (sekretarz),
Halina Henzel, Maria Smejda, Halina Zadora

Rada Programowa
Lorenzo Fattorini, Mario Glowik, Miloš Král, Bronisław Micherda,
Zdeněk Mikoláš, Marian Noga, Gwo-Hsiung Tzeng

Redaktor
Karolina Koluch

Skład
Krzysztof Słaboń

© Copyright by Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach 2013

ISSN 2083-8611

Wersją pierwotną Studiów Ekonomicznych jest wersja papierowa

Wszelkie prawa zastrzeżone. Każda reprodukcja lub adaptacja całości
bądź części niniejszej publikacji, niezależnie od zastosowanej
techniki reprodukcji, wymaga pisemnej zgody Wydawcy

WYDAWNICTWO UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO W KATOWICACH
ul. 1 Maja 50, 40-287 Katowice, tel. 32 257-76-30, fax 32 257-76-43
www.wydawnictwo.ue.katowice.pl, e-mail: wydawnictwo@ue.katowice.pl

SPIS TREŚCI

Stanisław Barczak
ZASTOSOWANIE TEORII SZARYCH SYSTEMÓW DO PRZEWIDYWANIA PRZYSZŁYCH OFERT SKŁADANYCH NA AUKCJACH PIERWSZEJ CENY POPRZEZ PRYZMAT MODELU SZAREGO GM(1,1) 7
Summary 18

Ewa Dziwok
ZNACZENIE ZMIENNOŚCI IMPLIKOWANYCH STÓP FORWARD W PROCESIE SZACOWANIA KRZYWEJ DOCHODOWOŚCI 19
Summary 28

Monika Hadaś-Dyduch
INWESTYCJE ALTERNATYWNE NA POLSKIM RYNKU KAPITAŁOWYM 29
Summary 37

Bożena Frączek
METODY POMIARU SKUTKÓW DECYZJI INWESTYCYJNYCH ORAZ SPOSOBY WERYFIKACJI SKŁONNOŚCI BEHAWIORALNYCH INWESTORÓW 38
Summary 48

Daniel Iskra
OPTYMALIZACJA PORTFELA INWESTYCYJNEGO ZE WZGLĘDU NA MINIMALNY POZIOM TOLERANCJI DLA USTALONEGO VaR 49
Summary 58

Anna Kasznia
PORÓWNANIE PODEJŚCIA APROKSYMUJĄCEGO I KLASYFIKUJĄCEGO W PROGNOZOWANIU KURSÓW WYBRANYCH AKCJI NA GPW W WARSZAWIE S.A. Z UŻYCIEM JEDNOKIERUNKOWYCH SIECI NEURONOWYCH 59
Summary 67

Adrianna Mastalerz-Kodzis, Ewa Pośpiech
ZASTOSOWANIE WYBRANYCH ELEMENTÓW ANALIZY FUNDAMENTALNEJ DO WYZNACZANIA PORTFELI OPTYMALNYCH 68
Summary 77

Monika Miśkiewicz-Nawrocka
ZASTOSOWANIE WYKŁADNIKÓW LAPUNOWA DO WERYFIKACJI HIPOTEZY RYNKU KOHERENTNEGO 79
Summary 88

Maciej Pichura
MIERNIK OMEGA JAKO WSZECHSTRONNA MIARA EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI 89
Summary 99

Tomasz Węgrzyn
STRATEGIA CPPI DLA PORTFELA REPLIKUJĄCEGO INDEKS WIG20 100
Summary 110

Katarzyna Zeug-Żebro
WPŁYW REDUKCJI POZIOMU SZUMU LOSOWEGO METODĄ NAJBLIŻSZYCH SĄSIADÓW NA DOKŁADNOŚĆ PROGNOZ FINANSOWYCH SZEREGÓW CZASOWYCH 111
Summary 118

Stanisław Barczak
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZASTOSOWANIE TEORII SZARYCH SYSTEMÓW DO PRZEWIDYWANIA PRZYSZŁYCH OFERT SKŁADANYCH NA AUKCJACH PIERWSZEJ CENY POPRZEZ PRYZMAT MODELU SZAREGO GM(1,1)

Wstęp

Uczestnictwo w licytacji odbywającej się w otwartym systemie angielskim aukcji pierwszej ceny [5; 7] wymaga ciągłego podejmowania decyzji w odniesieniu do kolejnej składanej oferty. Reguły licytacji są jasno określone, najwyższa oferta jest ofertą zwyciężającą. Istnieje wiele metod oceny wysokości składanych ofert ze względu na cenę wywoławczą, ze względu na liczbę uczestników biorących udział w licytacji czy też ze względu na racjonalność ich postępowania. Rozważania takie są prowadzone głównie na gruncie metodologii wywodzącej się z teorii gier. W artykule podjęto próbę zastosowania modelu szarego GM(1,1) do modelowania przyszłej realizacji oferty składanej na licytacji. Należy jednak pamiętać, że w przypadku proponowanego podejścia nie uwzględnia się takich aspektów, jak racjonalność postępowania uczestników czy też ich liczba. Istotą stają się kolejne realizacje ofert, których postęp na licytacji jest traktowany jako krótki szereg czasowy złożony z kilku realizacji. W artykule założono, iż minimalna długość szeregu czasowego to cztery złożone oferty, na podstawie których będzie budowana prognoza oferty na kolejny okres. Z punktu widzenia stosowania modelu GM(1,1) istotne są: dopasowanie modelu do postępu zgłaszanych na licytacji ofert oraz dopuszczalność prognozy na przyjętym przez uczestnika licytacji arbitralnym poziomie.

1. Teoria szarych systemów a metody ekonometryczne

Po raz pierwszy teoria szarych systemów (ang. Grey Systems Theory) zaistniała w 1982 roku. Jej prekursorem był chiński uczony J.L. Denga, który przedstawił jej założenia w pracy uważanej za fundamentalną pt. *Control Pro-*

blems of Grey Systems [2]. Teoria szarych systemów jest znana w świecie od 1990 roku z uwagi na fakt, iż pierwsze prace były publikowane w języku chińskim. Do rozpropagowania teorii szarych systemów w świecie przyczyniła się praca autorstwa J.L. Denga pt. *The Course of the Grey Systems Theory* [1]. Teoria szarych systemów zgodnie z przyjętą umownie nazwą koncentruje się na problemie niekompletnej informacji wykorzystywanej do opisu rozważanego problemu naukowego. W teorii szarych systemów wyróżnia się nastepujące cztery możliwe systemy z niekompletną informacją [2; 3]:

- informacja o poszczególnych elementach/parametrach systemu jest niekompletna,
- informacja o strukturze systemu jest niekompletna,
- informacja o granicach systemu jest niekompletna,
- informacja o zmianach/dynamice systemu (otoczenie/środowisko) jest niekompletna.

Z tego też względu teoria szarych systemów może stanowić podstawę do prognozowania przyszłych ofert w przypadku skrajnie krótkich szeregów czasowych, w których liczba obserwacji wynosi $n \geq 4$ [*].

2. Model szary GM(1,1) w modelowaniu i prognozowaniu systemów dynamicznych

Istotą modelowania szarego jest opis zachowania systemu obserwowanego w rzeczywistości danego jako zmienna prognozowana/endogeniczna: $x^{(0)}(k)$, gdzie: $k = 1,2,...,n$ poprzez zbiór zmiennych objaśniających stanowiących czynniki determinujące stan zmiennej prognozowanej. Zatem proces endogeniczny obserwowalny w rzeczywistości dany jako $x^{(0)}(k)$ jest wyjaśniany w czasie N zmiennymi niezależnymi (objaśniającymi). Stąd w sensie ogólnym model szary można zapisać jako $GM(I,N)$, co oznacza, że system jest opisany równaniem różniczkowym I-go rzędu przy N zmiennych niezależnych/objaśniających. Ogólna postać modelu szarego jest dana jako:

$$\frac{dx(t)^{(1)}}{dt} + ax(t)^{(1)} = b \tag{1}$$

gdzie:
a, b – parametry modelu.

[*] W skrajnych przypadkach zakłada się, że długość szeregu czasowego wynosi $n \geq 2$.

Z ogólnej postaci modelu szarego wynika, że:

- w przypadku gdy rząd równania różniczkowego jest równy 0, czyli $I = 0$, to zastosowanie modelu służy badaniu siły zależności pomiędzy zmienną prognozowaną/endogeniczną a zmienną/zmiennymi objaśniającymi; dodatkowo należy wspomnieć o analizie związków rozmytych zależności – rozmytych związkach przyczynowo-skutkowych,
- w przypadku gdy $I \neq 0$, zastosowanie modelu jest skoncentrowane na budowie modelu prognostycznego, modelu szeregu czasowego dla zmiennej prognozowanej danej jako $x^{(0)}(k)$.

W zastosowaniach praktycznych jest najczęściej przyjmowany model szary w postaci $GM(1,1)$ dla $I = 1$ oraz dla jednej zmiennej objaśniającej, czyli $N = 1$. Rozwiązanie zagadnienia danego równaniem (1) można przedstawić w postaci następującego algorytmu [1; 4; 8]:

Krok 1. Dany jest wierszowy wektor dodatnich rosnących obserwacji:

$$X^{(0)} = \left[x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \ldots, x^{(0)}(k)\right] \tag{2}$$

Krok 2. Tworzony jest wektor sum cząstkowych – AGO*, takich że:

$$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i), \quad k = 1,2,\ldots,n \tag{3}$$

W wyniku wykonania działania danego wzorem (3) otrzymano monotoniczne rosnący wektor AGO dany jako:

$$X^{(1)} = \left[x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \ldots, x^{(0)}(n)\right] \tag{4}$$

Przy założeniu, że $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$.

Krok 3. Dla danych wygenerowanych w postaci szeregu AGO w kroku 2 jest dokonywane rozwiązanie równania różniczkowego w następującej postaci:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u \tag{5}$$

gdzie:

t – zmienna czasowa z krokiem jeden,

$x^{(1)}(t)$ – zmienna reprezentująca proces AGO,

a – parametr reprezentujący rozwój procesu w czasie (ang. develop parameter),

u – parametr reprezentujący szarą informację (ang. grey input).

* AGO – Accumulating Generating Operation.

Krok 4. Przy założeniu warunku początkowego (4) rozwiązaniem równania różniczkowego (5) jest równanie prognozy wektora wierszowego AGO dane jako:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=\left[x^{(0)}(1)-\frac{u}{a}\right]\exp(-ak)+\frac{u}{a} \tag{6}$$

gdzie:
$\hat{x}^{(1)}(k+1)$ – wartość prognozy wektora AGO na moment $k+1$.

Krok 5. Równanie wsteczne oraz równanie progresywne można zapisać korzystając z równania (5), przy założeniu skończonego przyrostu równego 1 dla zmiennej czasowej t. Odpowiednio równanie wsteczne (7) i progresywne (8) są dane jako:

$$x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k)+ax^{(1)}(k)=u \tag{7}$$

$$x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k)+ax^{(1)}(k+1)=u \tag{8}$$

Ostatecznie różniczkowy model szary pierwszego rzędu jest dany jako:

$$x^{(0)}(k)=-\frac{a}{2}\left[x^{(1)}(k)+x^{(1)}(k+1)\right]+u \tag{9}$$

dla $k=1,2,\ldots,n$

Krok 6. W celu oszacowania parametrów równania (9), czyli parametrów a,u dla pierwotnego szeregu czasowego $x^{(0)}$, jest stosowana metoda najmniejszych kwadratów. Wektor ocen parametrów równania jest dany jako:

$$[a,u]^T=\left(\mathbf{B}^T\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^T\left[\mathbf{x}^{(0)}\right]^T \tag{10}$$

gdzie macierz realizacji zmiennych objaśniających jest dana w następującej postaci:

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} -\left[x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)\right]/2 & 1 \\ -\left[x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3)\right]/2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\left[x^{(1)}(n-1)+x^{(1)}(n)\right]/2 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Krok 7. Zdefiniowanie przekształcenia odwrotnego IAGO* dla wektora AGO prognoz sum cząstkowych danego jako:

* IAGO – Inverse Accumulating Generating Operation.

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) \tag{12}$$

Na podstawie równania (9) zostaje obliczona prognoza dla modelu GM(1,1) w następującej postaci:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] \left(e^{-ak} - e^{-a(k-1)} \right), \; k = 2,3,\ldots,n \tag{13}$$

Procedura uzyskiwania prognoz na podstawie modelu szarego GM(1,1) sprowadza się do rozwiązania równania różniczkowego rzędu pierwszego. Rozwiązanie takie ma postać wykładniczą.

3. Zastosowanie modelu szarego GM(1,1) do prognozowania przyszłych ofert na aukcji angielskiej pierwszej ceny na przykładzie jednej licytacji

Rozważono licytację prowadzoną w systemie angielskim pierwszej ceny. Na licytacji jest wystawiany jeden niepodzielny obiekt. W licytacji uczestniczy dowolna liczba kupców. Wszyscy kupcy znają wartości kolejno składanych ofert przez konkurentów. Założono dalej, że zostały złożone kolejno cztery oferty. Przyjęto dla uproszczenia, że składane oferty pochodzą z rozkładu jednostajnego z przedziału [0,1], z tym że po wygenerowaniu realizacji ofert są one sortowane od najmniejszej do największej zgodnie z zasadami licytacji.

Zatem wektor wierszowy czterech kolejnych ofert złożonych na licytacji jest dany jako:

$$X^{(0)} = [0{,}276 \;\; 0{,}67\,9 \; 0{,}709 \;\; 0{,}754]$$

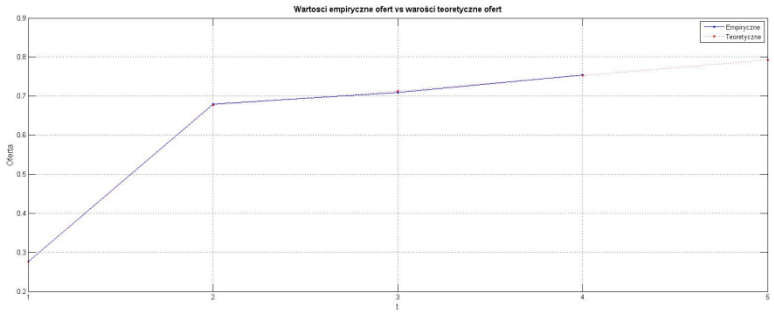
Po obliczeniu początkowych sum cząstkowych otrzymano:

$$X^{(1)} = [0{,}276 \;\; 0{,}955 \;\; 1{,}665 \;\; 2{,}419]$$

Po oszacowaniu parametrów modelu metodą najmniejszych kwadratów otrzymano następujące równanie prognozy:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \left(\frac{0{,}645}{-0{,}053} \right) \right] \left(e^{-(-0{,}053)k} - e^{-(-0{,}053)(k-1)} \right) \tag{14}$$

Dla kolejnych k ofert wartości empiryczne i teoretyczne przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Wartości rzeczywiste i teoretyczne ofert wraz z prognozą na moment 5.

Z punktu widzenia uczestnika licytacji najważniejszy jest rząd wartości, jaką przyjmie przyszła oferta. Z równania prognozy wynika, iż wartość przyszłej oferty wynosi:

$$\hat{x}^{(0)}(5) = 0{,}793 \tag{15}$$

W celu uniknięcia sztucznego zaniżania średniego względnego błędu *ex post* prognozy zdecydowano, by błąd był liczony od drugiej realizacji. Zatem względne błędy *ex post* zostały obliczone od drugiej oferty k = 2 z uwagi na fakt, iż pierwsza realizacja teoretyczna oferty jest zawsze prognozą idealną z błędem równym zero. Dla oferty przyszłej piątej MAPE wynosi 0,436%.

Tabela 1

Wartości rzeczywiste i teoretyczne ofert, absolutne względne błędy oraz prognoza oferty na moment 5.

k	$X^{(0)}$	$\hat{X}^{(0)}$	$\left\|\left(x^{(0)} - \hat{x}^{(0)}\right)/ x^{(0)}\right\|$
1	0,276	0,276	---
2	0,680	0,677	0,004
3	0,709	0,714	0.006
4	0,755	0,752	0,003
5	---	0,793	---

W odniesieniu do tabeli 1 łatwo zauważyć, że w przypadku gdyby zostały policzone reszty modelu, ich suma nie byłaby równa zero. Oznacza to, iż nie jest w tym przypadku spełnione założenie odnośnie do wartości oczekiwanej reszt na poziomie zero, czyli:

$$E(\varepsilon) \neq 0\,, \tag{16}$$

gdzie:

$$\varepsilon_{(k)} = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k) \tag{17}$$

jest resztą modelu. Z drugiej jednak strony niska liczba realizacji zmiennej prognozowanej uniemożliwia utrzymanie wspomnianych założeń. Zatem należy podkreślić, iż istotą modelu szarego GM(1,1) jest takie dopasowanie wartości teoretycznych do rzeczywistych, które z punktu widzenia dowolnego błędu *ex post* będzie akceptowalne i spowoduje tym samym, że prognozy budowane na jego podstawie będą dopuszczalne ze względu na arbitralnie przyjęty poziom błędu *ex post*.

4. Symulacja modelu GM(1,1) ze względu na zachowanie się błędu *ex post* w odniesieniu do długości szeregu czasowego

Głównym celem prowadzonej symulacji jest próba wykazania, iż wzrost liczby obserwacji w szeregu czasowym powoduje wzrost poziomu błędu *ex post* w przypadku stosowania modelu GM(1,1) Dengi. Symulacje przeprowadzono w programie Matlab z wykorzystaniem skryptu/programu napisanego przez autora artykułu.

Do symulacji przyjęto arbitralnie następujące założenia:

- oferty pochodzą z rozkładu jednostajnego z przedziału [0,1],
- za poziom oceny prognozy przyjęto błąd *ex post* prognoz: MAPE wyrażony procentowo,
- każda symulacja obejmowała wygenerowanie 500 tysięcy szeregów czasowych, dla których zostały oszacowane modele GM(1,1) wraz z ich wartościami teoretycznymi i poziomem błędu MAPE wyrażonym procentowo,
- przyjęto arbitralnie następujące długości szeregów czasowych: k = 4, k = 8, k = 16 oraz k = 40.

Wyniki symulacji w postaci wybranych miar struktury prezentuje tabela 2. Uzyskane wyniki świadczą, iż wraz ze wzrostem liczby obserwacji rośnie poziom błędu MAPE, a w ogólności rośnie poziom błędów prognozy. W symulacji rozpatrywano arbitralnie wybrane długości szeregów czasowych w celu przedstawienia zmiany poziomu błędu ze względu na ich długość.

Tabela 2

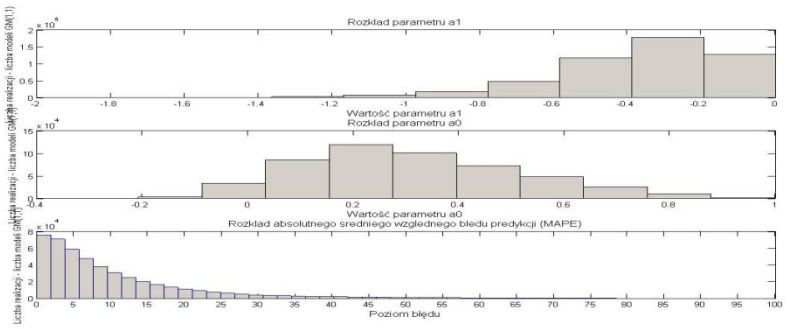
Wybrane charakterystyki błędu MAPE dla poszczególnych długości szeregu czasowego dla 500 tysięcy modeli GM(1,1)

	Średnia	Odchylenie standardowe	Kwantyl 1	Kwantyl 2 Mediana	Kwantyl 3
k = 4	16,11	52,22	3,21	7,92	16,03
k = 8	25,48	77,77	8,54	14,65	27,19
k = 16	33,89	47,27	13,51	22,84	39,32
k = 40	47,55	51,91	24,60	36,73	55,88

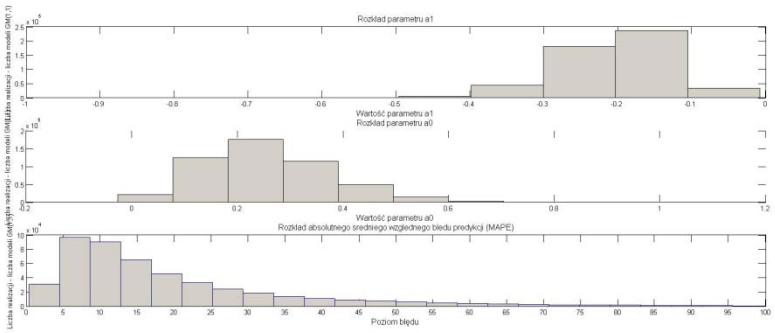
Wyniki przeprowadzonej symulacji nasuwają w sposób naturalny następujące wnioski:

1. Z punktu widzenia licytacji i przewidywania przyszłej realizacji oferty szeregi czasowe, jakimi dysponuje uczestnik, są bardzo krótkie.
2. W przypadku gdy w szeregu czasowym wzrasta liczba obserwacji, a tym samym błąd prognozy, należy zmienić klasę modelu szarego na np. model szary z krótkim oknem prognoz, który przesuwa się po całym szeregu czasowym – model pełzający.
3. Z punktu widzenia uczestnika licytacji łatwo zauważyć, iż duża liczba prognoz mieści się poniżej błędu na poziomie około 8% (tabela 2) przy liczbie złożonych ofert k = 4. Wydaje się, iż w przypadku 500 tysięcy estymowanych modeli GM(1,1) dla każdej symulacji (innymi słowy jest rozpatrywanych 500 tysięcy licytacji) założenie 8% progu dopuszczalności prognoz jest wynikiem satysfakcjonującym.
4. Z punktu widzenia praktycznego zastosowania modelu Dengi do przewidywania przyszłych ofert należy podkreślić, iż złożoność algorytmu szacowania modelu jest niska i umożliwia budowę prognoz przyszłych ofert w trakcie trwania licytacji.
5. Ilustrację graficzną przeprowadzonych symulacji stanowią rysunki 2-5 dla poszczególnych k. Z rozkładu absolutnego względnego błędu predykcji widać, że w przypadku k = 4 osiemdziesiąt tysięcy modeli dało prognozy z błędem poniżej 2,5%. Podsumowując, wydaje się, iż poprzez pryzmat prowadzonych analiz długość szeregu czasowego dla składanych ofert nie powinna przekraczać 10 realizacji. Jednak określenie optymalnej długości szeregu czasowego pod kątem stosowalności modelu GM(1,1) wymaga przeprowadzenia dalszych analiz.

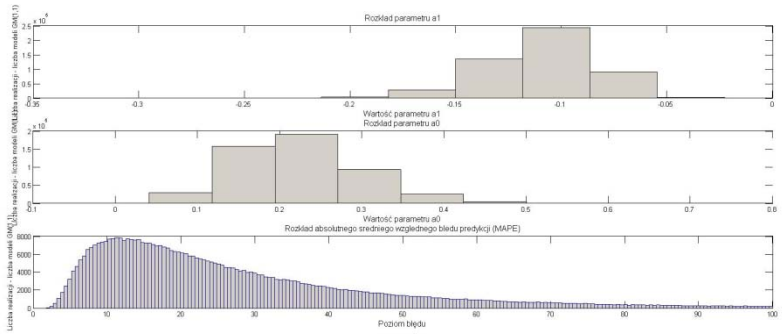
Dodatkowym wynikiem prowadzonych symulacji jest przedstawienie rozkładów wartości szacowanych parametrów. W artykule aspekt zachowania poszczególnych parametrów modelu nie jest analizowany. Skoncentrowano się tu na możliwości budowy prognoz dla krótkich szeregów czasowych i analizie dokładności prognozy w świetle błędu MAPE.



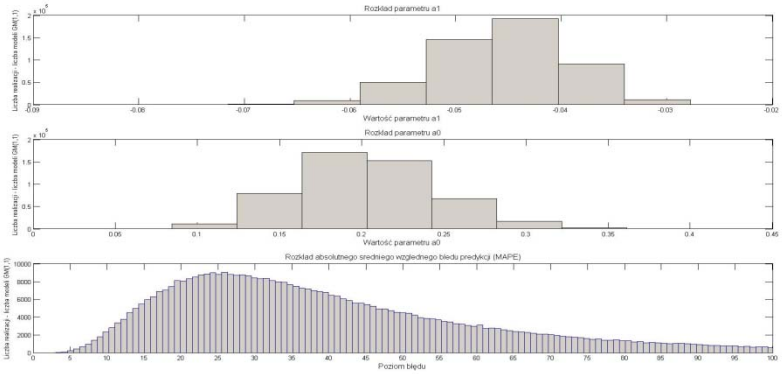
Rys. 2. Symulacja dla 500 tysięcy modeli GM(1,1) dla k = 4



Rys. 3. Symulacja dla 500 tysięcy modeli GM(1,1) dla k = 8



Rys. 4. Symulacja dla 500 tysięcy modeli GM(1,1) dla k = 16



Rys. 5. Symulacja dla 500 tysięcy modeli GM(1,1) dla k = 40

Zastosowanie dużej liczby obserwacji w szeregu czasowym wymusza zmianę klasy modelu szarego. Klasami takimi mogą być szare modele w połączeniu ze sztucznymi sieciami neuronowymi czy też modele szare w odniesieniu do klasy modeli ARIMA szeregów czasowych.

Podsumowanie

W artykule zaprezentowano metodę budowy prognoz dla krótkich szeregów czasowych na gruncie teorii szarych systemów. Z punktu widzenia wykorzystania tej klasy metod zaproponowano jej zastosowanie do przewidywania przyszłych ofert na licytacjach otwartych prowadzonych w systemie angielskim pierwszej ceny. W artykule rozważano możliwości zastosowania modelu szarego GM(1,1) Dengi. W rezultacie przeprowadzonej analizy można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Prognozy przyszłych ofert składanych na licytacji angielskiej pierwszej ceny mogą stanowić podstawę do optymalizowania indywidualnych ofert kupców ze względu na ich tzw. prywatne wyceny obiektu. Oznacza to, że za próg dopuszczalności można przyjąć prognozę na poziomie indywidualnej wyceny obiektu*.
2. Prognozy ofert budowane na gruncie modelu GM(1,1) nie gwarantują racjonalności postępowania uczestnika licytacji.

Decyzja kupca o zgłoszeniu oferty o określonej wysokości jest decyzją indywidualną, na którą może się składać prognozowana realizacja oferty traktowana w kategorii punktu odniesienia.

* Indywidualna wycena obiektu – waluacja kupiecka – z punktu widzenia teorii gier stanowi wartość graniczną, której przekroczenie w postaci złożenia wyższej oferty daje ujemną wypłatę uczestnikowi. Świadczy to o podjęciu przez gracza gry, która jest nieracjonalna ze względu na wypłatę.

Zalety budowy prognoz na podstawie modelu GM(1,1) są następujące:
- łatwość prowadzenia obliczeń, w tym krótki czas ich trwania, co umożliwia bieżącą budowę prognoz w trakcie trwania licytacji,
- możliwość oceny prognozy w kategoriach dopuszczalności poprzez pryzmat wielkości dowolnego błędu prognozy z grupy *ex post*.

Do wad modelu GM(1,1) w odniesieniu do licytacji można zaliczyć:
- niespełnienie warunków dotyczących składnika losowego modelu ekonometrycznego, za który model GM(1,1) jest uznawany,
- brak możliwości oceny jakości modelu z zastosowaniem klasycznego podejścia,
- prognozy nie uwzględniają liczby konkurentów; oferta jest traktowana jako niezależna realizacja zmiennej losowej; zakłada się, że oferty pochodzą z tego samego rozkładu prawdopodobieństwa.

Z punktu widzenia dalszych badań związanych z wykorzystaniem modeli szarych do prognozowania przyszłych ofert na licytacjach można zaproponować następujące ich kierunki:
- rozszerzenie analizy na inne modele szare, tj.: model Remmant, model Verhulsta [6], modele klasy GM(2,1), model dla szeregów czasowych powyżej 8 obserwacji,
- ustalenie optymalnej liczby obserwacji ze względu na próg dopuszczalności prognozy budowanej na podstawie modelu GM(1,1),
- rozszerzenie badań o uwzględnienie w modelowaniu optymalnych ofert ze względu na liczbę kupców uczestniczących w licytacji.

Literatura

1. Cempel C., Tabaszewski M., *Teoria szarych systemów w zastosowaniu do modelowania i prognozowania w diagnostyce maszyn*, „Diagnostyka" 2007, 2(42).
2. Deng J.L., *Control Problems of Grey Systems*, „Systems and Control Letters" 1982, Vol. 1, No. 5, North Holland, Amsterdam.
3. Deng J., *Introduction to Grey System Theory*, „The Journal of Grey System" 1989, Vol. 1, No. I.
4. Kayacan E., Ulutas B., Kaynak O., *Grey System Theory Based in Time Series Prediction*, „Expert Systems with Applications" 2010, Vol. 37.
5. Krishna V., *Auction Theory*, Academic Press 2002.
6. Kun-Li Wen, Ting-Cheng Chang, *The Research of Completed GM(1,1) Model Toolbox Using Matlab*, „International Journal of Computational Cognition" 2005, Vol. 3, September.
7. Kuśmierczyk P., *Auctions*, Publishing House of Wroclaw University of Economics, Wrocław 2010.

8. Lim D., Anthony P., Chong Mun H., Kah Wai N., *Assessing the Accuracy of Grey System Theory against Artificial Neural Network*, w: *Predicting Online Auction Closing Price*, Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, Vol. I, IMECS, 19-21 March, Hong Kong 2008.

APPLICATION OF GRAY SYSTEM THEORY TO MODEL THE FIRST-PRICE AUCTION

Summary

This paper presents the possibility of applying the theory of gray systems, with particular emphasis on the model GM (1,1) in the modeling of the first price auction. The paper presents the properties of the model GM (1,1) for the ultrashort time series representing the bid made by the participants at the first price auction. An analysis of the residuals simulation model based on the length of the time series and forecasting capabilities based on gray model GM (1,1). The analysis shows that with the decreasing the number of observations in time series (short time series) decreases the expost forecast error. This property is very important in modeling the course of the auction and in particular predicting possible future offerings. Model GM (1,1) can be considered in applications for masterpieces auctions.

Ewa Dziwok
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZNACZENIE ZMIENNOŚCI IMPLIKOWANYCH STÓP FORWARD W PROCESIE SZACOWANIA KRZYWEJ DOCHODOWOŚCI

Wstęp

Szacowanie struktury terminowej na podstawie modeli parametrycznych jest procesem statycznym i nie niesie żadnych informacji o dynamice wyznaczonych stóp procentowych. Ponieważ samo kryterium jakości dopasowania nie daje podstaw do wskazania najlepszej metody szacowania struktury terminowej, więc alternatywą może się stać analiza zmian implikowanych stóp forward, które są powszechnie wykorzystywane w badaniu oczekiwań oraz ryzyka [3, s. 154--156]. Możliwość wykorzystania implikowanej stopy forward wynika ze zgodności modeli parametrycznych z dynamicznymi modelami rynkowymi (klasy HJM) [1]. Dzięki tej własności do opisu ewolucji stóp forward wystarcza znajomość przebiegu funkcji zmienności (dynamika chwilowej stopy forward jest w pełni określona przez strukturę zmienności).

W artykule analiza implikowanych stóp forward została przeprowadzona z wykorzystaniem zmienności mierzonej odchyleniem standardowym. Graficzny obraz zmienności w relacji do terminu wykonania nosi nazwę struktury terminowej zmienności implikowanej stopy forward. Analiza przebiegu funkcji pozwala określić, jak dany typ modelu oraz wybór kryterium dopasowania wpływa na zmienność badanej stopy w zależności od terminu wykonania i czy poziom ten odzwierciedla warunki rynkowe.

1. Implikowana stopa forward jako wyznacznik oczekiwań rynkowych

Przeprowadzona procedura szacowania krzywej doprowadziła do wyznaczenia trzech ocen wektora parametrów w zależności od przyjętego w chwili τ

kryterium dopasowania*. Ponieważ badanie objęło dwa modele parametryczne, więc otrzymano sześć wektorów parametrów na każdy dzień badawczy dla każdego typu instrumentów. Aby wyniki były porównywalne, zakres czasowy przyjęty do badań obejmuje lata 2007-2009, dla których są dostępne dane dla czterech instrumentów: WIBOR, FRA 3M, FRA 6M oraz SWAP.

Niech τ będzie dowolnym dniem, dla którego są pozyskane dane służące do szacowania krzywej. Na podstawie wyznaczonych parametrów oraz przyjętych kryteriów dopasowania szacowanej krzywej, dla dowolnego momentu τ było możliwe oszacowanie sześciu implikowanych struktur forward $f_\tau(s, s+\Delta s)$ o ustalonym z góry tenorze (długości) $\Delta s > 0$ oraz momentu realizacji transakcji forward w chwili s.

Ze względu na fakt, że celem szacowania krzywej jest wyodrębnienie oczekiwań rynkowych, przedmiotem analizy są często stopy, które – z punktu widzenia banku centralnego – są kluczowe dla prowadzonej polityki pieniężnej. Ponieważ od stycznia 2005 roku jedną z oficjalnych stóp NBP jest minimalna rentowność 7-dniowego bonu pieniężnego emitowanego przez NBP, do analizy wybrano strukturę implikowanej 7-dniowej stopy forward dla wybranych terminów rozpoczęcia transakcji s.

