

Wiesław Czader, Józef Drewniak

PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW ZĘBATYCH PRZEKŁADNI WALCOWYCH ZEWNĘTRZNYCH ORAZ WEWNĘTRZNYCH.

TEORIA I PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

MONOGRAFIA - NR 4

**SERIA: INNOWACYJNE TECHNIKI
I TECHNOLOGIE MECHANIZACYJNE**



Gliwice 2009

Wiesław CZADER

Józef DREWNIAK

**PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW
ZĘBATYCH PRZEKŁADNI WALCOWYCH
ZEWNĘTRZNYCH ORAZ
WEWNĘTRZNYCH.**

TEORIA I PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

Autorzy:

dr inż. Wiesław Czader – Instytut Techniki Górniczej KOMAG

prof.dr hab.inż. Józef Drewniak – Akademia Techniczno-Humanistyczna
– Bielsko-Biała

Recenzent:

prof.dr hab.inż. Józef Jonak – Politechnika Lubelska

Sekretarz redakcji:

mgr inż. Romana Zając

Copyright by

Instytut Techniki Górniczej KOMAG, Gliwice

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę.

ISBN 978-83-60708-33-0

Wydawca:

***Instytut Techniki Górniczej KOMAG
ul. Pszczyńska 37, 44-101 Gliwice***

Spis treści

	str.
1. Wstęp	1
2. Wstępne obliczenia projektujące	3
2.1. Wprowadzenie	3
2.2. Wyznaczenie momentów	4
2.3. Obliczanie średnicy podziałowej	8
2.4. Obliczanie modułu normalnego	11
2.5. Sprawdzanie warunków geometrycznych	13
3. Obliczanie cech geometrycznych elementów zębatach	15
3.1. Wprowadzenie	15
3.2. Elementy zębata wykonane narzędziem typu zębat- kowego	16
3.3. Elementy zębata wykonane dłutakiem Fellowsa	26
3.4. Cechy geometryczne kół zastępczych w przekroju czołowym	28
3.5. Sprawdzenie grubości zębów koła i zębnika	29
3.5.1. Wielkość pomiarowa przez k zębów	29
3.5.2. Pomiar wymiaru średnicowego przez kulki	30
4. Warunki prawidłowej współpracy kół zębatach walcowych	33
5. Określenie dokładności wykonania kół walcowych	42
6. Sprawdzanie wytrzymałości uzębienia i zazębienia	46
6.1. Wprowadzenie	46
6.2. Wytrzymałość boku zęba na naciski powierzchniowe (pitting)	47
6.2.1. Maksymalne naprężenia stykowe	47
6.2.2. Dopuszczalne naprężenia stykowe	60
6.2.3. Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na pitting	64

6.3.	Wytrzymałość stopy zęba na złamanie	65
6.3.1.	Maksymalne naprężenia u podstawy zęba	65
6.3.2.	Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba	72
6.3.3.	Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba	77
7.	Przykładowe obliczenia elementów zębatych	79
7.1.	Dane do obliczeń cech geometrycznych przekładni zewnętrznych	79
7.2.	Wstępne obliczenia projektujące	81
7.3.	Obliczenia cech geometrycznych uzębienia i zazębienia zewnętrznego	85
7.3.1.	Dane do obliczeń wymiarów nominalnych elementów zębatych	85
7.3.2.	Cechy geometryczne zębniaka i koła	86
7.3.3.	Wartości graniczne długości pomiarowej przez k zębów	95
7.3.4.	Wartości graniczne wymiaru średnicowego przez dwa wałeczki	100
7.3.5.	Wymiary i parametry kół zastępczych	104
7.3.6.	Warunki prawidłowej współpracy zazębienia	105
7.4.	Obliczenia trwałości powierzchni boku zęba kół zewnętrznych	109
7.4.1.	Dane do obliczeń wytrzymałościowych	109
7.4.2.	Maksymalne naprężenia stykowe	110
7.4.3.	Dopuszczalne naprężenia stykowe	113
7.4.4.	Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na naprężenia stykowe	115
7.5.	Obliczenia wytrzymałości zęba na zginanie	117
7.5.1.	Maksymalne naprężenia u podstawy zęba	117
7.5.2.	Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba ...	126
7.5.3.	Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba	128

7.6. Obliczenia elementów zębatych przekładni wewnętrznych	130
7.6.1. Dane wejściowe i obliczenia wstępne	130
7.6.2. Obliczenia cech geometrycznych uzębienia i zazębienia	131
7.6.3. Obliczenia sprawdzające	135
8. Komputerowo wspomagane projektowanie elementów zębatych	138
8.1. Algorytm programu	138
8.2. Opis użytkowania programu	140
9. Zakończenie	154
Literatura	156

1. Wstęp

Ważnym działaniem w kierunku racjonalizacji konstrukcji i produkcji napędów są rozwojowe prace projektowo-konstrukcyjne nad elementami zębatymi przekładni zębatych [2-7].

Do tych prac zaliczyć można także niniejsze opracowanie poświęcone omówieniu dotychczasowego dorobku w dziedzinie projektowania elementów zębatych przekładni walcowych zewnętrznych i wewnętrznych oraz wskazujące na nowe możliwości w działaniu projektowo-konstrukcyjnym przy wykorzystaniu wspomaganie komputerowego.

W rozdziałach od drugiego do szóstego omówiono dokładnie proces obliczeń projektujących par kół zębatych walcowych o uzębieniu i zazębieniu zewnętrznym oraz wewnętrznym.

Proces ten został opracowany w oparciu o najnowszą literaturę [1-17, 35, 36] oraz wymagania normy PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31] wraz z normami zharmonizowanymi [18-28, 32-34], w sposób algorytmiczny nadający się do komputerowego wspomaganie projektowania [2-8, 14, 36]. Składa się on z trzech etapów, tj.:

- projektowania wstępnego (rozdział drugi),
- doboru cech geometrycznych (rozdziały: trzeci, czwarty i piąty),
- sprawdzenia wytrzymałości uzębienia oraz zazębienia (rozdział szósty).

W pierwszym etapie obliczeń, dysponując ograniczoną liczbą danych, możliwe jest tylko wyznaczenie przybliżonych wartości dwóch podstawowych parametrów kół zębatych, tj. modułu normalnego z warunku wytrzymałości zmęczeniowej podstawy zęba na złamanie oraz średnicy podziałowej zębika czy odległości osi, z warunku wytrzymałości boku zęba na wgłębienia zmęczeniowe (pitting) [2, 8].

Parametry te określane są na podstawie przyjętych wstępnie współczynników wytrzymałościowych (wpływu) dla uproszczonego projektu przekładni, czyli bez wnikania w jej szczegóły konstrukcyjne. Z tego powodu etap ten nazywany jest projektowaniem wstępnym.

Wartości współczynników wytrzymałościowych mogą być uznane za ostateczne dopiero po przeprowadzeniu kilku iteracji.

Podstawowe parametry, wyznaczone w projektowaniu wstępnym, pozwalają na obliczanie wymiarów geometrycznych (doborze cech geometrycznych) wraz z ustaleniem warunków prawidłowej współpracy i określeniu dokładności wykonania rozpatrywanej pary kół zębatych.

Dodatkowo w monografii zamieszczono algorytm obliczania długości pomiarowej mikrometrem talerzykowym i wymiaru średnicowego po-

przez kulki, konieczne do sprawdzenia grubości zęba. Procesy te są dokładniej opisane w rozdziałach: trzecim, czwartym i piątym.

Obliczone w drugim etapie wymiary (cechy geometryczne) współpracujących elementów zębatych, dla wstępnie przyjętych wartości parametrów, muszą być zweryfikowane na etapie obliczeń sprawdzających wytrzymałość, nośność oraz trwałość danej pary kół zębatych.

O właściwym doborze cech geometrycznych elementów zębatych, co jest przedstawione w rozdziale szóstym, świadczą obliczone wartości współczynników bezpieczeństwa na złamanie zmęczeniowe oraz wytrzymałość zmęczeniowa boku zęba.

W przedstawionej metodyce, wytrzymałość kół walcowych oraz obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa, przekładni zewnętrznych jak i wewnętrznych, sprawdza się według metody C norm PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31]. Normy te są stosowane do obliczania nośności kół walcowych o zębach prostych i skośnych, o uzębieniu zewnętrznym oraz wewnętrznym [29-31]. Umożliwiają sprawdzanie wytrzymałości boków zębów kół na wgłębienia zmęczeniowe (pitting) – PN-ISO 6336-2:2000 [30] oraz podstaw zębów na złamanie zmęczeniowe i statyczne – PN-ISO 6336-3:2001 [31].

Cały proces obliczeń projektujących, opisany w rozdziałach od drugiego do szóstego, przedstawiono w sposób algorytmiczny, czyli uporządkowany. Dzięki temu uporządkowaniu zamieszczone wzory nadają się do bezpośredniego wykorzystania, tj. do przeprowadzenia przykładowych obliczeń analitycznych (rozdział siódmy) oraz do opracowania pakietu programów inżynierskich komputerowo wspomagających projektowanie (Computer Aided Design - CAD) elementów zębatych (rozdział ósmy).

Metodyka ta, oraz opracowany na jej podstawie pakiet programów inżynierskich, umożliwiają konstruktorowi dobranie optymalnej pary kół walcowych o zazębieniu zewnętrznym i wewnętrznym ze względu na obciążenia ekstremalne i stosowane materiały.

Niniejsza monografia może służyć pomocą, zarówno studentom, jak i doświadczonym projektantom w projektowaniu przekładni zębatych.

Autorzy monografii pragną podziękować Panu profesorowi Józefowi Jonakowi za cenne uwagi i propozycje zmian oraz uzupełnień w treści.

2. Wstępne obliczenia projektujące

2.1. Wprowadzenie

W procesie projektowania elementów zębatych parametry geometryczne kół są wyznaczane najczęściej na podstawie takich danych, jak: wartość momentu wyjściowego T_{wyj} i wartość wyjściowej prędkości obrotowej n_{wyj} oraz ewentualnych wymagań odnośnie np. przeznaczenia przekładni, poprzez charakterystykę maszyny napędzającej i napędzanej (współczynnik zastosowania K_A według tabeli 2.1). Czasem zamiast nominalnego momentu obrotowego i współczynnika zastosowania, znany jest czasowy przebieg wyjściowego momentu obrotowego zadany w postaci widma obciążenia (rys. 2.1).

Dane konieczne do sprawdzenia wytrzymałości kół zębatych walcowych, według jednej z metod zawartych w normach PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31], otrzymuje się najczęściej z wstępnych obliczeń projektujących [4]. Obliczenia te mają na celu wstępne wyznaczenie podstawowych parametrów par kół zębatych tworzących przekładnię zębatą, tj. ich przełożenia, modułu normalnego i średnicy podziałowej zębika lub odległości osi kół każdego stopnia. Parametry te określone są na podstawie przyjętych wstępnie współczynników wpływowych dla uproszczonego projektu przekładni, czyli bez wnikania w jej szczegóły konstrukcyjne, więc często mogą być uznane za ostateczne dopiero po przeprowadzeniu kilku iteracji.

W zależności od rodzaju danych, proces wstępnego obliczania projektującego przekładni przebiega następująco:

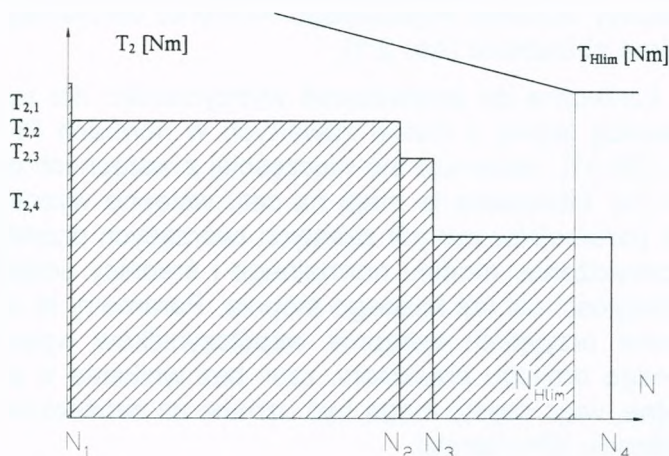
- wyznaczenie momentów równoważnych dla naprężeń stykowych oraz zginających T_{Hegwyj} i T_{Fegwyj} w przypadku danego widma obciążeń,
- wyznaczenie wyjściowego momentu obliczeniowego T_{egwyj} w przypadku danego momentu obrotowego na wale wyjściowym T_{wyj} wraz ze współczynnikiem przeciążenia K_A ,
- dobór przełożenia całkowitego $|i| = u$ z uwagi na możliwość zastosowania odpowiedniego silnika o odpowiedniej mocy P_s i prędkości obrotowej $n_s = n_1$ oraz podział tego przełożenia na składowe,
- wyznaczenie momentów obrotowych T_{leg} działających na poszczególne koła czynne w przekładni wielostopniowej,
- obliczenie średnicy podziałowej d_{tobl} z warunku stykowej wytrzymałości zmęczeniowej boku zęba,
- obliczenie modułu normalnego m_{nobl} z warunku wytrzymałości zmęczeniowej podstawy zęba,
- sprawdzenie warunków geometrycznych.

2.2. Wyznaczanie momentów

Momenty równoważne w przypadku danego widma obciążeń wyznacza się dla naprężeń stykowych T_{Hegwyj} oraz naprężeń zginających T_{Fegwyj} .

Moment równoważny odnoszący się do naprężeń stykowych T_{Hegwyj} w sposób graficzny przedstawiono na (rys. 2.1) oraz wyrażono wzorem:

$$T_{Hegwyj} = T_{wyj \max} \cdot g_H^{1/2} \sqrt{\mu_H} \quad (2.1)$$



Rys.2.1. Przykład widma obciążenia dla naprężeń stykowych ($N_L = N_4$)

gdzie:

$T_2 = T_{wyj \max}$, $T_{2,1}$ [Nm] – moment wyjściowy maksymalny,

$T_{wyj \max}$ [Nm] – największy moment blokowego widma obciążeń,

$g_H = 6 \div 12$ – wykładnik krzywej zmęczenia,

$N_{H \lim} = 50 \cdot 10^6$ – graniczna liczba cykli,

$N_L = n_1 \cdot 60 \cdot L_h$ – wymagana liczba cykli zmian naprężeń dla danej prędkości obrotowej zębika:

$$N_L = n_1 \cdot 60 \cdot L_h \quad (2.2)$$

gdzie:

n_1 [obr/min],

L_h [h] – trwałość godzinowa przekładni,

μ_H – współczynnik równoważności cyklogramu obliczany ze wzoru:

$$\mu_H = \sum_{j=1}^{n_H} \left(\frac{T_j}{T_{wyj \max}} \right)^{g_H/2} \cdot \varphi_{Hj} \quad (2.3)$$

gdzie:

n_H – liczba stopni blokowego widma uwzględniana w obliczeniach,

φ_{Hj} – względna częstość działających obciążeń.