Posługując się wzorem na implikowaną stopę forward dla $t = s + \Delta s$: : $f_\tau(s, s+\Delta s) = \frac{1}{\Delta s} \cdot \ln \frac{\delta(\tau, s)}{\delta(\tau, s+\Delta s)}$ oraz zakładając, że długość transakcji (tenor) wynosi $\Delta s = \frac{7}{365}$, otrzymano wzór na 7-dniową implikowaną stopę forward:

$$f_\tau(s, s+\frac{7}{365}) = \frac{365}{7} \cdot \ln \frac{\delta(\tau, s)}{\delta(\tau, s+\frac{7}{365})}, \tag{1}$$

gdzie:
$\delta(\tau, s)$ – czynnik dyskontowy,
$f_\tau(s, s+\frac{7}{365})$ – implikowana 7-dniowa stopa forward,
τ – moment wyznaczania implikowanej stopy forward,
s – moment rozpoczęcia transakcji forward.

* Przyjęto szacowanie krzywej metodą Nelsona-Siegela oraz Svenssona, przy czym dla każdego z nich przyjęto trzy metody dopasowania krzywej do danych rzeczywistych, opartych na minimalizacji sumy kwadratów różnic: cen, rentowności oraz cen korygowanych o odwrotność duration.

Choć parametry modelu pozwalają oszacować poziom implikowanej stopy w dowolnym momencie w przyszłości s, na potrzeby analizy wyznaczono siedemnaście implikowanych tygodniowych stóp forward (dla każdego z trzech kryteriów dopasowania, dla obu modeli, w chwili τ, w której są dostępne dane). Za moment realizacji s implikowanych stóp forward przyjęto kolejne dni w tygodniowych interwałach. W efekcie otrzymany ciąg ma postać:

$$\left\{ f_\tau(s, s+\frac{7}{365}) \right\}_{s=\frac{7}{365},\frac{14}{365},\ldots,\frac{119}{365}}. \tag{2}$$

Przyjmując, że $f_\tau(s; s+\frac{7}{365})$, gdzie $s+\frac{7}{365}$ wyraża zapadalność tygodniowej stopy forward realizowanej w dniu s i wyznaczonej w momencie τ, ciąg dany wzorem (2) można zapisać za pomocą wektora $\mathbf{f}_\tau$:

$$\mathbf{f}_\tau(s, s+\tfrac{7}{365}) = \left[f_\tau(\tfrac{7}{365};\tfrac{14}{365}); f_\tau(\tfrac{14}{365};\tfrac{21}{365}); \ldots; f_\tau(\tfrac{119}{365};\tfrac{126}{365}) \right]. \tag{3}$$

Wektor ten odzwierciedla oszacowane w momencie τ wartości tygodniowych implikowanych stóp forward, które miałyby obowiązywać za tydzień, dwa, aż do siedemnastego tygodnia. Należy więc podkreślić, że są to stopy o tej samej długości (tenorze), ale których realizacja przebiega w różnych momentach w przyszłości.

2. Badanie dynamiki implikowanych stóp forward

Aby badać dynamikę każdego z elementów ciągu, należy zdefiniować zmianę implikowanej stopy forward w kolejnych momentach. Jeżeli przyjmie się, że dane można pozyskać w czasie dyskretnym (w kolejnych dniach okresu 2007-2009) oznaczonych jako $\tau = \{1,2,\ldots,504\}$, wówczas dzienna zmiana implikowanej stopy forward $\Delta f_\tau(s, s+\frac{7}{365})$ ma postać logarytmicznej stopy zwrotu:

$$\Delta f_\tau(s, s+\tfrac{7}{365}) = \ln \frac{f_\tau(s, s+\frac{7}{365})}{f_{\tau-1}(s, s+\frac{7}{365})}. \tag{4}$$

Zbiór dziennych przyrostów implikowanej stopy forward można także zapisać w postaci wektorowej:

$$\Delta\mathbf{f}_\tau(s, s+\tfrac{7}{365}) = \left[\Delta f_\tau(\tfrac{7}{365};\tfrac{14}{365}); \Delta f_\tau(\tfrac{14}{365};\tfrac{21}{365}); \ldots; \Delta f_\tau(\tfrac{119}{365};\tfrac{126}{365}) \right]. \tag{5}$$

Ponieważ charakterystyką opisującą dynamikę przyrostów implikowanej stopy forward (elementów wektora $\Delta\mathbf{f}_\tau(s;s+\frac{7}{365})$, gdzie $s=\frac{7}{365};\frac{14}{365};\ldots;\frac{119}{365}$) jest zmienność, więc za jej miarę przyjęto odchylenie standardowe mierzone w wartościach rocznych (odzwierciedlających liczbę dni transakcyjnych)*, dane wzorem:

$$\sigma(s;s+\tfrac{7}{365})=\sqrt{\frac{250}{503}\sum_{\tau=2}^{504}\left(\Delta f_\tau(s;s+\tfrac{7}{365})-\overline{\Delta f_\tau}(s;s+\tfrac{7}{365})\right)^2}\,, \tag{6}$$

gdzie:

$\sigma(s;s+\frac{7}{365})$ – odchylenie standardowe,

$\Delta f_\tau(s;s+\frac{7}{365})$ – dzienna zmiana implikowanej stopy forward dana wzorem (4),

$\overline{\Delta f_\tau}(s;s+\frac{7}{365})$ – średnia dzienna zmiana implikowanej stopy forward.

Strukturę terminową zmienności stóp procentowych, nazywaną także funkcją implikowanej zmienności, można zdefiniować jako relację pomiędzy zmiennością stóp $\sigma(s;s+\frac{7}{365})$ a ich zapadalnością w dniu $s+\frac{7}{365}$ i zapisać w postaci:

$$\left\{\sigma(s,s+\frac{7}{365})\right\}_{s=\frac{7}{365},\frac{14}{365},\ldots,\frac{119}{365}}. \tag{7}$$

Istnieje wiele możliwych funkcji pozwalających oszacować strukturę terminową zmienności implikowanych logarytmicznych stóp forward [5, s. 672-673]. Najpopularniejsza z nich charakteryzuje się przebiegiem rosnącym w krótkim terminie (do 1 roku), a następnie po osiągnięciu maksimum – przebiegiem malejącym wraz ze wzrostem s (kształt zbliżony do elementarnej formy charakterystycznej dla stóp procentowych – krzywej z garbem). Nierzadko występuje również typowy, malejący przebieg funkcji.

Uzasadnienie takiego przebiegu wynika z obserwowanych rynkowych zmienności stóp forward wyznaczanych z zastosowaniem instrumentów pochodnych na stopę procentową. Rebonato [4] twierdzi, że kształt z garbem jest charakterystyczny dla rynków stabilnych, natomiast malejący dla okresów zaburzeń**. Ponieważ stopy krótkoterminowe są determinowane przez politykę pieniężną, więc ich zmienność jest ściśle uzależniona od stopnia przewidywalności decyzji władz monetarnych. W okresach stabilności finansowej banki centralne próbują sygnalizować (poprzez informacje słowne) potencjalne ruchy stóp, przez

* Roczna zmienność jest iloczynem dziennego odchylenia standardowego oraz pierwiastka z przyjętej liczby dni (transakcyjnych) w roku. Stosuje się zarówno liczbę dni równą 250, jak i 260 oraz 365. Na potrzeby artykułu przyjęto liczbę 250. Za: [2, s. 185].

** Szeroki opis funkcji zmienności można znaleźć w: [4, s. 153-172].

co niepewność, a zarazem i zmienność $\sigma(s; s+\frac{7}{365})$ jest niewielka. Rośnie ona znacząco w przypadku wzrostu ryzyka, kiedy uczestnicy rynkowi nie są pewni potencjalnego ruchu banku centralnego. Jeśli jednak polityka pieniężna nie jest wystarczająco przejrzysta i nie ma konsensusu co do kolejnych decyzji, można oczekiwać wysokiej zmienności dla krótkich zapadalności stóp forward.

Wraz ze wzrostem s funkcja zmienności staje się w coraz większym stopniu obrazem oczekiwań inflacyjnych i w przypadku rynków stabilnych nie ulega zbytnim wahaniom. Zmienność może być wyższa w przypadku krajów mających problemy z utrzymaniem inflacji pod kontrolą, dla których niepewność dotycząca poziomu tego wskaźnika w przyszłości jest znaczna. Największy poziom zmienności odnotowuje się w okresie od 6-miesięcy do jednego roku, co jest wynikiem zróżnicowanych oczekiwań uczestników rynkowych dotyczących decyzji monetarnych. Wraz z wydłużaniem się okresu pomiędzy wyznaczeniem stopy forward a jego realizacją $(s-\tau)$ rośnie niepewność dotycząca przyszłych stóp, która z czasem ponownie maleje.

3. Analiza zmienności stóp forward w latach 2007-2009

Celem analizy jest zbadanie, czy istnieją różnice w wykresie zmienności w zależności od przyjętego modelu estymacji krzywej oraz kryterium dopasowania funkcji do danych rzeczywistych. Współczynniki zmienności zostały wyznaczone dla każdego z elementów wektora $\Delta \mathbf{f}_{\tau}(s; s+\frac{7}{365})$, każdego typu modelu oraz kryterium dopasowania krzywej do danych rzeczywistych.

Przyjęto następujące oznaczenia:

NS_P – poziom zmienności implikowanych stóp forward wyznaczonych na podstawie modelu Nelsona-Siegela z zastosowaniem kryterium minimalizacji kwadratu różnic cen,

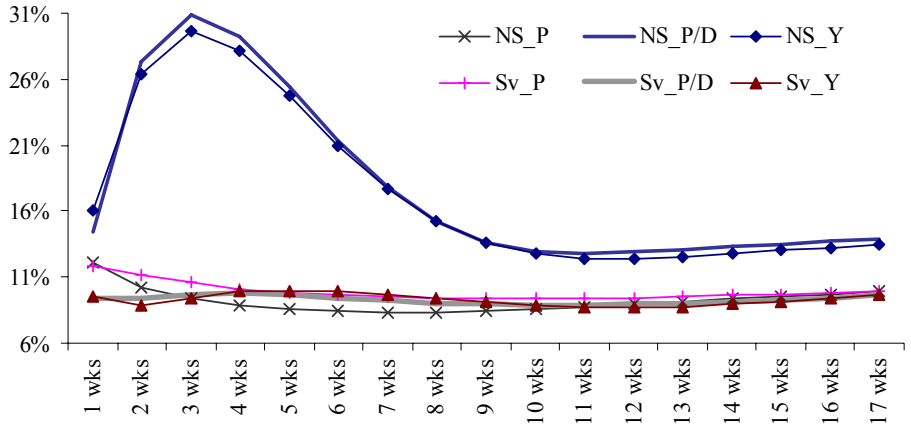
NS_P/D – poziom zmienności implikowanych stóp forward wyznaczonych na podstawie modelu Nelsona-Siegela z zastosowaniem kryterium minimalizacji kwadratu różnic cen korygowanych o odwrotność duration,

NS_Y – poziom zmienności implikowanych stóp forward wyznaczonych na podstawie modelu Nelsona-Siegela z zastosowaniem kryterium minimalizacji kwadratu różnic rentowności,

Sv_P – poziom zmienności implikowanych stóp forward wyznaczonych na podstawie modelu Svenssona z zastosowaniem kryterium minimalizacji kwadratu różnic cen,

Sv_P/D – poziom zmienności implikowanych stóp forward wyznaczonych na podstawie modelu Svenssona z zastosowaniem kryterium minimalizacji kwadratu różnic cen korygowanych o odwrotność duration,

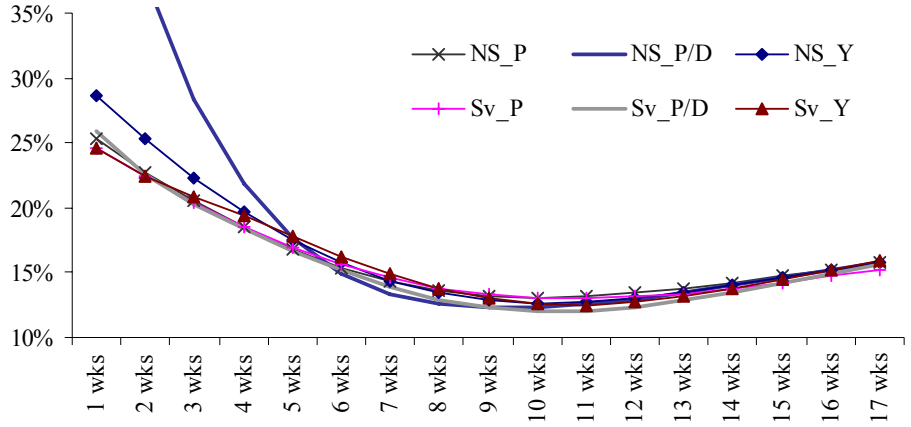
Sv_Y – poziom zmienności implikowanych stóp forward wyznaczonych na podstawie modelu Nelsona-Siegela z zastosowaniem kryterium minimalizacji kwadratu różnic rentowności.



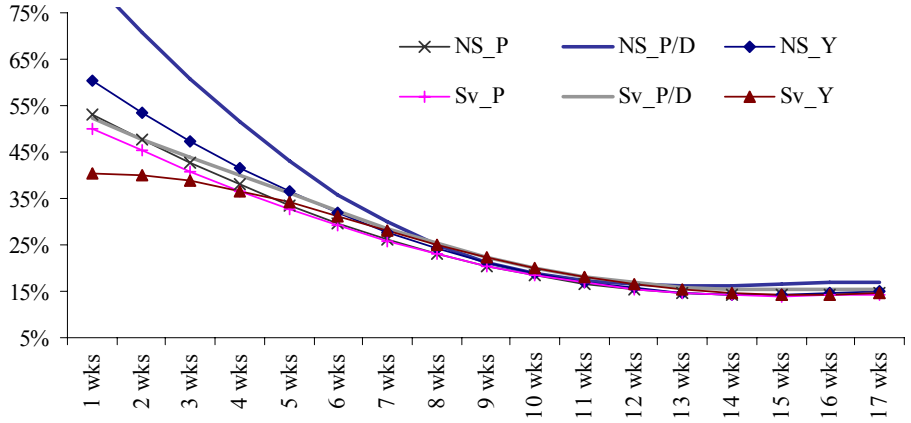
Rys. 1. Funkcja rocznej zmienności implikowanej dla stóp WIBOR

Najbardziej zróżnicowane wyniki – z punktu widzenia interpretacji funkcji implikowanej zmienności – zostały otrzymane z zastosowaniem kwotowań WIBOR. W przypadku modelu Nelsona-Siegela zarówno dla kryterium minimalizacji kwadratów odchyleń rentowności, jak i cen ważonych odwrotnością duration wykres tworzy charakterystyczne wzniesienie. Jest to efekt słabej elastyczności modelu Nelsona-Siegela, którego zastosowanie nie zapewnia wystarczającego dopasowania dla zmiennych stóp krótkoterminowych, co przekłada się na dużą zmienność stóp forward. Ponieważ w latach 2007-2009 rynek lokat był bardzo zmienny, więc cztery parametry modelu Nelsona-Siegela nie były wystarczające do opisu zjawisk zachodzących na rynku. Zupełnie inny przebieg ma funkcja zmienności implikowanych stóp forward oszacowanych na podstawie modelu Svenssona – okazuje się, że w horyzoncie 4-miesięcznym rynek prognozuje roczną zmienność stopy tygodniowej w przedziale 8-10%.

Należy podkreślić, że dla stóp WIBOR modele Nelsona-Siegela generują znacznie wyższą zmienność implikowanych stóp forward niż w przypadku modeli Svenssona. Można przyjąć, że analiza wykresu implikowanej zmienności wskazuje ten ostatni jako model do szacowania stóp krótkoterminowych.



Rys. 2. Poziom rocznej zmienności implikowanej dla stóp FRA 3M

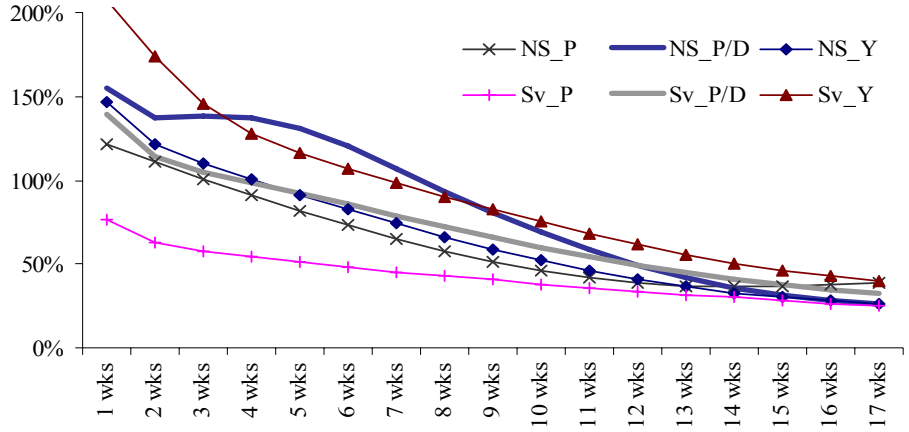


Rys. 3. Poziom rocznej zmienności implikowanej dla stóp FRA 6M

Funkcje implikowanej zmienności wyznaczonej dla 3-miesięcznych stóp FRA 3M oraz 6-miesięcznych FRA 6M mają podobny przebieg, niezależnie od typu modelu oraz przyjętego kryterium dopasowania. Z podobnych przyczyn, jak to miało miejsce w przypadku analizy stóp WIBOR, modele Nelsona-Siegela generują wyższą zmienność implikowanej krótkoterminowej stopy forward, co jest konsekwencją braku możliwości poprawnego szacowania segmentu stóp krótkoterminowych (brak danych rzeczywistych o krótkiej zapadalności i konieczność ekstrapolacji).

Analiza poziomu implikowanej zmienności 7-dniowych stóp forward na podstawie stóp FRA pokazuje przede wszystkim punkty największej stabilności dla tego typu instrumentów. W przypadku FRA 3M krzywe zmienności stabili-

zują się od około 5 tygodnia (czas pomiędzy zawarciem a rozliczeniem transakcji forward), by osiągać minimum na przedziale 8-11 tygodni, natomiast dla FRA 6M podobna zmienność (niezależnie od doboru modelu i funkcji celu) jest osiągana od 8 tygodnia, a stabilizacja na przedziale 12-14 tygodni. Oznacza to, że w okresie 2007-2009 zmienność implikowanych 7-dniowych stóp forward była szacowana na poziomie około 15% rocznie.



Rys. 4. Poziom rocznej zmienności implikowanej dla stóp SWAP

W przypadku kwotowań swap zmienność implikowanej 7-dniowej stopy forward dla krótkiego okresu realizacji jest bardzo wysoka, determinowana zmiennością stopy POLONIA. Brak możliwości poprawnego szacowania krzywej w segmencie do 1 roku (co potwierdziły także wyniki jakości dopasowania w poprzednim podrozdziale) każe z dużą ostrożnością rozważać możliwości wykorzystania tego typu danych do prognozowania stóp krótkoterminowych.

Zakończenie

Analiza modeli krzywych dochodowości ze względu na przebieg funkcji implikowanej zmienności 7-dniowej stopy forward pozwala na sformułowanie poniższych wniosków:

1. Zastosowanie kryterium szacowania krzywej opartego na minimalizacji kwadratów odchyleń cen pozwala otrzymać zbliżone wyniki do tych otrzymanych w wyniku zastosowania kryterium opartego na minimalizacji kwadratów odchyleń rentowności.

2. Wszystkie modele, niezależnie od danych wykorzystywanych w analizie, na porównywalnym poziomie 15% szacowały roczną zmienność implikowanej 7-dniowej stopy forward z terminem realizacji dłuższym niż 12-14 tygodni, co dowodzi znaczących różnic jedynie dla horyzontu krótkiego, nieprzekraczającego kilkunastu tygodni.
3. Im krótszy termin realizacji, tym bardziej zróżnicowane są wyniki implikowanej zmienności. Bardzo wysoka zmienność implikowanej 7-dniowej stopy forward może być efektem występującego w latach 2007-2009 kryzysu finansowego i spadku zaufania wśród uczestników rynkowych.
4. Porównanie obu modeli parametrycznych pozwala wnioskować, że w przypadku szacowania krótkoterminowych stóp forward wiarygodniejszy poziom zmienności jest generowany przez model Svenssona. Oparty na czterech parametrach model Nelsona-Siegela jest zbyt mało elastyczny, by dobrze mógł szacować segment stóp krótkoterminowych.
5. Wykres zmienności obrazuje skalę błędu dopasowania przełożonego poprzez stopy forward na zmienność („dziedziczy" tę własność). Stąd też dla instrumentu, który generuje największy błąd szacowania, notuje się największą zmienność.

Literatura

1. Bjork T., *A Geometric View of Interest Rate Theory*, „Working Paper Series in Economic and Finance" 2000, No. 419, Stockholm School of Economics.
2. Fabozzi F.J., Mann S.V., Choudhry M., *Measuring and Controlling Interest Rate and Credit Risk*, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey 2003.
3. Meucci A., *Risk and Asset Allocation*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 2005.
4. Rebonato R., *Modern Pricing of Interest-rate Derivatives*, Princeton University Press, Princeton and Oxford 2002.
5. Rebonato R., *Volatility and Correlations 2nd Edition*, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester 2004.

THE ROLE OF IMPLIED FORWARD RATE IN YIELD CURVE MODELLING

Summary

The aim of the paper is twofold – to construct the implied 7-days forward rate and then to utilize its volatility as a indicator both the situation on asset's market and the flexibility of the yield curve construction.

The research applies two parametric models: Nelson-Siegel with four and Svensson one with six parameters. The yield curve was created for WIBOR, FRA and swaps rate which let compare the situation on these markets during and after the financial crisis 2007-2009.

Monika Hadaś-Dyduch
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

INWESTYCJE ALTERNATYWNE NA POLSKIM RYNKU KAPITAŁOWYM

1. Inwestycje alternatywne

Inwestycje alternatywne to inwestycje, których pozytywny wynik nie zależy od ciągłych, pozytywnych wzrostów na rynkach akcji. W obecnych czasach inwestycje alternatywne stanowią uzupełnienie lub wręcz zastąpienie bardziej tradycyjnego inwestowania w akcje, obligacje oraz lokaty.

Do najpopularniejszych inwestycji alternatywnych zalicza się instrumenty strukturyzowane, czyli instrumenty finansowe, których cena jest uzależniona od wartości określonego wskaźnika rynkowego* (instrumentu bazowego, tzw. wskaźnika):

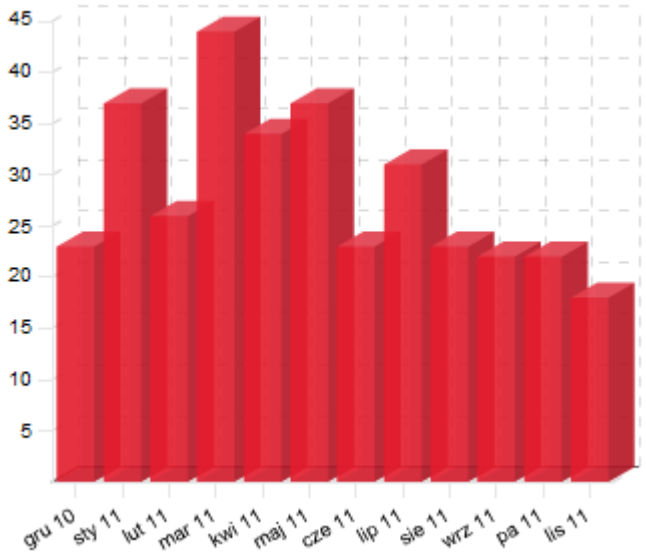
- indeksów giełdowych,
- kursów akcji,
- surowców (np. ropa naftowa, złoto, srebro, gaz ziemny itd.),
- produktów rolnych (np. pszenica, kukurydza, kakao, kawa itp.),
- koszyków akcji, surowców, indeksów giełdowych,
- kursów walut,
- stóp procentowych.

W zależności od konstrukcji produktu strukturyzowanego można wyróżnić następujące produkty:

- polisa na życie z UFK,
- polisa inwestycyjna,
- lokata inwestycyjna,
- certyfikat depozytowy,
- obligacja ustrukturyzowana,
- bankowe papiery wartościowe,
- FIZ,
- fundusz zagraniczny.

* GPW w Warszawie. http://www.gpw.pl/produkty_strukturyzowane_instrumenty.

Inwestycje alternatywne, a w tym produkty strukturyzowane, zajmują znaczącą pozycję na rynku kapitałowym. Z danych wynika, że w okresie styczeń--czerwiec 2011 roku działające na nim instytucje przeprowadziły 218 subskrypcji, co w przełożeniu na sprzedaż wynosi 5,3-5,4 mld zł. Wartość inwestycji w produkty strukturyzowane w pierwszym półroczu 2011 roku jest wyższa o kilkanaście procent od pierwszego półrocza 2010 roku, kiedy to wielkość rynku produktów strukturyzowanych oszacowano na 4,7 mld zł.*.



Rys. 1. Liczba subskrypcji w okresie grudzień 2010-listopad 2011

2. Specyfikacja Bankowego Papieru Wartościowego Strukturyzowanego

Wycenę produktu strukturyzowanego przeprowadzono na przykładzie Bankowego Papieru Wartościowego Strukturyzowanego, który jest niezabezpieczonym papierem wartościowym na okaziciela, niemającym formy dokumentu (niematerialnym). Bankowy papier wartościowy służy gromadzeniu przez banki środków pieniężnych w złotych lub w innej walucie wymienialnej i zawiera w nazwie wyrazy „bankowy papier wartościowy”**.

* Podawanie wyniku w przedziale wynika z niechęci części instytucji do współpracy i udostępniania dokładnych danych sprzedażowych.

** Internetowa Encyklopedia Prawa. www.skarbiec.biz/eprawo.htm.

Końcowy zysk z BPW jest uzależniony od zmian wartości koszyka indeksów, który składa się w 50% z WIG 20 oraz w 50% z kursu wymiany EUR/PLN.

Podstawowe parametry BPW:

1. Daty:

Okres subskrypcji	29 września-30 października 2008 roku
Dzień Rozpoczęcia Lokaty	31 października 2008 roku
Dzień Zakończenia Lokaty	30 października 2011 roku
Dzień Rozliczenia Lokaty	6 listopada 2011 roku

2. Odsetki gwarantowane – 4% – za cały okres inwestycji.
3. Zysk całkowity – 30% wzrostu koszyka, jednak nie mniej niż stopa gwarantowana – za cały okres lokaty.
4. Kwota inwestycji – nie mniej niż 200 złotych i wielokrotność 100 zł.
5. Współczynnik partycypacji – 80%.
6. Rezygnacja z inwestycji – posiadacz może złożyć dyspozycję zbycia BPW Strukturyzowanych:
   - bez limitu ceny (odkup bezwarunkowy) – dyspozycja zbycia BPW Strukturyzowanych jest realizowana przez Emitenta po Cenie Odkupu, niezależnie od poziomu Ceny Odkupu,
   - z limitem ceny (odkup warunkowy) – dyspozycja zbycia BPW Strukturyzowanych jest realizowana przez Emitenta po Cenie Odkupu, o ile Cena Odkupu jest wyższa lub równa limitowi ceny określonemu przez Posiadacza w dyspozycji zbycia.

Stopa zwrotu na koniec lokaty to:

- 4% – odsetki gwarantowane,
- więcej niż 4%, jeśli nastąpi 30% wzrost koszyka.

Stopa zwrotu jest znana dzień po zakończeniu BPW Strukturyzowanego i wypłacana w dniu rozliczenia lokaty, czyli czwarty dzień roboczy po dniu. Jednakże jeżeli w Dniu Obserwacji Wskaźnika wystąpi przynajmniej jedno z Zakłóceń Rynku, wówczas Emitent BPW podejmie w odniesieniu do BPW Strukturyzowanych takie Czynności Alternatywne.

Czynnościami Zastępczymi są następujące czynności:

1. Obliczenie przez Podmiot Zabezpieczający wartości Indeksu na podstawie formuły lub sposobu liczenia właściwego dla tego Indeksu przed zajściem Zakłócenia Indeksu, biorąc pod uwagę te instrumenty rynku kapitałowego wchodzące w skład Indeksu, które były wykorzystywane do obliczania jego wartości bezpośrednio przed wystąpieniem Zakłócenia Indeksu.
2. Zastąpienie Indeksu innym indeksem, o ile taki nowy indeks w opinii Podmiotu Zabezpieczającego jest reprezentatywny dla tego samego sektora branżowego i rejonu geograficznego. W przypadku gdy dla danej Emisji BPW

Strukturyzowanych występuje kilka Podmiotów Zabezpieczających, Emitent może, w dobrej wierze i zgodnie z zasadą należytej staranności, uzgodnić z tymi podmiotami nowy Indeks.

3. Jakiekolwiek inne czynności, jakie podejmie Podmiot Zabezpieczający w odniesieniu do Transakcji Zabezpieczającej.

3. Wyceny BPW Strukturyzowanego

Poziom wypłaty zysku w analizowanym produkcie jest szacowany na podstawie zależności:

$$\mathbf{K_L \ x[Max[4\%, 0{,}3 \bullet W_K]]}, \tag{1}$$

gdzie:

$\boldsymbol{K_L}$ – Kwota lokaty wnoszona przez klienta,

$\boldsymbol{W_K}$ – Wzrost Koszyka indeksów w okresie między Dniem Rozpoczęcia Lokaty a Dniem Zakończenia Lokaty w ujęciu procentowym.

Zysk z inwestycji jest uzależniony od kształtowania się dwóch szeregów WIG 20 oraz EUR/PLN, których kształtowanie w okresie poprzedzającym rozpoczęcie subskrypcji produktu prezentują poniższe wykresy.

Wykres 1

Kurs EUR/PLN w okresie 04.11.1993-26.09.2012

Wykres 2

Wykres notowań dla indeksu WIG20 w okresie od 02.11.1998 do 26.09.2008

Do wyznaczenia wartości koszyka, a właściwie do oszacowania przyszłych wartości składowych koszyka wykorzystano autorski model oparty na analizie falkowej i sieciach neuronowych [4]. Model ten można opisać skrótowo w czterech etapach [5]:

1. Podział badanego szeregu na podszeregi. Otrzymuje się m-podszeregów. Z otrzymanego zbioru podszergów do dalszych obliczeń wybiera się (m-5)--początkowych próbek 8-elementowych, natomiast 5 ostatnich pozostawia się celem dokonania sprawdzenia działania algorytmu.
2. Transformata falkowa podszeregów [1; 2]. Transformatę oparto na falce Daubechies, czyli falce ciągłej o nośniku zwartym skonstruowanej przez Ingrid Daubechies, która sformułowała i udowodniła następujące twierdzenie:

Twierdzenie. *Istnieje dokładnie jedyna funkcja* $\varphi : D \to R$ *spełniająca następujące trzy warunki:*

1) $\varphi(r) = \frac{1+\sqrt{3}}{4}\varphi(2r) + \frac{3+\sqrt{3}}{4}\varphi(2r-1) + \frac{3-\sqrt{3}}{4}\varphi(2r-2) + \frac{1-\sqrt{3}}{4}\varphi(2r-3)$,

2) $\sum_{k\in Z}\varphi(k) = 1$,

3) $\varphi(r) = 0$ *dla* $r \le 0 \vee r \ge 3$,

gdzie:

$$D_j = \{k2^j : k \in Z\}, \qquad D = \bigcup_{j\in Z} D_j = \bigcup_{j=0}^{\infty} D_j .$$

Związana z funkcją skalującą φ falka ψ jest zadana wzorem:

$$\psi(r) = -\frac{1+\sqrt{3}}{4}\varphi(2r-1) + \frac{3+\sqrt{3}}{4}\varphi(2r) - \frac{3-\sqrt{3}}{4}\varphi(2r+1) + \frac{1-\sqrt{3}}{4}\varphi(2r+2)$$

$\psi(r) = 0$ dla $r < -1$ lub $r > 2$.

3. Generowanie współczynników falkowych dla kolejnych chwil czasowych, czyli dla chwil prognozowanych z użyciem sztucznej sieci neuronowej [3].

Tabela 1

Współczynniki C wygenerowane przez sztuczną sieć neuronową dla dwóch ostatnich podszeregów

Lp.	Współczynniki c dla podszeregu 501	Współczynniki c dla podszeregu 502	Lp.	Współczynniki c dla podszeregu 501	Współczynniki c dla podszeregu 502
1	3,338939	3,205156	15	3,149734	3,091639
2	3,331719	3,202192	16	3,146916	3,090909
3	3,320934	3,197757	17	3,186155	3,108129
4	3,324033	3,199039	18	3,177296	3,102552
5	3,338939	3,205156	19	3,15262	3,090547
6	3,331719	3,202192	20	3,145418	3,091281
7	3,320934	3,197757	21	3,147094	3,09076
8	3,324033	3,199039	22	3,190965	3,110724
9	3,343563	3,207092	23	3,181469	3,106231
10	3,334456	3,203215	24	3,161491	3,091666
11	3,315114	3,195492	25	3,147141	3,083155
12	3,322493	3,198344	26	3,146766	3,096914
13	3,348727	3,209491	27	3,144571	3,089278
14	3,338845	3,204636			

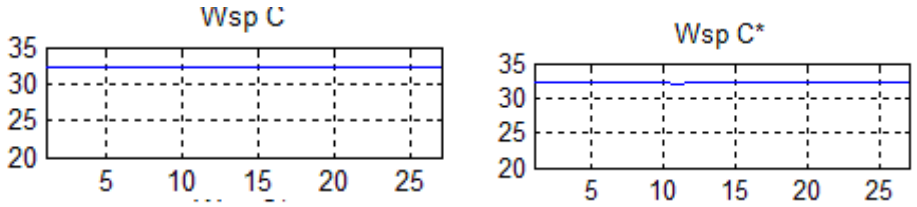
4. Odwrotna transformata falkowa – efekt – wartości kursu EUR/PLN oraz indeksu WIG20 dla prognozowanych chwil czasowych.