Uwaga: w obliczeniach współczynnika równoważności bierze się pod uwagę tylko tę część blokowego widma obciążeń, której sumaryczna liczba cykli zmian naprężeń jest mniejsza lub równa granicznej liczbie cykli $N_{H\lim}$ (rys. 2.1). Stąd mogą wystąpić dwa przypadki:

– blokowe widmo obciążeń nieobcięte – $N_L \leq N_{H\lim}$:

$$\varphi_{Hj} = \frac{N_j}{\sum_{j=1}^{n_H} N_j} \quad \text{dla} \quad \sum_{j=1}^{n_H} N_j \leq N_{H\lim} \quad (2.4)$$

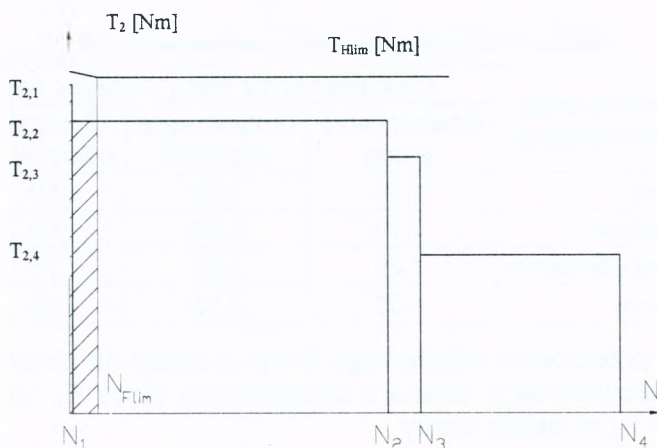
– blokowe widmo obciążeń obcięte – $N_L > N_{H\lim}$:

$$\varphi_{Hj} = \frac{N_{Ej}}{N_{H\lim}} \quad \text{oraz} \quad \sum_{j=1}^{n_H} \varphi_{Hj} = 1 \quad (2.5)$$

gdzie:

N_{Ej} – liczba cykli zmian obciążeń j -tego bloku widma obciążeń.

Moment równoważny odniesiony do naprężeń zginających T_{Fegwyj} również w sposób graficzny, przedstawiono na rysunku 2.2.



Rys.2.2. Przykład widma obciążenia dla naprężeń gnących ($N_L = N_4$)

oraz wyrażono wzorem:

$$T_{Fegwyj} = T_{wyj\max} \cdot \sqrt[q_F]{\mu_F} \quad (2.6)$$

gdzie:

$g_F = 9$ – wykładnik krzywej zmęczeniowej,

μ_F – współczynnik równoważności cyklogramu:

$$\mu_F = \sum_{j=1}^{n_F} \left(\frac{T_j}{T_{wyj \max}} \right)^{q_F} \cdot \varphi_{Fj} \quad (2.7)$$

φ_{Fj} – względna częstość działających obciążeń:

$$\varphi_{Fj} = \frac{N_{Ej}}{N_{F \lim}} \quad (2.8)$$

$N_{F \lim} = 3 \cdot 10^6$ – graniczna liczba cykli.

Dane te są ważne dla kół wykonanych ze stali stopowych do nawęglania.

Wyznaczenie momentu wyjściowego T_{egwyj} , w przypadku danego momentu obrotowego na wale wyjściowym T_{wyj} wraz ze współczynnikiem przeciążenia K_A , przebiega według następującej zależności:

$$T_{egwyj} = T_{Hegwyj} = T_{Fegwyj} = K_A \cdot T_{wyj} \quad (2.9)$$

Nie mając do dyspozycji widma obciążeń można korzystać z wartości zawartych w tabeli 2.1. Wartości te odnoszą się do przekładni obciążonych stałym momentem obrotowym. Można je stosować jako wartości orientacyjne w wstępnej fazie projektowania przekładni.

Tabela 2.1

Wartości współczynników zastosowania K_A [7]

Charakterystyka pracy maszyny napędzającej	Charakterystyka pracy maszyny napędzanej			
	Równomierna praca	Umiarkowane uderzenia	Średnie uderzenia	Silne uderzenia
Równomierna	1,10	1,25	1,50	1,75
Lekkie uderzenia	1,10	1,35	1,60	1,85
Umiarkowane uderzenia	1,25	1,50	1,75	$\geq 2,0$
Silne uderzenia	1,50	1,75	2,00	$\geq 2,25$

Dobór przełożenia całkowitego $|i| = u$ z uwagi na możliwość zastosowania odpowiedniego silnika o odpowiedniej mocy P_s i prędkości obrotowej $n_s = n_1$ określają wzory:

$$|i| = \frac{n_{wej} = n_s}{n_{wyj}} = u \quad (2.10)$$

$$P = \frac{T_{egwyj} [N \cdot m] \cdot n_{wyj} [obr/min]}{9550 \cdot \eta} [kW] \leq P_s \quad (2.11)$$

gdzie:

P [kW] – moc przekładni,

$T_{egwyj} = \max(T_{Hegwyj}, T_{Fegwyj})$ [Nm] w przypadku danego blokowego widma obciążeń,

η – sprawność przewidywana projektowanej przekładni.

Podział przełożenia całkowitego u na przełożenia składowe $u_1, u_2, \dots, u_n$ poszczególnych stopni dokonywany jest zgodnie z tabelami 2.2 i 2.3 [7].

Tabela 2.2

Nominalne wartości przełożeń – według PN-76/M-88513 [18]

Przełożenie geometryczne u								
1,00	(1,12)	1,25	(1,40)	1,60	(1,80)	2,00	(2,24)	2,50
(2,80)	3,15	(3,55)	4,00	(4,50)	5,00	(5,60)	6,30	(7,10)
8,00	(9,00)	10,00	(11,20)	12,50	(14,00)	16,00	(18,00)	
20,00	(22,40)	25,00	(28,00)	31,50	(35,50)	40,00	(45,00)	
50,00	(56,00)	63,00	(71,00)	80,00	(90,00)	100	(112,00)	
125	itd.							

Wartości podane w nawiasach nie są uprzywilejowane.

Tabela 2.3

Przełożenia przekładni zębatych walcowych i stożkowo-walcowych [7]

Przełożenia przekładni walcowych zewnętrznych			
Przekładnia:	Zalecane	Możliwe	Wyjątkowe
jednostopniowa	$u \leq 6$	$u \leq 8$	$u \leq 18$
dwustopniowa	$u \leq 35$	$u \leq 45$	$u \leq 60$
trzystopniowa	$u \leq 150$	$u \leq 200$	$u \leq 300$

Wyznaczenie momentów obrotowych T_{ieg} [Nm] działających na poszczególne koła czynne w przekładni wielostopniowej dokonuje się według następujących zależności:

$$T_{eq1} = \frac{T_{jgwyj}}{u \cdot \eta} \quad (2.12)$$

$$T_{eq3} = T_{eq1} \cdot u_I \cdot \eta_I \quad (2.13)$$

$$T_{eq5} = T_{eq1} \cdot u_I \cdot u_{II} \cdot \eta_I \cdot \eta_{II}, \dots \quad (2.14)$$

gdzie:

$$u = u_I \cdot u_{II} \cdot \dots,$$

$$\eta = \eta_I \cdot \eta_{II} \cdot \dots,$$

u_i, η_i - odpowiednio przełożenie i sprawność i -tego stopnia przekładni.

2.3. Obliczanie średnicy podziałowej

Obliczeniową średnicę podziałową zębnika podczas projektowania wstępnego d_{1obl} [mm] wyznacza się z warunku stykowej wytrzymałości zmęczeniowej boku zęba σ_{H1} [MPa]:

$$\sigma_{H1} = \frac{Z_B \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta}{d_1} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot T_{Heq1}}{b_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP1} \quad (2.15)$$

$$d_{1obl} \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_{Heq1} \cdot (u+1)}{\psi_b \cdot u}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_B)^2 \cdot K_v \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}{\sigma_{HP1}^2}} \quad (2.16)$$

Z warunku (2.15), zamiast średnicy podziałowej, można także wyznaczyć odległość osi a_{obl} [mm] obliczanej pary kół zębatych:

$$a_{obl} \geq (u+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{Heq1} \cdot (u+1)}{4 \cdot \psi_b \cdot u}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_B)^2 \cdot K_v \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}{\sigma_{HP1}^2}} \quad (2.17)$$

gdzie:

σ_{HP1} [MPa] – dopuszczalne naprężenie stykowe dla zębnika:

$$\sigma_{HP1} \cong \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT}}{S_{Hmin}} \quad (2.18)$$

σ_{Hlim} [MPa] – graniczna dopuszczalna liczba naprężenia stykowego (tabela 2.4),

S_{Hmin} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting ($S_{Hmin} \geq 1,1$), (tabela 6.6),

Z_{NT} – współczynnik trwałości (tabela 2.5),

Z_E – współczynnik sprężystości ($Z_E = 189,8 \sqrt{MPa}$ dla pary kół stalowych (tabela 2.6),

Z_H – współczynnik strefy nacisku,

Z_ε – współczynnik przyporu,

Z_B – współczynnik jednoparowego przyporu zębów dla zębnika,

K_v – współczynnik dynamiczny,

$K_{H\alpha}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu (tabela 2.7),

$K_{H\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca,

ψ_b – współczynnik szerokości zębnika ($\psi_b = 0,8 \div 1,2$):

$$\psi_b = \frac{b_1}{d_1} \quad (2.19)$$

gdzie:

b_1 [mm] – szerokość uzębienia (wieńca zębnika),

d_1 [mm] – średnica podziałowa zębnika.

Tabela 2.4

Wartości $\sigma_{H\lim}$ i $\sigma_{F\lim}$ dla materiałów na koła zębate [7]

Materiał	Stopień jakości	Twardość powierzchni	$\sigma_{H\lim}$ [MPa]	$\sigma_{F\lim}$ [MPa]
Stale stopowe nawęglane	ML ^{*)}	56–64 HRC	1300–1500	310–430
	MQ ^{*)}	(56–57)–64 HRC	1500	430
	ME ^{*)}	(57–58)–64 HRC	1500–1650	430–550
Stale do ulepszania cieplnego, hartowane indukcyjnie lub płomieniowo (dno wrębu hartowane)	ML	48–58 HRC	970–1220	230–370
	MQ	48–58 HRC	1150–1220	350–370
	ME	48–58 HRC	1150–1350	360–430
Stale do azotowania (bez Al), ulepszone, azotowane gazowo	ML	55–65,5 HRC	1120–1250	260–430
	MQ	55–65,5 HRC	1250	430
	ME	(55–60)–65,5 HRC	1330–1450	430–470
Stale do ulepszania cieplnego i do nawęglania, ulepszone, azotowane gazowo	ML	45–58 HRC	780–950	260–360
	MQ	45–58 HRC	950–1000	360
	ME	(45–49)–58 HRC	1000	360–430
Stale do ulepszania cieplnego i do nawęglania, ulepszone lub normalizowane, węgielazotowane	ML	(30–40)–58 HRC	650–800	230–250
	MQ	(35–45)–58 HRC	680–800	250–320
	ME	(38–45)–58 HRC	770–950	290–390
Stale stopowe do ulepszania cieplnego (C > 0,32%), ulepszone	ML	200–365 HV10(HB)	450–850	180–320
	MQ	200–365 HV10(HB)	630–850	250–320
	ME	200–365 HV10(HB)	630–930	250–360
Stale niestopowe do ulepszania (C > 0,32%) ulepszone lub normalizowane	ML	120–210 HV(HB)	380–550	130–210
	MQ	120–210 HV(HB)	490–550	190–210
	ME	120–210 HV(HB)	490–610	190–250
Staliwa stopowe	ML	200–365 HV10(HB)	440–760	150–290
	MQ	200–365 HV10(HB)	530–760	230–290
	ME	200–365 HV10(HB)	530–840	230–310
Żeliwa sferoidalne	ML	200–300 HB	420–640	150–230
	MQ	200–300 HB	500–640	180–230
	ME	200–300 HB	500–700	180–250
Stale konstrukcyjne zwykłej jakości w stanie znormalizowanym	ML	110–210 HB	300–410	120–170
	MQ	110–210 HB	310–410	130–170
	ME	110–210 HB	310–570	130–230

^{*)} ML – najniższy stopień jakości, MQ – średni stopień jakości, ME – najwyższy stopień jakości materiału na koła zębate.

Tabela 2.5

Współczynniki trwałości Z_{NT} [30]

Materiał i sposób utwardzenia warstwy wierzchniej	Liczba cykli obciążenia	Z_{NT}
Stale konstrukcyjne zwykłej jakości ($R_m < 800 \text{ MPa}$), stale do ulepszania cieplnego ulepszone ($R_m \geq 800 \text{ MPa}$), żeliwa sferoidalne (perlityczne i bainityczne), żeliwa ciągliwe czarne (perlityczne), stale do nawęglania, stale konstrukcyjne i żeliwa sferoidalne hartowane płomieniowo lub indukcyjnie. (Dopuszczalna pewna liczba wgłębień)	$N_L = 6 \cdot 10^5$	1,6
	zakres statyczny	
	$N_L = 10^7$	1,3
	$N_L = 10^9$	1,0
Stale do ulepszania cieplnego ulepszone ($R_m \geq 800 \text{ MPa}$), żeliwa sferoidalne (perlityczne i bainityczne), żeliwa ciągliwe czarne (perlityczne), stale do nawęglania nawęglone, stale konstrukcyjne i żeliwa sferoidalne hartowane płomieniowo lub indukcyjnie	$N_L = 10^5$	1,6
	zakres statyczny	
	$N_L = 5 \cdot 10^7$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85
Żeliwa szare, żeliwa sferoidalne (ferrytyczne), stale do azotowania azotowane, stale do nawęglania (azotowane), stale do ulepszania (azotowane)	$N_L = 10^5$	1,3
	zakres statyczny	
	$N_L = 2 \cdot 10^6$	1,0
Stale do nawęglania (węgielazotowane), stale do ulepszania (węgielazotowane)	$N_L = 10^5$	1,1
	zakres statyczny	
	$N_L = 2 \cdot 10^6$	1,0
	$N_L = 10^{10}$	0,85

Tabela 2.6

Wartości współczynnika Z_E , modułu Younga E i liczby Poissona [7]

ZĘBNIK			KOŁO			Z_E
Materiał	E 10^3 MPa	ν	Materiał	E 10^3 MPa	ν	$\sqrt{\text{MPa}}$
Stal	206	0,3	Stal	206	0,3	189,8
			Staliwo	202		188,8
			Żeliwo sferoidalne	173		181,4
			Żeliwo szare	118		162,0
Staliwo	202		Staliwo	202		188,0
			Żeliwo sferoidalne	173		180,5
			Żeliwo szare	118		161,4
Żeliwo sferoidalne	173		Żeliwo sferoidalne	173		173,9
			Żeliwo szare	118		156,6
Żeliwo szare	118		Żeliwo szare	118		143,7

Tabela 2.7

Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu przy obliczaniu naprężenia stykowego – $K_{H\alpha}$ [30]

Obciążenie jednostkowe $K_A(F_t/b)$		> 100 N/mm							≤ 100 N/mm
Klasa dokładności według PN lub ISO		5	6	7	8	9	10	11-12	≥ 5
Koła utwardzane powierzchniowo	uzębienie proste	1,0		1,1	1,2	$1/Z_\epsilon^2 \geq 1,2$			
	uzębienie skośne	1,0	1,1	1,2	1,4	$\epsilon_\alpha / \cos^2 \beta_b \geq 1,4$			
Koła nie utwardzane	uzębienie proste	1,0			1,1	1,2	$1/Z_\epsilon^2 \geq 1,2$		
	uzębienie skośne	1,0		1,1	1,2	1,4	$\epsilon_\alpha / \cos^2 \beta_b \geq 1,4$		

2.4. Obliczanie modułu normalnego

Obliczeniowy moduł normalny $m_{n\text{ obl}}$ [mm] wyznaczony jest z warunku wytrzymałości zmęczeniowej podstawy zęba zębника σ_{F1} [MPa]:

$$\sigma_{F1} = \frac{2 \cdot T_{Feg1}}{b_1 \cdot m_n \cdot d_1} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \cdot K_v \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \leq \sigma_{FP1} \quad (2.20)$$

$$m_{n\text{ obl}} \geq 3 \sqrt{\frac{2 \cdot T_{Feg1}}{Z_1^2 \cdot \psi_b} \cdot \frac{Y_{FS} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \cdot K_v \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}}{\sigma_{FP1}}} \cdot \cos^2 \beta \quad (2.21)$$

gdzie:

σ_{FP1} [MPa] – dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba zębника,

$$\sigma_{FP1} \cong \sigma_{F\text{ lim}} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{ST} / S_{F\text{ min}} \quad (2.22)$$

$\sigma_{F\text{ lim}}$ [MPa] – graniczna dopuszczalna liczba naprężenia gnącego – (tabela 2.4),

Y_{NT} – współczynnik trwałości (tabela 2.8),

Y_{ST} – współczynnik korekcji naprężenia w odniesieniu do wymiarów koła - próbki,

$S_{F\text{ min}}$ – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba ($S_{F\text{ min}} \geq 1,25$) (tabela 6.7),

K_{Fa} – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu (2.9),

$K_{F\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca,

Y_{FS} – współczynnik głowy zęba,

Y_ϵ – współczynnik przyporu,

Y_β – współczynnik kąta linii zęba,

z_1 – liczba zębów zębnika (tabela 2.10).

Po obliczaniu modułu obliczonego $m_{n\text{ obl}}$, dobierany jest z (tabeli 2.11) moduł znormalizowany m_n [9, 14].

Tabela 2.8

Współczynnik trwałości Y_{NT} [30]

Materiał i sposób utwardzenia powierzchni	Liczba cykli obciążenia	Y_{NT}
Stale konstrukcyjne zwykłej jakości ($R_m < 800 \text{ MPa}$), stale do ulepszania cieplnego ulepszone ($R_m \geq 800 \text{ MPa}$), żeliwa sferoidalne (perlityczne, bainityczne), żeliwa ciągliwe czarne (perlityczne)	$N_L \leq 10^4$ zakres statyczny	2,5
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1
Stale do nawęglania nawęglone, stale i żeliwa sferoidalne hartowane indukcyjnie lub płomieniowo (wraz z dnem wrębów)	$N_L \leq 10^3$ zakres statyczny	2,5
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1
Stale do azotowania azotowane, stale do ulepszania cieplnego azotowane, żeliwa szare, żeliwa sferoidalne (ferrytyczne)	$N_L \leq 10^3$ zakres statyczny	1,6
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1
Stale do ulepszania cieplnego węgloazotowane, stale do nawęglania węgloazotowane	$N_L \leq 10^3$ zakres statyczny	1,1
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1

Tabela 2.9

Wzory na współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia $K_{F\beta}$ [31]

Obciążenie jednostkowe $K_A(F_t/b)$		$> 100 \text{ N/mm}$							$\leq 100 \text{ N/mm}$
Klasa dokładności według PN		5	6	7	8	9	10	11-12	≥ 5
Koła utwardzane powierzchniowo	uzębienie proste	1,0		1,1	1,2	$1/Y_\epsilon \geq 1,2$			
	uzębienie skośne	1,0	1,1	1,2	1,4	$\epsilon_\alpha / \cos^2 \beta_b \geq 1,4$			
Koła nie utwardzane	uzębienie proste	1,0			1,1	1,2	$1/Y_\epsilon \geq 1,2$		
	uzębienie skośne	1,0	1,1	1,2	1,4	$\epsilon_\alpha / \cos^2 \beta_b \geq 1,4$			

Tabela 2.10

Zalecane liczby zębów zębnika z_1 [7]

Materiał kół współpracujących	Przełożenie			
	1	2	4	8
Stal ulepszana lub hartowana ze stałą ulepszaną $HB \geq 300$	30÷50	27÷45	23÷40	20÷35
Stal azotowana	24÷40	21÷35	19÷31	16÷26
Stal nawęglana	21÷32	19÷29	16÷25	14÷22

Tabela 2.11

Szeregi modułów (według PN-78/M-88502) [20]

Moduł m_n (wybrane wartości)									
1,00	(1,125)	1,25	(1,375)	1,5	(1,75)	2,00	(2,25)	2,50	(2,75)
3,00	(3,50)	4,00	(4,50)	5,00	(5,50)	6,00	(7,00)	8,00	
(9,00)	10,00	(11,00)	12,00	(14,00)	16,00	(18,00)	20,00		
(22,00)	25,00	(28,00)	32,00	itd.					
Wartości podane w nawiasach nie są uprzywilejowane									

Mając dobrane powyższe cechy geometryczne można, na etapie projektowania wstępnego, wyznaczyć jeszcze:

- liczbę zębów koła z_2 :

$$z_2 = |i| \cdot z_1 \tag{2.23}$$

- przełożenie geometryczne (rzeczywiste) u :

$$u = \frac{z_2}{z_1} \tag{2.24}$$

- odchyłkę względną przełożenia $\delta_{\varepsilon u}$:

$$\delta_{\varepsilon u} = |u - |i|| \tag{2.25}$$

2.5. Sprawdzanie warunków geometrycznych

Końcowym etapem wstępnych obliczeń projektujących jest dobór pozostałych parametrów oraz sprawdzenie warunków geometrycznych, które obejmuje:

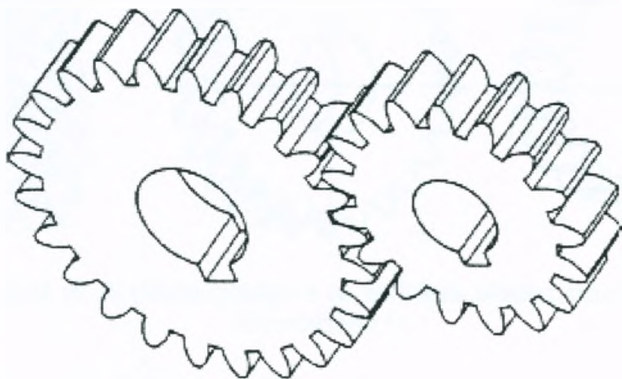
- sprawdzenie warunku na średnicę podziałową d_{1obl} :

$$d_{1obl} \leq \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} \tag{2.26}$$

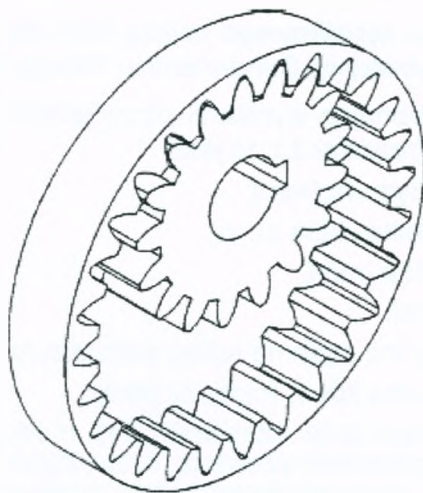
3. Obliczanie cech geometrycznych elementów zębatych

3.1. Wprowadzenie

Algorytm obliczeniowy cech geometrycznych kół zębatych walcowych jest algorytmem uniwersalnym, gdyż dotyczy kół z uzębieniami zewnętrznym (rys. 3.1) i wewnętrznym (rys. 3.2).



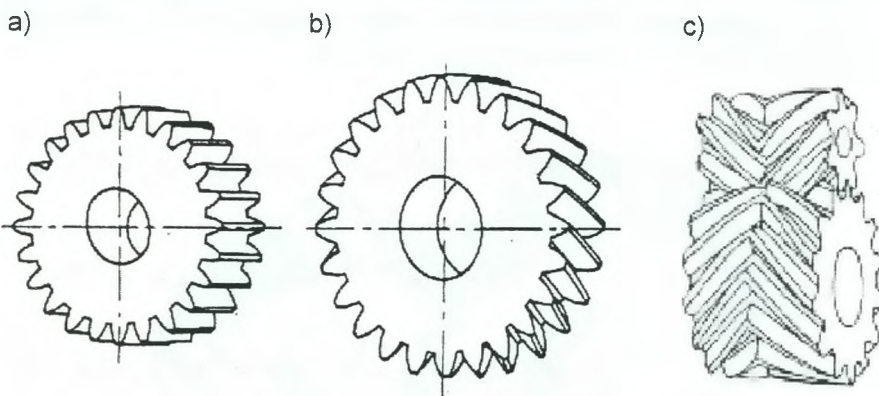
Rys.3.1. Koła walcowe o zazębieniu zewnętrznym



Rys.3.2. Koła walcowe o zazębieniu wewnętrznym

W przedstawionej metodyce, uzębienie zewnętrzne może być proste, skośne lub daszkowe (rys. 3.3), natomiast uzębienie wewnętrzne – proste lub skośne.

Cechy geometryczne kół walcowych, podobnie jak sposób ich wyznaczania, zależą także od sposobu wykonania ich uzębień. Tak więc podano tu wzory na obliczanie parametrów (cech) geometrycznych uzębień wykonanych narzędziem typu zębatkowego, np. frezem ślimakowym i typu koła zębatego, np. dłutakiem Fellowsa.



Rys.3.3. Koła zębate walcowe: a) o zębach prostych, b) śrubowych, c) daszkowych

3.2. Elementy zębate wykonane narzędziem typu zębatkowego

Do narzędzi typu zębatkowego należą frezy walcowe obwiedniowe (ślimakowe), noże zębatkowe Sunderlanda i Maaga oraz ściernice.

Konstruktor dysponując wynikami otrzymanymi ze wstępnych obliczeń projektujących (rozdział 2.), to jest:

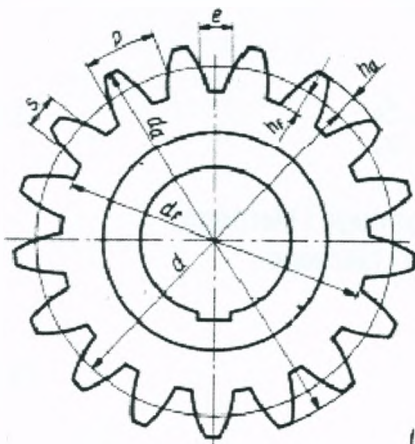
- modułem normalnym m_n [mm],
- liczbą zębów zębnika i koła z_1, z_2 ,
- odległością osi kół a [mm],

oraz przyjętymi danymi:

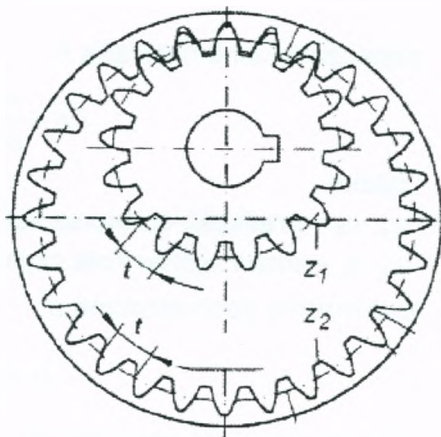
- kątem pochylenia linii zęba na walcu podziałowym β [°],
- szerokością wieńców kół b_1 [mm], b_2 [mm],
- narzędziem do nacinania uzębienia: frez modułowo-ślimakowy lub dłutak Fellowsa scharakteryzowany: liczbą zębów z_0 , średnicą wierzchołków d_{a0} [mm] oraz współczynnikiem przesunięcia zarysu x_0 , (tabela 3.3),
- zarysem odniesienia według PN-92/M-88503 lub PN-ISO 53:2001 [23, 24],
- kątem zarysu zęba na walcu podziałowym w przekroju normalnym α_n [°],

- współczynnikiem wysokości głowy zęba zarysu odniesienia w przekroju normalnym h_{aP}^* ,
- współczynnikiem luzu wierzchołkowego zarysu odniesienia w przekroju normalnym c_P^* ,
- promieniem zaokrąglenia krawędzi wierzchołka zęba zarysu odniesienia narzędzia ρ_{aP0} [mm],
- dokładnością wykonania według PN-79/M-88522/01, zastąpioną przez PN-ISO 1328-1,2:2000 [26-28, 34],

może obliczyć następujące cechy geometryczne kół zębatych walcowych zewnętrznych, jak i wewnętrznych (rys. 3.4 i 3.5):



Rys.3.4. Podstawowe cechy geometryczne koła o uzębieniu zewnętrznym



Rys.3.5. Podstawowe cechy geometryczne koła o uzębieniu wewnętrznym

- średnice podziałowe $d_{1(2)}$ [mm]:

$$d_{1(2)} = z_{1(2)} \cdot m_t = \frac{z_{1(2)} \cdot m_n}{\cos \beta} \quad (3.1)$$

- średnice zasadnicze $d_{b1(2)}$ [mm]:

$$\begin{aligned} d_{b1(2)} &= d_{1(2)} \cdot \cos \alpha_t = z_{1(2)} \cdot m_t \cdot \cos \alpha_t = z_{1(2)} \cdot m_n \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \beta} = \\ &= \frac{z_{1(2)} \cdot m_n}{\sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta}} = z_{1(2)} \cdot m_b \end{aligned} \quad (3.2)$$

gdzie:

m_b [mm] – moduł zasadniczy:

$$m_b = \frac{m_n \cdot \cos \alpha_t}{\cos \beta} = \frac{m_n}{\sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta}} \quad (3.3)$$

α_t [°] – kąt zarysu na walcu podziałowym o średnicy $d_{1(2)}$ w przekroju czołowym:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} \quad (3.4)$$

gdzie:

α_p [°] – kąt zarysu odniesienia koła walcowego ($\alpha_p = 20^\circ$)

- moduł czołowy m_t [mm]:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (3.5)$$

- przełożenie kinematyczne i :

$$i = -\frac{n_a}{n_b} = -\frac{z_b}{z_a} \quad (3.6)$$

gdzie:

n_a, n_b – prędkość obrotowa koła czynnego i biernego,

z_a, z_b – liczba zębów koła czynnego i biernego.

- przełożenie geometryczne u :

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.7)$$

- zerową odległość osi a_d [mm]:

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{m_n \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} \quad (3.8)$$

- odległość osi kół a [mm]:

$$a = a_d \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \quad (3.9)$$

gdzie: dla P0 ($x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \neq 0$) lub przypadku $x_1 = x_2 = 0$ przyjmuje się $a = a_d$,

dla P+ przyjmuje się $a > a_d$, (wtedy $x_1 + x_2 > 0$),

dla P- przyjmuje się $a < a_d$, (wtedy $x_1 + x_2 < 0$).

- średnice okręgów toczyń $d_{w1(2)}$ [mm]:

$$d_{w1} = \frac{2 \cdot a}{1 + u} = \frac{2 \cdot z_1}{z_1 + z_2} \cdot a \quad (3.10)$$

$$d_{w2} = u \cdot d_{w1} = \frac{2 \cdot a \cdot u}{1 + u} = \frac{2 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot a \quad (3.11)$$

- kąt przyporu toczny w przekroju czołowym (roboczy kąt przyporu) α_{wt} [°]:

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a_d}{a} \cdot \cos \alpha_t \quad (3.12)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt} = \operatorname{inv} \alpha_t + 2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \quad (3.13)$$

gdzie:

x_1, x_2 – współczynniki przesunięcia zarysu zęba zębika i koła w przekroju normalnym,

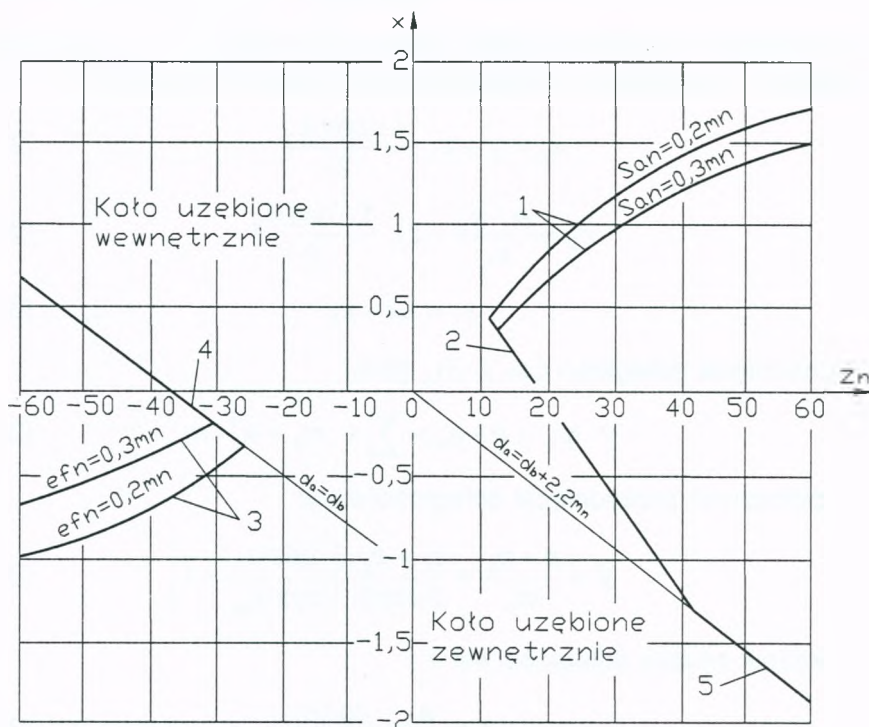
$\operatorname{inv} \alpha$ – funkcja involutowa (ewolwentowa).