Z przedstawionej charakterystyki BPW wynika, że zysk z inwestycji w analizowany produkt strukturyzowany jest zależny od kształtowania się kursu EUR/ /PLN oraz indeksu WIG20. W tym celu, aby oszacować ewentualny zysk z inwestycji, należało właściwie oszacować tylko wartość kursu EUR/PLN oraz indeksu WIG20 na dzień 30.10.2011 roku, gdyż zysk inwestora zależy od kształtowania się właśnie tego koszyka w dniu 30.10.2011 roku.

Taką wartość kursu EUR/PLN i indeksu WIG20 można uzyskać na podstawie zastosowanego modelu (etap 3.1-3.4). Wartości kursu EUR/PLN i indeksu WIG20 są wygenerowane w ostatnim etapie przez odwrotną transformatę falkową i wynoszą one odpowiednio na dzień 30.10.2011 roku dla:

- EUR/PLN – **4,001,**
- indeksu WIG20 – 2813,45.

Otrzymane na podstawie modelu (etap 3.1-3.4) wyniki można uznać za wiarygodne, ponieważ analizując współczynniki falkowe wygenerowane przez transformatę falkową dla wejściowego szeregu 8-elementowego (tzw. współczynniki C) i współczynniki otrzymane w wyniku zastosowania odwrotnej transformaty falkowej (tzw. współczynniki C*) zamieszczone na rysunku 2, widać, że współczynniki C* uzyskane w wyniku opisywanego algorytmu są bardzo zbliżone, wręcz identyczne do współczynników C wygenerowanych dla sprawdzenia z transformaty falkowej, zatem obarczone bardzo małym błędem. W świetle przeprowadzonych badań można wnioskować, że przedstawiony algorytm jest skutecznym narzędziem w prognozowaniu analizowanych szeregów czasowych.



Rys. 2. Współczynniki C i C*

Źródło: Opracowanie własne na podstawie uzyskanych wyników.

Analizując wyniki z oszacowania BPW zamieszczone w tabeli 1, widać wyraźnie, że inwestor osiągnie zysk z inwestycji w wysokości: 8,08032% * zainwestowany kapitał. Natomiast emitent poniesie zysk w wysokości: 6,02008% * * zainwestowany kapitał, na co składa się marża pobrana na początku inwestycji 4% zainwestowany kapitał oraz zysk z koszyka 20% * 10,1004% * zainwestowany kapitał.

Przedstawiona wycena zakłada scenariusz, że w czasie trwania inwestycji w Bankowy Papier Wartościowy Strukturyzowany nie nastąpi żadne zakłócenie rynku, tzn. nie nastąpi żadne z następujących zdarzeń:

1. (*Brak sesji*) Giełda lub Giełda Powiązana nie zostanie otwarta w trybie swojej zwykłej sesji giełdowej.
2. (*Ograniczenie Obrotu*) istotne, w opinii Podmiotu Zabezpieczającego, zawieszenie lub ograniczenie obrotu instrumentami rynku kapitałowego wchodzącymi w skład Indeksu na Giełdzie lub ograniczenie obrotu kontraktami *futures* lub opcyjnymi na Indeks na Giełdzie Powiązanej.
3. (*Zakłócenie Działalności Giełdy*) istotne, w opinii Podmiotu Zabezpieczającego, zdarzenie skutkujące dla wszystkich uczestników rynku brakiem możliwości lub utrudnieniami w zawieraniu transakcji lub uzyskaniu cen instrumentów rynku kapitałowego wchodzących w skład Indeksu notowanych na

Giełdzie albo kontraktów *futures* lub opcyjnych na Indeks notowanych na Giełdzie Powiązanej.

4. (*Wcześniejsze Zamknięcie Giełdy*) wcześniejsze zamknięcie Giełdy lub Giełdy Powiązanej w danym Dniu Roboczym Giełdy, przed standardową godziną zamknięcia ustaloną dla tej giełdy, które w opinii Podmiotu Zabezpieczającego w sposób istotny wpływa na funkcjonowanie rynku.

Zakończenie

Przedstawiony w artykule model wyceny produktów strukturyzowanych, a w szczególności prognozy szeregów prezentujących kurs wymiany EUR/PLN oraz WIG20, dał wyniki obarczone niewielkim błędem, co pozwala wnioskować, że wycena produktu jest również obarczona bardzo małym błędem.

Literatura

1. Dyduch M., *Falki w kontekście zastosowań ekonomicznych*, w: *Zarządzanie – Finanse – Ekonomia, Warsztaty doktorskie '05*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo AE, Katowice 2005.
2. Dyduch M., *Sieć falkowo-neuronowa w środowisku ekonomicznym*, w: *Zarządzanie – Finanse – Ekonomia, Warsztaty doktorskie '06*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo AE, Katowice 2007.
3. Dyduch M., *Sieć falkowo-neuronowa jako skuteczne narzędzie do analizy i predykcji szeregów czasowych*, w: *Metody matematyczne, ekonomiczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach*, red. P. Chrzan, T. Czernik, Wydawnictwo AE, Katowice 2008.
4. Dyduch M., *Wykorzystanie metod sztucznej inteligencji do wspomagania decyzji inwestycyjnych*, w: *Inwestowanie na rynku kapitałowym*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania nr 10, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2008.
5. Dyduch M., *Współczynniki transformaty falkowej jako narzędzie generujące prognozę przedziałową szeregów czasowych*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko '10*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo AE, Katowice 2010.
6. Zaremba A., *Produkty strukturyzowane. Inwestycje nowych czasów*, Helion, Gliwice 2009.

ALTERNATIVE INVESTMENTS ON THE POLISH CAPITAL MARKET

Summary

The article presents an example of the valuation of investments in alternative investment for example Structured Banking Security, which is a security unsecured bearer, having no form of documents

Bożena Frączek
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

METODY POMIARU SKUTKÓW DECYZJI INWESTYCYJNYCH ORAZ SPOSOBY WERYFIKACJI SKŁONNOŚCI BEHAWIORALNYCH INWESTORÓW

Wstęp

Analizując wartości parametrów stanowiących o efektywności różnych form inwestycji, można zauważyć, że osiągana przez inwestorów stopa zwrotu z inwestycji ryzykownych (np. w akcje) często odbiega od średniej stopy zwrotu osiąganej z określonej klasy walorów. Ponadto w wielu przypadkach nie sprawdza się także podstawowa zasada inwestowania przedstawiająca zależność (proporcjonalną) pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu a ponoszonym ryzykiem. Stopy zwrotu osiągane z inwestycji w walory ryzykowne są nie tylko niższe od średniej (przeciętnej na rynku), ale także zdarza się, że są niższe od stóp zwrotu osiąganych inwestycji w instrumenty o niższym stopniu ryzyka lub nawet pozbawionych ryzyka. Winą za taki stan rzeczy obarcza się często brak racjonalności inwestorów przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych. Coraz częściej zwraca się uwagę na ich nieracjonalne zachowania i analizuje się skłonności behawioralne, które kierują tymi zachowaniami. Zdarza się jednak, że wnioski z badań prowadzonych w ramach finansów behawioralnych nie znajdują uznania. Wynika to z faktu, że trudno jest jednoznacznie stwierdzić, w jakim zakresie emocje wpływają na podejmowane decyzje, a jeszcze trudniej określić skalę tego wpływu. Niemniej jednak w ramach rozwijających się finansów behawioralnych zostało przeprowadzonych wiele badań dotyczących różnych aspektów nieracjonalnego inwestowania. Chociaż poszczególne badania są prowadzone niezależnie od siebie, to jednak składają się na pewną logiczną całość.

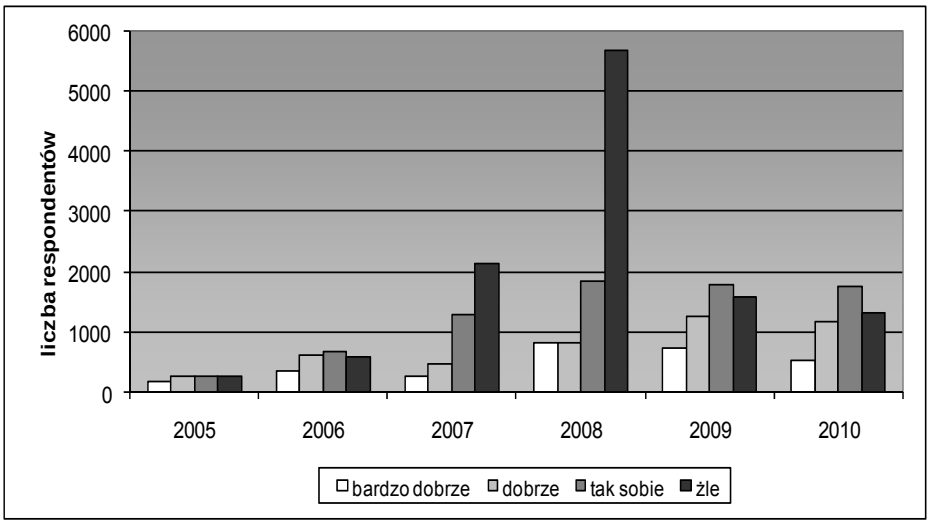
Za cel artykułu przyjęto prezentację znanych w literaturze metod, których wyniki przedstawiają zarówno skutki nieracjonalnych zachowań inwestorów, jak i metod, które pozwalają na weryfikację skłonności behawioralnych. Zapoznanie się z metodami umożliwi poznanie ich mocnych i słabych stron oraz wybór najkorzystniejszych w dalszych badaniach. Artykuł stanowi próbę przedstawienia

i usystematyzowania metod stosowanych w różnych badaniach na świecie, których opis i wyniki są dostępne w literaturze krajowej i zagranicznej. W jednym z fragmentów artykułu autorka powołała się także na własne badania ankietowe.

Przedstawienie dowodów na występowanie nieracjonalnych efektów inwestycji finansowych stanowi przesłankę poszukiwania ich przyczyn, a wykazanie istnienia skłonności behawioralnych jest podstawą zgłoszenia hipotezy, zgodnie z którą to czynniki natury emocjonalnej mogą wpływać na podejmowanie decyzji inwestycyjnych.

1. Ilościowa analiza zachowań inwestorów

Szeroka oferta współczesnego rynku finansowego skierowana do inwestorów indywidualnych pozwala na wybór instrumentów dostosowanych do oczekiwań zarówno w zakresie akceptowalnego poziomu ryzyka, jak i oczekiwanych efektów finansowych. W tym miejscu należy wspomnieć o proporcjonalnej zależności pomiędzy wartością potencjalnej stopy zwrotu a poziomem ryzyka poszczególnych instrumentów, co oznacza, że np. w dłuższym terminie na akcjach można zarobić więcej niż na obligacjach. Zachowania inwestorów sprowadzające się do podejmowania decyzji inwestycyjnych wpływają na efekty inwestycji. Wymiernym skutkiem podjętych decyzji inwestycyjnych są wartości osiąganych stóp zwrotu, a także różnice pomiędzy osiąganymi stopami zwrotu a innymi wartościami, np. oczekiwaną stopą zwrotu, średnią rynkową dla danej klasy instrumentu, indeksami rynkowymi, instrumentami wolnymi od ryzyka itd. Na świecie jest przeprowadzanych wiele analiz sprowadzających się do prezentacji wartości i oceny wymienionych parametrów. Z przeprowadzonych badań wynika, że większość indeksów szerokiego rynku potwierdza prawidłowość, że w dłuższym terminie stopa zwrotu z inwestycji w akcje, potencjalnie bardziej ryzykowne, jest wyższa niż z obligacji i lokat, chociaż występują rynki, na których ta prawidłowość nie zachodzi. Ważne jest także, że różnica pomiędzy osiąganymi stopami zwrotu na zróżnicowanych pod względem ryzyka instrumentach nie satysfakcjonuje inwestorów. Potwierdzają to wyniki przeprowadzonej w latach 2007--2010 ankiety, na podstawie której inwestorzy określali swój stopień zadowolenia z przeprowadzanych inwestycji (por. rysunek 1).



Rys. 1. Określenie poziomu zadowolenia z własnych inwestycji inwestorów indywidualnych
Źródło: Na podstawie ankiet przeprowadzonych na witrynie www.stoq.com w latach 2005-2010.

Badania ankietowe nie są jedynym rodzajem badań, które wskazują na nieracjonalne efekty inwestycji. Przykładem innych badań są np. regularne analizy sporządzane przez amerykańską firmę doradczą Dalbar Inc. Firma opracowuje od dłuższego czasu coroczne ilościowe analizy zachowań inwestorów (*Quantitative Analysis of Investor Behavior* – QAIB), które poza prezentacją wartości parametrów, służących ocenie skutków decyzji inwestycyjnych, mają na celu uświadomienie konieczności zmian w zachowaniach inwestorów w obszarach postrzeganych jako źródło niesatysfakcjonujących wyników.

Analiza opiera się na średnich rocznych wartościach stóp zwrotu* osiąganych w przypadku różnych instrumentów wykorzystywanych w procesach inwestycyjnych. Należą do nich akcje, instrumenty o stałym dochodzie. Są także kalkulowane wartości wybranych indeksów reprezentujące średnią rynków akcji oraz instrumentów o stałym dochodzie. Badania mają na celu porównanie wyników osiąganych przez daną klasę aktywów ze średnimi na rynku. Tabela 1 prezentuje średnie roczne stopy zwrotu wyliczone dla kolejnych okresów rocznych osiągnięte przez przeciętnego inwestora inwestującego na rynku akcji w porównaniu z Indeksem S&P 500, który reprezentuje średnią rynkową**.

* Wyznaczonych na podstawie 20-letniego okresu z wykorzystaniem zasad rachunku odsetek złożonych.

** W badaniach są wykorzystywane dane Investment Company Institute, głównie z zakresu funkcjonowania funduszy akcji, funduszy inwestujących w instrumenty o stałym dochodzie i funduszy mieszanych. W badaniach przyjmuje się podejście, że wszyscy inwestorzy funduszy inwestycyjnych stanowią statystycznie reprezentatywną próbę (zapewniającą najwyższą niezawodność), a ich działania i wyniki finansowe są reprezentatywne dla pojedynczego (indywidualnego) inwestora.

Tabela 1

Wartość średniej stopy zwrotu osiąganej przez przeciętnego inwestora w porównaniu ze średnią rynkową

Lata	Fundusze akcji	S&P	Różnica
2010	3,83%	9,14%	-5,31%
2009	3,17%	8,20%	-5,03%
2008	**1,87%**	**8,35%**	**-6,48%**
2007	4,48%	11,81%	-7,33%
2006	4,30%	11,80%	-7,50%
2005	3,90%	11,90%	-8,00%
2004	3,70%	13,20%	-9,50%
2003	3,51%	12,98%	-9,47%
2002	**2,57%**	**12,22%**	**-9,65%**
2001	4,17%	14,51%	-10,34%
2000	5,32%	16,29%	-10,97%
1999	7,23%	18,01%	-10,78%
1998	7,25%	17,90%	-10,65%

Źródło: Na podstawie Dalbar QAIB oraz notowań S&P 500.

Wyniki prowadzonych analiz potwierdzają słabsze efekty przeciętnego inwestora w porównaniu do średnich osiąganych na rynku. Ponadto zwraca się uwagę na zbyt małą różnicę pomiędzy średnią stopą zwrotu z inwestycji w walory ryzykowne (np. akcje) i bezpieczne (np. obligacje) osiąganą przez przeciętnego inwestora.

Tabela 2

Porównanie stopy zwrotu z walorów ryzykownych i bezpiecznych

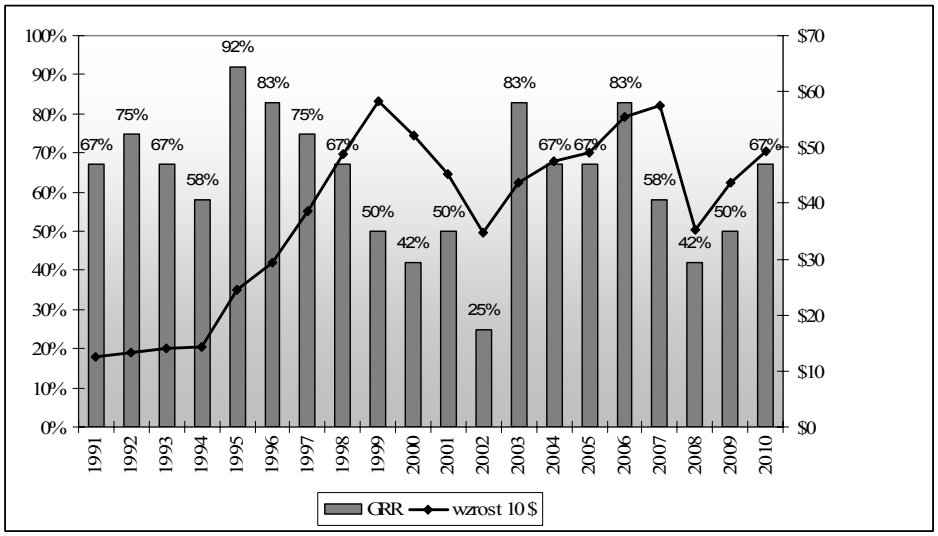
Lata	Akcje	Stały dochód	**Różnica**	S&P 500	Barclays Index*	**Różnica**
2010	3,83%	1,01%	**2,82%**	9,14%	6,89%	**2,25%**
2009	3,17%	1,02%	**2,15%**	8,20%	7,01%	**1,19%**
2008	1,87%	0,77%	**1,10%**	8,35%	7,43%	**0,92%**
2007	4,48%	1,55%	**2,93%**	11,81%	7,56%	**4,25%**

Źródło: Na podstawie Dalbar QAIB oraz notowań S&P 500. * Barclays Aggregate Bond Index.

W Polsce także są prowadzone podobne badania. Prowadzi je internetowy serwis „Opiekun Inwestora". Na ich podstawie wyliczono, że w ciągu dziesięciu lat (2001-2010) średni wynik inwestycji w fundusz pieniężny wyniósł 7,3%, natomiast średni wynik inwestycji w fundusz akcji wyniósł 8%.

W ramach ilościowej analizy zachowań inwestorów jest także badane tzw. wyczucie rynku. Został opracowany wskaźnik poprawnego przewidywania zmian na rynku GRR (*Guess Right Ratio*). Wskaźnik ten wskazuje, kiedy prze-

ciętny inwestor inwestujący np. w akcje (*average equity investor*) poprawnie przewiduje kierunek zmian na rynku*.



* Wzrost 10$ (prawa podziałka) oznacza zmianę wartości zainwestowanych 10$ w analizowanym okresie na podstawie zmian indeksu S&P 500.

Rys. 2. Określenie poziomu zadowolenia z własnych inwestycji inwestorów indywidualnych

Źródło: Na podstawie Dalbar QAIB oraz notowań S&P 500.

Wyniki analizy 20-letniego okresu (1991-2010) pod kątem badania wyczucia rynku przez inwestorów wskazują, że inwestorzy częściej mieli rację niż się mylili. Uwzględniając 20-letni okres kończący się na XII 2010 roku, wskaźnik wyniósł 63%. Co ciekawe, w okresie irracjonalnego entuzjazmu pod koniec lat 90. ubiegłego stulecia wskaźnik spadał.

Jak zaznaczono wcześniej, za główną przyczynę nieracjonalnych efektów inwestycji uważa się czynniki natury emocjonalnej. Aby uwzględnić wpływ czynników psychologicznych, należy je zidentyfikować. Służy temu wiele metod.

* Wykorzystuje się w tym celu przepływy pieniężne netto funduszy inwestycyjnych. Zakłada się, że przeciętny inwestor przewiduje poprawnie, kiedy ma miejsce napływ funduszy, a w następnym miesiącu rynek podąża w górę (np. S&P wzrasta). Liczony jest jeden punkt w każdym miesiącu, gdy następuje wpływ dokonany przez przeciętnego inwestora do funduszu, a rynek reprezentowany przez indeks (S&P 500) wzrośnie w przyszłym miesiącu. Podobnie jest w przypadku wypływów środków z funduszy. Następnie wylicza się stosunek punktów do całkowitej liczby miesięcy (jako procent). Zyski są osiągane, gdy wskaźnik przekracza 50%, co oznacza, że w ponad połowie przypadków inwestor poprawnie przewidział zmiany na rynku.

2. Weryfikacja skłonności behawioralnych

Weryfikacja skłonności behawioralnych jest prowadzona zarówno w obszarze skłonności motywacyjnych, jak i poznawczych.

Skłonności motywacyjne są wywołane błędami w sferze preferencji, które dotyczą efektów finansowych inwestycji (maksymalizacji efektów finansowych) oraz awersji do strat (minimalizacji ryzyka). Wpływają na nie emocje związane z możliwością osiągnięcia zysku lub poniesienia straty. Można je podzielić na dwie grupy:

- skłonności pojawiające się przed przystąpieniem do inwestycji,
- skłonności pojawiające się, gdy inwestycja została rozpoczęta.

Weryfikacja skłonności pierwszej z wymienionych grup sprowadza się do badań dotyczących sposobu podejmowania decyzji w obliczu potencjalnych zysków i strat. Należą do nich także eksperymenty, których przeprowadzenie ma umożliwić zbadanie, w jaki sposób respondenci postrzegają skrajne prawdopodobieństwa (skrajnie niskie i skrajnie wysokie) i jak wartości tych prawdopodobieństw (np. prawdopodobieństwo bliskie zeru) wpływają na podejmowanie decyzji inwestycyjnych. Badania empiryczne dotyczące tej kwestii opierają się zwykle na eksperymentach przeprowadzonych przez Kohnemana i Tversky'ego i najczęściej przybierają postać testów. W prowadzonych badaniach są podejmowane próby weryfikacji typowych zachowań inwestorów w aspekcie zarówno możliwości osiągania zysków, jak i ponoszenia strat. Testy mają na celu zbadanie skłonności inwestorów do podejmowania ryzyka w obliczu potencjalnych zysków i strat („gra o zysk") lub strat („gra o stratę"). Szczególne miejsce wśród testów dotyczących weryfikacji skłonności motywacyjnych zajmują te, które mają na celu zbadanie odczuć i zachowań inwestorów w odniesieniu do zysków i strat w tej samej wysokości.

Wyniki badań ankietowych dotyczących preferencji w zakresie podejmowanych decyzji inwestycyjnych przeprowadzonych przez autorkę artykułu[*] potwierdzają wyniki dostępne w literaturze przedmiotu:

1. Potencjalni inwestorzy reprezentują różne postawy względem ryzyka, jednakże większość z nich wyraża do niego niechęć.
2. W przypadku podejmowania decyzji inwestycyjnych występuje efekt niestałości preferencji.

[*] Badania ankietowe zostały przeprowadzone na próbie 87 osób. Jednostką próby był student Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach. Kwestionariusz zawierał osiem pytań – wyłącznie zamkniętych. Trzy pierwsze pytania dotyczyły gry o zysk, czwarte dotyczyło wyboru pomiędzy zyskiem i stratą o tej samej wysokości. Dwa kolejne pytania dotyczyły gry i straty, a ostatnie dwa – skłonności do ryzyka badanych respondentów w zależności od wieku. Wyniki przeprowadzonej ankiety zostały przedstawione w niniejszym artykule po raz pierwszy.

3. Ludzie niechętnie podejmują ryzyko utraty dochodów, natomiast z jeszcze większą niechęcią odnoszą się do utraty kapitału (poniesienie straty).
4. Zyski i straty są traktowane przez inwestorów odmiennie. Straty są stosunkowo bardziej odczuwalne niż zyski.

Zasadniczo wyniki i wnioski z przeprowadzonych badań ankietowych pokrywają się z wynikami eksperymentów prowadzonych przez Daniela Kahnemana i Amosa Tversky'ego – twórców teorii perspektywy, którzy wykazują skłonność do ryzyka wtedy, gdy stoją w obliczu potencjalnych strat, oraz awersję do ryzyka w obliczu potencjalnych zysków.

Druga grupa skłonności motywacyjnych dotyczy charakterystycznych zachowań inwestorów, gdy inwestycja została już rozpoczęta. Należą do nich: efekt predyspozycji, księgowanie mentalne, efekt status quo, efekt utopionych kosztów, bazowanie na przeszłości.

Chęć maksymalizowania zysków i minimalizowania strat wywołuje często nieracjonalne zachowania inwestorów dotyczące kontynuacji lub zakończenia inwestycji. Weryfikacja tych skłonności wykorzystuje zarówno metodę eksperymentu laboratoryjnego (ankiety), jak i analizę rachunków inwestycyjnych.

Najbardziej popularne badania ankietowe polegają na wykazaniu skłonności określanej jako efekt zakotwiczenia [6]. Inwestorzy ulegający tej skłonności i sugerujący się w podejmowaniu decyzji niewłaściwymi punktami odniesienia reprezentowanymi np. przez cenę nabycia walorów, wartości maksymalne i minimalne osiągane przez walor, rekomendacje analityków itp., błędnie oceniają swoje inwestycje jako ryzykowne lub zyskowne. Może to spowodować zbyt długie przetrzymywanie danego waloru albo przedwczesne pozbywanie się go.

Inny rodzaj badań ma na celu weryfikację tezy, że inwestorzy w sposób nieracjonalny wartościują walory inwestycyjne, a wpływ na wycenę ma fakt ich posiadania (efekt *status quo*) [4, s. 7-59]. Ponadto okazało się, że efekt przywiązania do rzeczy już posiadanych jest tym silniejszy, im więcej jest opcji do wyboru, czyli im bardziej jest skomplikowany proces podejmowania decyzji.

Literatura dostarcza także dowody, które potwierdzają brak racjonalnych przesłanek zakończenia inwestycji. Badania te najczęściej polegają na analizie rachunków inwestycyjnych w zakresie potwierdzenia hipotezy, że inwestorzy zbyt wcześnie zamykają pozycje przynoszące zysk i zbyt długo przetrzymują walory przynoszące straty [5, s. 777-778].

Innym przykładem analizy zachowań inwestorów, którzy zakończyli inwestycję w niedalekiej przeszłości, jest wnikliwa obserwacja składu portfela inwestycyjnego w najbliższej przyszłości. Jeżeli w wyniku dotkliwych niepowodzeń inwestycyjnych struktura portfela się zmienia i zawiera coraz więcej bezpiecznych walorów lub w skrajnych przypadkach inwestor wycofuje się z rynku, oznacza to, że uległ jednej ze skłonności bazujących na przeszłości określanej

jako ukąszenie węża. Jeśli jest wręcz przeciwnie, tzn. po poniesieniu straty na rachunku pojawiają się w dalszym ciągu walory ryzykowne dające szansę na szybki zysk, oznacza to, że inwestor uległ skłonności „wychodzenia na swoje". Natomiast jeśli po osiągnięciu zysku z wcześniejszych inwestycji na rachunku inwestora pojawiają się walory ryzykowne oraz większa rotacja środkami, oznacza to, że inwestor uległ efektowi „gry na koszt firmy".

Skłonności poznawcze inwestorów wynikają z błędnych opinii dotyczących przyszłych zdarzeń na rynkach kapitałowych, w szczególności dotyczących zachowania się kursów walorów (prognoz). Wynikają one najczęściej z niewłaściwego wykorzystania lub interpretacji posiadanej wiedzy oraz doświadczenia. Do źródeł błędów inwestycyjnych o charakterze poznawczym należą między innymi: nadmierna pewność siebie, zawyżanie bądź zaniżanie prawdopodobieństwa przyszłych, nadreaktywność i subreaktywność, efekt myślenia wstecznego, efekt zakotwiczenia, dodatni i ujemny efekt świeżości, efekt dostępności, dysonans poznawczy, pułapka reprezentatywności, pułapka gracza, pułapka potwierdzenia, upraszczanie rzeczywistości (reprezentatywność i rozpoznawalność), nadmierny optymizm, nadzieja.

W celu weryfikacji wielu skłonności są formułowane odpowiednio opracowane testy (ankiety). Ich celem jest weryfikacja istnienia danej skłonności w ogóle. Część testów dotyczy występowania jednej określonej skłonności, a część kilku skłonności jednocześnie. Testy dotyczą wielu aspektów. Najczęściej należą do nich:

- samoocena, w tym: zawyżanie (przeświadczenie o ponadprzeciętności) i zaniżanie samooceny,
- przewidywanie przyszłych zjawisk, w tym: wiara w zdolność przewidywania, intuicyjne szacowanie prawdopodobieństwa zdarzeń, możliwość wpływu na przebieg przyszłych zjawisk, wpływ nadmiernego optymizmu na postrzeganie przyszłości,
- postrzeganie i przetwarzanie informacji, w tym: postrzeganie informacji bez posiadania wystarczającej wiedzy, badanie reakcji na informację oraz badanie sposobu jej przetworzenia z uwzględnieniem dotychczasowych przekonań.

Wyniki przeprowadzonych testów opisanych w literaturze pozwalają na stwierdzenie, że ludzie (w tym inwestorzy) znacząco zawyżają lub zaniżają samoocenę [7, s. 231-232]. Szacowany średni zwrot z kapitału badanych grup w porównaniu ze średnią rynkową jest zdecydowanie zawyżony, co oznacza, że większość uczestników badań przecenia wartość osiąganych przez siebie wyników [2, s. 95-99]. Ponadto okazuje się, że ludzie mają problemy z szacowaniem prawdopodobieństwa – nawet w przypadku prostej sekwencji zdarzeń, które mają charakter losowy. Wyniki badań potwierdzają, że osoby posiadające wiedzę i doświadczenie w zakresie inwestowania częściej zawyżają prawdopodobieństwo kontynuacji obserwowanych zjawisk. Wyniki prowadzonych badań

umożliwiają także wskazanie czynników wpływających na błędne oceny w zakresie jakości (np. kierunki zmian kursu, kontynuacja trendu) formułowanych prognoz, a także w zakresie wartości prawdopodobieństwa ich realizacji.

W zakresie postrzegania i przetwarzania informacji odnotowano występowanie zjawiska iluzji prawdy (iluzji wiedzy) poprzez fakt odmiennej interpretacji tych samych danych podanych w prostszej lub bardziej złożonej formie*. Jest także weryfikowana hipoteza, że na interpretację i przetwarzanie dostępnych informacji mają wpływ dotychczasowe przekonania. Mogą one wynikać z zaobserwowanych prawidłowości w sekwencjach obserwowanych zjawisk (dodatni i ujemny efekt świeżości), utrwalenia w pamięci podobnych zdarzeń (heurystyka dostępności) lub przyjętych wcześniej hipotez (pułapka potwierdzenia).

Potwierdzeniem istnienia skłonności behawioralnych jest także obserwacja ich skutków. Badania w tym obszarze wymagają dużej ilości trudno dostępnych danych dotyczących np. rachunków inwestycyjnych, wartości szeregów czasowych generowanych przez rynki finansowe.

Jednym ze skutków nadmiernej pewności siebie jest ponadprzeciętny wskaźnik rotacji portfela oraz pogarszające się efekty inwestowania. Analiza rachunków inwestycyjnych dokonana w badaniach empirycznych wykazała, że wysokość skumulowanej stopy zwrotu maleje wraz ze wzrostem obrotów na rachunku [1, s. 773-806], któremu towarzyszył wzrost poziomu zaufania inwestorów do posiadanej wiedzy i umiejętności.

Informacje o rachunkach klientów bankowych mogą być także wykorzystane do wykazania innych skłonności, np. księgowania mentalnego. Jeżeli ten sam klient posiada rachunek lokaty terminowej (z którego otrzyma odsetki liczone według niższej stopy procentowej) i jednocześnie spłaca zadłużenie wynikające z zaciągniętego kredytu (gdzie kosztem są odsetki liczone od wyższej stopy procentowej), oznacza to, że najprawdopodobniej popadł w pułapkę księgowania mentalnego.

Zakończenie

Przedstawione w artykule przykłady metod badawczych w różnych obszarach rozwijających się finansów behawioralnych wskazują na duże zainteresowanie zarówno problemem wpływu czynników emocjonalnych (subiektywnych) na zachowania inwestorów, jak i skutkami tego wpływu.

* Weryfikacji została poddana teza, że informacje podawane w sposób prosty i czytelny są częściej uznawane za prawdziwe, natomiast informacje, które wymagają dodatkowych zabiegów umysłu częściej są uznawane za fałszywe. Por. [7, s. 226].

Ze względu na ograniczenia edycyjne przedstawiono jedynie te, których wyniki są najczęściej przedstawiane. Warto jednak zwrócić uwagę na to, że badania są prowadzone w ten sposób, by wyniki uzyskane w poszczególnych etapach mogły być analizowane indywidualnie oraz by mogły być porównywane ze sobą oraz z wynikami innych badań (w zakresie określonych skłonności behawioralnych). Bardzo często wyniki kolejnych badań prowadzone przez różne zespoły badawcze potwierdzają się nawzajem.

Wykazane dowody na występowanie skłonności behawioralnych są jednocześnie dowodami na brak racjonalności inwestorów w podejmowaniu decyzji inwestycyjnych. Wyniki badań potwierdzają nie tylko istnienie skłonności behawioralnych, ale także umożliwiają poznanie ich istoty oraz zaobserwowanie interesujących prawidłowości. Poznanie istoty skłonności oraz ich cech charakterystycznych daje szanse na bardziej precyzyjne określenie przejawów nieracjonalnych zachowań inwestorów. Z pewnością warto kontynuować badania w analizowanym obszarze. Być może warto dokonać dalszych analiz w kierunku zbadania siły określonych skłonności na poszczególnych etapach koniunktury giełdowej.

Literatura

1. Barber B., Odean T., *Trading Is Hazardous to Your Wealth: The Common Stock Investment Performance of Individual Investors*, „Journal of Finance" 2000, Vol. LV (2), April.
2. Nofsinger J.R., *Psychologia inwestowania*, Wydawnictwo Helion, Gliwice 2006.
3. *Quantitative Analysis of Investor Behavior* – QAIB 2004-2010.
4. Samuelson W., Zeckhauser R., *Status Quo Bias in Decision Making*, „Journal of Risk and Uncertainty" 1988, 1.
5. Shefrin H., Statman M., *The Disposition to Sell Winners Too Early and Ride Loosers Too Long*, „The Journal of Finance" 1985, Vol. XI, No. 3, July.
6. Stephan E., Kiell G., *Decision Processes in Professional Investors: Does Expertise Moderate Judgmental Biases?* Paper presented at the 29th EMAC Conference in Rotterdam, May 2000.
7. Szyszka A., *Finanse behawioralne*, Wydawnictwo UE, Poznań 2009.
8. www.stoq.com.

METHODS OF MEASURING THE EFFECTS OF INVESTMENT DECISIONS AND THE WAYS OF VERIFICATION THE BEHAVIORAL INCLINATIONS

Summary

The effects of investment decisions are different. Many studies show that the average investor earns significantly below their expectations, and often even below the market average. The blame for this could be the irrational investors behaviors. The cause of these behaviors are among the others behavioral inclinations. The paper presents methods which show the effects of irrational behavior of investors, as well as methods that allow the verification of behavioral inclinations.

Daniel Iskra
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

OPTYMALIZACJA PORTFELA INWESTYCYJNEGO ZE WZGLĘDU NA MINIMALNY POZIOM TOLERANCJI DLA USTALONEGO VaR

Wprowadzenie

W ostatnich latach bardzo popularną miarą ryzyka stała się wartość zagrożona (wartość narażona na ryzyko, Value at Risk lub w skrócie *VaR*). Definicja wartości zagrożonej $VaR(\alpha,t)$ z poziomem tolerancji α dla ustalonego czasu t jest następująca [1; 7]:

$$P(S_0 - S_t \geq VaR(\alpha,t)) = \alpha, \tag{1}$$

gdzie:

S_0, S_t – wartość początkowa i końcowa procesu ceny instrumentu finansowego (portfela),

α – poziom tolerancji (poziom istotności) dla szacowanej wartości *VaR*.

Wartość zagrożona to taka strata wartości instrumentu finansowego, że straty większe lub równe *VaR* mogą wystąpić z zadanym prawdopodobieństwem (poziomem tolerancji) α.

W artykule opisano model optymalizacji struktury portfela inwestycyjnego, w którym dla założonego poziomu akceptowalnej straty (wartości zagrożonej) minimalizowano poziom tolerancji α (czyli prawdopodobieństwo, że straty w portfelu będą większe od założonej). Rozkłady użyte do opisu logarytmicznej stopy zwrotu z portfela były rozkładami empirycznymi wyznaczanymi „metodą historyczną" (na podstawie danych historycznych) oraz jej rozszerzeniem uwzględniającym jednodniową pamięć. Pamięć modelowano procesem Markowa [2; 3; 6], w którym stan był determinowany znakiem ostatniej stopy zwrotu.

1. Test zgodności poziomu tolerancji wartości zagrożonej

Weryfikację, czy prognozowany poziom tolerancji α (dla ustalonego poziomu wartości zagrożonej) jest zgodny z rzeczywistym prawdopodobieństwem, można oprzeć na szeregu przekroczeń *VaR*.

Niech I_t będzie zmienną zero-jedynkową, która przyjmuje wartość 1 z prawdopodobieństwem α_t ($P(I_t = 1) = \alpha_t$), jeżeli spadek wartości portfela jest równy lub większy od ustalonej wartości *VaR* w dniu *t* i 0 w przeciwnym przypadku ($P(I_t = 0) = 1 - \alpha_t$). Należy podkreślić, że dla ustalonej wartości *VaR* (jednakowej dla każdego *t*), prawdopodobieństwo α_t w każdym dniu może być i w praktyce jest różne. Konstrukcję testu weryfikującego, czy poziom tolerancji α_t (wartość teoretyczna obliczona na podstawie przyjętego w pracy modelu) jest zgodny z rzeczywistym prawdopodobieństwem przekroczeń ustalonej wartości *VaR*, oparto na porównaniu istotnych różnic pomiędzy oczekiwanym odsetkiem przekroczeń a średnim odsetkiem przekroczeń (policzonym z próby). Rozpatrując *N*-elementowy szereg (*N* dni), wartość oczekiwaną ilości przekroczeń ustalonej wartości *VaR* zapisuje się jako:

$$E[\sum_{t=1}^{N} I_t] = \sum_{t=1}^{N} \alpha_t \,, \tag{2}$$

natomiast:

$$E[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t] = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \alpha_t \tag{3}$$

jest oczekiwanym odsetkiem ilości przekroczeń ustalonej wartości zagrożonej w ciągu *N* dni.

Przez I_t^* oznaczono funkcję przyjmującą wartość 1, jeżeli w dniu *t* zaobserwowano przekroczenie ustalonej wartości *VaR* (ex post), i zero w przeciwnym przypadku. Wówczas średnia wartość odsetka przekroczeń policzona z *N*-elemen-towej próby (*N* dni) jest opisana wzorem:

$$\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t^* \,. \tag{4}$$

Stąd też w przeprowadzonym teście hipoteza zerowa ma postać:

$$H_0 : \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t^* = E[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t] \,, \tag{5}$$

gdzie:
N – ilość próbek użytych w teście.

Opisana hipoteza zerowa zakłada, że rzeczywisty odsetek przekroczeń policzony z próby nie różni się istotnie od wartości teoretycznej. Statystyka użyta w opisywanym teście przyjmuje postać:

$$\frac{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t^* - E[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t]}{D[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} I_t]}, \tag{6}$$

gdzie:
$E(\bullet)$, $D(\bullet)$ – wartość oczekiwana i odchylenie standardowe.

Jeżeli przyjmie się, że suma zmiennych losowych (niezależnych) I_t ma asymptotyczny rozkład normalny, wówczas statystyka (6) opisywanego testu powinna pochodzić z zestandaryzowanego rozkładu normalnego $N(0,1)$.

2. Efekt pamięci modelowany procesem Markowa

W badaniach efekt pamięci modelowano procesem Markowa, w którym stan rynku był określony znakiem ostatniej logarytmicznej stopy zwrotu (badania oparto na jednodniowych logarytmicznych stopach zwrotu) [4; 5]. W zależności od stanu rynku (od znaku ostatniej logarytmicznej stopy zwrotu) kolejna stopa zwrotu pochodzi z innego rozkładu. Dla instrumentów finansowych notowanych na polskim rynku należy wyróżnić trzy stany [4; 5]:
- „minus" – gdy ostatnia odnotowana stopa zwrotu ma znak ujemny,
- „zero" – gdy ostatnia odnotowana stopa zwrotu jest równa zero,
- „plus" – gdy ostatnia odnotowana stopa zwrotu ma znak dodatni.

Wprowadzenie stanu „zero" jest uzasadnione ze względu na ilość wystąpień stopy zerowej w historycznych notowaniach instrumentów (na GPW w Warszawie), która jest statystycznie istotna. Zazwyczaj w 75% badanych spółek występuje co najmniej 8% stóp zerowych [4; 5].

Aby móc rozważać występowanie efektu pamięci w instrumentach finansowych, należy zdefiniować, jak jest rozumiane pojęcie pamięci [4; 5]: „Powiemy, że występuje efekt pamięci, jeżeli przynajmniej dwa rozkłady stóp zwrotu będą istotnie różne od siebie. Jeżeli rozkłady stóp zwrotu w każdym stanie nie są statystycznie istotnie różne od pozostałych rozkładów, wówczas powiemy, że nie występuje efekt pamięci".

W opisywanym podejściu szereg logarytmicznych stóp zwrotu dzieli się na trzy rozkłady: „minus", „zero" i „plus" (nazwy analogiczne do stanów). Każdy z tych trzech rozkładów składa się z części ciągłej i części dyskretnej w zerze (atom w zerze). W każdej parze rozkładów porównywano ze sobą części ciągłe i części dyskretne.

„Powiemy, że wystąpiła istotna różnica pomiędzy dwoma rozkładami stóp zwrotu w dwóch różnych stanach, jeżeli wystąpiła istotna różnica pomiędzy częściami ciągłymi lub pomiędzy częściami dyskretnymi tych rozkładów" [4; 5].

Występowanie opisanego powyżej efektu pamięci sprawdzono dla badanych instrumentów. Do symulacji wybrano instrumenty finansowe (akcje) notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w okresie od początku 2000 roku do końca 2011 roku, których średnia ilość notowań w badanym okresie wynosiła co najmniej 240 na rok. Do weryfikacji istotnych różnic pomiędzy ciągłymi częściami rozkładów użyto testu Kołmogorowa-Smirnowa [8] z poziomem istotności 0,05, pomiędzy dyskretnymi częściami rozkładów – testu wskaźnika struktury [8] również z poziomem istotności 0,05.

W tabeli 1 przedstawiono strukturę istotnych różnic pomiędzy poszczególnymi rozkładami. Można było zaobserwować brak istotnych różnic (brak pamięci) do 6 istotnych różnic (różnice w 3 parach części ciągłych i 3 parach części dyskretnych).

Tabela 1

Ilość istotnych różnic pomiędzy rozkładami

Ilość istotnych różnic	Ilość instrumentów	Odsetek instrumentów
0	2	2,44%
1	3	3,66%
2	20	24,39%
3	22	26,83%
4	24	29,27%
5	10	12,20%
6	1	1,22%

Z tabeli 1 wynika, iż efekt pamięci zaobserwowano w około 97% spółek; tylko w 2 instrumentach (z 82) pamięci nie zaobserwowano. Podobne wyniki były obserwowane we wcześniejszych badaniach. Zazwyczaj najwięcej obserwowano 2 lub 3 istotne różnice pomiędzy rozkładami, a także nieznacznie większą ilość różnic pomiędzy dyskretnymi częściami rozkładów niż ich częściami ciągłymi. Opisywany przypadek także nie odbiega od tego schematu.

Opisany model można zastosować również do portfela inwestycyjnego. W artykule w modelowaniu efektu pamięci portfela wyróżniono tylko dwa stany: „minus" i „plus". W pojedynczej spółce występowało średnio około 13%

stóp zerowych w badanym okresie, co przekłada się w przypadku portfela dwuskładnikowego na średnio około 1,7% stóp zerowych. Skutkiem małej ilości danych w stanie „zero" są gorsze wyniki (badania empiryczne) niż w przypadku modelu z dwoma stanami: „minus" i „plus". Stąd też w artykule zrezygnowano ze stanu zerowego w przypadku portfela inwestycyjnego. Jeżeli jednak wystąpiła stopa zerowa, przydzielano ją losowo do jednego z rozkładów „minus" lub „plus" (obecnie oba rozkłady są ciągłe, nie ma w tym przypadku części dyskretnych w zerze).

Zważywszy na fakt, iż w portfelu inwestycyjnym występują tylko dwa stany: „minus" i „plus" i oba rozkłady w tych stanach są ciągłe, istnieje największa szansa wystąpienia efektu pamięci w portfelu, jeżeli występują istotne różnice pomiędzy ciągłymi częściami rozkładów „minus" i „plus" instrumentów wchodzących w jego skład. Badania wykazują, że pamięć instrumentów w tym przypadku przenosi się na portfel inwestycyjny (dwuskładnikowy) w około 50% symulacji. Jeżeli rozkłady wyznaczano w portfelach zawierających spółki bez pamięci, efekt pamięci występował bardzo rzadko lub wcale. W pozostałych przypadkach wyniki były pośrednie.

3. Efekt pamięci modelowany procesem Markowa – minimalizacja poziomu tolerancji dla ustalonej wartości *VaR*

Opisany model zostanie użyty do wyznaczania struktury portfela inwestycyjnego o minimalnej tolerancji α dla ustalonej jednodniowej wartości zagrożonej (dokładniej dla względnej wartości zagrożonej w stosunku do początkowej wartości portfela, która dalej będzie oznaczana jako *wzVaR*). Zostanie on porównany z typowym modelem, w którym rozkłady empiryczne wyznacza się na podstawie danych historycznych, nie uwzględniając efektu pamięci. Modele te w dalszej części będą krótko nazywane modelem z pamięcią i modelem bez pamięci.

Na potrzeby symulacji skonstruowano 50 portfeli o losowo dobranych dwóch spółkach. Dla każdego z 50 portfeli inwestycyjnych minimalizację poziomu tolerancji przeprowadzono dla wartości *wzVaR* ustalonej na poziomie 0,01, 0,03 oraz 0,05. Empiryczne rozkłady stóp zwrotu dla każdego możliwego składu portfela (w obu przypadkach, model z pamięcią i bez pamięci) wyznaczano na podstawie 250 oraz 500 notowań. W symulacjach dla każdego możliwego składu portfela wyznaczano rozkład logarytmicznych stóp zwrotu, następnie na jego podstawie poziom tolerancji dla ustalonej jednodniowej względnej wartości zagrożonej. Skład portfela zmieniano co 1%, czyli co 1 akcję, zakładając, że w portfelu jest w sumie 100 akcji. Utrzymując stały stosunek ilości akcji jednej spółki do ilości akcji drugiej spółki, można otrzymać portfel o dowolnej wartości początkowej i zawsze takich samych stopach zwrotu. Kolejnym etapem

był wybór składu, dla którego poziom tolerancji α był minimalny. Jeżeli rozkład stóp zwrotu był wyznaczany np. z 250 danych, wówczas jego postać była utrzymywana przez kolejne 10 dni (z 500 danych przez 20 dni). Po ich upływie szereg notowań przesuwano o 10 dni (20 dni) i procedurę powtarzano od początku.

W modelu uwzględniającym pamięć procedura optymalizacji struktury portfela była analogiczna. Różnica tkwiła w wyznaczaniu dwóch rozkładów logarytmicznych stóp zwrotu portfela: „plus" i „minus". Następnie sprawdzano, czy rozkłady te istotnie się różnią, tzn. czy występuje pamięć (za pomocą testu Kołmogorowa-Smirnowa z poziomem istotności 0,05). Jeżeli dla danej struktury portfela nie występowała pamięć, portfel o tej strukturze pomijano. Z wszystkich możliwych składów portfela, dla których zaobserwowano pamięć, wybierano portfel o minimalnym poziomie tolerancji α.

Do weryfikacji zgodności oszacowanego minimalnego poziomu tolerancji użyto testu opisanego w rozdziale 2 z poziomem istotności 0,05.

Z przeprowadzonych badań wynika, że najlepsze wyniki uzyskano odpowiednio w przypadku modelu z pamięcią konstruowanego na podstawie 250 logarytmicznych stóp zwrotu i dla modelu nieuwzględniającego pamięci na podstawie 500 logarytmicznych stóp zwrotu. Uzasadnione będzie zatem porównanie tych dwóch przypadków. W tabeli 2 przedstawiono syntetyczne wyniki, odsetek portfeli, w których minimalny poziom tolerancji α dla ustalonego *wzVaR* (*VaR* w stosunku do wartości początkowej portfela) był pozytywnie zweryfikowany z poziomem istotności 0,05 (za pomocą testu opisanego w rozdziale 2).

Tabela 2

Zgodność prognoz poziomu tolerancji. Porównanie

Odsetek portfeli, w których poziom tolerancji przeszedł pozytywnie test zgodności (*wzVaR* – względna wartość *VaR* do początkowej wartości portfela)	
Zgodność prognoz poziomu tolerancji (dla poziomu *wzVaR* = 0.01)	
MODEL BEZ PAMIĘCI (500 DANYCH)	MODEL Z PAMIĘCIĄ (250 DANYCH)
52%	**70%**
Zgodność prognoz poziomu tolerancji (dla poziomu *wzVaR* = 0.03)	
MODEL BEZ PAMIĘCI (500 DANYCH)	MODEL Z PAMIĘCIĄ (250 DANYCH)
58%	**86%**
Zgodność prognoz poziomu tolerancji (dla poziomu wzVaR = 0.05)	
MODEL BEZ PAMIĘCI (500 DANYCH)	MODEL Z PAMIĘCIĄ (250 DANYCH)
68%	**88%**

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że model uwzględniający pamięć zdecydowanie lepiej prognozuje (co do testu zgodności) poziom tolerancji wartości zagrożonej. Uzyskane wyniki to od 70% do 88% portfeli, których prognozy poziomu tolerancji były zgodne z rzeczywistym prawdopodobieństwem przekroczenia ustalonej wartości zagrożonej. W modelu bez pamięci odsetek portfeli o pozytywnie zweryfikowanym poziomie tolerancji wynosi od 52% do 68%. Model z pamięcią ma tę przewagę, iż wykorzystuje efekt pamięci, czyli różnicę pomiędzy rozkładami konstruowanymi na podstawie znaku ostatnio zaobserwowanej stopy zwrotu. Oba modele są nieparametryczne, co jest niewątpliwie zarówno ich zaletą (pomija się estymację parametrów), jak i wadą. Cała informacja o rozkładzie stóp zwrotu, która jest dostępna za pomocą empirycznej dystrybuanty, dotyczy danych zawartych pomiędzy minimalną i maksymalną stopą zwrotu zaobserwowaną w okresie, z którego wyznaczano rozkłady. Nie są uwzględniane potencjalne skrajne wartości, które teoretycznie mogą wystąpić, a których dotąd nie zaobserwowano.

W tabeli 3 przedstawiono wyniki kolejnych symulacji, w których część danych empirycznych (lewy ogon) był aproksymowany ogonem rozkładu normalnego. Podano najlepsze wyniki dla modelu z pamięcią i bez pamięci dla poszczególnych względnych wartości zagrożonych. Modelowanie przeprowadzano dla lewego ogona rozkładu empirycznego do kwantyla 25% w przypadku ustalonej wartości $wzVaR = 0{,}03$ i $wzVaR = 0{,}05$ oraz do kwantyla 50% w przypadku $wzVaR = 0{,}01$ (w tym przypadku prawdopodobieństwo spadku wartości portfela większego od ustalonego 1% zazwyczaj było większe niż 0,25).

Parametry warunkowych rozkładów teoretycznych szacowano metodą największej wiarygodności, testując każdorazowo zgodność dopasowania rozkładu warunkowego do danych empirycznych. Testy oparto na statystyce Kołmogorowa-Smirnowa wyznaczanej metodą Monte-Carlo na podstawie 5000 symulacji.

Tabela 3

Zgodność prognoz poziomu tolerancji. Porównanie

Model, w którym lewy ogon rozkładów empirycznych aproksymowano warunkowym rozkładem normalnym Odsetek portfeli, w których poziom tolerancji przeszedł pozytywnie test zgodności (*wzVaR* – względna wartość *VaR* do początkowej wartości portfela)	
Zgodność prognoz poziomu tolerancji (dla poziomu *wzVaR* = 0.01)	
MODEL BEZ PAMIĘCI (500 DANYCH)	MODEL Z PAMIĘCIĄ (250 DANYCH)
78%	**70%**
Zgodność prognoz poziomu tolerancji (dla poziomu *wzVaR* = 0.03)	

cd. tabeli 3

MODEL BEZ PAMIĘCI (250 DANYCH)	MODEL Z PAMIĘCIĄ (250 DANYCH)
92%	**88%**
Zgodność prognoz poziomu tolerancji (dla poziomu wzVaR = 0.05)	
MODEL BEZ PAMIĘCI (250 DANYCH)	MODEL Z PAMIĘCIĄ (250 DANYCH)
58%	**72%**

Symulacje wykazały, że modelowanie ogona rozkładu empirycznego rozkładem normalnym w modelu z pamięcią nie wpłynęło pozytywnie na wyniki, wręcz nawet zostały one nieznacznie pogorszone. Zdecydowanie poprawiły się natomiast wyniki uzyskane z modelu bez pamięci. Jeżeli rozkłady empiryczne były wyznaczane na podstawie 250 stóp zwrotu, odsetek portfeli o pozytywnie zweryfikowanym poziomie tolerancji wzrósł do wartości od 66% do 92%.

Można stwierdzić, że model bez pamięci z ogonami modelowanymi rozkładem normalnym daje równie dobre rezultaty, jak model z pamięcią (nieparametryczny, bez modelowania ogona rozkładu). W obu modelach (nieparametrycznym z pamięcią i bez pamięci z ogonami normalnymi) do wyznaczania rozkładów empirycznych stóp zwrotu w prawie wszystkich przypadkach należało użyć 250 danych. Można porównać obie metody ze względu na odsetek czasu, w którym można było aplikować oba modele. Nieznaczna przewaga jest na korzyść modelu z pamięcią, w którym średnio w 80% dni badanego okresu można było go zastosować (w tylu przypadkach wystąpił efekt pamięci) w porównaniu do około 70% dla modelu bez pamięci (w tylu przypadkach można było użyć rozkładu normalnego do modelowania ogona rozkładu empirycznego, co do testów zgodności rozkładów).

Podsumowanie

Niniejszy artykuł koncentruje się na wykorzystaniu wartości zagrożonej w optymalizacji struktury portfela inwestycyjnego. Przedstawiono w nim strategię optymalizacji struktury portfela inwestycyjnego ze względu na minimalny poziom tolerancji ustalonej wartości zagrożonej. Do opisania rozkładów logarytmicznej stopy zwrotu z portfela zostały użyte rozkłady empiryczne szacowane metodą historyczną oraz jej rozszerzeniem uwzględniającym jednodniową pamięć. W przypadku wyznaczania minimalnej wartości zagrożonej na podstawie kwantyla rozkładu empirycznego w modelu z pamięcią, model ten wykazuje się dobrą skutecznością (pomiędzy 70% a 88%, zależy od ustalonego poziomu

wzVaR). W modelu bez pamięci dopiero próba modelowania ogona rozkładu empirycznego rozkładem normalnym znacząco poprawiła prognostyczne własności modelu (skuteczność pomiędzy 66% a 90%).

Można także nadmienić, że nieparametryczny model z pamięcią przełącza się całkowicie losowo pomiędzy rozkładami „minus" i „plus".

Literatura

1. Alexander C., *Market Risk Analysis: Value at Risk Models*, Vol. IV, John Wiley & Sons, England 2008.
2. Gillespie D.T., *Markov Processes. An Introduction for Physical Scientists,* Academic Press INC., San Diego 1992.
3. Iosifescu M., *Skończone procesy Markowa i ich zastosowania*, PWN, Warszawa 1988.
4. Iskra D., Czernik T., *Wartość zagrożona instrumentu z uwzględnieniem efektu pamięci modelowanym wielostanowym procesem Markowa. Badania symulacyjne*, w: *Matematyczne aspekty ekonomii. Ryzyko – reasekuracja – równowaga*, red. W. Kulpa, Wydawnictwo Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego, Warszawa 2008.
5. Iskra D., Czernik T., *Jednookresowy efekt pamięci modelowany trzystanowym procesem Markowa. Analiza instrumentów notowanych na GPW w Warszawiei*, w: *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek*, red. W. Ronka-Chmielowiec, K. Jajuga, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Wrocław 2009.
6. Kowalenko I.N., Kuzniecow N.J., Szurienkow W.M., *Procesy stochastyczne*, PWN, Warszawa 1989,
7. Wilmot P., *Paul Wilmot On Quantitive Finance*, Vol. 1, John Wiley & Sons, England 2006.
8. Wywiał J., *Wprowadzenie do wnioskowania statystycznego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004.

THE MINIMUM LEVEL OF SIGNIFICANCE FOR FIXED VaR – PORTFOLIO OPTIMIZATION

Summary

The paper presents the optimization of securities portfolio. Taking into account level of acceptance α for fixed Value at Risk the optimization concerns the portfolio structure.

The paper proposes a modeling of the memory effect using the multi-state Markov process where the state is determined by the sign of the last historical growth rate.

Anna Kasznia
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

PORÓWNANIE PODEJŚCIA APROKSYMUJĄCEGO I KLASYFIKUJĄCEGO W PROGNOZOWANIU KURSÓW WYBRANYCH AKCJI NA GPW W WARSZAWIE S.A. Z UŻYCIEM JEDNOKIERUNKOWYCH SIECI NEURONOWYCH

Wykorzystywanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania szeregów czasowych ma długą historię. Już w 1964 roku Hu [10, s. 36] zastosował prostą sieć ADALINE do prognozowania pogody. Możliwości sieci bez warstw ukrytych były jednak mocno ograniczone. Wierzono, że sieci wielowarstwowe są w stanie pokonać ograniczenia perceptronów prostych, nie znano jednak skutecznych metod ich uczenia. Dopiero publikacja w 1986 roku dwutomowej monografii *Learning Internal Representation by Error Propagation* opracowanej przez McClellanda i Rumelharta na temat równoległego przetwarzania rozproszonego spowodowała gwałtowny przypływ zainteresowania techniką wstecznej propagacji błędów, podstawowego algorytmu uczenia sieci wielowarstwowych. W ten sposób rozpoczęła się nowa era dla niegdyś niedocenionych sieci wielowarstwowych, w tym także dla badań nad zdolnościami prognostycznymi modeli sztucznych sieci neuronowych. Już w 1987 roku Lapedes i Farber [10, s. 36] przeprowadzili badania, w których doszli do wniosku, że modele te mogą być zastosowane do modelowania i prognozowania nieliniowych szeregów czasowych. Jako że wiele procesów na gruncie ekonomii jest opisywanych za pomocą szeregów czasowych, a ich charakter jest nierzadko nieliniowy, sztuczne sieci neuronowe szybko znalazły zastosowanie także w tej dziedzinie. Od początku lat 90. z powodzeniem prowadzi się badania dotyczące ich użycia na rynku papierów wartościowych[*].

Najpowszechniejszej wykorzystywane w prognozowaniu są sieci działające jako aproksymator funkcji [5, s. 174]. W podejściu tym badacz zmierza do tego, by nauczyć sieć z jak największą precyzją prognozować przyszłe wartości bada-

[*] Obszerne opisy zastosowań modeli sztucznych sieci neuronowych podano między innymi w pracach [8; 4; 7].

nego szeregu. W prognozach gospodarczych wartości te są używane do podejmowania decyzji (budowy, optymalizacji strategii). Powodzenie finansowych strategii inwestycyjnych zależy jednak w dużej mierze nie tyle od precyzji oszacowania, ile od sygnałów, jakie na podstawie odpowiedzi sieci są generowane. Sygnały te są zazwyczaj generowane w zależności od spodziewanego kierunku zmian prognozowanych wartości. Nasuwa się pytanie, czy nie lepiej starać się nauczyć sieć prognozowania kierunku zmian i podejść do problemu prognozowania jak do zadania klasyfikacji.

W artykule tym podjęto próbę odpowiedzi na pytanie, czy modele klasyfikujące są w stanie osiągnąć lepsze rezultaty w sensie prawidłowego prognozowania kierunków zmian szeregu i osiągniętego z wykorzystaniem wygenerowanych prognoz zysku. Do badań wykorzystano kursy akcji 3 wybranych spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Dane pobrano ze strony bossa.pl, natomiast badania przeprowadzono w środowisku obliczeniowym MATLAB.

1. Podejście aproksymujące a klasyfikujące

W podejściu aproksymującym badacz, zaopatrując sieć w zbiór zmiennych wejściowych i odpowiadający tym próbkom zbiór pożądanych wyjść (celi), liczy na to, że sieć w trakcie procesu uczenia odnajdzie postać funkcji opisującej zależność zmiennej prognozowanej od wybranych zmiennych wejściowych. Tym samym nauczy się z jak największą precyzją prognozować przyszłe wartości szeregu. Podejście to oczywiście zakłada, że istnieje jakaś funkcja opisująca badaną zależność, dzięki której można wyznaczyć konkretne przyszłe wartości kursów, cen, stóp zwrotu itd. Estymacja parametrów takiego modelu dokonuje się poprzez minimalizację funkcji błędu* między prognozami sieci a wartościami rzeczywistymi. Wypracowane w toku uczenia rozwiązania sieci są przybliżone. Sam algorytm uczenia wymusza uśrednione odpowiedzi sieci, co powoduje, że dokładne przewidywanie poziomu dziennych cen, kursów itd. jest bardzo trudne.

W przypadku ekonomicznych systemów prognostycznych model szeregu czasowego stanowi element pomocniczy w procesie podejmowania decyzji. Stąd ważna jest nie tyle dokładność liczbowa prognoz, ile prawidłowe prognozowanie kierunków zmian i skuteczność strategii podjętej z użyciem sygnałów wygenerowanych przez sieć [7, s. 69]. To ostatecznie decyduje o użyteczności modelu, a nie niska wartość błędu prognoz. Jako alternatywne dla modeli aproksymujących można więc wykorzystać sieci realizujące zadanie klasyfikacji. W takim podej-

* Najczęściej jest to błąd średniokwadratowy MSE.

ściu w trakcie treningu nie zaopatruje się sieci w rzeczywiste wartości zmiennej jako celi, ale daje jej zestaw wzorców przeszłych zachowań zmiennej i trenuje tak, by prognozowała wystąpienie któregoś z tych wzorców, klasyfikując próbkę do jednej z arbitralnie określonych klas. W przypadku prognozowania finansowych szeregów czasowych klasy te mogą reprezentować sesje wzrostowe i spadkowe. Gdyby miał nastąpić wzrost prognozowanej zmiennej, wartość wyjścia sieci wynosiłaby 1, w przeciwnym wypadku 0.

Warto w tym momencie wspomnieć pracę Leunga [5], który wykazał, że modele prognostyczne oparte na kierunku zmian indeksów giełdowych (S&P 500, FTSE 100 i Nikkei 225) przewyższają wynikami modele bazujące na poziomie zmian i pozwalają osiągnąć większe zyski ze strategii inwestycyjnych.

1.1. Architektura sieci użytych do badań

W zasadzie dowolny typ sieci może zostać użyty do prognozowania szeregów czasowych [6, s. 55]. Dokonując wyboru typu sieci, należy uwzględnić te topologie, które będą w stanie wymodelować zależności występujące pomiędzy zestawem danych wejściowych i prognozowaną zmienną. Typ sieci musi być odpowiedni do realizacji odpowiedniej formy przetwarzania sygnałów wejściowych regresji lub klasyfikacji w zależności od rodzaju rozważanego problemu. W przeważającej liczbie eksperymentów dotyczących prognozowania finansowych szeregów czasowych wykorzystuje się sieci jednokierunkowe wielowarstwowe typu perceptron (MLP) [10, s. 37], dlatego ten typ sieci został użyty do badań. W zależności od architektury i użytych funkcji aktywacji w poszczególnych warstwach sieć ta może realizować zadanie zarówno aproksymacji, jak i klasyfikacji, a także, w obu formach, zostanie użyta do badań.

Drugi typ sieci użyty w eksperymentach to probabilistyczna sieć neuronowa (PNN). W przeciwieństwie do sieci typu MLP probabilistyczne sieci neuronowe nie generują ciągłych wartości wyjściowych, a dzielą zbiór danych na ustaloną liczbę kategorii wyjściowych. Stąd też sieci te stosuje się w problemach klasyfikacyjnych. Wykazano, że sieci te z powodzeniem radzą sobie w przewidywaniu kierunku zmian finansowych szeregów czasowych. Kamruzzaman i in. [4] podają przykłady badań, w których zastosowano sieci typu PNN do budowy strategii inwestycyjnych. Wymieniają między innymi pracę Aggarwala i Demaskeya, których efektywność strategii hedgingowej znacznie się poprawiła po tym, jak zaimplementowano w niej wyniki predykcji kierunku zmian kursów wymiany dokonanych z użyciem PNN. W innym przytoczonym badaniu Marbely, wykorzystując PNN, odkrył związek między kierunkiem zmian cen typu intraday i interday na rynku Forex.

Sieć typu PNN uczy się obliczania prawdopodobieństw warunkowych a posteriori przynależności wektora wejściowego do każdej z wydzielonych klas. W sieciach PNN wektory uczące są zakodowane w wagach pomiędzy warstwą wejściową a wyjściową jako wektory-wzorce. Tak naprawdę więc w sieciach typu PNN nie ma procesu uczenia, a jedynie zapamiętywanie wzorców poprzez ich zakodowanie w wagach pomiędzy warstwą wejściową a ukrytą, a następnie ważenie [3, s. 104].

Dla każdego wektora wejściowego oblicza się odległość (euklidesową lub inną) między tym przypadkiem a wektorem wag (w charakterze wag wykorzystuje się wektory wejściowe poszczególnych wzorców). Tak wyznaczona wartość staje się parametrem radialnej funkcji aktywacji neuronów warstwy ukrytej (najczęściej jest wykorzystywana funkcja gaussowska). Następnie w neuronach warstwy wyjściowej oblicza się sumę tych wartości dla wszystkich elementów zbioru uczącego każdej klasy. Warstwa wyjściowa jest konkurencyjna, tzn. funkcja aktywacji neuronów wyjściowych przyporządkowuje 1 największej sumie i 0 pozostałym, tym samym klasyfikuje przypadek do klasy o największej sumie, gdyż prawdopodobieństwo, że to właśnie do tej klasy należy przypadek, jest największe. Tabela 1 przedstawia porównanie architektur sieci użytych do eksperymentów.