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \hat{\alpha} \quad (3.14)$$

- sumę współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx :

$$\Sigma x = x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n} \cdot (\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t) \quad (3.15)$$

- zależności między współczynnikami przesunięcia zarysu zęba zębika czy koła $x_{1(2)}$ i zastępczą liczbą zębów $z_{n1(2)}$:



Rys.3.6. Zależności między współczynnikami przesunięcia zarysu $x_{1(2)}$ i zastępczą liczbą zębów $z_{n1(2)}$

Uwaga do rysunku 3.6: współczynniki przesunięcia zarysu zęba $x_{1(2)}$ ograniczone wartościami granicznymi ze względu na:

- 1 – minimalną grubość wierzchołka zęba s_{an} ,
 - 2 – podcięcie zęba u podstawy,
 - 3 – minimalną szerokość wrębu międzyzębnego przy $c_p^* = 0,25$,
 - 4 – położenie okręgu wierzchołków wewnątrz okręgu zasadniczego,
 - 5 – położenie okręgu wierzchołków zewnątrz okręgu zasadniczego.
- dobór współczynnika przesunięcia zarysu zęba x_1 oraz x_2 dla uzębienia zewnętrznego według MAG - USA:

$$x_1 = 0,5 \cdot \Sigma x + \frac{(0,5 - 0,5 \cdot \Sigma x) \cdot \lg(i)}{\lg\left(\frac{z_{n1} \cdot z_{n2}}{100}\right)} \quad (3.16)$$

$$x_2 = \Sigma x - x_1 \quad (3.17)$$

gdzie: - $z_{n1(2)}$ zastępcza liczba zębów:

$$z_{n1(2)} \cong \frac{z_{1(2)}}{\cos^3(\beta)} \quad (3.18)$$

- wyznaczenie współczynników przesunięcia zarysu x_1 i x_2 elementów zębatych o uzębieniu wewnętrznym przy znanej ich sumie Σx :

$$x_2 = y - z_2 \cdot \frac{1 - \cos \alpha_n}{2} \quad (3.19)$$

$$x_2 = \frac{a - a_d}{m_n} - z_2 \cdot \frac{1 - \cos \alpha_n}{2} \quad (3.20)$$

$$x_1 = \Sigma x - x_2 \quad (3.21)$$

- przesunięcie odległości osi $y \cdot m_n$ [mm]:

$$y \cdot m_n = a - a_d = \Sigma x \cdot m_n + k^* \cdot m_n \quad (3.22)$$

- współczynnik przesunięcia odległości osi y :

$$y = \frac{a - a_d}{m_n} = \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta} \cdot \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} - 1 \right) \quad (3.23)$$

- wskaźnik zmiany odległości osi λ :

$$\lambda = \frac{a}{a_d} = \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \quad (3.24)$$

- wymagane przesunięcie wyrównawcze k [mm]:

$$k = k^* \cdot m_n = a - a_d - m_n \cdot \sum x = m_n \cdot y - m_n \cdot \sum x \quad (3.25)$$

- współczynnik przesunięcia wyrównawczego k^* :

$$k^* = \frac{k}{m_n} = y - \sum x \quad (3.26)$$

- średnice podstaw (nominalna teoretyczna) $d_{f1(2)}$ [mm]:

$$\begin{aligned} d_{f1(2)} &= d_{1(2)} - 2h_{f1(2)} = d_{1(2)} - 2h_{f1(2)}^* \cdot m_n = \\ &= d_{1(2)} + 2m_n \cdot (x_{1(2)} - h_{aP}^* - c_P^*) \end{aligned} \quad (3.27)$$

gdzie:

$h_{f1(2)}$ [mm] – wysokości nominalne stóp zębów:

$$\begin{aligned} h_{f1(2)} &= h_{f1(2)}^* \cdot m_n = h_{fP}^* \cdot m_n - x_{1(2)} \cdot m_n = \\ &= m_n \cdot (h_{aP}^* + c_P^* - x_{1(2)}) = \frac{d_{1(2)} - d_{f1(2)}}{2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$h_{f1(2)}^*$ – współczynniki wysokości stóp zębów:

$$h_{f1(2)}^* = \frac{d_{1(2)} - d_{f1(2)}}{2m_n} = h_{fP}^* - x_{1(2)} = h_{aP}^* + c_P^* - x_{1(2)} \quad (3.29)$$

h_{aP}^* – współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia,

c_P^* – współczynnik luzu wierzchołkowego zarysu odniesienia
($c_P^* = 0,25$ według PN-92/M-88503 i ISO 53-2001) [23, 24].

- nominalne teoretyczne średnice wierzchołków zębnika i koła $d_{a1(2)}$ [mm]:

$$d_{a1(2)} = 2a - d_{f2(1)} - 2c_P = 2a - d_{f2(1)} - 2c_P^* \cdot m_n \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} d_{a1(2)} &= d_{1(2)} + 2h_{a1(2)} = d_{1(2)} + 2m_n \cdot x_{1(2)} + 2h_{aP} + 2m_n \cdot k^* = \\ &= d_{1(2)} + 2m_n \cdot (x_{1(2)} + h_{aP}^* + k^*) \end{aligned} \quad (3.31)$$

gdzie:

c_P – wartość luzu wierzchołkowego między zarysem odniesienia i zarysem współpracującym:

$$c_P = c_P^* \cdot m_n \quad (3.32)$$

$h_{a1(2)}$ [mm] – wysokości nominalne głów zębów:

$$h_{a1(2)} = h_{a1(2)}^* \cdot m_n = h_{aP}^* \cdot m_n + x_{1(2)} \cdot m_n + k^* \cdot m_n =$$

$$m_n \cdot (h_{aP}^* + x_{1(2)} + k^*) = \frac{d_{a1(2)} - d_{f1(2)}}{2} \quad (3.33)$$

h_{aP} [mm] – wysokość głowy zęba zarysu odniesienia koła walcowego:

$$h_{aP} = m_n \cdot h_{aP}^* \quad (3.34)$$

- współczynniki wysokości głów zębów $h_{a1(2)}^*$:

$$h_{a1(2)}^* = \frac{d_{a1(2)} - d_{f1(2)}}{2 m_n} = h_{aP}^* + x_{1(2)} + k^* \quad (3.35)$$

- wysokości nominalne zębów kół walcowych $h_{1(2)}$ [mm]:

$$h_{1(2)} = h^* \cdot m_n = \frac{d_{a1(2)} - d_{f1(2)}}{2} = h_P + k^* \cdot m_n = m_n \cdot (h_P^* - k^*) =$$

$$m_n \cdot (2 \cdot h_{aP}^* + c_P^* + k^*) \quad (3.36)$$

gdzie:

h_P [mm] – wysokość zęba zarysu odniesienia:

$$h_P = h_{1(2)} - k^* \cdot m_n \quad (3.37)$$

h_P^* – współczynnik wysokości zęba zarysu odniesienia:

$$h_P^* = \frac{h_P}{m_n} \quad (3.38)$$

- współczynnik wysokości zęba h^* :

$$h^* = \frac{d_{a1(2)} - d_{f1(2)}}{2 m_n} = 2h_{aP}^* + c_P^* + k^* \quad (3.39)$$

- warunek dla zębnika i koła uzębionego zewnętrznie:

$$d_{a1(2)} \geq d_{b1(2)} + 2m_n \quad (3.40)$$

- warunek dla koła uzębionego wewnętrznie:

$$|d_{a2}| > |d_{b2}| \quad (3.41)$$

Zbiorcze zestawienie wpływu przesunięcia zarysu na podstawowe parametry przekładni zewnętrznej i wewnętrznej przedstawiono w tabelach 3.1 i 3.2.

Tabela 3.1

Wpływ przesunięcia zarysu na podstawowe parametry przekładni zewnętrznej

Sposób korekcji	Σx	a	α_{wt}	λ	Y	k^*
P0 – bez korekcji	$\Sigma x=0$	$a = a_d$	$\alpha_{wt} = \alpha_t$	$\lambda = 1$	$y = 1$	$k^* = 0$
P+ z korekcją > 0	$\Sigma x>0$	$a > a_d$	$\alpha_{wt} > \alpha_t$	$\lambda > 1$	$y > 1$	$k^* < 0$
P- z korekcją < 0	$\Sigma x<0$	$a < a_d$	$\alpha_{wt} < \alpha_t$	$\lambda < 1$	$y < 1$	$k^* < 0$

Tabela 3.2

Wpływ przesunięcia zarysu na podstawowe parametry przekładni wewnętrznej

Sposób korekcji	Σx	a	α_{wt}	λ	Y	k^*
P0 – bez korekcji	$\Sigma x=0$	$a = a_d$	$\alpha_{wt} = \alpha_t$	$\lambda = 1$	$y = 1$	$k^* = 0$
P+ z korekcją > 0	$\Sigma x>0$	$ a < a_d $	$\alpha_{wt} < \alpha_t$	$\lambda < 1$	$y < 1$	$k^* > 0$
P- z korekcją < 0	$\Sigma x<0$	$ a > a_d $	$\alpha_{wt} > \alpha_t$	$\lambda > 1$	$y > 1$	$k^* > 0$

– podziałkę czołową p_t [mm]:

$$p_t = \frac{\pi \cdot d_{1(2)}}{z_{1(2)}} = \pi \cdot m_t = \frac{\pi \cdot m_n}{\cos \beta}$$

(3.42)

– podziałkę normalną p_n [mm]:

$$p_n = p_t \cdot \cos \beta = \pi \cdot m_n$$

(3.43)

– podziałkę zasadniczą czołową p_{bt} [mm]:

$$p_{bt} = \frac{\pi \cdot d_{b1(2)}}{z_{1(2)}} = \frac{d_{b1(2)}}{d_{1(2)}} \cdot p_t = p_t \cdot \cos \alpha_t$$

(3.44)

– podziałkę zasadniczą normalną p_{bn} [mm]:

$$p_{bn} = p_{bt} \cdot \cos \beta = \pi \cdot m_n$$

(3.45)

– podziałkę przyporu czołowego p_{et} [mm]:

$$p_{et} = p_t \cdot \cos \alpha_t = p_{bt}$$

(3.46)

– podziałkę przyporu normalnego p_{en} [mm]:

$$p_{en} = p_n \cdot \cos \alpha_n = p_{bn}$$

(3.47)

- grubości zębów na okręgach podziałowych w przekroju czołowym $s_{t1(2)}$ [mm]:

$$s_{t1(2)} = \frac{p_t}{2} + 2x_{1(2)} \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_t = m_t \cdot \frac{\pi + 4x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} =$$

$$\frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\pi + 4x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} \quad (3.48)$$

- szerokości wrębów na okręgach podziałowych w przekroju czołowym $e_{t1(2)}$ [mm]:

$$e_{t1(2)} = \frac{p_t}{2} - 2x_{1(2)} \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_t = m_t \cdot \frac{\pi - 4x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} =$$

$$= \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\pi - 4x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} \quad (3.49)$$

- grubości zębów w przekroju normalnym $s_{n1(2)}$ [mm]:

$$s_{n1(2)} \cong s_{t1(2)} \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} + 2x_{1(2)} \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n =$$

$$m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) \quad (3.50)$$

- szerokości wrębów w przekroju normalnym $e_{n1(2)}$ [mm]:

$$e_{n1(2)} \cong e_{t1(2)} \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} - 2x_{1(2)} \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n$$

$$m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) \quad (3.51)$$

- grubości zębów na walcach wierzchołków o średnicach $d_{a1(2)}$ w przekroju czołowym $S_{at1(2)}$ [mm]:

$$S_{at1(2)} = d_{a1(2)} \cdot \left(\frac{S_{t1(2)}}{d_{1(2)}} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{at1(2)} \right) \quad (3.52)$$

- kąty zarysów w przekroju czołowym na walcach wierzchołków o średnicy $d_{a1(2)}$, $\alpha_{at1(2)}$ [°]:

$$\cos \alpha_{at1(2)} = \frac{d_{b1(2)}}{d_{a1(2)}} \quad (3.53)$$

- kąty zarysów w przekroju normalnym na walcach wierzchołków o średnicy $d_{a1(2)}$, $\alpha_{an1(2)}$ [°]:

$$\operatorname{tg} \alpha_{an1(2)} = \operatorname{tg} \alpha_{at1(2)} \cdot \cos \beta_{a1(2)} \quad (3.54)$$

- szerokości wrębów na walcach wierzchołków o średnicach $d_{a1(2)}$ w przekroju czołowym $e_{at1(2)}$ [mm]:

$$e_{at1(2)} = d_{a1(2)} \cdot \left(\frac{e_{t1(2)}}{d_{1(2)}} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{at1(2)} \right) \quad (3.55)$$

- grubości zębów na walcach wierzchołków o średnicach $d_{a1(2)}$ w przekroju normalnym $s_{an1(2)}$ [mm]:

$$s_{an1(2)} \cong s_{at1(2)} \cdot \cos \beta_{a1(2)} \quad (3.56)$$

- kąty pochylenia linii zębów na walcach wierzchołków o średnicach $d_{a1(2)}$, β_a [°]:

$$\operatorname{tg} \beta_{a1(2)} = \frac{d_{a1(2)}}{d_{1(2)}} \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (3.57)$$

- szerokości wrębów na walcach wierzchołków o średnicach $d_{a1(2)}$ w przekroju normalnym $e_{an1(2)}$ [mm]:

$$e_{an1(2)} = e_{at1(2)} \cdot \cos \beta_{a1(2)} \quad (3.58)$$

- długość odcinka przyporu g_a [mm]:

$$g_a = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} + \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} - 2a \cdot \sin \alpha_{wt} \right] \quad (3.59)$$

gdzie: $d_{Na1(2)}$ – średnice walców czynnych wierzchołków zębów zębника (koła), przy punktowym nożu:

$$d_{Na1(2)} = d_{Fa1(2)} = d_{a1(2)} \quad (3.60)$$

- długość wżębiania i wyżębiania g_f i g_a [mm]:

$$g_f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} - d_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \quad (3.61)$$

$$g_a = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} - d_{b1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \quad (3.62)$$

- wskaźnik zazębienia czołowy ε_α :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_a}{p_{et}} = \frac{g_a + g_f}{p_{et}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3.63)$$