Tabela 1

Podstawowe cechy modeli użytych w badaniu

	MLP – aproksymująca	MLP – klasyfikujaca	PNN
Ilość warstw	2	2	2
Funkcja aktywacji w warstwie ukrytej	tangens hiperboliczny	tangens hiperboliczny	radialna
Funkcja w warstwie wyjściowej	liniowa	tangens hiperboliczny	konkurencyjna
Liczba wyjść	1	2	2
Zmienne wyjściowe	prognoza kursu na 1 sesję do przodu	sesja wzrostowa/ /sesja spadkowa (0-1)	sesja wzrostowa/ /sesja spadkowa (0-1)

1.2. Dane uczące

Do badań wykorzystano szeregi kursów zamknięcia dla akcji 3 spółek notowanych na GPW w Warszawie należących do indeksu WIG 20, takich jak: Telekomunikacja Polska SA (TPS), PKO Bank Polski (PKO) oraz KGHM Polska Miedź SA (KGH), odpowiednio z sektora usług, finansów i przemysłu.

W literaturze przedmiotu nie ma zgodności co do optymalnej wielkości zbioru uczącego. Zdecydowano się więc dla każdej ze spółek wyznaczyć wielkość zbioru treningowego, posługując się algorytmem Mean-Change-Point Test

zaproponowanym przez Huanga*. Polega on na wyznaczeniu optymalnego rozmiaru zbioru uczącego poprzez znalezienie punktu w szeregu czasowym, który dzieli ten szereg na dwie części o możliwie najbardziej różnych średnich. Minimalną wielkość zbioru ustalono na dwa lata [9, s. 203-222]. W badaniach użyto danych od momentu wejścia spółki na giełdę do końca 2010 roku. Otrzymane w ten sposób wielkości zbiorów uczących przedstawia tabela 2.

Tabela 2

Zakres czasowy zbiorów uczących

KGH	14.12.2005-31.12.2010
PKO	7.10.2008-31.12.2010
TPS	3.02.2009-31.12.2010

W trakcie treningu sieci typu MLP zostało wybranych losowo po 15% próbek ze zbioru uczącego do zbioru testowego i walidacyjnego. W uczeniu sieci typu PNN brał udział cały zbiór uczący. Wyniki symulacji sieci na danych z pierwszej połowy 2011 roku zostały wykorzystane do ostatecznej weryfikacji jakości działania opracowanych modeli.

Zmienne wejściowe

Rolę zmiennych wejściowych pełniły:
- opóźnione realizacje szeregu, tj. kursy akcji z ostatnich 20 sesji,
- trzy średnie ruchome, 4-, 9- oraz 12-dniowe wraz z ostatnią dzienną stopą zwrotu.

Początkowo rolę zmiennych wejściowych pełniły tylko opóźnione realizacje kursów akcji, jednak modele prognozujące wartość kursu akcji, bazując na takich zmiennych, nie były w stanie wygenerować dobrych prognoz. Wynika to z tego, że sieci prognozujące przyszłe wartości szeregu na podstawie wcześniejszych jego realizacji mają tendencję do ustalania wag w trakcie uczenia na takim poziomie, że wygenerowane prognozy są praktycznie przesuniętym w czasie o jeden okres szeregiem. Nie chcąc więc skazywać tych modeli z góry na niepowodzenie, zdecydowano się na przeprowadzenie symulacji także z wykorzystaniem wskaźników analizy technicznej. Dane zostały przeskalowane, tak by zawierały się w przedziale [-1;1]. Wszystkich symulacji dokonano w programie Matlab, wykorzystując bibliotekę Neural Networks Toolbox. Jakość modelu została oceniona na podstawie dwóch podstawowych kryteriów:
- zgodności kierunków zmian (DS),
- hipotetycznego zysku wygenerowanego dzięki strategii opartej na wynikach sieci.

* Algorytm postępowania szczegółowo przedstawiono w [2].

2. Symulacje

Liczbę neuronów ukrytych w warstwach sieci typu MLP ustalono metodą prób i błędów, rozpoczynając w każdym przypadku od minimalnej [6, s. 170] liczby neuronów, jednocześnie obserwując błąd na zbiorze walidacyjnym i testowym, zwiększając ich liczbę aż do uzyskania satysfakcjonującego poziomu. Po wyborze najlepszych modeli przeprowadzono symulacje dla danych, które nie uczestniczyły w uczeniu, tj. sesji od 3.01.2011-30.06.2011. Dla uzyskanych prognoz obliczono miarę zgodności kierunków zmian (w ilu procentach przypadków prognozowany kierunek zmian był taki jak w rzeczywistości). Wyniki przedstawia tabela 3.

Dla każdego ze współczynników zgodności zmian sprawdzono efektywność predykcji, testując przy poziomie istotności 0,05 hipotezę, czy proporcja trafnie zakwalifikowanych prognoz jest znacząco większa od 50%, czyli wyniku, jaki można by uzyskać przez tzw. ślepy traf [5, s. 184]. W tabeli 3 wartości miary istotnie większe od 50% zostały oznaczone gwiazdką. Dodatkowo pogrubioną czcionką wyróżniono największe wartości współczynnika DS dla każdej ze spółek.

Tabela 3

Wartości współczynników zgodności kierunków zmian dla danych od 3.01 do 30.06.2011

		KGH	PKO	TPS
1.	PNN (zm. opóźnione)	**0,62***	0,58*	0,56
2.	PNN (zm. analizy tech.)	0,52	**0,65***	0,50
3.	MLP – klasyfikująca (zm. opóźnione)	0,54	0,62*	**0,58***
4.	MLP – klasyfikująca (zm. analizy tech.)	0,58*	0,54	0,52
5.	MLP – aproksymująca (zm. opóźnione)	0,52	0,55	0,49
6.	MLP – aproksymująca (zm. analizy tech.)	0,53	0,60*	**0,58***

Jak widać, w grupie modeli opartych na opóźnionych zmiennych tylko modele klasyfikujące osiągnęły wyniki znacząco lepsze od 50% (cztery z sześciu modeli). W grupie modeli opartych na wskaźnikach analizy technicznej były to natomiast aż dwa z trzech modeli aproksymujących. Co więcej, w grupie tej tylko dwa z czterech modeli klasyfikujących osiągnęły takie wyniki (PKO 0,65 oraz KGH 0,58). Nie zmienia to faktu, że dla każdej spółki modelem o najwyższej wartości współczynnika DS był model klasyfikujący. Chcąc zbadać, czy wielkość osiągniętych miar przekłada się na zysk, jaki można osiągnąć na podstawie wygenerowanych prognoz, zaimplementowano prostą strategię inwestycyjną.

W przypadku modeli aproksymujących, jeśli sieć prognozuje jutrzejszy kurs na poziomie wyższym niż dzisiejszy, oznacza to sygnał kupna, w przeciwnym wypadku – sprzedaży. Dla modeli klasyfikujących decyzje kupna-sprzedaży

są dokonywane na podstawie prognoz, czy następna sesja będzie wzrostowa, czy spadkowa. Transakcja jest dokonywana w momencie, gdy rekomendacja sugeruje zajęcie pozycji odwrotnej do dotychczasowej. Wartości zysku zostały odniesione do zysku, jaki zostałby otrzymany z zastosowaniem strategii kup i trzymaj, tj. gdyby dokonano kupna w pierwszym dniu badanego okresu i sprzedano posiadane akcje po kursie z ostatniego dnia. Tak skonstruowany benchmark pozwala ocenić, czy osiągnięty zysk jest zasługą zastosowanego modelu, czy też panującego na rynku trendu. Hipotetyczny kapitał początkowy wyniósł 100.

Wyniki przedstawiające kapitał końcowy uzyskany z zastosowanej strategii na dzień 30.06.2011 przedstawiono w tabeli 4. Kwoty ujęte w nawiasach to wartości zysku uwzględniające prowizję maklerską w wysokości 0,4% wartości transakcji. Wartości wyróżnione pogrubioną czcionką oznaczają zysk, jaki osiągnięto dla modeli wykazujących najwyższe wartości miary DS. Modele te w przypadku dwóch spółek – KGHM oraz PKO BP – wykazują również największy zysk. Dla spółki TP SA wartość zysku jest minimalnie niższa od najlepszego pod względem zysku modelu (106,55 w porównaniu do 108,20). Nie oznacza to jednak, że wysoka wartość miary DS zawsze przekłada się na osiągnięty zysk. Dla przykładu największą wartością zysku dla spółki TP SA wykazał się model 2, przewidujący prawidłowo kierunek zmian tylko w 50% przypadków. Natomiast model 6, dla którego miara DS wynosiła 58%, nie tylko przyniósł stratę, ale także nie udało mu się osiągnąć zysków większych niż dla strategii „kup i trzymaj".

Tabela 4

Wartości zysku dla danych od 3.01 do 30.06.2011

		KGH	PKO	TPS
1.	PNN (zm. opóźnione)	**148,29 (125,49)**	122,53 (101,73)	106,45 (80,85)
2.	PNN (zm. analizy tech.)	116,99 (102,99)	**135,61 (116,81)**	112,60 (108,20)
3.	MLP – klasyfikująca (zm. opóźnione)	130,42 (125,62)	113,59 (105,19)	**119,75 (106,55)**
4.	MLP – klasyfikująca (zm. analizy tech.)	131,70 (113,30)	119,25 (114,05)	112,20 (106,60)
5.	MLP – aproksymująca (zm. opóźnione)	116,19 (112,19)	111,68 (98,88)	101,39 (82,86)
6.	MLP – aproksymująca (zm. analizy tech.)	113,60 (105,60)	120,71 (105,91)	**118,77 (97,57)**
7.	Strategia „kup i trzymaj"	115,03	96,77	99,88

Na podstawie przeprowadzonych symulacji nie da się jednoznacznie określić, który model daje znacząco lepsze rezultaty. Dla spółki KHGM były to modele klasyfikujące bazujące na opóźnionych zmiennych (model 1 i 3), dla spółki PKO BP – oparte na wskaźnikach analizy technicznej (model 2 i 4). W przypad-

ku modeli dla TP SA oba podejścia dały podobne rezultaty (modele 2, 3 i 4). Niemniej jednak to strategie wspierane sygnałami generowanymi przez modele klasyfikujące okazały się bardziej zyskowne od tych, które wykorzystywały prognozy modeli aproksymujących.

Wnioski

W artykule podjęto próbę odpowiedzi na pytanie, czy użycie do prognozowania finansowych szeregów czasowych sieci realizujących zadanie klasyfikacji przynosi lepsze rezultaty w sensie prawidłowego prognozowania kierunku zmian i osiągniętego zysku niż klasyczne podejście polegające na prognozowaniu konkretnej przyszłej wartości szeregu. Do badań wykorzystano kursy akcji 3 wybranych spółek notowanych na GPW w Warszawie. Przeprowadzone symulacje pokazują, że choć niektóre z modeli aproksymujących osiągnęły satysfakcjonujące rezultaty pod względem miary DS, to najlepsze wyniki dla każdej spółki wykazały sieci klasyfikujące. Również w kategoriach osiągniętego zysku modele te przyniosły lepsze rezultaty. Odnotowano jednak, że wysoki współczynnik zgodności kierunków zmian nie zawsze przekłada się na osiągnięty zysk. Przeprowadzone badania wskazują również na konieczność poświęcenia większej uwagi doborowi odpowiednich zmiennych wejściowych.

Literatura

1. Gately E.J., *Sieci neuronowe. Prognozowanie finansowe i projektowanie systemów transakcyjnych*, WIG-Press, Warszawa 1999.
2. Huang W., Nakamori Y., Wang S., Zhang H., *Select the Size of Training Set for Financial Forecasting with Neural Networks*, Proceedings of the International Symposium on Neural Networks, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 2005, s. 879-884.
3. Jankowski N., *Ontogeniczne sieci neuronowe*, EXIT, Warszawa 2003.
4. Kamruzzaman J., Begg R., Sarker R., *Artificial Neural Networks in Finance and Manufacturing*, Idea Group Inc., 2006.
5. Leung M.T., Daouk H., Chen A., *Forecasting Stock Indices: A Comparison of Classification and Level Estimation Models*, „International Journal of Forecasting" 2000, Vol. 16, s. 173-190.
6. Masters T., *Sieci neuronowe w praktyce. Programowanie w języku C++*, WNT, Warszawa 1996.

7. *Neural Networks in the Capital Markets*, red. A.-P. Refenes, John Wiley & Sons Ltd, 1995.
8. Trippi R., Lee J.K., *Artificial Intelligence in Finance and Investments*, IRWIN, 1996.
9. Walczak S., *An Empirical Analysis of Data Requirements for Financial Forecasting with Neural Networks*, „Journal of Management Information Systems" 2001, Vol. 17, No. 4, Spring, s. 203-222.
10. Zhang G., Eddy Patuwo B., Hu M.Y., *Forecasting with Artificial Neural Networks: The State of Art*, „International Journal of Forecasting" 1998, Vol. 14, s. 35-62.

FORECASTING STOCK PRICES USING FEED-FORWARD NEURAL NETWORK – A COMPARISON OF APPROXIMATION AND CLASSIFICATION APPROACHES

Summary

In this paper two approaches to financial time series forecasting using neural networks were compared. First one, the function approximation approach, in which neural networks are trained to forecast the exact one day ahead value of stock price. And the second one, classification approach, in which the output variable is the direction of future stock price movements. The aim of this work was to check if using the classification models can lead to better results in terms of direction of change forecasting and profits generated by their forecasts. This research was conducted on the basis of the time series of daily closing stock prices for three companies listed on the Warsaw Stock Exchange. Simulations show that some of the approximating models achieved satisfactory results in terms of the directional symmetry measure, although the best results for each of the analyzed company have been achieved for classification models.

Adrianna Mastalerz-Kodzis
Ewa Pośpiech
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZASTOSOWANIE WYBRANYCH ELEMENTÓW ANALIZY FUNDAMENTALNEJ DO WYZNACZANIA PORTFELI OPTYMALNYCH

Wprowadzenie

Zagadnienie wyznaczania optymalnych portfeli papierów wartościowych jest istotnym elementem współczesnych finansów. Decydent, inwestując w akcje (konstruując ich optymalny portfel), podejmuje decyzje w warunkach niepewności i ryzyka, zaś w procesie decyzyjnym może się wspomagać różnymi metodami. Wśród nich można wyszczególnić między innymi metody klasyczne, metody analizy technicznej czy metody analizy fundamentalnej. W analizie portfelowej często jest stosowane podejście klasyczne, które opiera się na podstawowych charakterystykach, jakimi są stopa zwrotu z inwestycji oraz ryzyko inwestycji mierzone wariancją stopy zwrotu. Analizy giełdowe pokazują jednak, że uwzględnianie tylko tych miar przy konstrukcji portfela optymalnego nie daje najlepszych rezultatów. Dlatego też pojawiają się koncepcje tworzenia portfeli oparte nie tylko na klasycznych miernikach. Taką alternatywą jest podejście fundamentalne, które zakłada, że kluczowy wpływ na zjawiska zachodzące na rynku mają procesy ekonomiczne występujące poza giełdą. W koncepcji tej analizie są poddawane wskaźniki określające kondycję ekonomiczno-finansową przedsiębiorstw (firm, spółek).

Celem artykułu jest skonstruowanie portfeli optymalnych wyznaczonych na podstawie podejścia opartego na metodologii analizy fundamentalnej spółek giełdowych oraz porównanie ich z wybranym portfelem klasycznym.

Artykuł składa się z dwóch części. W pierwszej z nich opisano mierniki oraz metody wykorzystywane w analizie danych. Uwzględniono wybrane elementy analizy fundamentalnej znajdujące zastosowanie w zarządzaniu ryzykiem na rynku kapitałowym oraz wykorzystano elementy wielowymiarowej analizy porównawczej. Część druga ma charakter empiryczny – zaprezentowano w niej portfele skonstruowane za pomocą podejścia fundamentalnego i porównano je z portfelem Markowitza.

1. Elementy wielowymiarowej analizy porównawczej – konstrukcja mierników syntetycznych

Wielowymiarowa analiza porównawcza (WAP) umożliwia analizę zjawiska, które jest opisywane przez przynajmniej dwie zmienne diagnostyczne mające wpływ na badane zjawisko. Na rynku kapitałowym WAP odgrywa dużą rolę i ma wiele zastosowań. Dzięki niej można porównywać różne obiekty, które są opisywane przez wiele charakterystyk. Dane opisujące badane obiekty są podstawą konstrukcji mierników syntetycznych. Mierniki syntetyczne mogą być wykorzystane do badania siły fundamentalnej (kondycji ekonomiczno-finansowej) danego przedsiębiorstwa, a także do oceny atrakcyjności inwestycji.

1.1. Taksonomiczny miernik wzorcowy TMAI

Wzorcowy miernik taksonomiczny, który za pomocą jednej wartości umożliwia ocenę fundamentalną spółki, jest nazywany taksonomiczną miarą atrakcyjności inwestycji (TMAI) (na podstawie [3; 6]). Spośród wielu dostępnych, charakteryzujących spółkę wskaźników należy wybrać kilka najistotniejszych. Właściwy zestaw wskaźników prowadzi do trafnej oceny kondycji ekonomiczno-finansowej spółki. Szczegółowy podział wskaźników można znaleźć między innymi w pracy [2]. W praktyce stosuje się standardowy zestaw wskaźników finansowych, wśród których wyróżnia się wskaźniki: płynności, zadłużenia, sprawności zarządzania, zyskowności, rynkowe. Ponadto sugeruje się, by okres przyjmowany do badań obejmował od trzech do pięciu ostatnich lat.

Budowa miernika taksonomicznego składa się z kilku etapów (według [3; 6]). Mając macierz danych pierwotnych $\mathbf{X} = [x_{ij}]_{n\times m}$ (n – liczba obiektów, m – liczba zmiennych), które zostały przedstawione w postaci stymulant, dokonuje się ich normalizacji. Można wykorzystać np. standaryzację wartości dokonywaną według wzoru:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \tag{1}$$

gdzie:

$\bar{x}_j$ – średnia arytmetyczna cechy j,

s_j – odchylenie standardowe cechy j.

Następnie konstruuje się miernik oparty na pewnym wzorcu. Z macierzy zmiennych znormalizowanych, dla każdego wskaźnika, wybiera się wartość

największą – zestaw tak dobranych wartości stanowi wzorzec z_{oj}. Następnie jest obliczana odległość każdego obiektu od wzorca; można się posłużyć odległością euklidesową:

$$d_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}\left(z_{ij} - z_{oj}\right)^2}{m}} \tag{2}$$

Im mniejsza odległość danego obiektu od wzorca, tym mniejsza wartość d_i. Uzyskana zmienna jest nieunormowana. Przekształca się ją wykorzystując wzór:

$$z_i = 1 - \frac{d_i}{d_0} \tag{3}$$

gdzie:

z_i – taksonomiczny miernik rozwoju TMAI dla obiektu *i*,

d_i – odległość obiektu *i* od wzorca,

d_0 – norma, która zapewnia, że zmienna z_i będzie przyjmowała wartości z przedziału [0, 1], np. $d_0 = \overline{d} + 2s_d$,

$\overline{d}$ – średnia arytmetyczna d_i,

s_d – odchylenie standardowe d_i.

Im większa wartość z_i, tym lepsza pozycja obiektu *i* w zestawieniu. W mierniku taksonomicznym można uwzględnić wagi różnicujące wpływ poszczególnych zmiennych; w tym celu należy zmodyfikować wzór (2) w następujący sposób:

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} w_j\left(z_{ij} - z_{oj}\right)^2} \tag{4}$$

gdzie w_j to wagi obliczone według wzoru opartego na współczynniku zmienności $w_j = \frac{V_j}{\sum_{j=1}^{n} V_j}$, natomiast $V_j = \frac{s_j}{\overline{x}_j}$ jest liczony na podstawie danych pierwotnych (przed normalizacją).

1.2. Bezwzorcowe mierniki syntetyczne

W analizach mogą być również stosowane miary bezwzorcowe. Poniżej podano konstrukcję wybranych miar wykorzystanych w analizach.

1.2.1. Wskaźnik względnego poziomu rozwoju – bez wzorca BZW

Miara ta jest alternatywą dla wzorcowego miernika taksonomicznego (według [3]); jest wyznaczana na podstawie następujących wzorów:

$$W_i = \frac{\sum_{j=1}^{k} z_{ij}}{\sum_{j=1}^{k} \max_i \{z_{ij}\}} \tag{5}$$

gdzie:

W_i – wskaźnik względnego poziomu rozwoju (syntetyczna miara rozwoju bez wzorca BZW):

$$z_{ij} = y_{ij} + \left| \min_i \{y_{ij}\} \right| \tag{6}$$

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \tag{7}$$

x_{ij} – wartość zmiennej j dla obiektu i,

$\bar{x}_j$, s_j – odpowiednio średnia oraz odchylenie standardowe zmiennej j.

Miara W_i jest unormowana, im większa jej wartość, tym lepsza pozycja obiektu w rankingu.

1.2.2. Alternatywna bezwzorcowa miara syntetyczna BMS

W analizach uwzględniono także alternatywną, niestosowaną w powszechnych rozważaniach miarę bezwzorcową. Wykorzystano następującą formułę transformacji danych pierwotnych (transformacja danych na podstawie [5]):

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{\min,i}}{x_{\max,i} - x_{\min,i}} \tag{8}$$

dzięki której zmienne stają się wielkościami niemianowanymi, przyjmują wartości z przedziału [0, 1] oraz zostaje zachowana różna ich wariancja. Proponowana alternatywna miara syntetyczna jest średnią arytmetyczną znormalizowanych danych w postaci:

$$BMS_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\alpha_j y_{ij} \tag{9}$$

gdzie α_j przyjmuje wartości –1, gdy zmienna jest destymulantą, oraz 1, gdy jest stymulantą; im większa wartość zmiennej, tym wyższa pozycja w hierarchii.

2. Konstrukcja portfeli fundamentalnych z uwzględnieniem WAP

Analiza empiryczna opiera się na danych zaczerpniętych z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. Posłużono się wartościami kursu zamknięcia spółek giełdowych wchodzących w skład indeksu WIG20 w listopadzie 2011 roku. Zebrano dane (stopy zwrotu) dla 19 spółek obejmujące okres 01.07.2010-30.06.2011. Do dalszej analizy wzięto pod uwagę spółki o dodatniej historycznej wartości stopy zwrotu R oraz te, dla których skompletowano dane dla wybranych wskaźników ekonomiczno-finansowych – otrzymano dwunastoelementowy zbiór spółek. W tabeli 1 przedstawiono oczekiwaną stopę zwrotu R, odchylenie stopy zwrotu s, współczynnik asymetrii A oraz współczynnik β dla rozważanych spółek. Przedstawiono także średnie wartości z lat 2008-2010 dla następujących wskaźników ekonomiczno-finansowych (wszystkie wskaźniki są stymulantami):

- wskaźnik zyskowności sprzedaży netto (zysk netto/przychody netto ze sprzedaży),
- wskaźnik rentowności aktywów ROA (zysk netto/aktywa ogółem),
- wskaźnik rentowności kapitału własnego ROE (zysk netto/kapitał własny),
- wskaźnik zysku na jedną akcję (zysk netto/liczba wyemitowanych akcji).

Tabela 1

Wyniki analiz empirycznych dla danych spółek

Spółka	R	s	A	β	Zyskowność ze sprzedaży netto	ROA	ROE	Zysk na 1 akcję (zł)
BRE	0,00155	0,015487	0,0219	0,01345	10,87	0,1533	2,2425	3,5608
GETIN	0,00128	0,014155	-0,3239	0,00931	45,578	0,3433	3,3	0,2075
HANDLOWY	0,00075	0,01457	-0,8084	0,00657	21,332	0,3625	2,4167	1,135
KERNEL	0,00113	0,021527	0,7637	0,00580	13,412	4,3442	8,7133	0,5917
KGHM	0,00336	0,020165	0,3774	0,02064	24,921	5,5175	7,935	5,1683
LOTOS	0,00189	0,015682	0,4050	0,01170	1,05	0,405	0,84	0,7425
PEKAO	0,00026	0,014719	0,0666	0,01290	31,194	0,5	3,6467	2,4967
PGNIG	0,00105	0,011889	0,3953	0,00556	6,7192	1,1617	1,6583	0,0642
PKNORLEN	0,00164	0,016991	0,6862	0,01742	-0,31	0,0575	-0,073	0,16
PKOBP	0,00067	0,014562	0,2808	0,01471	21,618	0,4775	4,0608	0,6417
TPSA	0,00078	0,018777	-0,7236	0,01151	6,8767	0,935	1,7617	0,2083
TVN	0,00019	0,015042	0,1830	0,01082	8,1233	1,0833	3,0367	0,1417

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z www.gpw.pl, www.bankier.pl, www.gielda.onet.pl.

Wyznaczono miary syntetyczne zaprezentowane w punkcie 1, przy czym w przypadku TMAI odległości liczono według wzoru (4), w którym wagi dla poszczególnych zmiennych przedstawiały się następująco:
- wskaźnik zyskowności sprzedaży netto: $w_1 = 0{,}1959$,
- wskaźnik rentowności aktywów ROA: $w_2 = 0{,}3189$,
- wskaźnik rentowności kapitału własnego ROE: $w_3 = 0{,}1849$,
- wskaźnik zysku na jedną akcję: $w_4 = 0{,}3004$.

Tabela 2

Wartości wybranych miar syntetycznych

Spółka	**TMAI**	**BZW**	**BMS**
BRE	0,358861	0,3010241	0,302453
GETIN	0,323652	0,3804518	0,366087
HANDLOWY	0,326325	0,2605948	0,255164
KERNEL	0,488198	0,5487636	0,546868
KGHM	0,814310	0,8591203	0,865312
LOTOS	0,206371	0,081792	0,082531
PEKAO	0,441365	0,4233137	0,416881
PGNIG	0,245985	0,139323	0,138122
PKNORLEN	0,139068	0,0045229	0,004694
PKOBP	0,333990	0,2921985	0,284608
TPSA	0,246300	0,1401264	0,138603
TVN	0,275505	0,187989	0,185198

Skonstruowano następnie portfele fundamentalne. Udziały walorów giełdowych w portfelu są rozwiązaniami poszczególnych zadań optymalizacyjnych (tabela 3). W kolejnych zadaniach były uwzględniane dodatkowe warunki ograniczające oparte na wartościach współczynnika asymetrii stóp zwrotu oraz współczynniku β dla poszczególnych spółek (jako wskaźnik rynku przyjęto indeks WIG).

Tabela 3

Rozwiązywane zadania optymalizacyjne

Zadanie 1	Zadanie 2	Zadanie 3
$f = \sum_{i=1}^{12} MS_i x_i \to \max$ $\sum_{i=1}^{12} R_i x_i \geq \overline{R}$ $\sum_{i=1}^{12} s_i x_i \leq \overline{s}$	$f = \sum_{i=1}^{12} MS_i x_i \to \max$ $\sum_{i=1}^{12} R_i x_i \geq \overline{R}$ $\sum_{i=1}^{12} s_i x_i \leq \overline{s}$	$f = \sum_{i=1}^{12} MS_i x_i \to \max$ $\sum_{i=1}^{12} R_i x_i \geq \overline{R}$ $\sum_{i=1}^{12} s_i x_i \leq \overline{s}$

cd. tabeli 3

$\sum_{i=1}^{12} x_i = 1$ $x_i \geq 0 \quad i = 1,\ldots,12$	$\sum_{i=1}^{12} A_i x_i \geq \overline{A}$ $\sum_{i=1}^{12} x_i = 1$ $x_i \geq 0 \quad i = 1,\ldots,12$	$\sum_{i=1}^{12} A_i x_i \geq \overline{A}$ $\sum_{i=1}^{12} \beta_i x_i \leq \overline{\beta}$ $\sum_{i=1}^{12} x_i = 1$ $x_i \geq 0 \quad i = 1,\ldots,12$

Objaśnienia:

MS_i – syntetyczny miernik wyznaczony według jednej z podanych trzech formuł,

x_i – udział akcji *i* w portfelu,

$\overline{R}$ – oczekiwana stopa zwrotu dla spółek,

$\overline{s}$ – średnie odchylenie standardowe,

$\overline{A}$ – uśredniony współczynnik asymetrii,

$\overline{\beta}$ – średnia wartość współczynnika beta.

Źródło: Na podstawie [6].

Aby uzyskać zdywersyfikowane portfele, dodano także warunek ograniczający $x_i \leq 0{,}3$, i = 1, 2, …, 12. Rozwiązania poszczególnych zadań optymalizacyjnych zamieszczono w tabeli 4.

Tabela 4

Udziały akcji w optymalnych portfelach fundamentalnych

Spółka	Zadanie 1	Zadanie 2		Zadanie 3	
	TMAI BZW BMS	**TMAI BZW**	**BMS**	**TMAI**	**BZW BMS**
GETIN	0,3	0,2283	0,2678	–	*0,3*
HANDLOWY	–	–	–	0,1026	–
KERNEL	–	–	0,0315	0,0943	*0,0933*
KGHM	0,3	0,3	0,3	0,3	*0,3*
PEKAO	0,3	0,3	0,3	0,2031	*0,0637*
PGNIG	0,0139	0,0249	0,1008	0,3	*0,24305*
PKOBP	0,0861	0,1469	–	–	–

Udziały uzyskane jako rozwiązania zadania 1 są takie same dla wszystkich miar syntetycznych; w przypadku zadania 2 identyczne portfele uzyskano dla miary wzorcowej TMAI oraz bezwzorcowej BZW, natomiast w zadaniu 3 takie same portfele otrzymano dla miar bezwzorcowych.

Założono, że decydent zainwestował w dniu 1.07.2010 kwotę 100 000 zł w portfele, których struktura została przedstawiona w tabeli 4. Początkowe wartości portfela oraz wartość w dniu 30.06.2011 ukazuje tabela 5.

Tabela 5

Stopy zysku portfeli fundamentalnych

Wartość portfela	**Zadanie 1**	**Zadanie 2**		**Zadanie 3**	
	TMAI BZW BMS	**TMAI BZW**	**BMS**	**TMAI**	***BZW BMS***
Wartość portfela w dniu 01.07.10 (zł)	99868,36	99864,48	99861,46	99942,88	*99994,58*
Wartość portfela w dniu 30.06.11 (zł)	150436,9	149105,8	150692,3	149770,5	*155819,7*
Stopa zysku portfela (%)	**50,64**	**49,31**	**50,9**	**49,86**	**55,83**

Stopy zwrotu wszystkich skonstruowanych portfeli fundamentalnych kształtowały się na poziomie około 50%, a portfel wygenerowany według zadania 3 dla miar bezwzorcowych dał blisko 56% zysk. Ponadto można zauważyć, iż portfele skonstruowane za pomocą zaproponowanej miary syntetycznej BMS dają w każdym z rozważanych zadań portfel nie gorszy od pozostałych.

W celu oceny efektywności uzyskanych portfeli fundamentalnych wyznaczono klasyczny portfel Markowitza, posługując się następującym zadaniem optymalizacyjnym:

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^{12}\sum_{j=1}^{12} x_i x_j \operatorname{cov}(x_i, x_j) \to \min$$
$$R_p \geq R_0$$
$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 1$$
$$x_1 \geq 0, \qquad i = 1, ..., 12,$$

gdzie:

S_p^2 – wariancja portfela,

x_i, x_j – udziały akcji w portfelu,

$\operatorname{cov}(x_i, x_j)$ – kowariancja między akcją i oraz akcją j,

R_p – stopa zwrotu z portfela,

R_0 – ustalona przez inwestora wartość stopy zwrotu portfela, przy której minimalizuje się ryzyko portfela.

Uwzględniono ponadto, podobnie jak w zadaniach poprzednich, warunek $x_i \leq 0{,}3$, $i = 1, 2, \ldots, 12$. Za wartość R_0 przyjęto średnią stopę zwrotu rozważanych spółek. Uzyskane rezultaty zamieszczono w tabelach 6 i 7.

Tabela 6

Udziały akcji w optymalnym portfelu Markowitza

Spółka	**Udział w portfelu**	**Spółka**	**Udział w portfelu**
BRE	0,049947	PEKAO	0,03485
GETIN	0,156496	PGNIG	0,3
HANDLOWY	0,137435	PKNORLEN	–
KERNEL	0,093374	PKOBP	–
KGHM	0,04094	TPSA	0,058385
LOTOS	0,114635	TVN	0,01394

Tabela 7

Stopa zysku optymalnego portfela Markowitza

Wartość portfela w dniu 01.07.10 (zł)	Wartość portfela w dniu 30.06.11 (zł)	Stopa zysku portfela (%)
99917	133784,4	33,89

Stopa zysku portfela Markowitza jest niższa od stóp zwrotu skonstruowanych portfeli fundamentalnych zaprezentowanych w artykule. Wysoka stopa zysku portfela fundamentalnego potwierdza się również w innych badanych okresach*. Jednakże należy mieć na uwadze, iż stopa zysku zależy od okresu, który jest brany pod uwagę w analizach.

Zakończenie

Inwestor podejmujący działalność inwestycyjną (dokonując wyboru inwestycji i zarządzając nią) kieruje się zasadą maksymalnego zysku przy minimalnym ryzyku. Chce, by podejmowane decyzje były jak najlepsze, i szuka możliwości uzyskania optymalnych efektów. Racjonalny inwestor może w tym działaniu posiłkować się różnymi metodami. Decyzje podejmowane przez inwestorów są jednak obciążone różnego rodzaju ryzykiem (związanym z wyborem właściwych narzędzi służących zarówno do opisu zjawiska, jak i do przeprowadzania analiz, z sytuacją gospodarczo-polityczną, z własnymi emocjami itp.). Dlatego stosowanie w analizach między innymi podejścia fundamentalnego uwzględniającego otoczenie makroekonomiczne, które znajduje odzwierciedle-

* Rozważania takie podejmowano między innymi w pracy [4].

nie w kondycji finansowo-ekonomicznej przedsiębiorstw (spółek), jest istotnym elementem przeprowadzanych badań. Równie zasadnym zagadnieniem stosowanym w analizach rynku kapitałowego jest wielowymiarowa analiza porównawcza, w której można się posługiwać nie tylko sugerowanymi w literaturze przedmiotu miernikami syntetycznymi. Zastosowanie zaproponowanej tu miary BMS daje nie gorsze rezultaty od wyników uzyskanych z wykorzystaniem powszechnie stosowanych miar TMAI czy BZW. Wyniki przeprowadzonych analiz mogą być pomocne w podejmowaniu decyzji inwestycyjnych i zarządzaniu ryzykiem inwestycyjnym.