- wskaźnik głowy zęba koła 1 (zębника) ε_1 :

$$\varepsilon_1 = \frac{g_a}{p_{et}} = \frac{1}{2\pi} \cdot z_1 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{Na1}}{d_{b1}} \right)^2} - 1 - \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \quad (3.64)$$

- wskaźnik głowy zęba koła 2 (koła) ε_2 :

$$\varepsilon_2 = \frac{g_f}{p_{et}} = \frac{1}{2\pi} \cdot z_2 \cdot \left(\frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_{Na2}}{d_{b2}} \right)^2 - 1} - \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \quad (3.65)$$

- wskaźnik zazębienia poskokowy ε_β :

$$\begin{aligned} \varepsilon_\beta &= \frac{b_w \cdot \operatorname{tg} |\beta_b|}{p_{et}} = \frac{b_w \cdot \sin |\beta_b|}{p_{en}} = \frac{b_w \cdot \operatorname{tg} |\beta|}{p_t} = \\ &= \frac{b_w \cdot \sin |\beta|}{p_n} = \frac{b_w \cdot \sin |\beta|}{\pi \cdot m_n} \end{aligned} \quad (3.66)$$

- szerokość zazębienia b_w [mm]:

$$b_w = \min(b_1, b_2) \quad (3.67)$$

- wskaźnik zazębienia całkowity ε_γ :

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (3.68)$$

3.3. Elementy zębate wykonane dłutakiem Fellowsa

Wymiary i parametry kół zębatych walcowych o uzębieniu zewnętrznym i wewnętrznym wykonane dłutakiem Fellowsa (tabela 3.3) są obliczane według poniższych wzorów:

- obróbcze toczne kąty zarysu zębnika „1” oraz koła „2” o uzębieniu zewnętrznym lub wewnętrznym $\alpha_{wt01(2)}$ [°]:

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt01(2)} = \operatorname{inv} \alpha_t + 2 \cdot \frac{x_0 + x_{1(2)}}{z_0 + z_{1(2)}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \quad (3.69)$$

- zerowe odległości osi podczas nacinania uzębienia zębnika „1” i koła „2” $a_{01(2)}$ [mm]:

$$a_{01(2)} = \frac{m_n \cdot (z_0 + z_{1(2)})}{2 \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt01(2)}} \quad (3.70)$$

- nominalne teoretyczne średnice podstaw zębnika „1” i koła „2” $d_{f1(2)}$ [mm]:

$$d_{f1(2)} = 2 \cdot a_{01(2)} - d_{a0} \quad (3.71)$$

- nominalne teoretyczne średnice wierzchołków zębnika „1” i koła „2” $d_{a1(2)}$ [mm]:

$$d_{a1(2)} = 2 \cdot a - d_{f2(1)} - 2 \cdot c_p = 2 \cdot a - d_{f2(1)} - 2 \cdot \dot{c}_p \cdot m_n \quad (3.72)$$

Tabela 3.3

Przykładowe parametry łańcuchów Fellowsa [GOST]

<i>m</i>	<i>z₀</i>	<i>d₀</i>	<i>d_{a0}</i>	<i>x₀</i>	<i>m</i>	<i>z₀</i>	<i>d₀</i>	<i>d_{a0}</i>	<i>x₀</i>
1,00	26	25	28,71	0,106	1,75	15	25	30,99	0,104
	38	38	40,71	0,106		22	38	43,24	01,04
	50	50	52,72	0,110		29	50	55,49	0,104
	76	75	79,76	0,630		43	75	81,25	0,464
	100	100	104,60	1,060		58	100	108,19	0,661
1,25	20	25	28,39	0,106	2,00	13	25	31,34	0,085
	30	38	40,89	0,106		19	38	43,42	0,105
	40	50	53,38	0,102		25	50	55,49	0,105
	60	75	79,58	0,582		38	75	82,68	0,420
	80	100	105,23	0,842		50	100	107,31	0,578
1,5	18	25	31,06	0,103	2,25	12	25	33,00	0,083
	25	38	41,57	0,107		16	38	41,94	0,070
	34	50	55,06	0,103		22	50	55,60	0,105
	50	75	80,26	0,503		34	75	83,30	0,261
	68	100	107,96	0,737		45	100	109,25	0,528

– średnica podziałowa łańcucha *d₀* [mm]:

$$d_0 = m_t \cdot z_0 = \frac{m_n \cdot z_0}{\cos \beta} \tag{3.73}$$

– średnica zasadnicza łańcucha *d_{b0}* [mm]:

$$d_{b0} = d_0 \cdot \cos \alpha_t \tag{3.74}$$

– średnica wierzchołków łańcucha *d_{a0}* [mm]:

$$d_{a0} = d_0 + 2 \cdot x_0 \cdot m_n + 2 \cdot h_{aP0} \tag{3.75}$$

gdzie: *h_{aP0}* – wysokość głowy zęba łańcucha:

$$h_{aP0} = 1,25 \cdot m_n \tag{3.76}$$

– średnica podstaw łańcucha *d_{f0}* [mm]:

$$d_{f0} = d_0 + 2 \cdot x_0 \cdot m_n - 2 \cdot h_{af0} \tag{3.77}$$

gdzie: *h_{fP0}* – wysokość stopy zęba łańcucha:

$$h_{fP0} = 1,25 \cdot m_n \quad (3.78)$$

- skok linii zęba dłutaka p_{z0} [mm]:

$$p_{z0} = \frac{z_0 \cdot m_t \cdot \pi}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{z_0 \cdot m_n \cdot \pi}{\sin \beta} \quad (3.79)$$

- grubość zęba na walcu podziałowym dłutaka S_{n0} [mm]:

$$S_{n0} = m_n \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_0 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \quad (3.80)$$

3.4. Cechy geometryczne kół zastępczych w przekroju czołowym

Wyznaczenie dokładnych wymiarów (parametrów) uzębienia skośnego koła zębatego możliwe jest do przeprowadzenia tylko w przekroju czołowym, gdyż tylko w tym przekroju zęby posiadają ścisły zarys ewolwentowy.

W tym celu oblicza się:

- zastępcze liczby zębów $z_{n1(2)}$:

$$z_{n1(2)} = \frac{z_{1(2)}}{\cos^2 \beta_b \cdot \cos \beta} \approx \frac{z_{1(2)}}{\cos^3 \beta} \quad (3.81)$$

gdzie: β_b [°] – kąt pochylenia linii zęba na walcu zasadniczym o średnicy d_b [mm]:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha_t \quad (3.82)$$

$$\text{lub} \quad \sin \beta_b = \sin \beta \cdot \cos \alpha_n \quad (3.83)$$

- równoważne (idealne) liczby zębów $z_{nW1(2)}$:

$$z_{nW1(2)} = z_{1(2)} \cdot \frac{\operatorname{inv} \alpha_t}{\operatorname{inv} \alpha_n} \quad (3.84)$$

- średnice walców podziałowych $d_{n1(2)}$ [mm]:

$$d_{n1(2)} = z_{n1(2)} \cdot m_n = \frac{d_{1(2)}}{\cos^2 \beta_b} \quad (3.85)$$

- średnice zasadnicze kół zastępczych $d_{bn1(2)}$ [mm]:

$$d_{bn1(2)} = \frac{d_{b1(2)}}{\cos^2 \beta_b} \quad (3.86)$$

- średnice walców wierzchołków $d_{an1(2)}$ [mm]:

$$d_{an1(2)} = d_{n1(2)} + (d_{a1(2)} - d_{1(2)}) \quad (3.87)$$

- średnice walców podstaw $d_{f1(2)}$ [mm]:

$$d_{f1(2)} = d_{n1(2)} - (d_{1(2)} - d_{f1(2)}) \quad (3.88)$$

- wskaźnik zazębienia czołowy zastępczej przekładni $\varepsilon_{\alpha n}$:

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{\cos^2 \beta_b} \quad (3.89)$$

3.5. Sprawdzenie grubości zębów koła i zębnika

3.5.1. Wielkość pomiarowa przez k zębów

- wielkość pomiarowa przez k zębów $W^{(k)}$ [mm]:

$$W^{(k)} = m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot \left[\left(k - \frac{z}{2|z|} \right) \cdot \pi + z \cdot \operatorname{inv} \alpha_t \right] + 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \sin \alpha_n \quad (3.90)$$

- pomiarowa liczba zębów (wrębów) k :

$$k = \frac{z}{|z|} \cdot \operatorname{integer} \left[\frac{z}{\pi} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{vt}}{\cos^2 \beta_b} - 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n - \operatorname{inv} \alpha_t \right) \cdot \frac{z}{|z|} + 1 \right] \quad (3.91)$$

gdzie:

α_{vt} [°] – kąt zarysu na walcu odniesienia (V) o średnicy d_v [mm]:

$$\cos \alpha_{vt} = \frac{\cos \alpha_t}{1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta} \quad (3.92)$$

β_b [°] – kąt pochylenia linii zęba na walcu zasadniczym o średnicy d_b [mm]:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha_t \quad (3.93)$$

b [mm] – minimalna szerokość koła o zębach skośnych, przy której pomiar jest pewny:

- dla ostrych krawędzi czołowych zęba:

$$b \geq W^{(k)} \cdot \sin |\beta_b| + (1,2 + 0,018 \cdot W^{(k)}) \cdot \cos \beta_b \quad (3.94)$$

- dla sfazowanych krawędzi czołowych zęba:

$$b \geq W^{(k)} \cdot \sin |\beta_b| + (2,0 + 0,03 \cdot W^{(k)}) \cdot \cos \beta_b \quad (3.95)$$

- wartości graniczne długości pomiarowej (tablica 16 i 19 PN-80/M-88522.01) [34]:

- dla kół uzębionych zewnętrznie ($E_{Wi} < 0$)

$$E_{Wi} = E_{Ws} - T_W \quad (3.96)$$

- dla kół uzębionych wewnątrznie ($E_{Ws} > 0$)

$$E_{Ws} = E_{Wi} + T_W \quad (3.97)$$

3.5.2. Pomiar wymiaru średnicowego przez kulki

- wymiar średnicowy dla koła z parzystą liczbą zębów M_{dK} [mm]:

$$M_{dK} = d_K + D_M \quad (3.98)$$

- wymiar średnicowy dla koła z nieparzystą liczbą zębów M_{dK} [mm]:

$$M_{dK} = d_K \cdot \cos \frac{\pi}{2z} + D_M \quad (3.99)$$

- średnica kulki D_M [mm]:

$$D_M \cong z_{nM} \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{KnM} - \operatorname{tg} \alpha_{vnM})$$

gdzie: z_{nM} – zastępcza liczba zębów przy pomiarze przez kulki lub wałeczki (dla kół wewnętrznych ($z < 0$))

$$z_{nM} = \frac{z}{\cos^{3,3} \beta} \quad (3.100)$$

$$\cos \alpha_{vnM} = \frac{z_{nM} \cdot \cos \alpha_n}{z_{nM} + 2x} \quad (3.101)$$

$$\alpha_{KnM} = \operatorname{tg} \alpha_{vnM} - \operatorname{inv} \alpha_n + \frac{\pi - 4x \operatorname{tg} \alpha_n}{2z_{nM}} \quad (3.102)$$

- dobór znormalizowanej nominalnej średnicy kulki pomiarowej dokonywany jest z tabeli 3.4

Tabela 3.4

Nominalne średnice kulek pomiarowych [34]

1	2,25	4	6,5	11
1,1	2,5	4,25	7	12
1,25	2,75	4,5	7,5	14
1,4	3	5	8	15
1,5	3,25	5,25	9	16
1,75	3,5	5,5	10	
2	3,75	6	10,5	

- średnica okręgu na którym leżą środki kulek d_K [mm]:

$$d_K = d \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{Kt}} \quad (3.103)$$

$$\text{inv } \alpha_{Kt} = \frac{D_M}{z \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n} - \eta + \text{inv } \alpha_t \quad (3.104)$$

$$\eta = \frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \text{tg } \alpha_n}{2z} \quad (3.105)$$

- sprawdzenie poprawności pomiaru:

- dla kół zewnętrznych:

$$(d_v + 1,4m_n) \geq d_M \geq (d_v - m_n) \quad (3.106)$$

gdzie: d_M [mm] – średnica walca na którym leżą punkty styku pomiędzy kulką a obydwoa bokami zębów:

$$d_M = \frac{z \cdot m_n \cdot \cos \alpha_t}{\cos \beta \cdot \cos \alpha_M} \quad (3.107)$$

$$\text{tg } \alpha_M = \text{tg } \alpha_{Kt} - \frac{D_M}{z \cdot m_n} \cdot \frac{1 - \cos^2 \alpha_n \cdot \sin^2 \beta}{\cos \alpha_n} \quad (3.108)$$

$$d_v = \frac{d_b}{\cos \alpha_{vt}} \quad (3.109)$$

- dla kół wewnętrznych:

$$|(d_v + m_n)| \leq |d_M| \leq |(d_v - m_n)| \quad (3.110)$$

- graniczne wymiary średnicowe:

- dla kół uzębionych zewnętrznie:

$$E_{Ms} \cong \frac{E_{Wms}}{\sin \alpha_{Kt} \cdot \cos \beta_b} \quad (3.111)$$

$$T_M \cong \frac{T_{Wm}}{\sin \alpha_{Kt} \cdot \cos \beta_b} \quad (3.112)$$

$$E_{Mi} = E_{Ms} - T_M \quad (3.113)$$

- dla kół uzębionych wewnętrznie:

$$E_{Mi} \cong \frac{E_{Wmi}}{\sin \alpha_{Kt} \cdot \cos \beta_b} \quad (3.114)$$

$$E_{Ms} = E_{Mi} - T_M \quad (3.115)$$

gdzie:

- E_{wmi} – największa odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu zewnętrznym lub najmniejsza odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu wewnętrznym [34],
- E_{wms} – najmniejsza odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu zewnętrznym lub największa odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu wewnętrznym, według tablicy 16 i 17 PN-80/M-88522.01 [34] (tabela 7.1),
- T_{wm} – tolerancja średniej długości pomiarowej, według tablicy 18 PN-80/M-88522.01 [34] (tabela 7.2).

4. Warunki prawidłowej współpracy kół zębatych walcowych

Przez zakłócenie ruchu (interferencję zębów) [7, 8] rozumiemy zjawisko charakteryzujące się tym, że podczas teoretycznego rozpatrywania obrazu zazębienia część przestrzeni jest jednocześnie zajęta przez dwa współpracujące zęby.

Zakłócenia ruchu mogą wystąpić przy:

- współpracy kół w eksploatacji (wewnątrz i na zewnątrz strefy przyporu),
- zabudowie kół, jako uderzenie krawędzi wierzchołków przy promieniowej zabudowie,
- sprawdzaniu współpracy obustronnej, jako zakłócenie przyporu (wewnątrz i na zewnątrz strefy przyporu) oraz przy promieniowej zabudowie (poprzez uderzenia krawędzi wierzchołków zęba przy promieniowej zabudowie koła kontrolnego),
- wytwarzaniu uzębienia.

W przypadku kół o zazębieniu wewnętrznym, zakłócenia ruchu podczas wytwarzania prowadzą do ścięcia wierzchołków nacinanego koła, a w przypadku kół o uzębieniu zewnętrznym, do podcięcia zębów.

Prawidłowo zaprojektowana przekładnia powinna być wolna od zakłóceń ruchu i w tym celu należy podczas konstruowania dokonać:

- sprawdzenia zakłócenia między podstawą zęba zębniaka a wierzchołkiem zęba koła (warunek braku zakłócenia przyporu dla zębniaka), warunek ten występuje przy współpracy kół podczas eksploatacji wewnątrz strefy przyporu:

$$C_{N1} \geq 0,5 \cdot F_{r1} \quad (4.1)$$

$$C_{N1} = 0,5 \cdot (d_{Nf1,2} - d_{Ff1}) \quad (4.2)$$

$$d_{Nf1,2} - d_{Ff1} \geq F_{r1} \quad (4.3)$$

gdzie:

F_{r1} [μm] – odchyłka bicia promieniowego uzębienia zębniaka według PN ISO 1328-2:2000, [28], (tabela 4.1),

$d_{Nf1,2}$ [mm] – średnica czynna podstaw zębniaka "1" przy współpracy z kołem "2",

Tabela 4.1

Tolerancje bicia promieniowego uzębienia zębnika i koła Fr [28]

Tolerancje bicia promieniowego uzębienia Fr według PN-ISO 1328-2:2000										
Średnica podziałowa d ₁₍₂₎ [mm]	Moduł m _n [mm]	Klasa dokładności								
		3	4	5	6	7	8	9	10	11
		Fr [μm]								
od 5÷20	0,5÷2,0	4,5	6,5	9	13	18	25	36	51	72
	2,0÷3,5	4,5	6,5	9,5	13	19	27	38	53	75
20÷50	0,5÷2,0	5,5	8	11	16	23	32	46	65	92
	2,0÷3,5	6	8,5	12	17	24	34	47	67	95
	3,5÷6,0	6	8,5	12	17	25	35	49	70	99
	6,0÷10	6,5	9,5	13	19	26	37	52	74	105
50÷125	0,5÷2,0	7,5	10	15	21	29	42	59	83	118
	2,0÷3,5	7,5	11	15	21	30	43	61	86	121
	3,5÷6,0	8	11	16	22	31	44	62	88	125
	6,0÷10	8	12	16	23	33	46	65	92	131
	10÷16	9	12	18	25	35	50	70	99	140
125÷280	0,5÷2,0	10	14	20	28	39	55	78	110	156
	2,0÷3,5	10	14	20	28	40	56	80	113	159
	3,5÷6,0	10	14	20	29	41	58	82	115	163
	6,0÷10	11	15	21	30	42	60	85	120	169
	10÷16	11	16	22	32	45	63	89	126	179

$$d_{Nf1,2} = \sqrt{\left(2 \cdot a \cdot \sin \alpha_{wt} - \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2}\right)^2 + d_{b1}^2} \tag{4.4}$$

d_{Ff1} [mm] – użyteczna średnica podstaw zębnika "1" (po obróbce narzędziem typu zębatkowego):

$$d_{Ff1} = 2 \cdot m_n \cdot \sqrt{\left(\frac{z_1}{2 \cdot \cos \beta} - h_{FaP0}^* + x_{E1}\right)^2 + \left(\frac{h_{FaP0}^* - x_{E1}}{\operatorname{tg} \alpha_{t0}}\right)^2} \tag{4.5}$$

d_{Na2} [mm] – średnica czynnego okręgu wierzchołków koła "2" równa średnicy użytecznego okręgu wierzchołków, gdy u podstawy zęba koła współpracującego nie ma podcięcia:

$$d_{Na2} = d_{Fa2} = d_{a2} - 2 \cdot h_{K2} \quad (4.6)$$

d_{Fa2} [mm] – średnica walca użytecznego wierzchołków zębów koła,

h_{K2} [mm] – wielkość promieniowego ścięcia wierzchołka zęba koła (w przypadku stosowania zębówki o zarysie odniesienia z prostoliniowym załamaniem boków zębów u podstawy) wielkość h_{K2} wyznacza się według algorytmu przedstawionego w [10],

h_{FaP0}^* – współczynnik wysokości użytecznej wierzchołka zęba zarysu odniesienia narzędzia

- dla zarysu odniesienia narzędzia bez protuberancji:

$$h_{FaP0}^* = h_{aP0}^* - \rho_{aP0} / m_n \quad (4.7)$$

- dla zarysu odniesienia narzędzia z protuberancją:

$$h_{FaP0}^* = h_{aP0}^* - h_{prP0}^* \quad (4.8)$$

α_{t0} [°] – kąt zarysu zęba narzędzia (równy kątowi zarysu zęba koła obrabianego):

$$\alpha_{t0} = \alpha_t \quad (4.9)$$

h_{aP0}^* – współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia narzędzia,

h_{prP0}^* – współczynnik wysokości protuberancji zarysu odniesienia narzędzia,

x_{E1} – współczynnik obróbczego przesunięcia zarysu zębnika:

$$x_{E1} = x_1 + \frac{q_1}{m_n \cdot \sin \alpha_n} + \frac{E_{s1}}{2 \cdot m_n \cdot \tan \alpha_n} \quad (4.10)$$

q_1 [mm] – naddatek na obróbkę wykańczającą zębnika (tabela 4.2),

E_{s1} [μm] – odchyłka grubości zęba zębnika (tabela 4.3).

Tabela 4.2

Wartości naddatków na obróbkę wykańczającą - q [7]

Wartości naddatków na obróbkę - q				
Moduł m_n mm	Średnica podziałowa $d_{1,2}$ w mm			
	do 50	50÷100	100÷500	500÷1000
	Naddatek na obróbkę			
do 3	0,12	0,16	0,20	
3÷5	0,16	0,20	0,25	0,30
5÷10		0,24	0,30	0,36
10÷16		0,30	0,36	0,44

Tabela 4.3

Odchyłka grubości zęba – E_{s1} [7]

Górne odchyłki grubości zęba – E_{s1}

Średnica podziałowa		Szereg odchyłek									
od	do	A	ab	b	Bc	c	cd	D	E	F	g
-	10	-100	-85	-70	-58	-48	-40	-33	-22	-10	-5
10	50	-135	-110	-95	-75	-65	-54	-44	-30	-14	-7
50	125	-180	-150	-125	-105	-85	-70	-60	-40	-19	-9
125	280	-250	-200	-170	-140	-115	-95	-80	-56	-26	-12
280	560	-330	-280	-230	-190	-155	-130	-110	-75	-35	-17
560	1000	-450	-370	-310	-260	-210	-175	-145	-100	-48	-22

d_{Ff1} [mm] – użyteczna średnica podstaw zębnika „1” (po obróbce narzędziem typu dłutak):

$$d_{Ff1} = d_{Nf1(0)} = \sqrt{\left(2 \cdot a_{01} \cdot \sin \alpha_{wt01} - \sqrt{d_{Fa0}^2 - d_{b0}^2}\right)^2 + d_{b1}^2} \quad (4.11)$$

gdzie:

$a_{01(2)}$ [mm] – odległości osi przekładni obróbczej dłutak – zębnik, koło:

$$a_{01(2)} = \frac{z_0 + z_{1(2)}}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt01(2)}} \quad (4.12)$$

$\alpha_{wt01(2)}$ [°] – obróbcze kąty przyporu „1”- zębnika, „2” - koła:

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt01(2)} = \operatorname{inv} \alpha_t + 2 \cdot \frac{x_0 + x_{1(2)}}{z_0 + z_{1(2)}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \quad (4.13)$$

d_{Fa0} [mm] – użyteczna średnica wierzchołków dłutaka:

$$d_{Fa0} = d_{a0} - 2 \cdot h_k \quad (4.14)$$

d_{b0} [mm] – średnica zasadnicza dłutaka:

$$d_{b0} = d_0 \cdot \cos \alpha_t = \frac{m_n \cdot z_0}{\cos \beta} \cdot \cos \alpha_t \quad (4.15)$$

- sprawdzenia zakłócenia między wierzchołkiem zęba zębnika, a podstawą zęba koła (warunek braku zakłócenia przyporu dla koła), warunek ten występuje przy współpracy kół podczas eksploatacji wewnątrz strefy przyporu:

$$C_{N2} \geq 0,5 \cdot F_{r2} \quad (4.16)$$

$$C_{N2} = 0,5 \cdot (d_{Nf2,1} - d_{Ff2}) \quad (4.17)$$

$$d_{Nf2,1} - d_{Ff2} \geq F_{r2} \quad (4.18)$$

gdzie:

F_{y2} [μm] – odchyłka bicia promieniowego uzębienia koła (tabela 4.1),
 $d_{Nf2,1}$ [mm] – średnica czynna podstawy koła "2" przy współpracy z zębniakiem "1":

$$d_{Nf2,1} = \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{\left(2 \cdot a \cdot \sin \alpha_{wt} - \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2}\right)^2 + d_{b2}^2} \quad (4.19)$$

d_{Ff2} [mm] – użyteczna średnica podstaw koła "2" (po obróbce narzędziem typu zębatkowego):

$$d_{Ff2} = 2 \cdot m_n \cdot \sqrt{\left(\frac{z_2}{2 \cdot \cos \beta} - h_{FaP0}^* + x_{E2}\right)^2 + \left(\frac{h_{FaP0}^* - x_{E2}}{\text{tg } \alpha_{t0}}\right)^2} \quad (4.20)$$

d_{Na1} [mm] – średnica czynnego okręgu wierzchołków zębniaka równa średnicy użytecznego okręgu wierzchołków, gdy u podstawy zęba koła współpracującego nie ma podcięcia:

$$d_{Na1} = d_{Fa1} = d_{a1} - 2 \cdot h_{K1} \quad (4.21)$$

h_{K1} [mm] – wielkość promieniowego ścięcia wierzchołka zęba zębniaka [9],

d_{Fa1} [mm] – średnica walca użytecznego wierzchołków zębów zębniaka,

x_{E2} – współczynnik obróbczego przesunięcia zarysu koła:

$$x_{E2} = x_2 + \frac{q_2}{m_n \cdot \sin \alpha_n} + \frac{E_{s2}}{2 \cdot m_n \cdot \text{tg } \alpha_n} \quad (4.22)$$

q_2 [mm] – naddatek na obróbkę wykańczającą koła (tabela 4.2),

E_{s2} [μm] – odchyłka grubości zęba koła (tabela 4.3),

d_{Ff2} [mm] – użyteczna średnica podstaw koła „2” (po obróbce narzędziem typu dłutak):

$$d_{Ff2} = d_{Nf2(0)} = \sqrt{\left(2 \cdot a_{02} \cdot \sin \alpha_{wt02} - \sqrt{d_{Fa0}^2 - d_{b0}^2}\right)^2 + d_{b2}^2} \quad (4.23)$$

– sprawdzania braku zaostrenia wierzchołków zębów zębniaka i koła:

$$s_{an1(2)} \geq 0,2 \cdot m_n \quad (4.24)$$

– sprawdzenia zakłócenia między podstawą zęba dłutaka a wierzchołkiem zęba nacinanego zębniaka i koła (warunek braku zakłóceń):

$$d_{Ff0} \leq d_{Nf0,1(2)} \quad (4.25)$$

gdzie:

$d_{Nf0,1(2)}$ [mm] – średnica czynna podstaw dłutaka przy obróbce zębniaka „1”, koła „2”:

$$d_{Nf0,1} = \sqrt{\left(2 \cdot a_{01} \cdot \sin \alpha_{wt01} - \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2}\right)^2 + d_{b0}^2} \quad (4.26)$$

$$d_{Nf0,2} = \sqrt{\left(2 \cdot a_{02} \cdot \sin \alpha_{wt02} - \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2}\right)^2 + d_{b0}^2} \quad (4.27)$$

d_{Ff0} [mm] – średnica użyteczna podstaw dłutaka (obrobionego narzędziem typu zębatkowego):

$$d_{Ff0} = 2 \cdot m_n \cdot \sqrt{\left(\frac{z_0}{2 \cdot \cos \beta} - h_{FaP0}^* + x_{E0}\right)^2 + \left(\frac{h_{FaP0}^* - x_{E0}}{\tan \alpha_{t0}}\right)^2} \quad (4.28)$$

$$x_{E0} = x_0 \quad (4.29)$$

$$\alpha_{t0} = \alpha_t \quad (4.30)$$

lub d_{Ff0} [mm] – średnica użyteczna podstaw dłutaka (obrobionego innym dłutakiem):

$$d_{Ff00} = \sqrt{\left(2 \cdot a_{00} \cdot \sin \alpha_{wt00} - \sqrt{d_{Fa00}^2 - d_{b00}^2}\right)^2 + d_{b0}^2} \quad (4.31)$$

d_{b00} [mm] – średnica okręgu zasadniczego narzędzia do obróbki dłutaka,
 α_{wt00} [°] – obróbczy toczny kąt zarysu przy obróbce dłutaka innym dłutakiem:

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt00} = \operatorname{inv} \alpha_t + 2 \cdot \frac{x_0 + x_{00}}{z_0 + z_{00}} \cdot \tan \alpha_n \quad (4.32)$$

x_{00} – współczynnik przesunięcia zarysu narzędzia do obróbki dłutaka,

z_{00} – liczba zębów narzędzia do obróbki dłutaka,

a_{00} [mm] – obróbcza odległość osi podczas nacinania zębów dłutaka innym dłutakiem:

$$a_{00} = \frac{m_n \cdot (z_0 + z_{00})}{2 \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt00}} \quad (4.33)$$

d_{Fa00} [mm] – średnica użytecznego okręgu wierzchołków narzędzia do obróbki dłutaka:

$$d_{Fa00} = d_{a00} \quad (4.34)$$

Dodatkowo dla elementów zębatych o uzębieniu zewnętrznym dokonuje się jeszcze:

- sprawdzenia zakłócenia między wierzchołkiem zęba narzędzia typu zębatkowego a podstawą zęba nacinanego zębniaka „1” lub koła „2” o uzębieniu zewnętrznym (I postać warunku niewystąpienia zakłócenia):

$$d_{Ff1} \geq d_{b1} \quad (4.35)$$

$$d_{Ff2} \geq d_{b2} \quad (4.36)$$

- sprawdzenia nie wystąpienia podcięcia (warunek braku podcięcia) zęba zębnika nacinanego narzędziem typu zębatkowego:

$$x_{E1} \geq x_{Emin1} = h_{FaP0}^* - \frac{z_1 \cdot \sin^2 \alpha_t}{2 \cos \beta} \quad (4.37)$$

lub warunek minimalnej liczby zębów zębnika:

$$z_1 \geq z_{min1} = \frac{2 \cdot (h_{FaP0}^* - x_{E1}) \cdot \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} \quad (4.38)$$

- sprawdzenia zakłócenia między wierzchołkiem zęba dłutaka a podstawą zęba nacinanego zębnika „1” (II postać warunku nie wystąpienia zakłócenia) warunek ten występuje przy współpracy kół podczas eksploatacji wewnątrz strefy przyporu:

$$x_{E1} \geq x_{Emin1} = \frac{(\text{inv } \alpha_{wt0min} - \text{inv } \alpha_t) \cdot (z_1 + z_0)}{2 \cdot \text{tg } \alpha_n} - x_0 \quad (4.39)$$

$$z_1 \geq z_{min} = z_0 \cdot \left(\frac{\text{tg } \alpha_{Fa0}}{\text{tg } \alpha_{wt01}} - 1 \right) \quad (4.40)$$

gdzie:

α_{wt0min} [°] – minimalny obróbczy toczy kąt przyporu:

$$\sin \alpha_{wt0min} = \frac{\sqrt{d_{Fa0}^2 - d_{b0}^2}}{2 \cdot a_{0(1)}} \quad (4.41)$$

$$\cos \alpha_{Fa0} = \frac{d_{b0}}{d_{Fa0}} \quad (4.42)$$

Powyższe dwa warunki wystarczy sprawdzić tylko dla zębnika, gdyż liczba zębów koła (o uzębieniu zewnętrznym, tak samo jak i wewnętrznym) jest większa od liczby zębów zębnika:

- sprawdzenia warunku na średnicę podziałową:

$$d_{1obl} \leq \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = d_1 \quad (4.43)$$