Literatura

1. Jajuga K., Jajuga T., *Inwestycje*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
2. Jaworski J., *Teoria i praktyka zarządzania finansami przedsiębiorstw*, CeDeWu, Warszawa 2010.
3. Łuniewska M., Tarczyński W., *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
4. Mastalerz-Kodzis A., Pośpiech E., *Fundamental and Behavioral Methods in Investment Decision Making*, w: *Financial Management of Firms and Financial Institutions*, Wydawnictwo Technicznego Uniwersytetu w Ostrawie, Ostrawa 2011, s. 250-257.
5. *Statystyczne metody analizy danych*, red. W. Ostasiewicz, AE, Wrocław 1999.
6. Tarczyński W., *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa 2002.

Witryny internetowe

http://www.gpw.pl.
http://www.bankier.pl.
http://www.gielda.onet.pl.

APPLICATIONS OF SELECTED FUNDAMENTAL ANALYSIS METHODS IN BUILDING AN OPTIMAL PORTFOLIO

Summary

There are many methods that are used by investors in decision making process. The main approach in portfolio analysis is the classical one based on basic characteristics such as return rate and return rate variance. However, market analyses show that basing only on those measures when building an optimal portfolio is not the most effective way. The alternative approach is, for example, fundamental one which uses not only classical

measures but also diagnostic features that characterize financial and economic condition of companies.

The work presents practical applications of selected fundamental methods that are used for risk management on capital market (especially for designing an optimal portfolio). Moreover, elements of multivariate comparative analysis have been taken into considerations. The analysis provides methods that make it possible to examine phenomenon which is described by different variables, it allows to compare objects that are specified by many features. On the basis of data describing variables many synthetic measures can be built. These measures may be used to examine the attractiveness of investments and economic situation of companies.

In analyses, three synthetic measures were provided for – module taxonomic measure of investment attractiveness (TMAI) and two non-module measures. Solving respective optimization problems (allowing for synthetic measures) fundamental optimal portfolios were built. To compare the results it was also built a classical portfolio based on Markowitz approach. The profit rate of each designed fundamental portfolio was about 50% and was higher than the profit rate of classical one. It confirms that using in analyses financial and economic indices may bring in interesting results.

Monika Miśkiewicz-Nawrocka
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZASTOSOWANIE WYKŁADNIKÓW LAPUNOWA DO WERYFIKACJI HIPOTEZY RYNKU KOHERENTNEGO

Wstęp

Prowadzone od wielu lat badania nad zmiennością cen na rynku kapitałowym doprowadziły do powstania wielu różnych podejść analitycznych. Jednym z nich jest opracowana przez Tonisa Vagę hipoteza rynku koherentnego. Do opisu zmienności cen na rynku akcji T. Vaga zaproponował nieliniowy model statystyczny oparty na teorii społecznego naśladownictwa. Model ten zakłada, że stan rynku kapitałowego zmienia się w czasie oraz że następują przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku: od rynku efektywnego do rynku chaotycznego czy koherentnego.

W artykule zostanie zweryfikowana hipoteza T. Vagi na polskim rynku kapitałowym. Szczegółowemu badaniu poddano wskazane przez model stany rynku, które zostały zweryfikowane pod kątem identyfikacji chaosu. Obecność chaosu w szeregach czasowych bada się za pomocą metod wywodzących się z teorii nieliniowych układów dynamicznych, takich jak: wymiar korelacyjny, wykładnik Lapunowa, test BDS [5, s. 189-208; 1; 10]. Badania dowodzą, że dla rzeczywistych szeregów czasowych wartości wykładników Lapunowa są dodatnie, ale stosunkowo małe, bliskie zeru. Zatem czy można wnioskować o deterministycznym charakterze badanego szeregu?

Celem artykułu jest potwierdzenie obecności chaosu w zidentyfikowanych przez model T. Vagi stanach rynku. Badania empiryczne przeprowadzono na podstawie rzeczywistych danych natury ekonomicznej. Pod uwagę wzięto szereg WIG 20 w okresie 2.01.1997-10.11.2011.

1. Hipoteza rynku koherentnego T. Vagi*

Do opisu zmienności cen na rynku akcji T. Vaga w 1990 roku zaproponował nieliniowy model statystyczny oparty na teorii społecznego naśladownictwa.

* [14, s. 36-49].

Model ten zakłada przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku kapitałowego: od stanu rynku efektywnego do stanu rynku chaotycznego i stanu rynku koherentnego. Podstawą teorii T. Vagi jest założenie, że rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu z inwestycji na rynku zmienia się w czasie w zależności od otoczenia fundamentalnego rynku oraz myślenia grupowego inwestorów.

Teoria społecznego naśladownictwa została stworzona przez fizyków: E. Callena i D. Shapero [2, s. 23-28] w 1974 roku. Główną tezą tej teorii jest fakt, że ludzie naśladują otoczenie oraz powtarzają pewne zachowania w analogii do zjawiska magnetyzmu. Teoria społecznego naśladownictwa jest utożsamiana z modelem polaryzacji opinii publicznej. Jeśli nie ma zgodności w opinii publicznej, pojedyncze jednostki reagują w sposób niezależny. Jeśli opinia publiczna podzieli się na dwa przeciwstawne obozy, zazwyczaj społeczeństwo zachowuje się w sposób chaotyczny. Natomiast w przypadku zgodności w opinii publicznej społeczeństwo reaguje wyjątkowo jednolicie. Ponadto na opinię publiczną oddziałuje otoczenie zewnętrzne – zmienna sytuacja gospodarcza wpływająca na rynek.

W swoim modelu T. Vaga [14, s. 36-49] wyróżnił cztery stany, w których może się znajdować rynek:

1. Błądzenie przypadkowe. (Informacje fundamentalne są neutralne. Inwestorzy podejmują decyzje niezależnie od siebie. Rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu jest rozkładem normalnym. Rynek jest efektywny).
2. Niestabilne przejście. (Czynnik fundamentalny neutralny. Rośnie poziom „myślenia grupowego". Wpływ informacji na rynek może trwać bardzo długo. Rynek jest niestabilny i nieefektywny).
3. Rynek koherentny. (Czynnik fundamentalny skrajnie pozytywny (koherentny rynek byka) lub negatywny (koherentny rynek niedźwiedzia). Poziom „myślenia grupowego" jest najwyższy. Trend na rynku wyraźnie wzrostowy (pozytywny współczynnik fundamentalny) lub wyraźnie spadkowy (negatywny współczynnik fundamentalny)).
4. Rynek chaotyczny. (Czynniki fundamentalne są neutralne lub lekko negatywne. Inwestorzy myślą grupowo i naśladują siebie nawzajem. Przypadkowe bodźce mogą spowodować nagłe załamanie rynku).

Przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku powoduje współdziałanie dwóch parametrów modelu: czynnika fundamentalnego (h), ilustrującego sytuację gospodarczą wpływającą na rynek, oraz poziomu myślenia grupowego (k).

Parametry modelu h i k mogą być wyznaczane na podstawie subiektywnych opinii analityków lub wskaźników empirycznych. Poziom natężenia czynnika fundamentalnego ustala się na podstawie informacji banku centralnego na temat zmian stóp procentowych oraz wartości wskaźnika cena/zysk (P/E). Dwukrotna obniżka stóp procentowych banku centralnego jest sygnałem pozytywnego otoczenia fundamentalnego. Sygnał ten musi być każdorazowo potwierdzony przez

wskaźnik cena/zysk poniżej wartości 12 lub poniżej 10. Jeżeli wskaźnik cena/zysk przyjmuje wartość z przedziału (12, 21), przy utrzymujących się obniżkach stóp procentowych, oznacza to neutralną sytuację fundamentalną. Natomiast gdy wskaźnik cena/zysk przekroczy wartość 21, sytuację fundamentalną interpretuje się jako negatywną [12, s. 108].

Poziom myślenia grupowego określa się na podstawie analiz M. Zweiga sygnałów kupna i sprzedaży. Analizy te bazują na wskaźniku zwyżek/zniżek* oraz wskaźniku wzrostów/spadków**. Sygnał kupna jest określony przez następujące po sobie proporcje 1:9, 1:9, 9:1 współczynnika zwyżek/zniżek, natomiast sygnał sprzedaży przy trzykrotnej proporcji 1:9. Ponadto dwukrotne wystąpienie proporcji 9:1 współczynnika zwyżek/zniżek w okresie trzech miesięcy jest sygnałem rynku wzrostowego przez kolejnych 12 miesięcy. Podobnie wystąpienie proporcji 2:1 współczynnika wzrostów/spadków w połączeniu z polityką banku centralnego stymulującą wzrost determinuje rynek wzrostowy przez okres 18 miesięcy [12, s. 106].

2. Identyfikacja chaosu w szeregach czasowych

Jednym z podstawowych narzędzi służących do identyfikacji deterministycznego chaosu w szeregach czasowych jest największy wykładnik Lapunowa. Mierzy on wrażliwość układu dynamicznego na zmianę warunków początkowych [3], która jest głównym atrybutem dynamiki chaotycznej. Dla *m*-wymiarowego układu dynamicznego istnieje *m* wykładników Lapunowa, które są zdefiniowane jako granice [16, s. 161]:

$$\lambda_i(x_0) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln\left|\mu_i(n, x_0)\right|, \tag{1}$$

gdzie:

$\mu_i(n, x_0)$ – wartości własne macierzy Jacobiego odwzorowania f^n,

$f : X \to X$ – funkcja generująca układu,

$X \subset R^m$, $i = 1,..., m$, $m \geq 1$.

Istnienie dodatniego największego wykładnika Lapunowa bardzo często jest uznawane za warunek konieczny i wystarczający obecności chaosu w układzie dynamicznym [4, s. 103-133].

---

* Wskaźnik zwyżek/zniżek – iloraz wolumenu obrotu akcjami, których ceny rosną do wolumenu obrotu akcjami, których ceny maleją.

** Wskaźnik wzrostów/spadków – iloraz liczby akcji rosnących do liczby akcji spadających.

Idea wykorzystania wykładnika Lapunowa do identyfikacji chaosu w układzie dynamicznym opiera się na założeniu, że odległość pomiędzy dwoma punktami jest wyrażona za pomocą największego wykładnika Lapunowa $\lambda_{\max}$. Jeśli średnia odległość między dwoma punktami rośnie w tempie wykładniczym, układ jest wrażliwy na zmianę warunków początkowych, a wartość największego wykładnika Lapunowa jest większa od zera [8, s. 417]. Wartość największego dodatniego wykładnika Lapunowa może być bardzo mała, np. 0,0063 dla chaotycznego układu Mackeya-Glassa [15, s. 289]. Dla układów stochastycznych wartość największego wykładnika Lapunowa jest mniejsza od zera [8, s. 417].

W praktyce dla rzeczywistych szeregów czasowych, gdy nie jest znana funkcja generująca *f*, identyfikację chaosu poprzedza się filtrowaniem danych oraz rekonstrukcją przestrzeni stanów. Rekonstrukcja przestrzeni stanów polega na odtworzeniu na podstawie jednowymiarowego ciągu obserwacji przestrzeni stanów układu dynamicznego [11, s. 712-716; 13, s. 366-381]. Wektorami tej przestrzeni są ciągi kolejnych obserwacji zwane *d*-historiami. *d*-historie powstają w wyniku przesunięcia oryginalnego szeregu czasowego $\{x_1,...,x_N\}$ o pewną stałą wartość opóźnienia czasowego τ. Elementami zrekonstruowanej *d*-wymiarowej przestrzeni stanów są więc *d*-wymiarowe punkty (*d*-historie) zwane wektorami opóźnień, dane wzorem:

$$x_i^d = \left(x_i, x_{i-\tau}, x_{i-2\tau},..., x_{i-(d-1)\tau}\right), \tag{2}$$

gdzie:

$i = (d-1)\tau + 1,..., N$,

x_i – obserwacje oryginalnego szeregu, $i = 1,..., N$,

d – wymiar rekonstruowanej przestrzeni (zwany również wymiarem zanurzenia),

τ – opóźnienie czasowe.

Przeprowadzenie rekonstrukcji przestrzeni stanów układu dynamicznego wymaga ustalenia wartości parametrów τ i *m*. Nie istnieje jednak jednoznaczna metoda wyznaczenia wartości opóźnienia τ oraz minimalnego wymiaru zanurzenia *m*. Wartość opóźnienia czasowego τ można oszacować na podstawie funkcji autokorelacji lub funkcji informacji wzajemnej [6, s. 150]. Przy ustalaniu minimalnego wymiaru opóźnienia *d* powszechnie jest stosowana metoda pozornych najbliższych sąsiadów [7].

Dla rzeczywistych szeregów czasowych największy wykładnik Lapunowa szacuje się na podstawie zależności [16]:

$$\Delta_n = \Delta_0 \cdot e^{n\lambda_{\max}} \tag{3}$$

jako współczynnik kierunkowy równania regresji [6, s. 67]:

$$\ln \Delta_n = \ln \Delta_0 + \lambda_{\max} n, \tag{4}$$

gdzie:

Δ_0 – początkowa odległość pomiędzy dwoma początkowo bliskimi punktami przestrzeni stanów,

Δ_n – odległość pomiędzy tymi punktami po n iteracjach,

$\lambda_{\max}$ – największy wykładnik Lapunowa.

Dla szeregów chaotycznych nachylenie prostej regresji wykresu ilustrującego zależność $\ln \Delta_n$ od numeru iteracji n w początkowej fazie powinno być dodatnie. $\lambda_{\max}$ szacuje się na podstawie zbioru punktów należących do tego obszaru. Zatem oszacowana wartość $\lambda_{\max}$ zależy nie tylko od wyboru metryki, liczby najbliższych sąsiadów, wymiaru zanurzenia, ale także od ustalonej wartości $n_{\max}$, dla której współczynnik regresji jest dodatni [10, s. 131].

Ponieważ największy wykładnik Lapunowa pozwala na wykrycie tylko jednego atrybutu dynamiki chaotycznej (wrażliwości na zmianę warunków początkowych), więc powinno się przeprowadzać pełną analizę danych, uwzględniając inne uzupełniające się metody, tj. test BDS, analizę przeskalowanego zakresu R/S, wymiar fraktalny szeregu, test Kaplana, analizę bispektrum lub test White'a za pomocą sieci neuronowych.

3. Badania empiryczne

Przedmiotem badania był szereg czasowy utworzony z notowań indeksu giełdowego WIG20 w okresie 2.01.1997-10.11.2011*. W pierwszym etapie badania zgodnie z modelem T. Vagi wyróżniono stany rynku. Parametry *h* i *k* modelu oszacowano na podstawie informacji NBP dotyczącej zmian stóp procentowych, dziennego wskaźnika cena/zysk, dziennego wskaźnika zwyżek/zniżek oraz tygodniowego i dziennego wskaźnika wzrostów/spadków**. Ze względu na ograniczoną liczbę dostępnych danych (od 19.10.2007) dotyczących wymienionych wskaźników, analizę stanów rynku przeprowadzono w okresie 19.10.2007-10.11.2011. Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się wartości wskaźnika cena/zysk w badanym okresie.

Na początku analizowanego okresu, tj. 19.10.2007-7.01.2008, wskaźnik cena/zysk (P/E) osiąga wartości powyżej 21. Sygnał ten jest poprzedzony kilkoma podwyżkami stóp procentowych (28.06.2007 i 30.08.2007), co sugeruje nega-

* Dane pochodzą ze strony www.bossa.pl, pakiet Omega.

** Wskaźniki lub dane niezbędne do ich obliczenia pochodzą ze strony www.stooq.pl.

tywne otoczenie fundamentalne. W kolejnym okresie 8.01.2008-22.09.2008 wartość wskaźnika kształtuje się w przedziale (12, 21), sygnał ten jest również poprzedzony kilkoma podwyżkami stóp procentowych (ostatnia dnia 26.06.2008), co sugeruje neutralną sytuację gospodarczą. W kolejnych dniach 23.09.2008-07.10.2008 wskaźnik spada poniżej 12, ale na poziomie wyższym niż 10, zatem można wnioskować, że sytuacja gospodarcza w dalszym ciągu pozostaje neutralna. Podczas sesji 8.10.2008 wartość wskaźnika cena/zysk spada poniżej poziomu 10. Taka sytuacja utrzymuje się do dnia 24.03.2009. Dnia 27.11.2008 następuje obniżka stóp procentowych i taka sytuacja powtarza się co miesiąc do 26.03.2009. Sygnał kilkakrotnych obniżek stóp procentowych potwierdza wskaźnik cena/zysk, którego wartość powoli rośnie i dnia 30.04.2009 przekracza wartość 12, a dnia 15.02.2010 – poziom 21. W tym czasie model sugeruje negatywne otoczenie fundamentalne. Sytuacja zmienia się 17.05.2011, kiedy wartość P/E spada poniżej 21, wówczas czynnik fundamentalny jest neutralny. W okresie 3.03.2011-13.03.2011 poziom wskaźnika cena/zysk ponownie jest wysoki (powyżej 21), a następnie w okresie 14.03.2011-8.09.2011 przyjmuje wartości z przedziału (12, 21). W tym czasie rozpoczynają się obniżki stóp procentowych (6.04.2011, 12.05.2011, 09.06.2011). Do końca badanego okresu, tj. do dnia 10.11.2011, wskaźnik cena/zysk kształtuje się w przedziale (10, 12), co wobec wcześniejszych obniżek stóp procentowych sugeruje neutralną sytuację gospodarczą.

Na początku badanego okresu poziom myślenia grupowego jest wysoki. Analiza stosunku spółek rosnących do malejących wskazuje wysoki poziom myślenia grupowego, inwestorzy sprzedają akcje. 18.01.2008 wskaźnik zwyżek/zniżek generuje sygnał kupna (1:9, 1:9, 9:1), co sugeruje wysoki poziom naśladownictwa. Wysoki poziom myślenia grupowego trwa aż do końca 2008 roku, co potwierdzają sygnały kupna i sprzedaży wskaźnika wzrostów/spadków. Na początku kwietnia 2009 roku stosunek liczby spółek rosnących do malejących jest wysoki, inwestorzy kupują akcje. Ponadto 29.04.2009 pojawia się sygnał kupna generowany przez dzienny wskaźnik wzrostów/spadków. Pod koniec lutego i na początku marca 2010 rośnie stosunek spółek rosnących do malejących. Inwestorzy kupują akcje. Sygnały kupna można również zaobserwować w maju i grudniu 2010 roku na podstawie obserwacji wskaźnika wzrostów/spadków. Zatem poziom myślenia grupowego w tym czasie można określić jako wysoki. 12.09.2011 roku wskaźnik zwyżek/zniżek generuje sygnał sprzedaży (trzykrotna proporcja 1:9), co również świadczy o wysokim poziomie naśladownictwa.

W tabeli 1 przedstawiono stany rynku w okresie 19.10.2007-10.11.2011 na podstawie oszacowanych parametrów: czynnika fundamentalnego oraz poziomu myślenia grupowego.

Tabela 1

Stany rynku w okresie 19.10.2007-10.11.2011

Okres	Czynnik fundamentalny	Poziom myślenia grupowego	Stan rynku
19.10.2007-08.01.2008	negatywny	wysoki	rynek niedźwiedzia
09.01.2008-07.10.2008	neutralny	wysoki	**rynek chaotyczny**
08.10.2008-24.03.2009	pozytywny	wysoki	rynek byka
25.03.2009-30.03.2009	neutralny	brak	rynek efektywny
31.03.2009-28.04.2009	neutralny	powoli rośnie	niestabilne przejście
30.04.2009-31.12.2009	neutralny	wysoki	**rynek chaotyczny**
04.01.2010-04.02.2010	neutralny	brak	rynek efektywny
05.02.2010-15.02.2010	neutralny	brak	rynek efektywny
16.02.2010-14.05.2010	negatywny	powoli rośnie	niestabilne przejście
17.05.2010-03.12.2010	neutralny	wysoki	**rynek chaotyczny**
04.12.2010-11.03.2011	negatywny	wysoki	rynek byka
14.03.2011-08.09.2011	neutralny	brak	rynek efektywny
09.09.2011-10.11.2011	neutralny	wysoki	**rynek chaotyczny**

Z przeprowadzonej analizy czynników kształtujących otoczenie fundamentalne oraz analizy sygnałów kupna i sprzedaży można wnioskować, że indeks WIG20 jest w stanie rynku chaotycznego w czterech okresach wyróżnionych tłustym drukiem w tabeli 1.

W celu zweryfikowania stanów chaotycznych w badanym szeregu czasowym pod uwagę wzięto logarytmy dziennych stóp zwrotu indeksu WIG20 w postaci:

$$x_t = \ln s_t - \ln s_{t-1}, \tag{5}$$

gdzie s_t – obserwacja szeregu w okresie 2.01.1997-10.11.2011.

Dla szeregu (x_t) przeprowadzono rekonstrukcję przestrzeni stanów metodą opóźnień*, a następnie za pomocą największego wykładnika Lapunowa zbadano poziom chaosu w szeregu WIG20 w momentach (stanach) określonych przez model T. Vagi. Wartości największego wykładnika Lapunowa dla analizowanego szeregu obliczono na podstawie zależności (4) za pomocą programu napisanego przez autorkę oraz arkusza kalkulacyjnego Excel. Otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 2. Znakiem „-" oznaczono sytuację, w której oszacowany współczynnik regresji nie może być traktowany jako wartość wykładnika Lapunowa.

* Opóźnienie czasowe wyznaczono za pomocą funkcji autokorelacji ACF, a wymiar zanurzenia – metodą pozornych najbliższych sąsiadów. Do wyznaczenia wspomnianych charakterystyk zastosowano program napisany przez autorkę.

Tabela 2

Wartości największego wykładnika Lapunowa dla wyodrębnionych szeregów

Zakres szeregu	Równanie regresji	R^2	λ_{max}
2.01.1997-19.10.2007	$y = -0{,}001x - 4{,}0801$	0,4828	-0,001
2.01.1997-9.01.2008	$y = -0{,}0009x - 4{,}0836$	0,4717	-0,0009
2.01.1997-7.10.2008	$y = -0{,}0006x - 4{,}0881$	0,3033	-0,0006
2.01.1997-30.04.2009	$y = -0{,}0005x - 4{,}0797$	0,1537	-
2.01.1997-31.12.2009	$y = 0{,}0016x - 4{,}0704$	0,2581	-
2.01.1997-15.02.2010	$y = 0{,}0023x - 4{,}0657$	0,3479	0,0023
2.01.1997-14.05.2010	$y = 0{,}0029x - 4{,}0587$	0,4097	0,0029
2.01.1997-3.12.2010	$y = 0{,}0017x - 4{,}042$	0,3048	0,0017
2.01.1997-11.03.2011	$y = 0{,}002x - 4{,}0471$	0,4162	0,002
2.01.1997-8.09.2011	$y = 0{,}0017x - 4{,}0494$	0,2941	-
2.01.1997-10.11.2011	$y = 0{,}0034x - 4{,}0674$	0,4369	0,0034

Na podstawie danych zawartych w tabeli 2 można zauważyć, że poziom chaosu w analizowanym szeregu zmienia się w czasie. Dla danych szeregu WIG20 obejmujących okres 2.01.1997-7.10.2008 wartości największego wykładnika Lapunowa są ujemne. Ujemne wartości λ_{max} świadczą o losowym charakterze badanego szeregu. Jeżeli zwiększy się długość badanego szeregu WIG20, wartości największego wykładnika Lapunowa rosną i przyjmują wartości większe od zera. Dodatnia wartość największego wykładnika Lapunowa wskazuje na występowanie deterministycznego chaosu w badanym szeregu, jednak jest ona stosunkowo niewielka. Stąd można wnioskować, że poziom chaosu w badanym szeregu się zwiększył.

Wyznaczony za pomocą modelu T. Vagi stan rynku chaotycznego w okresie 9.01.2008-7.10.2008 nie został potwierdzony przez największy wykładnik Lapunowa, którego wartość wynosi -0,0006. Jednak zmieniające się w czasie wartości największego wykładnika Lapunowa mogą świadczyć o tym, że stan rynku kapitałowego zmienia się w czasie oraz że następują przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku.

Podsumowanie

W artykule zastosowano model T. Vagi do wyodrębnienia kolejnych stanów rynku na podstawie szeregu indeksu giełdowego WIG20. Dodatkowo poziom chaosu w wyznaczonych stanach rynkowych szeregu WIG20 zbadano za pomocą największych wykładników Lapunowa. Przeprowadzone badania wykazały, że wyodrębnione stany rynku dla szeregu WIG20 na podstawie modelu T. Vagi nie zostały w pełni potwierdzone przez wartości największych wykład-

ników Lapunowa. Jednak zmieniające się w czasie oszacowane wartości największego wykładnika Lapunowa mogą świadczyć o tym, że stan rynku zmienia się w czasie oraz że następują przejścia pomiędzy tymi stanami.

Literatura

1. Brock W.A., Dechert W.D., Scheinkman J., *A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*, SSRI Working Paper no. 8702, Department of Economics, University of Wisconsin, Madison 1987.
2. Callen E., Shapero D., *A Theory of Social Imitation*, „Physics Today" 1974, No. 07, s. 23-28.
3. Devaney R.L., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Redwood City 1987.
4. Frank M., Stengos T., *Chaotic Dynamics in Economics Time Series*, „Journal of Economic Surveys" 1988, 2, s. 103-133.
5. Grassberger P., Procaccia I., *Measuring the Strangeness of Strange Attractors*, „Physica D" 1983b, Vol. 9, s. 189-208.
6. Kantz H., Schreiber T., *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press 2004 (second edition).
7. Kennel M.B., Brown R., Abarbanel H.D.I., *Detecting Embedding Dimension for Phase Space Reconstruction Using a Geometrical Construction*, „Physical Review A" 1992, 45.
8. Kyrtsou C., Terraza M., *Stochastic Chaos or ARCH Effects in Stock Series? A Comparative Study*, „International Review of Financial Analysis" 2002, 11, s. 407-431.
9. Murphy J.J., *Analiza techniczna rynków finansowych*, Wig-Press, Warszawa 1999.
10. Orzeszko W., *Identyfikacja i prognozowanie chaosu deterministycznego w ekonomicznych szeregach czasowych*, Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Warszawa 2005.
11. Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S., *Geometry from a Time Series*, „Physical Review Letters" 1980, Vol. 45, s. 712-716.
12. Szklarz P., *Weryfikacja hipotezy rynku koherentnego na polskim rynku kapitałowym w latach 1998-2000*, w: *Rynek finansowy*, red. W. Przybylska-Kapuścińska, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań 2002, s. 99-113.
13. Takens, *Detecting Strange Atractors in Turbulance*, Lecture Notes in Mathematics, red. D.A. Rand, L.S. Young, Springer-Verlag, Berlin 1981.
14. Vaga T., *The Coherent Market Hypothesis*, „Financial Analysis Journal" 1990, No. 11/12, s. 36-49.

15. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A., *Determining Lyapunov Exponents from a Time Series*, „Physica D" 1985, Vol. 16, s. 285-317.
16. Zawadzki H., *Chaotyczne systemy dynamiczne. Elementy teorii i wybrane zagadnienia ekonomiczne*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej, Katowice 1996.

APPLICATION OF LYAPUNOV EXPONENTS TO VERIFY THE HYPOTHESIS OF COHERENT MARKET

Summary

The research on price volatility in the capital market, which have been conducted for many years led to create a wide variety of analytical approaches. One of them is developed by T. Vage coherent market hypothesis. To describe the volatility in the stock market T. Vaga proposed nonlinear statistical model based on the theory of social imitation. This model assumes transitions between different states of the capital market: from a state of effective market to a state of chaotic and coherent market.

In this paper Vaga's hypothesis will be verified in the Polish capital market. Detailed research will be states of chaotic market, which will be verified by Lyapunov exponents.

Maciej Pichura
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

MIERNIK OMEGA JAKO WSZECHSTRONNA MIARA EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI

Wprowadzenie

Ocena i pomiar efektywności inwestycji na rynkach kapitałowych jest od kilku dziesięcioleci przedmiotem badań i dyskusji. Przez ten okres powstało wiele publikacji dotyczących różnorodnych metod i mierników, które znajdują zastosowanie w ocenie efektywności lokowania aktywów kapitałowych. Preferencje oraz charakter inwestora są tutaj jednymi z najistotniejszych czynników definiujących zarówno pojęcie efektywności inwestycji, jak i metody oraz narzędzia do jej pomiaru. Preferencje inwestora mogą być odzwierciedlane np. poprzez jego skłonność do akceptowania ryzyka oraz oczekiwaną stopę zwrotu. W bardziej ogólny sposób można je opisać jako oczekiwania inwestora co do rozkładu stóp zwrotu. Natomiast charakter inwestora można tutaj interpretować jako rodzaj uczestnika rynku. W takim wypadku inwestorów można podzielić w najprostszy sposób na indywidualnych i instytucjonalnych.

Większość profesjonalnych inwestorów ma najczęściej klarowne oczekiwania co do rozkładu przyszłych stóp zwrotu z wykonywanych przez nich inwestycji. Nowoczesna nauka o teorii inwestowania opisuje najczęściej te oczekiwania w postaci średniej stopy zwrotu i wariancji stóp zwrotu, co jest zazwyczaj poprawne przy założeniu, że rozkład stóp zwrotu jest normalny (lub logarytmiczno-normalny). Taki sposób oceny efektywności inwestycji został jednak uznany za zbytnie uproszczenie, a założenie normalności rozkładów stóp zwrotu za nieprawdziwe w wielu przypadkach badawczych. Skutkowało to powstaniem mierników i metod, które uwzględniały miary asymetrii oraz koncentracji rozkładu. To z kolei dało rezultaty w postaci coraz bardziej złożonych i skomplikowanych narzędzi, które również często implikowały konieczność tworzenia kolejnych założeń do rozkładów stóp zwrotu, a te nierzadko były trudne do weryfikacji.

Niecałe dziesięć lat temu ukazała się publikacja przedstawiająca miernik efektywności inwestycji, który jest bardzo prosty w kalkulacji i zawiera informacje, które w pełny sposób charakteryzują rozkład stóp zwrotu [3]. Został on nazwany miernikiem Omega i od tego czasu jest częstym przedmiotem dyskusji

i analiz w obszarze pomiaru efektywności inwestycji kapitałowych. Celem tego artykułu jest przedstawianie tego miernika i poznanych dotychczas jego własności oraz porównanie ich z cechami innych często używanych mierników efektywności inwestycyjnej. W szczególności uwaga została skierowana na omówienie różnic we wnioskowaniu dotyczącym rezultatów inwestycji, których stopy zwrotu mają skrajnie asymetryczne rozkłady.

Przeprowadzono również porównanie rangowania inwestycji za pomocą miernika Sharpe'a, Sortino oraz Omega na przykładzie danych empirycznych dotyczących stóp zwrotu z polskich funduszy inwestycyjnych. Badanie empiryczne wskazuje, że w wybranym wypadku miernik Omega niesie informacje bardzo zbliżone do miernika Sortino.

Miernik Omega – wiadomości podstawowe

Głównym zamysłem twórców miernika Omega było podzielenie rozkładu stóp zwrotu z analizowanej inwestycji na dwie części – atrakcyjną oraz nieatrakcyjną z punktu widzenia oczekiwań inwestora. W tym celu została zastosowana progowa stopa zwrotu, która tworzy granicę wyodrębniającą te dwie części. Progowa (czy też graniczna, wzorcowa) stopa zwrotu to termin znany i stosowany w ocenie rezultatów inwestycji od dłuższego czasu, jednakże sposób jego zastosowania okazał się w wypadku miernika Omega innowacyjny[*]. Dodatkowym atutem zastosowania progowej stopy zwrotu jest uelastycznienie miernika oraz możliwość analizy wyników inwestycji w zależności od różnych uwarunkowań i oczekiwań inwestora.