- sprawdzenia warunku na odległość osi:

$$a - 0.8 \cdot m_n \leq a_d \leq a \quad (4.44)$$

- sprawdzenia warunku nie wystąpienia (braku) interferencji dla zębnika:

$$d_{Ff1} < d_{Nf1,2} \quad (4.45)$$

- sprawdzenia warunku nie wystąpienia (braku) interferencji dla koła:

$$d_{Ff2} < d_{Nf2,1} \quad (4.46)$$

Dodatkowo dla elementów zębatych o uzębieniu wewnętrznym zaleca się:

- sprawdzenia zakłócenia na zewnątrz strefy przyporu (braku zakłócenia), warunek ten występuje przy współpracy kół podczas eksploatacji tylko dla zazębienia wewnętrznego, może tu nastąpić uderzenie krawędzi wierzchołków zęba przy odtaczaniu:

$$K = \frac{\varphi + \nu}{|u| \cdot (\nu - \varepsilon)} > 1 \quad (4.47)$$

gdzie odpowiednie kąty można wyznaczyć z zależności:

$$\cos \nu = \frac{d_{a2}^2 + 4 \cdot a^2 - d_{a1}^2}{4 \cdot d_{a2} \cdot a} \quad (4.48)$$

$$\cos \varphi = \frac{d_{a2}^2 - 4 \cdot a^2 - d_{a1}^2}{4 \cdot d_{a1} \cdot |a|} \quad (4.49)$$

$$\nu = \text{inv } \alpha_{at1} - \text{inv } \alpha_{wt} \quad (4.50)$$

$$\varepsilon = \text{inv } \alpha_{wt} - \text{inv } \alpha_{at2} \quad (4.51)$$

$$\cos \alpha_{at1(2)} = \frac{d_{b1(2)}}{d_{a1(2)}} \quad (4.52)$$

- sprawdzenia zakłócenia ruchu przy zabudowie kół, badane tylko dla przekładni o zazębieniu wewnętrznym; następuje tu sprawdzenie warunku prawidłowej zabudowy promieniowej (tj. bez uderzeń krawędzi wierzchołków zębów zębnika o zęby koła uzębionego wewnątrz (jeśli zabudowa poosiowa zębnika jest niemożliwa):

dla $0 < \xi_1 \leq \varphi$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (|d_{a2}| \cdot \sin \xi_2 - d_{a1} \cdot \sin \xi_1) > 0 \quad (4.53)$$

gdzie:

φ [°] – kąt określający położenie naroża zęba zębnika względem bieguna zazębienia,

ξ_1, ξ_2 [°] – kąty obrotu kół:

$$\text{tg } \xi_1 = \frac{1}{d_{b1}} \cdot \sqrt{\frac{d_{a1}^2 \cdot d_{b2}^2 - d_{a2}^2 \cdot d_{b1}^2}{d_{a2}^2 - d_{a1}^2}} \quad (4.54)$$

$$\xi_2 = \frac{\xi_1 + \nu}{|u|} + \varepsilon \quad (4.55)$$

dla

$$0 < \xi_1 \leq \varphi$$

Praktyczne warunki sprawdzające możliwość zabudowy promieniowej:

- promieniowa zabudowa niemożliwa, gdy:

$$d_{a1} \geq |d_{a2}| \quad (4.56)$$

- promieniowa zabudowa możliwa, gdy:

$$d_{a1} \cdot \sin \alpha_{at1} \leq |d_{a2}| \cdot \sin \alpha_{at2} \quad (4.57)$$

- warunek decydujący (gdy dwa warunki poprzednie są niespełnione):

$$\xi_2 = \frac{\xi_1 + \nu}{|u|} + \varepsilon > \arctg \frac{\operatorname{tg} \xi_1}{|u|} \quad (4.58)$$

- sprawdzenia warunku prawidłowego posuwu promieniowego dłutaka przy jednoczesnym ruchu odtaczania, bez ścinania krawędzi wierzchołków zębów nacinanego uzębienia wewnętrznego, warunek ścisły:

$$\text{dla } 0 < \xi_0 \leq \varphi_0$$

$$A_0 = \frac{1}{2} \cdot (|d_{a2}| \cdot \sin \xi_2 - d_{a0} \cdot \sin \xi_0) > 0 \quad (4.59)$$

gdzie:

φ_0 [°] – kąt określający położenie naroża zęba dłutaka względem bieguny zazębienia,

ξ_0, ξ_2 [°] – kąty obrotu kół:

$$\xi_2 = \frac{\xi_0 + \nu}{|u|} + \varepsilon \quad (4.60)$$

$$\text{dla } 0 < \xi_0 \leq \varphi_0$$

$$\operatorname{tg} \xi_0 = \frac{1}{d_{b0}} \cdot \sqrt{\frac{d_{a0}^2 \cdot d_{b2}^2 - d_{a2}^2 \cdot d_{b0}^2}{d_{a2}^2 - d_{a0}^2}} \quad (4.61)$$

Praktyczne warunki sprawdzające możliwość zabudowy promieniowej:

- promieniowa zabudowa niemożliwa, gdy:

$$d_{a0} \geq |d_{a2}| \quad (4.62)$$

- promieniowa zabudowa możliwa, gdy:

$$d_{a0} \cdot \sin \alpha_{at0} \leq |d_{a2}| \cdot \sin \alpha_{at2} \quad (4.63)$$

$$\cos \alpha_{at0} = \frac{d_{b0}}{d_{a0}} \quad (4.64)$$

- warunek decydujący (gdy dwa warunki poprzednie są niespełnione):

$$\xi_2 = \frac{\xi_0 + \nu}{|u|} + \varepsilon > \arctg \frac{\operatorname{tg} \xi_0}{|u|} \quad (4.65)$$

5. Określenie dokładności wykonania kół walcowych

W normie PN-79/M-88522/02 [34] ustalono:

- klasy dokładności wykonania kół i przekładni zębatych związanych z wymaganiami, łącznie:
 - dokładności kinematycznej (określenie odchylenia błędu przełożenia),
 - płynności pracy (określenie cyklicznych odchylenia przełożenia),
 - przylegania zębów (określenie dokładności przylegania roboczych, współpracujących, powierzchni zębów),
- pasowania współpracujących kół zębatych oraz tolerancji T_{jn} luzu bocznego,
- klasy dokładności odległości osi,
- odchyłki dokładności kinematycznej:
 - dopuszczalne bicia promieniowe uzębienia F_r według tablicy 6 PN [34],
 - dopuszczalna nierównomierność długości pomiarowej F_{vw} według tablicy 6 PN [34],
- odchyłki płynności pracy:
 - dla kół zębatych o $\epsilon_\beta < \epsilon_\beta^*$:
 - dopuszczalna odchyłka podziałki przyporu $\pm f_{pb}$ według tablicy 8 PN [34],
 - dopuszczalna odchyłka zarysu zęba f_r według tablicy 8 PN [34],
 - dla kół zębatych o $\epsilon_\beta \geq \epsilon_\beta^*$:
 - dopuszczalna odchyłka cykliczna koła f_{zk} według tablicy 10 PN [34],
 - dla przekładni zębatych o $\epsilon_\beta < \epsilon_\beta^*$:
 - dopuszczalna odchyłka cykliczna przekładni o częstotliwości wzbudzeń f_{zso} według tablicy 9 PN [34],
 - dla przekładni zębatych o $\epsilon_\beta \geq \epsilon_\beta^*$:
 - dopuszczalna odchyłka cykliczna przekładni f_{zko} według tablicy 10 PN [34], gdzie wartości granicznego poskokowego wskaźnika zazębienia ϵ_β^* przedstawiono w (tabeli 5.1) [34].

Tabela 5.1

Wartości granicznego poskokowego wskaźnika zazębienia ϵ_β^* [34]

Klasa dokładności przylegania zębów	3	4	5	6	7	8
ϵ_β^*	1,25	1,25	1,5	2,0	2,5	3

- odchyłki przylegania zębów:
 - dla kół zębatych o $\varepsilon_\beta < \varepsilon_\beta^*$:
 - dopuszczalna odchyłka kierunku zęba F_β według tablicy 11 PN [34],
 - dla kół zębatych o $\varepsilon_\beta \geq \varepsilon_\beta^*$:
 - dopuszczalne odchyłki podziałek osiowych wzdłuż normalnej $\pm F_{pxn}$ według tablicy 11 PN [34],
 - dopuszczalna odchyłka podziałki przyporu $\pm f_{pb}$ według tablicy 8 PN [34],
 - dla przekładni zębatych:
 - sumaryczny lub chwilowy ślad przylegania,
 - dla korpusów przekładni zębatych:
 - dopuszczalna nierównoległość osi f_x według tablicy 11 PN [34],
 - dopuszczalne przekoszenie osi f_y według tablicy 11 PN [34],
- odchyłki luzu bocznego (grubości zębów):
 - dla kół zębatych:
 - najmniejsza odchyłka długości pomiarowej dla koła o uzębieniu zewnętrznym lub największa odchyłka długości pomiarowej dla koła o uzębieniu wewnętrznym E_{ws} [34],
 - największa odchyłka długości pomiarowej dla koła o uzębieniu zewnętrznym lub najmniejsza odchyłka długości pomiarowej dla koła o uzębieniu wewnętrznym E_{wi} – według tablicy 16 PN [34], stosowana dla tolerowania długości pomiarowej $W^{(k)}$ mikrometrem talerzykowym,
 - największa odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu zewnętrznym lub najmniejsza odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu wewnętrznym E_{wmi} [34],
 - najmniejsza odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu zewnętrznym lub największa odchyłka średniej długości pomiarowej dla koła o uzębieniu wewnętrznym E_{wms} – (według tablicy 16 i 17 PN) [34], pośrednio stosowana dla tolerowania wymiaru średnicowego M_{dK} przez kulki,
 - dla korpusów przekładni zębatych:
 - dopuszczalna odchyłka odległości osi f_a według tablicy 13 PN [34].

Wybrane odchyłki powinny być zamieszczone w tabelce na rysunku wykonawczym koła zębatego.

W normie wyróżniono 12 klas dokładności wykonania kół i przekładni zębatych, przy czym wymagania podano tylko dla klas od 3 do 12.

Norma dopuszcza możliwość przyjmowania różnych klas dla trzech wymienionych grup wymagań w przypadku, gdy nie są one jednakowo

ważne dla pracy przekładni, ale z ograniczeniami przedstawionymi w tabeli 5.2.

Tabela 5.2

Ograniczenia dotyczące klas dokładności wykonania kół zębatych [34]

Klasa dokładności dla wymagań dotyczących		
dokładności kinematycznej	płynności pracy	przylegania zębów
K	K - 2	K - 1
	K - 1	K
	K	K + 1
	K + 1	K + 2
Gdzie: klasa 1 jest klasą najwyższą (najdokładniejszą), klasa 12 – najniższą (najmniej dokładną).		

Podstawą systemu pasowania zazębienia przy stałej odległości osi jest wskaźnik – gwarantowany luz boczny j_{nmin} . System składa się z sześciu rodzajów pasowań współpracujących kół zębatych w przekładni A, B, C, D, E, H i ośmiu rodzajów tolerancji T_{jn} luzu bocznego x, y, z, a, b, c, d, h. Symbole są uszeregowane w kolejności zmniejszania się luzu bocznego i jego tolerancji.

W normie przewidziano sześć klas dokładności odległości osi, oznaczonych liczbami rzymskimi od I do VI (VI klasa najmniej dokładna, czyli najniższa).

PN [34] zaleca odpowiednie skojarzenia rodzaju pasowania, rodzaju tolerancji, klasy dokładności odległości osi oraz klasy dokładności według wymagań płynności pracy według poniższej tabeli 5.3.

Tabela 5.3

Skojarzenia rodzaju pasowania, rodzaju tolerancji, klasy dokładności odległości osi oraz klasy dokładności według wymagań płynności pracy [34]

Rodzaj pasowania	Rodzaj tolerancji	Klasa dokładności odległości osi	Klasa dokładności płynności pracy
A	a	VI	3+12
B	b	V	3+11
C	c	IV	3+9
D	d	III	3+8
E	h	II	3+7
H	h	II	3+7

W ogólnym przypadku oznaczenie dokładności wykonania przekładni zębatej składa się z symboli klas dokładności kinematycznej, płynności pracy i przylegania zębów, symbolu rodzaju pasowania (sześć rodzajów), symbolu rodzaju tolerancji (osiem rodzajów), symbolu klasy dokładności odległości osi, wartości gwarantowanego luzu bocznego (przy przyjęciu niższej klasy dokładności odległości osi niż jest przewidziana dla danego rodzaju pasowania) oraz numeru PN.

Przykład oznaczenia dokładności wykonania: 6-*D* PN-79/M-88522.01 [34], (dokładność wykonania przekładni walcowej w 6 klasie, pasowanie kół *D* i odpowiadający mu rodzaj tolerancji luzu bocznego *d* oraz klasa dokładności odległości osi (także odpowiadająca) *III*).

6. Sprawdzenie wytrzymałości uzębienia i zazębienia

6.1. Wprowadzenie

Sprawdzanie wytrzymałości boków zębów kół walcowych na wgłębienia zmęczeniowe (pitting) oraz podstaw zębów na złamanie zmęczeniowe, zarówno w zakresie nieograniczonej, jak i ograniczonej trwałości zmęczeniowej przeprowadza się wg normy PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31]. Norma ta podaje także metodę sprawdzania wytrzymałości statycznej zębów w przypadku działania na koła zębate dużych przeciążeń.

Metody obliczeń sprawdzających dotyczą kół o ewolwentowym uzębieniu zewnętrznym i wewnętrznym, o zębach prostych, skośnych a także daszkowych, smarowanych olejem. Dodatkowo zarys odniesienia kół powinien być zgodny z normą PN-92/M-88503 [23] i PN-ISO 53:2001 [24], a minimalna grubość wieńca pod stopą zęba powinna wynosić około $3,5 m_n$. W wyjątkowych przypadkach normę można wykorzystać do obliczeń podobnych kół walcowych o innym zarysie odniesienia aż do zastępczego czołowego wskaźnika zazębienia $\varepsilon_{an} = 2,5$ oraz dla kół pracujących w wolnoobrotowych przekładniach smarowanych smarem plastycznym, pod warunkiem, że zapewniona jest ciągła obecność smaru w zazębieniu.

Norma dopuszcza cztery metody (A, B, C, D) obliczania naprężeń do oceny niektórych istotnych współczynników.

W monografii zastosowano metodę C, wywodzącą się z metody B, która to zakłada, że największe naprężenia u podstawy zęba powstają przy przyłożeniu siły w zewnętrznym punkcie jednoparowego przyporu dla kół walcowych o zębach prostych lub dla zastępczych kół o zębach prostych, w przypadku kół walcowych o zębach skośnych. W metodzie C oblicza się najpierw za pomocą współczynnika kształtu zęba i współczynnika korekcji, naprężenia, miejscowe naprężenia, przy przyłożeniu siły u wierzchołku zęba. Następnie naprężenia te przelicza się, za pomocą współczynnika przyporu, w przybliżeniu na wartość odpowiadającego naprężenia, dla styku w zewnętrznym punkcie jednoparowego przyporu. Dopuszcza się stosowanie metody C dla kół walcowych, dla których zastępczy wskaźnik zazębienia $\varepsilon_{an} < 2$. Metoda ta jest wystarczająco dokładna. Naprężenia obliczone tą metodą są nieco wyższe niż przy zastosowaniu metody B.

6.2. Wytrzymałość boku zęba na naciski powierzchniowe (pitting)

6.2.1. Maksymalne naprężenia stykowe

Podstawą obliczeń wytrzymałości powierzchni boku zęba na wgłębienia zmęczeniowe (tzw. pitting) są naprężenia Hertza.