Zakładając, że progowa stopa zwrotu to L, wszystkie zwroty wyższe od niej uznaje się za pożądane, a niższe lub równe za niepożądane. Graficzna interpretacja tej sytuacji została przedstawiona na rysunku 1. Stosunek pola obszaru oznaczonego na rysunku 1 jako P_1 do pola obszaru oznaczonego jako P_2 wyraża wartość miernika Omega dla progowej stopy zwrotu L. Stosunek tych pól jest interpretowany jako relacja warunkowej oczekiwanej stopy zwrotu przewyższającej L do warunkowej oczekiwanej stopy zwrotu niższej od L. Mając to na uwadze, można sformułować wzór, który wyznacza miernik Omega w następujący sposób [3]:

[*] Należałoby tak uważać, mimo że Kazemi, Schneeweis i Gupta w pracy [2] dowodzą, że Omega jest innym sposobem zapisu stosunku cen opcji call do opcji put na stopy procentowe, które są odniesieniem do stóp zwrotu z inwestycji. W rzeczywistości obliczenie cen opcji na stopy procentowe albo wymaga poczynienia założeń do rozkładu stóp zwrotu, albo pozwala jedynie na estymację tych cen. W takim wypadku wydaje się, że zaproponowany w opisywanej postaci miernik Omega jest łatwiejszy do obliczenia, czy też szacowania.

$$\Omega(L) = \frac{\int_{L}^{b} [1 - F(r)]dr}{\int_{a}^{L} F(r)dr} \tag{1}$$

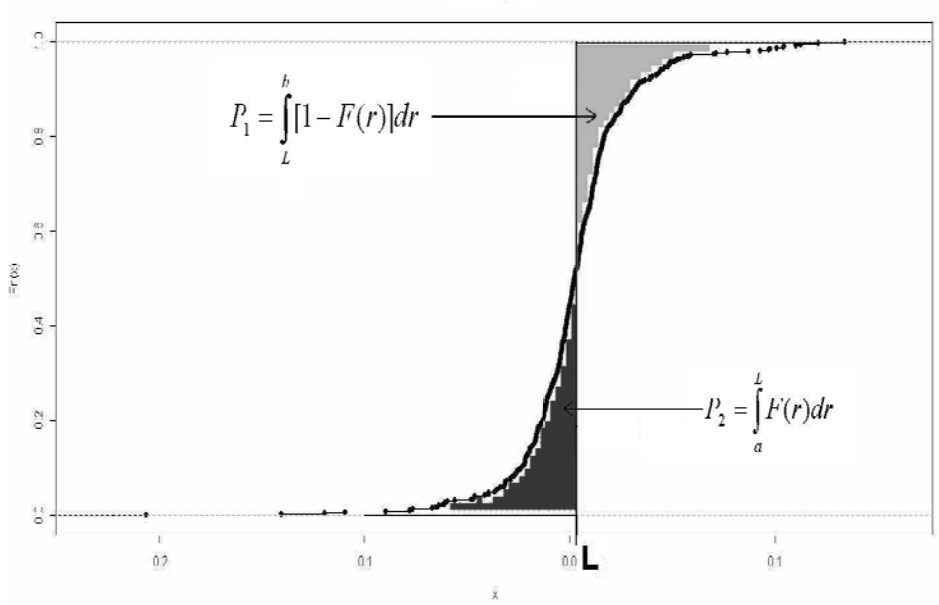
gdzie:

$\Omega(L)$ – wskaźnik Omega o progu L dla danego szeregu stóp zwrotu,

$F(r)$ – funkcja dystrybuanty rozkładu stóp zwrotu,

(a,b) – przedział wartości stóp zwrotu (w szczególnych przypadkach może mieć nieskończone granice),

L – progowa (wzorcowa) wartość stopy zwrotu uznawana za atrakcyjną.



Rys. 1. Graficzna interpretacja obszarów: atrakcyjnego (P_1) oraz nieatrakcyjnego (P_2) na przykładzie wykresu dystrybuanty empirycznej rozkładu stóp zwrotu z wybranej inwestycji

Jak można zauważyć, miernik Omega może być traktowany jako funkcja zmiennej L. Taki sposób postrzegania tej miary prowadzi do postawienia wniosków dotyczących jej własności jako funkcji, a jako najważniejsze należy wymienić [1]:

- jest ciągła w zbiorze (a,b),
- jest malejąca w zbiorze (a,b),
- dla $L \to a : \Omega(L) \to \infty$, natomiast dla $L \to b : \Omega(L) \to 0$,

- jeśli μ uznać za oczekiwaną stopę zwrotu, to $\Omega(\mu) = 1$,
- jest różniczkowalna,
- jest symetryczna względem μ wtedy i tylko wtedy, gdy $\Omega(r - \mu) = \Omega(r + \mu)^{-1}$,
- funkcja Omega dla rozkładu stóp zwrotu F jest równa funkcji Omega dla rozkładu stóp zwrotu G wtedy i tylko wtedy, gdy $F = G$.

W przypadku szeregów stóp zwrotu uzyskiwanych z empirycznych inwestycji uzyskuje się dane, które mają charakter skokowy. Powoduje to konieczność estymacji punktowej miernika Omega. Najbardziej intuicyjnym podejściem do estymacji tej miary jest metodyka analogiczna do estymacji momentów centralnych. Stosując tę metodykę, estymator miernika Omega ma następującą postać (na podstawie [5]):

$$\Omega(L) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \tau^{+}(r_i - L)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \tau^{-}(L - r_i)} \tag{2}$$

gdzie:
$\tau^{+} = 1$ dla $r_i - L > 0$, $\tau^{+} = 0$ dla $r_i - L \leq 0$,
$\tau^{-} = 1$ dla $r_i - L \leq 0$, $\tau^{-} = 0$ dla $r_i - L > 0$,
n – liczebność obserwacji szeregu stóp zwrotu.
Pozostałe oznaczenia jak w (1).

Estymator przedstawiony we wzorze (2) nie jest nieobciążony, a w związku z brakiem założeń stawianych względem rozkładu stóp zwrotu nie jest możliwe wyprowadzenie poprawek, które pozwalałyby na uzyskanie estymatora nieobciążonego. Drugą istotną cechą tego estymatora jest jego zgodność*.

Porównanie miernika Omega z innymi wybranymi miernikami efektywności inwestycji

Jak już wspomniano, pomiar efektywności inwestycji kapitałowych wiąże się z potrzebą oceny, w jaki sposób inwestycje te pokrywają się z oczekiwaniami inwestora. Często takie oczekiwania są wyrażane w postaci założeń dotyczących

* Więcej szczegółów i wyjaśnień związanych z właściwościami tego estymatora można odnaleźć w pracy [5].

wybranych parametrów rozkładów stóp zwrotu tej inwestycji. W wypadku większości mierników parametry te mają postać średniej stopy zwrotu oraz wariancji. Średnia stopa zwrotu ma odzwierciedlać wynik inwestycji, natomiast wariancja stóp zwrotu – ryzyko związane z możliwością osiągnięcia tego wyniku. Jednakże charakter rozkładów stóp zwrotu z wielu inwestycji stworzył konieczność uwzględniania dodatkowych ich właściwości – między innymi asymetrii oraz koncentracji. W niniejszym artykule zostaną porównane charakterystyki trzech wybranych miar efektywności inwestycyjnej: współczynnika Sharpe'a, miary Sortino oraz będącego tematem przewodnim miernika Omega.

Współczynnik Sharpe'a jest jedną z najstarszych miar oceny efektywności inwestycji. Wiele nowszych mierników efektywności ma konstrukcję wzorowaną na współczynniku Sharpe'a, który jest wyrażany jako następująca relacja [7]:

$$SR = \frac{E(R) - R_f}{\sigma_R} \tag{3}$$

gdzie:

SR – współczynnik Sharpe'a inwestycji,

$E(R)$ – oczekiwana (średnia) stopa zwrotu z inwestycji,

σ_R – odchylenie standardowe stóp zwrotu (w określonym przez charakter inwestycjji interwale),

R_f – stopa zwrotu wolna od ryzyka.

W niniejszych rozważaniach zostanie wprowadzona korekta do obliczania współczynnika Sharpe'a. Wprowadzenie tej korekty jest podyktowane potrzebą porównania własności kilku mierników. Stopa wolna od ryzyka zostanie zastąpiona progową stopą zwrotu (L), która ma takie samo zastosowanie, jak w wypadku miernika Omega. Jak można łatwo zauważyć, miernik Sharpe'a w ocenie rozkładu stóp zwrotu uwzględnia tylko średnią i wariancję stóp zwrotu.

Miara Sortino została skonstruowana w sposób podobny do współczynnika Sharpe'a. Uwzględnia ona jednak asymetrię badanego rozkładu stóp zwrotu. Asymetria ta jest uwzględniona poprzez uznanie za ryzykowne jedynie ujemnych odchyleń stóp zwrotu od stopy progowej. Miara Sortino jest obliczana na podstawie następującego wzoru [4]:

$$SoR_T = \frac{E(R) - L}{\sigma_-} \tag{4}$$

gdzie:

SoR_T – współczynnik Sortino dla T okresów inwestycji,

L – progowa (wzorcowa) stopa zwrotu założona przez inwestora,

$\sigma_- = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} \tau^- (r_i - L)^2}$ – odchylenie standardowe stóp zwrotu mniejszych od stopy progowej,

$\tau^- = 0$ dla $r_i \leq L$, $\tau^- = 0$ dla $r_i > L$.

Pozostałe oznaczenia jak w (2) i (3).

Jedną z ciekawszych możliwości porównania skuteczności oceny efektywności inwestycji poprzez zastosowanie miar analitycznych jest zaproponowany przez Shadwicka [6] test loterii. Polega on na konieczności wyboru bardziej korzystnego aktywu spośród dwóch możliwości: kupna oraz sprzedaży losu na loterii, której prawdopodobieństwo wygranej 1000 złotych wynosi 1/1000. Racjonalność oraz wyniki ankiet wskazują, że korzystniejsza jest możliwość zakupu losu. Rozkłady stóp zwrotu dla obydwóch aktywów różnią się od siebie jedynie współczynnikiem asymetrii – pozostałe ich parametry są takie same. Wykazują one natomiast skrajną asymetrię lewo- lub prawostronną, która dla większości mierników efektywności inwestycji stanowi znaczny problem w uzyskaniu prawidłowej oceny. Wybrane parametry tych rozkładów przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wybrane parametry stóp zwrotu z aktywów testu loterii

Parametr	**Możliwość kupna**	**Możliwość sprzedaży**
Wartość oczekiwana	0	0
Wariancja	999	999
Skośność	31,57	-31,57
Kurtoza	998	998

Współczynnik Sharpe'a nigdy nie daje możliwości wyróżnienia bardziej pożądanego aktywu. Miara Sortino dla progowej stopy zwrotu poniżej średniej (0) pozwala wnioskować w prawidłowy sposób. Natomiast dla wartości progowej stopy zwrotu wyższych od zera wnioskowanie sugeruje posiadanie możliwości sprzedaży losu, co jest nieprawidłowe. Jedynie miernik Omega pozwala na prawidłowe wnioskowanie niezależnie od przyjętej wartości progowej stopy zwrotu.

Mając na uwadze wyniki przedstawionego testu loterii, można przypuszczać, że miernik Omega daje bardziej wszechstronną możliwość oceny efektywności rzeczywistych inwestycji kapitałowych. W związku z tym przypuszcze-

niem w kolejnej części artykułu zostanie przeprowadzone porównawcze badanie empiryczne skupiające uwagę na możliwości tworzenia rankingów inwestycji.

Badanie empiryczne

Miernik Omega, podobnie jak większość innych tego typu mierników efektywności inwestycyjnej, w założeniach twórców ma służyć przede wszystkim do porównywania i rangowania różnego rodzaju inwestycji. W szczególności może służyć tworzeniu rankingów wyników funduszy inwestycyjnych. W tym obszarze przeprowadzano porównawcze badanie empiryczne miernika Omega oraz wspomnianych wcześniej współczynników Sharpe'a i Sortino. Badanie zostało przeprowadzone na historycznych miesięcznych stopach zwrotu wybranych polskich funduszów inwestycyjnych. Wybrane statystyki opisowe tych funduszów przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2

Wybrane statystyki opisowe miesięcznych stóp zwrotu z funduszów inwestycyjnych poddanych analizie

Fundusz	Kategoria	Średnia	Odch. stand.	Skośność	Kurtoza
ARDS	Fundusz akcji BZ WBK	0,167%	1,391%	0,0815	2,7893
CARS	Fundusz akcji BPH	0,230%	1,213%	0,6639	2,4939
PIO3	Fundusz akcji PIONEER	0,153%	1,441%	-0,4386	2,1905
PKCA	Fundusz akcji PKO BP	0,028%	1,345%	-1,0184	3,6195
ARMS	Fundusz zrównoważony BZ WBK	0,137%	0,972%	0,1806	2,3494
CAZR	Fundusz zrównoważony BPH	0,122%	0,688%	0,4593	2,0699
PIO1	Fundusz zrównoważony PIONEER	0,042%	0,857%	0,2221	1,8738
PKZP	Fundusz zrównoważony PKO BP	-0,020%	0,903%	-0,4382	1,3036
AROB	Fundusz obligacji BZ WBK	0,047%	0,148%	0,5807	3,5809
CADP	Fundusz obligacji BPH	0,032%	0,148%	-1,5775	11,7311
PIO2	Fundusz obligacji PIONEER	0,067%	0,167%	-1,5028	20,0471
PKCO	Fundusz obligacji PKO BP	0,041%	0,143%	-0,7917	3,67

Szeregi stóp zwrotu wybranych do badania empirycznego wykazują duże zróżnicowanie zarówno pod względem wartości średnich, jak i skośności i kurtozy. Rankingi funduszów zostały utworzone dla czterech wartości progowej stopy zwrotu w wypadku wszystkich trzech porównywanych mierników. Są to najniższa oraz najwyższa średnia stopa zwrotu pojedynczego funduszu, średnia stopa zwrotu z szeregu stóp zwrotu wszystkich funduszów łącznie, a także wartość zerowa. Wyniki rangowania przeprowadzonego w opisany sposób zostały przedstawione w tabeli 3.

Tabela 3

Wyniki rangowania funduszów wybranych do badania porównawczego

L	SR ARDS	SR CARS	SR PIO3	SR PKCA
-0,0002	8*	6**	9*	11*
0	8***	5**	9*	11*
0,0009	2*	1*	5*	11**
0,0023	6**	1*	9**	12***
L	Sortino ARDS	Sortino CARS	Sortino PIO3	Sortino PKCA
-0,0002	8*	5**	9*	11*
0	5***	4**	9*	11*
0,0009	2*	1*	5*	6**
0,0023	2**	1*	3**	5***
L	Omega ARDS	Omega CARS	Omega PIO3	Omega PKCA
-0,0002	8*	6**	9*	11*
0	7***	5**	9*	11*
0,0009	2*	1*	5*	6**
0,0023	2**	1*	3**	6***
L	SR ARMS	SR CAZR	SR PIO1	SR PKZP
-0,0002	7*	5**	10*	12*
0	7**	6**	10*	12*
0,0009	3*	4*	10**	12**
0,0023	8**	7***	10**	11**
L	Sortino ARMS	Sortino CAZR	Sortino PIO1	Sortino PKZP
-0,0002	7*	6**	10*	12*
0	8**	7**	10*	12*
0,0009	3*	4*	7**	8**
0,0023	4**	6***	7**	8**
L	Omega ARMS	Omega CAZR	Omega PIO1	Omega PKZP
-0,0002	7*	5**	10*	12*
0	8**	6**	10*	12*
0,0009	3*	4*	7**	8**
0,0023	4**	5***	7**	8**
L	SR AROB	SR CADP	SR PIO2	SR PKCO
-0,0002	2**	4*	1**	3*
0	2*	4**	1*	3*
0,0009	7**	9**	6**	8**
0,0023	2***	5***	4***	3***
L	Sortino AROB	Sortino CADP	Sortino PIO2	Sortino PKCO
-0,0002	1**	4*	2**	3*
0	2*	6**	1*	3*
0,0009	10**	12**	9**	11**
0,0023	10***	12***	9***	11***
L	Omega AROB	Omega CADP	Omega PIO2	Omega PKCO
-0,0002	2**	4*	1**	3*
0	2*	4**	1*	3*
0,0009	10**	12**	9**	11**
0,0023	9***	11***	10***	12***

Znak * przy pozycji oznacza brak różnic w rangowaniu, ** – różnice odnotowane w dwóch przypadkach na trzy, *** – różnice w rangowaniu z zastosowaniem wszystkich trzech mierników. SR – współczynnik Sharpe'a, Sortino – miara Sortino, Omega – miernik Omega. Skróty nazw funduszów inwestycyjnych jak w tabeli 1.

Różnice w pozycjach w utworzonych rankingach występują w wielu przypadkach – w szczególności można je zauważyć pomiędzy zastosowaniem współczynnika Sharpe'a i pozostałych dwóch mierników. Niewielkie i zdecydowanie mniej liczne są różnice w przyznawaniu rangi pomiędzy zastosowaniem jako miar klasyfikacji miernika Sortino oraz przedstawianego w artykule miernika Omega. Jest to najprawdopodobniej spowodowane faktem, iż praktycznie wszystkie badane szeregi stóp zwrotu wykazują mniejszą lub większą asymetrię, a miara Sharpe'a nie potrafi tłumaczyć takich różnic w rozkładach stóp zwrotu. Szczególnie ta sytuacja uwidacznia się w wypadku rangowania funduszów obligacji, które wykazują znaczną asymetrię stóp zwrotu, a dodatkowo w dwóch przypadkach bardzo wysoką kurtozę.

Większa liczba rozbieżności w rangowaniu pojawia się również wraz ze wzrostem wartości progowej stopy zwrotu. Taki rezultat można prawdopodobnie tłumaczyć faktem, iż współczynnik Omega w lepszy sposób niż pozostałe analizowane odzwierciedla rozkład stóp zwrotu mniej zbliżony do normalnego. W tym bowiem wypadku istotna jest prawidłowa ocena efektywności inwestycji w odniesieniu do najbardziej skrajnych dodatnich nadwyżek stóp zwrotu.

Wnioski końcowe

Przedstawiony miernik Omega jest z jednym z alternatywnych sposobów oceny efektywności inwestycji kapitałowych chociażby w stosunku do bardzo często stosowanych miar, takich jak współczynnik Sharpe'a lub miara Sortino, z którymi został on porównany w badaniu empirycznym. Jest on szczególnie przydatny, gdy ma się do czynienia z rozkładami stóp zwrotu, które nie mają rozkładu normalnego lub możliwego do sprowadzenia do normalnego.

Miernik Omega odzwierciedla pełną informację o rozkładzie badanego szeregu stóp zwrotu i nie jest uzależniony od założeń dotyczących postaci tego rozkładu. W tym obszarze objawia się najpełniej wszechstronność zastosowań miernika Omega. Przeważająca liczba miar efektywności uwzględniających ryzyko odzwierciedla to ryzyko w sposób symetryczny. Przy zastosowaniu miernika Omega nawet skrajna asymetria rozkładu stóp zwrotu nie powoduje, że ocena efektywności jest nieprawidłowa.

Przeprowadzona w badaniu empirycznym analiza porównawcza daje jednak rezultaty, które wydają się nie wystarczać, aby można było jednoznacznie stwierdzić, że zastosowanie miernika Omega pozwala na zdecydowanie lepszą ocenę efektywności inwestycji w odniesieniu do pozostałych miar. W szczególności nie wykazano istotnych różnic pomiędzy zastosowaniem Omegi i miernika Sortino. Z drugiej strony pozwala ona na lepsze wnioskowanie odnośnie do

efektywności inwestycji w przypadku, gdy ocenie podlegają bardziej niestandardowe pod względem asymetrii i kurtozy rozkłady stóp zwrotu. Kolejną zaletą miernika Omega jest fakt, iż można łatwo analizować i interpretować go jako zależność funkcyjną od progowej stopy zwrotu. Taka analiza pozwala na szybkie ustalenie, jaka wartość progowej stopy zwrotu powoduje, że ocena inwestycji zmienia się z negatywnej na pozytywną (lub odwrotnie). Jest to bardzo pomocne w sytuacjach, gdy różni inwestorzy mają różne oczekiwania w stosunku do rezultatów inwestycyjnych oraz różną awersję do ryzyka.

Tematyka miernika Omega w momencie pisania artykułu jest słabo rozpowszechniona w literaturze przedmiotu i słabo poznana w kontekście empirycznym, w szczególności na gruncie polskiego rynku kapitałowego. Wnioski przedstawione w artykule należy traktować jako konieczne do szerszej weryfikacji oraz rozwinięcia. Omega to miara efektywności, która może i powinna być przedmiotem zainteresowania inwestorów, głównie z uwagi na jej dużą elastyczność oraz prostotę: analityczną i zastosowania.

Literatura

1. Cascon A., Keating C., Shadwick W.F., *The Omega Function*, Working Paper, Finance Development Centre, London 2003 (dostępne pod adresem internetowym http://www.performance-measurement.org/CasconKeatingShadwick2003.pdf).
2. Kazemi H., Schneeweis T., Gupta R., *Omega as a Performance Measure*, „Journal of Performance Measurement" 2004, 8 (3), s. 16-25.
3. Keating C., Shadwick W.F., *A Universal Performance Measure*, „Journal of Performance Measurement" 2002, 6 (3), s. 59-84.
4. Le Sourd V., *Performance Measurement for Traditional Investment. Literature Survey*, EDHEC, Lille-Nice 2007.
5. Schmid F., Schmid R., *Statistical Inference for Performance Measure Omega*, Working Paper, University of Cologne (dostępne pod adresem internetowym http://schader.bwl.unimannheim.de/fileadmin/files/vorlesungen/cdsb/Schmid_Statistical_Inference_for_Performance_Measure_Omega.pdf).
6. Shadwick W.F., *The Sortino Ratio and Darsinos and Satchell's 'Generalised Sharpe Ratios' Fail the Lottery Test*, Working Paper, Finance Development Centre, London 2004 (dostępne pod adresem internetowym http://www.edgefund.com/Shadwick2004.pdf).
7. Sharpe W.F., *The Sharpe Ratio*, „The Journal of Portfolio Management" 1994, New York.

OMEGA METER AS A COMPREHENSIVE MEASURE OF INVESTMENT EFFICIENCY

Summary

This paper presents the Omega meter – quite new tool to measure investment efficiency and risk. One of its major advantages is the independence from the assumptions made regarding the distribution of investment returns being analysed. It also allows for comparison of investment efficiency and riskiness of different assets.

The article focuses on the essential characteristics of the meter and the presents methods for its point estimation. An empirical comparison with other risk adjusted measures of investment efficiency was made. The comparison was performed on investment funds of different categories. Omega meter in some cases allows to obtain more valuable information than the other regarded measures of investment efficiency. However, empirical research shows that efficiency measurement results are not much different when using Omega and Sortino ratio.

Tomasz Węgrzyn
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

STRATEGIA CPPI DLA PORTFELA REPLIKUJĄCEGO INDEKS WIG20

Wstęp

Strategia ubezpieczania portfela w stałej proporcji (CPPI, *Constant Proportion Portfolio Insurance*) jest jedną ze strategii, których głównym celem jest ochrona minimalnej wartości portfela inwestora. Strategia CPPI jest strategią aktywną – wymaga modyfikacji struktury portfela wraz ze zmianą cen aktywów wchodzących w jego skład.

Ponieważ strategia CPPI jest stosowana przez zarządzających portfelami, więc pojawia się pytanie o jej efektywność. W artykule zostaną przeprowadzone badania nad efektywnością implementacji strategii do zarządzania portfelem replikującym indeks WIG20 w okresie od 20.12.2004 do 31.08.2010, czyli okresie hossy i bessy. Efektywność strategii zostanie oceniona za pomocą wskaźników Sharpe'a oraz omega. Ponadto za pomocą modeli Henrikssona-Mertona oraz Treynora-Mazuya zostanie ocenione, czy stosowanie strategii CPPI pozwala na skuteczne wdrożenie aktywnego zarządzania portfelem.

Stosujący strategię CPPI koryguje skład portfela w odpowiedzi na zmiany zachodzące na rynku, w związku z tym zostaje przyjęta hipoteza badawcza, że stosowanie strategii CPPI nie pozwala na skuteczne wdrożenie aktywnego zarządzania portfelem. Ponadto przyjęto hipotezę badawczą mówiącą o tym, że portfel objęty strategią CPPI jest efektywniejszy w sensie wskaźnika Sharpe'a niż portfel o takim samym poziomie ryzyka systematycznego objęty strategią kup i trzymaj. Kolejną hipotezą badawczą jest hipoteza, że portfel objęty strategią CPPI jest efektywniejszy w sensie wskaźnika omega niż portfel o takim samym poziomie ryzyka systematycznego.

1. Strategia ubezpieczania portfela w stałej proporcji

Strategia CPPI jest jedną ze strategii ubezpieczania portfela. Głównym celem strategii ubezpieczania portfela jest ochrona minimalnej wartości portfela.

Strategia CPPI jest prezentowana w pracach [2; 3; 7; 10]. W odróżnieniu od innych strategii ubezpieczania portfela (np. opartych na modelu wyceny opcji) stosowanie strategii CPPI nie wymaga od inwestora estymacji parametrów (np. zmienności). Ponadto w strategii CPPI nie przyjmuje się rygorystycznych założeń odnośnie do zachowania stóp zwrotu (jak to jest w przypadku strategii ubezpieczania portfela opartych na modelach wyceny opcji). Podstawowym parametrem strategii CPPI, definiowanym przez inwestora, jest minimalna wartość portfela (*floor*), poniżej której wartość portfela nie może spaść w okresie stosowania strategii. Minimalna wartość portfela (*floor*) może być stała w okresie stosowania strategii lub rosnąć zgodnie z wolną od ryzyka stopą procentową.

Ze względu na stosunkowo dużą popularność strategii CPPI [5] jest ona przedmiotem wielu badań. Badania prowadzone przez Black [3] oraz Perold [7] koncentrowały się na wskazaniu funkcji użyteczności, przy których stosowanie strategii CPPI jest uprawnione. Z kolei Dichtl oraz Drobetz [4] wskazują, że popularność strategii CPPI może zostać wyjaśniona na gruncie teorii finansów behawioralnych. Porównaniu strategii CPPI oraz strategii opartej na opcji put jest poświęcona praca Zagst oraz Kraus [11].

Cel strategii CPPI jest realizowany poprzez podział kapitału na dwie części. Jedna część kapitału jest inwestowana w aktywa ryzykowne, natomiast druga część w aktywa rezerwowe, którymi są obligacje lub bony skarbowe. Inwestycja w aktywa ryzykowne ma zapewnić uzyskanie wyższej stopy zwrotu z portfela niż inwestycja według wolnej od ryzyka stopy procentowej. Jednocześnie inwestycja w aktywa rezerwowe ma zapewnić ochronę wartości portfela na poziomie wartości minimalnej.

Parametrami strategii (ustalanymi przez inwestora) są:

f – minimalna wartość portfela (*floor*),
m – mnożnik określający wielkość kapitału inwestowanego w aktywa ryzykowne,
c – bieżąca wartość portfela pomniejszona o minimalną wartość portfela (*cushion*),
e – ekspozycja, czyli część kapitału inwestowana w aktywa ryzykowne,
t – tolerancja określająca, po jakiej zmianie ekspozycji inwestor jest zmuszony dostosować skład portfela do wynikającego z parametrów strategii,
l – minimalna wartość kapitału inwestowana w aktywa ryzykowne.

Wartość inwestycji w aktywa ryzykowne (ekspozycję) wyznacza się wykorzystując następującą formułę:

$$e = m \cdot c = m \cdot \left(portfel - f \right) \tag{1}$$

Analiza równania (1) wskazuje, że wraz ze wzrostem wartości aktywów ryzykownych zwiększa się wartość portfela. W rezultacie rośnie wartość nadwyżki wartości portfela ponad minimalną wartość portfela. Działanie mnożnika powo-

duje, że inwestor dokupuje aktywa ryzykowne do portfela, czyli zwiększa ryzyko całego portfela.

Spadek wartości aktywów ryzykownych powoduje spadek wartości całego portfela. Skutkiem tego jest obniżenie nadwyżki wartości portfela ponad minimalną wartość portfela. W takiej sytuacji działanie mnożnika powoduje, że inwestor sprzedaje aktywa ryzykowne z portfela, co oznacza obniżenie ryzyka całego portfela. Należy zauważyć, że spadek wartości portfela do poziomu minimalnej wartości portfela oznacza, że wartość nadwyżki portfela ponad minimalną wartość portfela jest zerowa. W rezultacie inwestor sprzedaje wszystkie aktywa ryzykowne i ryzyko portfela jest zerowe.

2. Narzędzia oceny efektywności zarządzania portfelem

Wskaźnik zaproponowany przez W.F. Sharpe'a [8] pozwala na ocenę efektywności zarządzania portfelem. We wskaźniku Sharpe'a nadwyżkowa stopa zwrotu jest odnoszona do całkowitego ryzyka portfela. Wskaźnik pokazuje wartość nadwyżkowej stopy zwrotu na jednostkę ponoszonego ryzyka. Jest wyznaczany z następującej formuły:

$$SR_P = \frac{E(R_P) - R_f}{D(R_P)} \tag{2}$$

gdzie:
R_F – stopa wolna od ryzyka,
$E(R_p)$ – przeciętna stopa zwrotu z portfela,
$D(R_p)$ – odchylenie standardowe stopy zwrotu (całkowite ryzyko portfela).

Stosowanie strategii CPPI oznacza, że ekspozycja na ryzyko rynkowe zmienia się w czasie. Dlatego należy sprawdzić, czy strategia CPPI pozwala przewidzieć kierunek zmian cen akcji. W tym celu należy przetestować, czy stosowanie strategii CPPI oznacza, że inwestor posiada zdolność aktywnego zarządzania portfelem. Odpowiedź na postawione pytanie dostarczają modele zaproponowane przez J.L. Treynora i K.K. Mazuya [9] oraz R.C. Mertona i R.D. Henrikssona [6].

Model Treynora-Mazuya jest definiowany następująco:

$$R_{pt} - R_{Ft} = \alpha \ + \beta_p (R_{Mt} - R_{Ft}) + \delta_p (R_{Mt} - R_{Ft})^2 + \varepsilon \tag{3}$$

gdzie,
α – wyraz wolny,
β_p – pokazuje poziom ryzyka systematycznego,
δ_p – mierzy zdolność do implementacji strategii aktywnego zarządzania portfelem,
R_{Pt} – stopa zwrotu z portfela,
R_{Mt} – stopa zwrotu z rynku,
R_{Ft} – stopa wolna od ryzyka,
ε – czynnik losowy.

Parametry α, β_p, δ_p są estymowane metodą najmniejszych kwadratów. Parametr α wskazuje dodatkową stopę zwrotu z portfela wynikającą z doboru spółek do portfela. Parametr β_p wskazuje ekspozycję portfela na ryzyko systematyczne, natomiast parametr δ_p mierzy zdolność inwestora do implementacji strategii aktywnego zarządzania portfelem. Jeżeli parametr δ_p jest dodatni i istotnie różny od zera, to można stwierdzić, że inwestor potrafi skutecznie stosować strategię aktywnego zarządzania portfelem.

Model Mertona-Henrikssona jest definiowany następująco:

$$R_{pt} - R_{Ft} = \alpha \ + \beta_1 \cdot \left(R_{Mt} - R_{Ft}\right) + \beta_2 \cdot y \cdot \left(R_{Mt} - R_{Ft}\right) + \varepsilon \tag{4}$$

gdzie:

$$y = \begin{cases} 0 & if \quad R_{Mt} > R_{Ft} \\ -1 & if \quad R_{Mt} < R_{Ft} \end{cases} \tag{5}$$

α – wyraz wolny,
β_1, β_2 – parametry modelu,
R_{Pt} – stopa zwrotu z portfela,
R_{Mt} – stopa zwrotu z rynku,
R_{Ft} – stopa wolna od ryzyka,
ε – czynnik losowy.

Parametry α, β_1, β_2 są estymowane metodą najmniejszych kwadratów. Parametr α wskazuje dodatkową stopę zwrotu z portfela wynikającą z doboru spółek do portfela. Parametr β_1 mierzy poziom ryzyka systematycznego portfela, gdy stopa zwrotu z rynku jest większa od stopy wolnej od ryzyka. Parametr β_2 mierzy zdolność inwestora do implementacji strategii aktywnego zarządzania portfelem. Jeżeli parametr β_2 jest dodatni i istotnie różny od zera, to można stwier-

dzić, że inwestor potrafi skutecznie stosować strategię aktywnego zarządzania portfelem.

Bertrand oraz Prigent [1] wskazują, że oceniając efektywność strategii aktywnego zarządzania, jaką jest strategia CPPI, powinno się brać pod uwagę cały rozkład stóp zwrotu, a nie jedynie wybrane parametry rozkładu, jak to jest w przypadku wykorzystania wskaźnika Sharpe'a. Jednym ze wskaźników oceny efektywności zarządzania portfelem, wykorzystującym w swej formule cały rozkład stóp zwrotu, jest wskaźnik omega dany wzorem:

$$\Omega = \frac{\int_{L}^{b} (1 - F(X))dx}{\int_{a}^{L} F(X)dx} \tag{6}$$

gdzie:
F(·) – dystrybuanta rozkładu stóp zwrotu,
L – wybrany przez inwestora próg rentowności.

Wyznaczenie wskaźnika omega wymaga wyboru progu rentowności L. Inwestor, wybierając próg rentowności L, traktuje wszystkie realizacje stóp zwrotu poniżej L jako straty, a wszystkie powyżej L jako zyski. W rezultacie dany inwestor, analizując dwa alternatywne portfele, zawsze jako atrakcyjniejszy traktuje portfel o wyższym wskaźniku omega.

3. Założenia

W artykule jest badana skuteczność implementacji strategii CPPI w portfel replikujący indeks WIG20 w okresie od 20.12.2004 do 31.08.2010. W analizowanym okresie można obserwować tendencję wzrostową na rynku akcji do końca października 2007, a następnie tendencję spadkową do końca lutego 2009.

Indeks WIG20 jest indeksem GPW w Warszawie. Indeks został stworzony dla największych i najbardziej płynnych spółek notowanych na GPW. Portfel indeksu jest korygowany w każdy trzeci piątek marca, czerwca, września oraz grudnia. W badaniach przyjęto, że inwestor posiada kapitał warty początkowo 4 mln PLN, który inwestuje w portfel replikujący indeks WIG20. Replikując indeks WIG20, inwestor kupuje akcje 20 spółek wchodzących w skład indeksu WIG20, odwzorowując jego strukturę. Ponadto w celu zarządzania ryzykiem inwestor stosuje strategię CPPI. Stosowanie strategii CPPI prowadzi do podziału

portfela na dwie części: część inwestowaną w portfel indeksu WIG20 oraz część inwestowaną według stopy wolnej od ryzyka. Udział obu części zmienia się każdego dnia, co pociąga za sobą konieczność dokonywania transakcji.

Przyjęte parametry strategii CPPI:

f – 90% wartości portfela z trzeciego piątku grudnia danego roku, wartość stała przez okres kolejnego roku,

m – 2,

t – 0 (korekta składu portfela jest przeprowadzana na każdej sesji),

l – 0.

Najważniejszym parametrem strategii CPPI jest wartość minimalna portfela. W badaniu przyjęto ją na poziomie 90% wartości portfela z trzeciego piątku grudnia. Ustalona minimalna wartość portfela jest stała aż do kolejnego trzeciego piątku grudnia. Ze względu na korektę wartości minimalnej (f) w trzeci piątek grudnia, tego dnia następuje skokowa zmiana udziałów dwóch części składowych portfela w stosunku do poprzedniego dnia, tj. części inwestowanej w portfel indeksu WIG20 oraz części inwestowanej według wolnej od ryzyka stopy procentowej. Na kolejnych sesjach korekta udziałów poszczególnych części składowych portfela wynika ze zmiany wartości portfela indeksu WIG20.

W badaniu uwzględniono prowizje maklerskie, których wartość przyjęto na poziomie 0,4% wartości transakcji. Stopę wolną od ryzyka przyjęto na poziomie 90% stawki WIBID ON. Aktywa rezerwowe inwestowano według stopy wolnej od ryzyka.

4. Analiza wyników

Na wykresie 1 przedstawiono skumulowane stopy zwrotu z następujących portfeli:

- p_CPPI – portfel, w którym zaimplementowano strategię CPPI,
- p_WIG20 – portfel replikujący indeks WIG20; portfel zarządzany pasywnie,
- p_WIBID – portfel z inwestycją według stopy WIBID ON,
- p_akcje20% – portfel zawierający 80% gotówki oraz 20% portfela replikującego indeks WIG20; portfel zarządzany pasywnie.

Analiza wykresu 1 pozwala zauważyć, że w okresie do 06.2007 wartość portfela p_WIG20 była wyższa od wartości pozostałych portfeli. Jest to zgodne z teorią – w okresie hossy bardziej opłacalne jest ponoszenie ryzyka systematycznego niż jego ograniczenie, które jest wynikiem stosowania strategii CPPI. Jednak spadek wartości cen akcji na giełdzie (od 06.2007) spowodował, że na

końcu analizowanego okresu portfel p_WIG20 miał najniższą wartość spośród analizowanych portfeli. Ponadto należy zauważyć, że portfele p_CPPI oraz p_akcje20% zachowują się w analizowanym okresie bardzo podobnie. Jednakże wartość portfela p_CPPI zawsze jest większa od portfela p_akcje20%. Jednocześnie można zauważyć, że portfele p_CPPI oraz p_akcje20% zwykle mają wyższą wartość niż portfel p_WIBID, poza okresem pomiędzy wrześniem 2008 i wrześniem 2009.

Wykres 1

Skumulowane stopy zwrotu z portfeli: p_CPPI, p_WIG20, p_WIBID, p_akcje20%

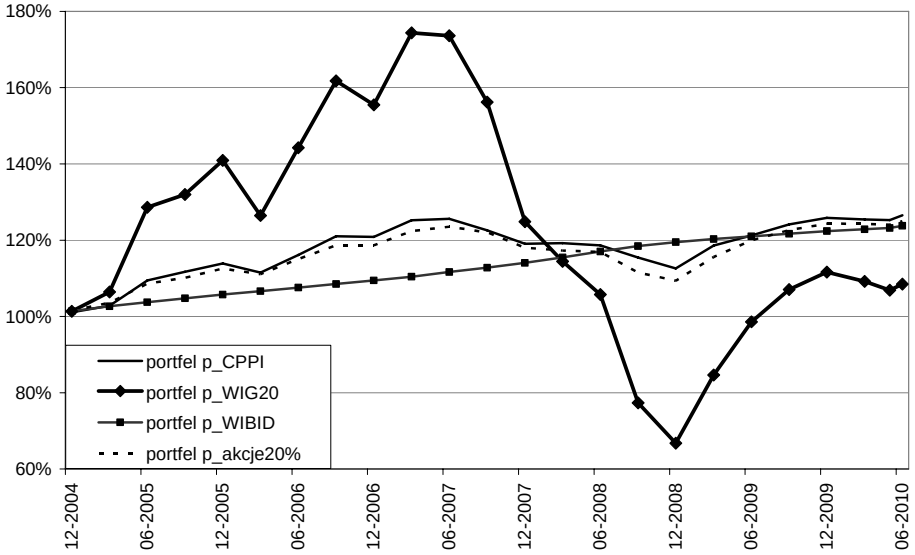


Tabela 1

Wyniki analizowanych portfeli

Portfel	Skumulowana stopa zwrotu	Średnia logarytmiczna stopa zwrotu	Odchylenie standardowe	Wskaźnik Sharpe'a
p_CPPI	26,67%	0,017%	0,00337	0,43%
p_WIG20	8,46%	0,006%	0,01749	-0,53%
p_akcje20%	25,00%	0,016%	0,00350	0,20%
P_WIBID	23,23%	0,015%	0,00010	-

W tabeli 1 przedstawiono wartości średniej logarytmicznej dziennej stopy zwrotu, odchylenia standardowego stopy zwrotu, wskaźnika Sharpe'a oraz skumulowaną stopę zwrotu dla analizowanych portfeli. Analizując wyniki przedstawione w tabeli 1, można zauważyć, że średnią logarytmiczną stopą zwrotu jest najwyższa wartość dla portfela p_CPPI, a portfele p_akcje20% oraz

p_WIBID mają podobne do niej wartości średniej logarytmicznej stopy zwrotu. Natomiast portfel p_WIG20 ma najniższą wartość średniej logarytmicznej stopy zwrotu. Ponadto średnia dzienna stopa zwrotu dla portfela p_CPPI jest istotnie większa niż dla portfela p_akcje20% na poziomie istotności alfa = 0,05.

Analiza odchylenia standardowego dziennej stopy zwrotu pozwala zauważyć, że jest ono najwyższe dla portfela p_WIG20. Jednocześnie dla portfela p_CPPI jest ono istotnie niższe niż dla portfela p_akcje20% na poziomie istotności alfa = 0,05.

Analiza wartości skumulowanej stopy zwrotu pokazuje, że najwyższy zwrot w badanym okresie dał portfel p_CPPI. Jednocześnie portfel p_akcje20% dał podobny zwrot, co portfel p_WIBID, a portfel p_WIG20 dał około trzykrotnie gorszy wynik niż pozostałe portfele.

W celu oceny efektywności zarządzania portfelem wyznaczono wskaźniki Sharpe'a. Ich analiza wskazuje, że najbardziej efektywnym portfelem jest portfel p_CPPI. Jednocześnie portfele p_WIG20 oraz p_akcje20% charakteryzują się podobnym poziomem wartości wskaźnika Sharpe'a.

Ocena portfeli za pomocą wskaźnika omega (zamieszczonego w tabeli 2) dla progu rentowności na poziomie 0% wskazuje, że najlepszym portfelem jest portfel p_akcje20%. Minimalnie od niego gorszy jest portfel p_CPPI. Najgorszym portfelem jest portfel p_WIG20. Jednakże jeżeli próg rentowności wzrośnie do 2%, to najlepiej ocenianym portfelem jest portfel p_CPPI, a najgorzej p_WIG20. Przy progu rentowności na poziomie 4% portfel p_CPPI jako jedyny ma wskaźnik omega powyżej 1. Przy progu rentowności na poziomie 5% najlepiej jest oceniany portfel p_WIG20, a portfel p_CPPI jest drugi w kolejności. Jednakże wszystkie portfele mają wskaźnik omega poniżej 1, co oznacza wyższe prawdopodobieństwo uzyskania wyniku poniżej progu rentowności niż powyżej niego. Należy zauważyć, że w przypadku gdy próg rentowności zostaje ustalony na poziomie co najmniej 2%, portfel p_CPPI jest wyżej oceniany przez wskaźnik omega niż portfel p_akcje20%.

Tabela 2

Wskaźnik omega analizowanych portfeli

Portfel	Wskaźnik omega L = 0%	Wskaźnik omega L = 2%	Wskaźnik omega L = 4%	Wskaźnik omega L = 5%
p_CPPI	1,123	1,062	1,004	0,976
p_WIG20	1,009	0,996	0,984	0,987
p_akcje20%	1,128	1,061	0,997	0,966

Parametry modelu Treynora-Mazuya oszacowano metodą najmniejszych kwadratów:

$$R_{pt} - R_{Ft} = \underset{(0,060)}{0,08} + \underset{(0,002)}{0,2 \cdot \left(R_{Mt} - R_{Ft}\right)} - \underset{(0,00004)}{0,000012 \cdot \left(R_{Mt} - R_{Ft}\right)^2} \quad (7)$$

Pod każdym z parametrów w równaniu (7) zamieszczono wartość średniego błędu szacunku. Pozwala to stwierdzić, że parametr δ_p jest nieistotnie różny od zera. To oznacza, że stosowanie strategii CPPI nie pozwala na stwierdzenie o skutecznym wdrożeniu strategii aktywnego zarządzania portfelem. Ponadto parametr β_p jest istotnie większy od zera. Jego wartość wskazuje, że przeciętny poziom ryzyka systematycznego w portfelu p_CPPI wynosił 0,20, a to oznacza, że portfel p_akcje20% może być uznany za portfel benchmarkowy dla portfela p_CPPI.

Parametry modelu Henrikssona-Mertona oszacowano metodą najmniejszych kwadratów:

$$R_{pt} - R_{Ft} = \underset{(0,006)}{0,01} + \underset{(0,004)}{0,2 \cdot \left(R_{Mt} - R_{Ft}\right)} - \underset{(0,00005)}{0,00003 \cdot y \cdot \left(R_{Mt} - R_{Ft}\right)} \quad (8)$$

Pod każdym z parametrów w równaniu (8) zamieszczono wartość średniego błędu szacunku. Ich analiza pozwala stwierdzić, że parametr β_1 jest istotnie różny od zera. Jego wartość wskazuje, że przeciętny poziom ryzyka sytematycznego w portfelu p_CPPI wynosił 0,2, co potwierdza wniosek płynący z analizy parametrów modelu Treynora-Mazuya, że portfel p_akcje20% może być uznany za portfel benchmarkowy dla portfela p_CPPI. Jednocześnie parametr β_2 jest nieistotnie różny od zera. To oznacza, że strategia CPPI nie pozwala na skuteczne wdrożenie strategii aktywnego zarządzania portfelem.

Zarówno model Treynora-Mazuya, jak i model Henrikssona-Mertona wskazują, że w przypadku stosowania strategii CPPI korekta ekspozycji na ryzyko rynkowe następuje po spadku cen na rynku, a nie z wyprzedzeniem. Oznacza to, że w świetle uzyskanych wyników nie ma dowodów na występowanie serii dodatnich/ujemnych stóp zwrotu.

Podsumowanie

W artykule zanalizowano efektywność strategii CPPI. Analiza uzyskanych wyników wskazuje, że stosowanie strategii CPPI pozwala na istotne zredukowanie ryzyka w porównaniu do portfela zawierającego stały udział akcji oraz gotówki (portfel p_akcje20%). Dodatkowo w sensie wskaźnika Sharpe'a portfel p_CPPI jest najbardziej efektywny spośród analizowanych portfeli.

Wskaźnik omega nie daje jednoznacznych rezultatów: portfel p_CPPI jest lepszy od pozostałych portfeli dla progu rentowności w przedziale od 2% do 4%.

Natomiast dla progu rentowności na poziomie 0% (i mniej) lepszy od portfela p_CPPI jest portfel p_akcje20%, a dla progu rentowności na poziomie 5% (i więcej) lepszy od portfela p_CPPI jest portfel p_WIG20. Jednakże portfel p_CPPI na poziomie rentowności 5% (i więcej) jest lepszy od portfela p_akcje20%. Oznacza to, że wskaźnik omega pokazuje, że dla progu rentowności od 2% inwestor powinien stosować strategię CPPI zamiast inwestycji w portfel o stałym stosunku akcji oraz gotówki (portfel p_akcje20%).

Zarówno model Treynora-Mazuya, jak i model Henrikssona-Mertona wskazują, że przeciętny poziom ryzyka systematycznego w portfelu p_CPPI wynosił około 0,2. Oznacza to, że portfel p_akcje20% jest dobrym portfelem odniesienia dla portfela p_CPPI. Ponadto oba modele pokazują, że nie ma dowodów, aby stosowanie strategii CPPI pozwalało na skuteczne wdrożenie aktywnego zarządzania portfelem. Pośrednio wskazuje to, że na rynku nie występują serie dodatnich oraz ujemnych stóp zwrotu.

Literatura

1. Bertrand P., Prigent J., *Omega Performance Measure and Portfolio Insurance*, „Journal of Banking & Finance" 2011, 35, s. 1811.
2. Black F., Jones R., *Simplifying Portfolio Insurance*, „Journal of Portfolio Management" 1987, Vol. 14, Iss. 1, Fall, s. 48.
3. Black F., Jones R., *Simplifying Portfolio Insurance for Corporate Pension Plans*, „Journal of Portfolio Management" 1988, Vol. 14, Iss. 4, Summer, s. 33.
4. Dichtl H., Drobetz W., *On the Popularity of the CPPI Strategy: A Behavioral-Finance-Based Explanation and Design Recommendations*, „Journal of Wealth Management" 2010, Fall, s. 41.
5. Do B.H., *Relative Performance of Dynamic Portfolio Insurance Strategies: Australian Evidence*, „Accounting and Finance" 2002, 42, s. 279.
6. Henriksson R.D., Merton R.C., *On Market Timing and Investment Performance II*, „Journal of Business" 1981, Vol. 54, Iss. 4, October, s. 513.
7. Perold A.F., Sharpe W.F., *Dynamic Strategies for Asset Allocation*, „Financial Analysts Journal" 1988, Vol. 44, Iss. 1, January/February, s. 16.
8. Sharpe W.F., *Mutual Fund Performance*, „Journal of Business" 1966, Vol. 39, Iss. 1, January, s. 119.
9. Treynor J.L., Mazuy K.K., *Can Mutual Funds Outguess the Market*? „Harvard Business Review" 1966, Vol. 44, Iss. 4, July/August, s. 131.
10. Trippi R.R., Harriff R.B., *Dynamic Asset Allocation Rules: Survey and Synthesis*, „Journal of Portfolio Management" 1991, Vol. 17, Iss. 4, Summer, s. 19.
11. Zagst R., Kraus J., *Stochastic Dominance of Portfolio Insurance Strategies OBPI versus CPPI*, „Annals of Operations Research" 2011, 185, s. 75.

THE CPPI STRATEGY FOR THE PORTFOLIO THAT REPLICATES THE WIG20 INDEX

Summary

The constant proportion portfolio insurance (CPPI) strategy is one of the strategies the main aim of which is to protect the minimum value of the investor's portfolio. That strategy is one of the active strategies – each changing in prices causes modifications in the portfolio structure. The CPPI strategy is used by some mutual funds that operate at the Polish stock market. The aim of the paper is to check if that strategy is efficient in the Polish market in a long time. It will be checked after implementing the CPPI strategy to the portfolio that replicates the WIG20 index.

Katarzyna Zeug-Żebro
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

WPŁYW REDUKCJI POZIOMU SZUMU LOSOWEGO METODĄ NAJBLIŻSZYCH SĄSIADÓW NA DOKŁADNOŚĆ PROGNOZ FINANSOWYCH SZEREGÓW CZASOWYCH

Wstęp

Rzeczywisty szereg czasowy x_t jest zwykle zaburzony przez szum losowy. Jego źródłem mogą być błędy pomiaru oraz błędy zaokrągleń powstałe podczas analizy danych. Szum losowy może również reprezentować czynniki egzogeniczne wpływające na dynamikę układu lub być konsekwencją statystycznego charakteru zjawisk, np. na które wpływ mają ludzkie decyzje. Zatem każdy rzeczywisty szereg czasowy x_t można podzielić na dwie części: deterministyczną $\bar{x}_t$ i stochastyczną ξ_t, a następnie zapisać w postaci addytywnej:

$$x_t = \bar{x}_t + \xi_t, \tag{1}$$

gdzie ξ_t posiada szybko malejącą funkcję autokorelacji i jest nieskorelowana z $\bar{x}_t$.

W literaturze można spotkać wiele procedur redukujących poziom szumu, między innymi metodę największej wiarygodności, cieniowanie oraz metodę najbliższych sąsiadów. Jedną z zalet wynikającą z użycia tych metod jest poprawa możliwości prognozowania.

Celem artykułu będzie ocena zastosowania redukcji poziomu szumu, w wybranych szeregach finansowych, metodą najbliższych sąsiadów oraz wpływu tej filtracji na dokładność prognoz. W badaniach zostaną wykorzystane szeregi utworzone z cen zamknięcia trzech spółek notowanych na GPW w Warszawie, tj. Bytom, INGBSK, Żywiec oraz dziennych kursów franka szwajcarskiego i dolara amerykańskiego. Dane obejmą okres od 05.01.1995 do 14.10.2011. Obliczenia zostaną przeprowadzone z użyciem programów napisanych przez autorkę w języku programowania Delphi, pakietu Microsoft Excel, Gretl oraz TISEAN.

1. Redukcja poziomu szumu metodą najbliższych sąsiadów

Metodą należącą do grupy procedur redukujących poziom szumu w stanach układu jest metoda najbliższych sąsiadów [3]. Opiera się ona na tzw. wektorach opóźnień, które są wynikiem rekonstrukcji przestrzeni stanów układu dynamicznego (metoda opóźnień [8]). Wektory te zwane również *d*-historiami przyjmują postać:

$$\hat{x}_t^d = \left(x_t, x_{t+\tau}, ..., x_{t+(d-1)\tau}\right), \tag{2}$$

gdzie d jest wymiarem zanurzenia, τ jest pewną liczbą naturalną nazwaną opóźnieniem czasowym, natomiast zmienna t przyjmuje $n = N - (d-1)\tau$ wartości (N jest długością szeregu czasowego).

Aby wyznaczyć wartość $\overline{x}_l$, dla ustalonego l, trzeba rozważyć wektor opóźnień, w przypadku gdy czas opóźnień przyjmuje wartość jeden, $\tau = 1$:

$$\hat{x}_t^d = \left(x_t, x_{t+1}, ..., x_{t+(d-1)}\right),$$

którego jedną ze środkowych współrzędnych jest filtrowana obserwacja x_l (np. wektor $\hat{x}^d_{l-\frac{d}{2}}$ dla parzystej wartości wymiaru zanurzenia lub $\hat{x}^d_{l-\frac{d+1}{2}}$ dla nieparzystej wartości d). Ustalono k najbliższych sąsiadów wektora $\hat{x}^d_{l-\frac{d}{2}}$:

$$\hat{x}^d_{v_1-\frac{d}{2}}, \hat{x}^d_{v_2-\frac{d}{2}}, ..., \hat{x}^d_{v_k-\frac{d}{2}} \ . \tag{3}$$

Opierajac się na wyznaczonych najbliższych sąsiadach, wartość deterministyczną $\overline{x}_l$ należy wyznaczyć ze wzoru:

$$\overline{x}_l = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_{v_i} \ . \tag{4}$$

1.1. Miara *NRL*

Skuteczność stosowanych metod można badać za pomocą współczynnika poziomu redukcji szumu *NRL* [4]. Bada on zależność pomiędzy siłą szumu dodawanego do układu a strukturą geometryczną jego atraktora [9]. Zależność ta polega na „pogrubianiu" atraktora i oddalaniu się bliskich sobie stanów w stopniu proporcjonalnym do siły szumu. Współczynnik ten wyraża się wzorem:

$$NRL(d) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i \Big/ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M_i \,, \tag{5}$$

gdzie m_i i M_i oznaczają odległości od *i*-tego stanu (*d*-historii) do jego najbliższego i najdalszego sąsiada. Korzystając z powyższego kryterium, należy wybrać spośród otrzymanych szeregów taki, dla którego współczynnik *NRL* przyjmuje najmniejszą wartość.

2. Prognoza szeregów czasowych – metoda najbliższych sąsiadów*

Od wielu lat jest widoczny ogromny wzrost zainteresowania teorią nieliniowych układów dynamicznych, który zaowocował pojawieniem się nowych metod predykcji wykorzystujących pojęcia i metody związane z tymi układami. Jedną z nich jest metoda najbliższych sąsiadów *MNS*. Jej celem jest wyznaczenie prognozy elementu o numerze $N + 1$ na podstawie szeregu czasowego złożonego z *N* obserwacji $\{x_1, x_2, ..., x_N\}$.

Algorytm prognozowania jest następujący:

1. Wyznaczamy liczbę $K = 2(d+1)$ najbliższych sąsiadów punktu $\hat{x}_n^d$, $n = N - (d-1)\tau$, w sensie odległości euklidesowej, w *d*-wymiarowej zrekonstruowanej przestrzeni stanów. Element x_n *d*-wymiarowej przestrzeni stanów jest związany z punktem:

$$\hat{x}_n^d = \left(x_n, x_{n+\tau}, x_{n+2\tau}, ..., x_{n+(d-1)\tau}\right). \tag{6}$$

2. Obliczamy sumę:

$$r_{TOT} = \sum_{i=1}^{K} r_i \,, \tag{7}$$

gdzie $r_i = r\left(x_i^d, \hat{x}_n^d\right)$ oznacza odległość między punktem $\hat{x}_n^d$ i x_i^d, $i = 1, 2, ..., K$.

3. Wyznaczamy wagę *i*-tego sąsiada według następującego wzoru:

$$w_i = \frac{1}{K-1}\left(1 - \frac{r_i}{r_{TOT}}\right). \tag{8}$$

* [2, s. 315-332].

4. Wybieramy pierwsze współrzędne x_i^d K najbliższych sąsiadów punktu $\hat{x}_n^d$ i na ich podstawie określamy pierwsze współrzędne ich następników x_{i+1}^d, $i = 1, 2, ..., K$.
5. Obliczamy prognozę $N + 1$ elementu jako sumę ważoną następników pierwszych współrzędnych najbliższych sąsiadów:

$$x_{N+1} = \sum_{i=1}^{K} w_i x_{i+1} \ . \tag{9}$$

3. Przedmiot i przebieg badania

Interesujące rezultaty otrzymano dla szeregów finansowych pochodzących z rynków papierów wartościowych oraz walutowych. Ich długość pozwala na otrzymanie wiarygodnych rezultatów. Badaniu poddano szeregi finansowe* utworzone z cen zamknięcia trzech spółek notowanych na GPW w Warszawie, tj. Bytom, INGBSK, Żywiec oraz dziennych kursów franka szwajcarskiego i dolara amerykańskiego. Przeanalizowano obserwacje, które dla kursów walut były logarytmicznymi stopami zwrotu, zaś dla spółek – nadwyżkowymi (anormalnymi) stopami zwrotu [7, s. 533-553]:

$$AR_{i,t} = R_{i,t} - (\alpha_i + \beta_i R_{M,t}), \tag{10}$$

gdzie α_i, β_i są parametrami szacowanymi w okresie estymacji za pomocą klasycznej metody najmniejszych kwadratów, $R_{i,t}$ jest logarytmiczną stopą zwrotu i-tej spółki, $R_{M,t}$ – logarytmiczną stopą zwrotu portfela rynkowego (jako przybliżenie zmian wartości portfela rynkowego wykorzystano indeks WIG). W niniejszym artykule okres estymacji bezpośrednio poprzedza okres obserwacji. Parametry modelu rynkowego są szacowane na podstawie 246 sesji, co w przybliżeniu stanowi okres jednego roku kalendarzowego.

Analiza wymienionych wyżej szeregów czasowych będzie przebiegała w pięciu etapach:

1. Rekonstrukcja przestrzeni stanów metodą opóźnień.
2. Redukcja poziomu szumu metodą najbliższych sąsiadów.
3. Obliczenie współczynnika poziomu redukcji szumu *NRL*.
4. Prognozowanie:
   - metodą najbliższych sąsiadów *MNS*,
   - z wykorzystaniem modeli ARMA.

* Dane pochodzą z archiwum plików programu Omega dostępnych na stronie internetowej www.bossa.pl.

5. Ocena jakości wyznaczonych prognoz wybranymi miernikami: średnim absolutnym błędem prognozy *MAE*, błędem średniokwadratowym *MSE*, pierwiastkiem błędu średniokwadratowego *RMSE* oraz współczynnikami Theila.

Przeprowadzone badania empiryczne pozwoliły za pomocą metody opóźnień zrekonstruować przestrzeń stanów. Poddając analizie funkcję autokorelacji *ACF* [6], oszacowano czas opóźnień τ. Następnie za pomocą metody najbliższego pozornego sąsiada *MNPS* [1, s. 3404-3411] obliczono wymiar zanurzenia *d*. Wyniki analizy przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości parametrów rekonstrukcji przestrzeni stanów
dla wybranych szeregów finansowych

Szereg	Parametry
Bytom	$\tau = 4, d = 7$
INGBSK	$\tau = 2, d = 8$
Żywiec	$\tau = 3, d = 10$
CHF	$\tau = 2, d = 10$
USD	$\tau = 2, d = 6$

W kolejnym kroku badań zastosowano redukcję poziomu szumu metodą najbliższych sąsiadów*. Aby dokonać filtracji, ustalono wartość czasu opóźnienia $\tau = 1$ oraz wartości dwóch parametrów:

- wymiar zanurzenia $d = 2, 3, 4, 5, 8, 10, 15, 20$,
- promień otoczenia $\rho = 0{,}001;\ 0{,}01;\ 0{,}1$.

W celu oceny redukcji poziomu szumu metodą najbliższych sąsiadów wykorzystano miarę $NRL(i)$** dla $i = 2, 3, ..., 10$. Tabela 2 zawiera najmniejszą wartość współczynnika *NRL* obliczoną dla wybranych szeregów finansowych oraz wartości wymiaru zanurzenia i promienia otoczenia, dla których wartość *NRL* była najniższa.

Tabela 2

Wartości miary *NRL* dla przefiltrowanych szeregów finansowych

Nazwa szeregu	Parametry filtracji		Miara *NRL*
	d	ρ	
Bytom	2	0,1	0,002119
INGBSK	2	0,1	0,001542

* Redukcję szumu przeprowadzono z wykorzystaniem darmowego programu TISEAN autorstwa H. Kantza i T. Schreibera.

** W celu obliczenia współczynnika *NRL* posłużono się programem autora napisanym w języku programowania Delphi.

cd. tabeli 2

Żywiec	2	0,1	0,000774
CHF	4	0,1	0,000253
USD	3	0,1	0,000306

Można zauważyć, że prawie we wszystkich przypadkach wartości wymiaru zanurzenia i promienia otoczenia były takie same. Zmiana wystąpiła tylko w przypadku kursów walut.

Następnie w celu wyznaczenia prognozy opartej na metodzie *MNS* wykorzystano $K = 2(d+1)$ najbliższych sąsiadów punktu $\hat{x}_n^d$ (posłużono się metryką euklidesową) oraz odpowiednie wartości parametrów rekonstrukcji przestrzeni stanów (tabela 1). W celu porównania wyników badanie przeprowadzono dwukrotnie dla szeregów przed i po filtracji (tzn. dla szeregów otrzymanych dla parametrów d i ρ zamieszczonych w tabeli 2).

Do ustalenia postaci modelu ARMA [5] posłużono się kryterium informacyjnym Schwarza, a jako możliwą maksymalną wartość parametrów p i q przyjęto arbitralnie 4. Parametry były ustalane za pomocą metody największej wiarygodności z wykorzystaniem programu ekonometrycznego Gretl. Prognozy dla modeli ARMA były ustalane za pomocą prognozowania dynamicznego. W tabeli 3 przedstawiono zestawienie błędów predykcji.

Tabela 3

Błędy prognoz otrzymanych metodą najbliższych sąsiadów dla szeregów finansowych

Szereg \ Błąd		*ME*	*MAE*	*MSE*	*RMSE*	I_1^2	I_2^2	I_3^2
Bytom	**Bytom**	-0,01522	0,02519	0,00159	0,03989	0,12794	0,34280	0,40792
	Bytom _red	-0,00489	0,00831	0,00030	0,01720	0,07466	0,88877	0,29613
	Bytom _MA(2)	-0,01555	0,02560	0,00137	0,03696	0,13356	0,50567	0,11511
INGBSK	**ING**	0,00201	0,00802	0,00010	0,00998	0,07601	0,13830	1,66834
	ING_red	0,00003	0,00024	0,00000	0,00030	0,01493	0,56470	0,76632
	ING_MA(34)	0,00149	0,00623	0,00006	0,00763	0,04223	0,62505	0,43425
Żywiec	**Żywiec**	-0,00021	0,00391	0,00002	0,00478	0,00213	0,28536	0,84706
	Żywiec _red	-0,00002	0,00039	0,00000	0,00151	0,00002	0,71082	0,42996
	Żywiec _MA(1)	-0,00163	0,00326	0,00002	0,00432	0,13181	0,63571	0,16111
CHF	**CHF**	0,0023	0,0104	0,0002	0,0123	0,0373	0,4552	0,6153
	CHF _red	0,0016	0,0097	0,0001	0,0117	0,0188	0,8701	0,1106
	CHF _AR(3, 1)	-0,00488	0,00805	0,00008	0,00910	0,28297	0,56116	0,14211
USD	**USD**	0,0005	0,0142	0,0003	0,0159	0,0009	0,3384	0,7388
	USD _red	-0,0022	0,0130	0,0002	0,0153	0,0198	0,6726	0,3372
	USD _AR(1, 1)	-0,00468	0,00975	0,00015	0,01234	0,13732	0,75661	0,06303

Analizując otrzymane rezultaty, można zauważyć, że najniższe błędy ex post uzyskano dla prognoz wyznaczonych metodą najbliższych sąsiadów dla szeregów przefiltrowanych, jednakże w tym przypadku wyznaczanie prognoz było najbardziej czasochłonne. Nieco gorsze, choć również dobre rezultaty uzyskano stosując model ARMA. Najgorsze wyniki otrzymano korzystając z metody *MNS* dla szeregów, w których nie przeprowadzono redukcji poziomu szumu.

Podsumowanie

Opierając się na wybranych szeregach finansowych, porównano dwie metody prognozowania: najbliższych sąsiadów oraz modele typu ARMA. Przeprowadzone badania pokazały, że modele ARMA dają dokładniejsze prognozy w przypadku szeregów nieprzefiltrowanych. Natomiast w sytuacji, gdy szeregi te uprzednio poddano redukcji poziomu szumu, lepsze wyniki otrzymano korzystając z metody najbliższych sąsiadów. Zatem zastosowanie metod wywodzących się z teorii nieliniowych układów dynamicznych może stanowić interesującą alternatywę dla modeli ARMA.

Warto zauważyć, że wartości prognoz wyznaczonych metodą najbliższych sąsiadów w dużej mierze zależą od przyjętej metryki, wartości parametrów zrekonstruowanej przestrzeni stanów oraz liczby najbliższych sąsiadów *K*. Zatem wydaje się, że w celu poprawy jakości tych prognoz można przeprowadzić dodatkowe obliczenia dla różnej liczby najbliższych sąsiadów oraz różnych wartości wymiaru zanurzenia i czasu opóźnienia.

Literatura

1. Abarbanel H.D., Brown R., Kennel M.B., *Determining Embedding Dimension for Phase Space Reconstruction Using a Geometrical Construction*, „Physical Review A" 1992, Vol. 45(6), s. 3404-3411.
2. Diebold F.X., Nason J.A., *Nonparametric Exchange Rate Prediction?* „Journal of International Economics" 1990, Vol. 28, s. 315-332.
3. Kantz H., Schreiber T., *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 1997.
4. Orzeszko W., *Identyfikacja i prognozowanie chaosu deterministycznego w ekonomicznych szeregach czasowych*, Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Warszawa 2005.
5. Osińska M., *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa 2006.

6. Ramsey J.B., Sayers C.L., Rothman P., *The Statistical Properties of Dimension Calculations Using Small Data Sets: Some Economic Applications*, „International Economic Review" 1990, Vol. 31, No. 4.
7. Strong N., *Modelling Abnormal Returns: A Review Article*, „Journal of Business Finance & Accounting" 1992, Vol. 19, Iss. 1, s. 533-553.
8. Takens F., *Detecting Strange Attractors in Turbulence*, w: *Lecture Notes in Mathematics*, red. D.A. Rand, L.S. Young, Springer, Berlin 1981, s. 366-381.
9. Zawadzki H., *Chaotyczne systemy dynamiczne*, Akademia Ekonomiczna, Katowice 1996.

EFFECT OF REDUCTION OF RANDOM NOISE BY METHOD THE NEAREST NEIGHBORS ON THE ACCURACY OF FORECASTS OF THE FINANCIAL TIME SERIES

Summary

The real time series x_t is usually disturbed by random noise. His source may be errors of measurement and errors of rounding made during data analysis. The random noise may also represent an exogenous factors affecting the dynamics of the system or be a consequence of the statistical nature of the phenomena, e.g. which are affected by human decisions.

Since the presence of noise in the data can significantly affect the quality of the forecasts, the aim of the article will be to evaluate the accuracy of predicting the time series filtered using the method of nearest neighbors. The test will be conducted on the basis of the financial time series, which consist of closing prices of companies listed on the Warsaw Stock Exchange and the daily exchange rates.