Praktycznie najpierw oblicza się nominalne naprężenie stykowe σ_{H0} w biegunie zazębienia C dla nominalnego obciążenia statycznego i dla bezodchyłkowego (bez błędnego) zazębienia. Następnie przelicza się je na naprężenie stykowe $\sigma_{H1(2)}$ występujące w rzeczywistym zazębieniu. W niektórych przypadkach maksymalne naprężenia stykowe $\sigma_{H1(2)}$ mogą wystąpić poza biegunem zazębienia.

Współczynniki jednoparowego przyporu zębów (miarodajnego naprężenia) Z_B (dla zębnika) i Z_D (dla koła), omówione w dalszej części tego punktu, pozwalają przeliczyć naprężenie stykowe w biegunie zazębienia na maksymalne naprężenie stykowe. Z tego powodu, naprężenie stykowe oblicza się oddzielnie dla zębnika i koła $\sigma_{H1(2)}$:

- maksymalne naprężenie stykowe σ_{H1} [MPa] dla zębnika:

$$\sigma_{H1} = Z_B \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_{tHeg1}}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP1} \quad (6.1)$$

- maksymalne naprężenie stykowe σ_{H2} [MPa] dla koła:

$$\sigma_{H2} = Z_D \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_{tHeg2}}{b \cdot d_2} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP2} \quad (6.2)$$

gdzie:

$F_{tHeg1(2)}$ – równoważna siła obwodowa przypadająca na jedną parę zębów (odniesiona do naprężeń stykowych), którą oblicza się w przekroju czołowym, na walcu podziałowym, na podstawie równoważnego momentu obrotowego, odniesionego do naprężeń stykowych:

$$F_{tHeg1(2)} = \frac{2000 \cdot T_{Heg1(2)}}{d_{1(2)}} = \frac{2000 \cdot K_A \cdot T_{1(2)}}{d_{1(2)}} \quad (6.3)$$

$$T_{Heg1} = \frac{T_{Heg2}}{u} \quad (6.4)$$

gdzie:

$T_{Heg1(2)}$ [Nm] – równoważny moment obrotowy na zębniku lub kole odniesiony do naprężeń stykowych (rozdział 2),

$T_{1(2)}$ [Nm] – nominalny moment obrotowy na zębniku (kole),

b [mm] – szerokość wieńca zębatego na okręgu podstaw (w szerokości tej nie uwzględnia się zaokrągleń lub załamania krawędzi wierzchołka).

W przypadku, gdy szerokości wieńca koła i zębniaka są różne przyjmuje się, że obciążenie przenosi się na szerokości węższego koła, przy czym do wartości tej można dodać maksymalnie wartość występu równą modułowi na każdą stronę, natomiast w przypadku kół hartowanych powierzchniowo (gdy końce zębów nie są hartowane) przyjmuje się, że tylko połowa szerokości uczestniczy w przenoszeniu obciążenia.

Sposób wyznaczania współczynników Z_B , Z_D , Z_H , Z_ε , Z_E , Z_β , K_v , $K_{H\beta}$ i $K_{H\alpha}$, K_A jest omówiony poniżej:

- Z_B , Z_D – współczynniki jednoparowego przyporu.

Naprężenie stykowe $\sigma_{H1(2)}$ może osiągnąć maksymalną, czyli miarodajną wartość poza biegunem zazębienia C. Takie naprężenie maksymalne występuje najczęściej w wewnętrznym punkcie B jednoparowego przyporu zębniaka o zębach prostych oraz czasem w wewnętrznym punkcie D jednoparowego przyporu koła o zębach prostych.

Współczynniki miarodajnego naprężenia Z_B (dla zębniaka) i Z_D (dla koła) pozwalają przeliczyć naprężenie stykowe w biegunie zazębienia na maksymalne naprężenie stykowe w innym punkcie przyporu. Współczynniki te wyznacza się w zależności od wartości współczynników pomocniczych M_1 i M_2 :

- dla kół walcowych o zębach skośnych i $\varepsilon_\beta \geq 1$ (niezależnie od wartości M_1 i M_2):

$$Z_B = Z_D = 1 \quad (\text{zazębienie zewnętrzne}) \quad (6.5)$$

- dla kół walcowych o zębach prostych:

$$Z_B = 1 \quad \text{gdy} \quad M_1 \leq 1 \quad (6.6)$$

$$Z_B = M_1 \quad \text{gdy} \quad M_1 > 1 \quad (6.7)$$

$$Z_D = 1 \quad \text{gdy} \quad M_2 \leq 1 \quad (6.8)$$

$$Z_D = M_2 \quad \text{gdy} \quad M_2 > 1 \quad (6.9)$$

- dla kół walcowych o zębach skośnych i $\varepsilon_\beta < 1$:

$$Z_B = M_1 - \varepsilon_\beta \cdot (M_1 - 1) \geq 1 \quad (6.10)$$

$$Z_D = M_2 - \varepsilon_\beta \cdot (M_2 - 1) \geq 1 \quad (6.11)$$

gdzie: współczynniki pomocnicze M_1 oraz M_2 wynoszą:

$$M_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{wt}}{\sqrt{\left[\sqrt{(d_{a1}/d_{b1})^2 - 1} - \frac{2\pi}{z_1} \right] \cdot \left[\sqrt{(d_{a2}/d_{b2})^2 - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_2} \right]}} \quad (6.12)$$

$$M_2 = \frac{tg\alpha_{wt}}{\sqrt{\left[\sqrt{(d_{a2}/d_{b2})^2 - 1} - \frac{2\pi}{z_2}\right] \cdot \left[\sqrt{(d_{a1}/d_{b1})^2 - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_1}\right]}} \quad (6.13)$$

W przypadku dużych różnic między wartościami nominalnych średnic wierzchołków zębów $d_{a1,2}$ i czynnych średnic wierzchołków zębów $d_{Na1,2}$ należy przyjmować:

$$d_{a1,2} = d_{Na1,2} \quad (6.14)$$

- Z_H – współczynnik strefy nacisku, określa naprężenie stykowe i przebieg siły obwodowej na walcu podziałowym na siłę nominalną do powierzchni zęba z uwzględnieniem wpływu krzywizny boków zęba w biegunie zazębienia:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b \cdot \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \cdot \sin \alpha_{wt}}} \quad (6.15)$$

gdzie:

α_t [°] – kąt przyporu czołowy,

α_{wt} [°] – kąt przyporu toczny w przekroju czołowym,

β_b [°] – kąt pochylenia linii na walcu zasadniczym.

Współczynnik ten, dla zazębień o normalnym kącie przyporu $\alpha_n = 20^\circ$ w zależności od danych ilorazu $\sum x / \sum z$ oraz kąta β , można odczytać z wykresu [30].

- Z_E – współczynnik sprężystości (określa naprężenie stykowe z uwzględnieniem modułu sprężystości i liczby Poissona):

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (6.16)$$

W przypadku, gdy $E_1 = E_2$ i $\nu_1 = \nu_2$ można stosować wzór:

$$Z_E = \sqrt{\frac{E}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (6.17)$$

Dla współpracujących kół stalowych $Z_E = 189,8 \sqrt{MPa}$, dla innych materiałów można odczytać z (tabeli 2.6).

- Z_β – współczynnik kąta pochylenia linii zęba, uwzględnia zwiększenie wytrzymałości kół o zębach skośnych i wyraża się wzorem:

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} \quad (6.18)$$

Współczynnik ten można również wyznaczyć wykreślnie [30].

- Z_ε – współczynnik przyporu (określa wytrzymałość boku zęba na wgłębienia zmęczeniowe z uwzględnieniem czołowego i poskokowego wskaźnika zazębienia, wyznaczony jest wykreślnie [28]). W zależności od rodzaju zębów kół oraz wartości poskokowego wskaźnika przyporu (dla zębów skośnych) można obliczyć również ze wzoru:

- dla kół walcowych o zębach prostych:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} \tag{6.19}$$

- dla kół walcowych o zębach skośnych:
przy $\varepsilon_\beta < 1$:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \tag{6.20}$$

przy $\varepsilon_\beta \geq 1$:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \tag{6.21}$$

gdzie:

ε_α – wskaźnik zazębienia czołowy,

ε_β – wskaźnik zazębienia poskokowy.

- K_v – współczynnik dynamiczny dla kół walcowych o zębach prostych i skośnych o poskokowym wskaźniku zazębienia $\varepsilon_\beta \geq 1$ (praktycznie $\varepsilon_\beta > 0,9$):

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot (F_t/b)} + K_2 \right) \cdot \frac{z_1 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1 + u^2}} \tag{6.22}$$

gdzie: b [mm] – jest szerokością zazębienia, a wartości liczbowe dla K_1 i K_2 wyznacza się z (tabeli 6.1).

Tabela 6.1

Współczynniki K_1 i K_2 [26]

K_1 dla klas dokładności wykonania według PN-ISO 1328:2000 lub PN-79/M-88522										
Zęby	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Proste	2,1	3,9	7,5	15	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,6
Skośne	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,8	47	68,2	91,4	130,3
K_2 dla wszystkich klas dokładności										
zęby proste						zęby skośne				
0,0193						0,0087				

Jeśli $K_A \left(\frac{F_t}{b} \right) < 100 \text{ N/mm}$, to należy przyjąć wartość

$$K_A \left(\frac{F_t}{b} \right) = 100 \text{ N/mm} \quad (6.23)$$

- $K_{H\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca (linii styku), dopuszcza niesymetryczne ułożyskowanie zębika (oblicza się analitycznie dwoma metodami: C1 i C2).

Metoda C1 jest stosowana dla przekładni jednostopniowych, w których zębnik jest ułożyskowany symetrycznie, wał zębika jest pełny lub drażony o stosunku średnicy wewnętrznej do zewnętrznej $\frac{d_{sh1}}{d_{sh}} < 0,5$,

średnica zębika jest w przybliżeniu równa średnicy wału, a szerokość roboczego śladu współpracy powinna być równa szerokości zazębienia. Przy ewentualnym niesymetrycznym ułożyskowaniu zębika musi być uwzględnione dodatkowe ugięcie wału w f_{ma} .

Współczynnik $K_{H\beta}$ jest obliczany różnymi algorytmami dla następujących przekładni:

- dla przekładni z kołami o zębach prostych i skośnych bez modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{4000}{3\pi} \cdot \chi_\beta \cdot \frac{c_\gamma}{E} \cdot \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \left[5,12 + \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{l}{b} - \frac{7}{12} \right) \right] + \frac{\chi_\beta \cdot c_\gamma \cdot f_{ma}}{2F_m / b} \quad (6.24)$$

gdzie:

F_m [N] – miarodajne średnie obciążenie:

$$F_m = K_A \cdot K_v \cdot F_t \quad (6.25)$$

f_{ma} [μm] – odchyłka linii styku wynikająca z błędów wykonania:

- dla zabudowy kół bez modyfikacji lub regulacji ustawienia:

$$f_{ma} = \max(F_{\beta 1}, F_{\beta 2}) \quad (6.26)$$

- dla par kół docieranych, beczułkowatych lub z modyfikacją linii zęba jak również przy zastosowaniu łożysk samonastawnych:

$$f_{ma} = 0,5 \cdot \max(F_{\beta 1}, F_{\beta 2}) \quad (6.27)$$

gdzie:

F_β [μm] – odchyłka kierunku linii zęba według PN-79/M-88522 (tabela 6.2), [2, 7, 8, 34],

$c_\gamma \left[\frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}} \right]$ – sztywność wypadkowa zazębienia:

- dla kół walcowych o zębach prostych:

$$c_{\gamma} = 20 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

(6.28)

- dla kół walcowych o zębach skośnych:

$$c_{\gamma} = 18,7 \frac{N}{mm \cdot \mu m}$$

(6.29)

E [MPa] – moduł sprężystości materiału wieńca zębatego (tabela 2.6),

$b, d1, l$ [mm] – odpowiednio szerokość i średnica podziałowa zębnika oraz rozstaw łożysk.

Tabela 6.2

Odchyłki kierunku linii zęba F_{β} [μm] [34]

Klasa dokładności	Szerokość uzębienia jednokierunkowego lub długość linii styku				
	do 40	do 100	do 160	do 250	do 400
	$F_{\beta} \mu m$				
4	5,5	8	10	12	14
5	7	10	12	16	18
6	9	12	16	20	25
7	11	16	20	25	28

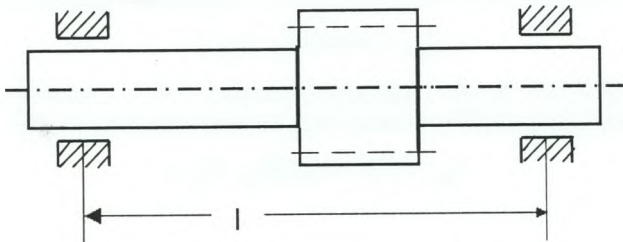
Uwaga: dotyczą kół o module normalnym od 1 do 16 mm

χ_{β} – współczynnik dotarcia:

- dla stali nie utwardzonych powierzchniowo oraz żeliwa sferoidalnego (perlitycznego i bainitycznego):

$$\chi_{\beta} = 1 - \frac{320}{\sigma_{H\lim}}$$

(6.30)



Rys.6.1. Umieszczenie zębnika między łożyskami

- dla żeliwa sferoidalnego ferrytycznego:

$$\chi_{\beta} = 0,45$$

(6.31)

- dla stali utwardzonych powierzchniowo oraz żeliwa sferoidalnego hartowanego powierzchniowo:

$$\chi_{\beta} = 0,85 \quad (6.32)$$

- dla różnych materiałów zębniaka i koła:

$$\chi_{\beta} = \frac{\chi_{\beta 1} + \chi_{\beta 2}}{2} \quad (6.33)$$

- dla przekładni z kołami o zębach daszkowych bez modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{4000}{3\pi} \cdot \chi_{\beta} \cdot \frac{c_{\gamma}}{E} \cdot \left[3,2 \cdot \left(\frac{2b_B}{d_1} \right)^2 + \left(\frac{B}{d_1} \right)^4 \cdot \left(\frac{l}{B} - \frac{7}{12} \right) \right] + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{F_m / b} \quad (6.34)$$

gdzie:

b_B [mm] – szerokość połowy uzębienia koła daszkowego:

$$b_B = 2 \cdot b_{\beta} \quad (6.35)$$

B [mm] – całkowita szerokość wieńca koła daszkowego (łącznie z szerokością rowka).

- dla przekładni z kołami o zębach prostych i skośnych o niepełnej modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{4000}{3\pi} \cdot \chi_{\beta} \cdot \frac{c_{\gamma}}{E} \cdot \left(\frac{b}{d_1} \right)^4 \cdot \left(\frac{l}{b} - \frac{7}{12} \right) + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{2F_m / b} \quad (6.36)$$

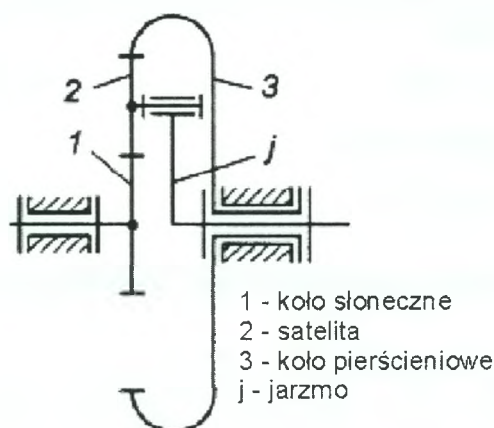
- dla przekładni z kołami o zębach prostych i skośnych z pełną modyfikacją linii zęba (modyfikacja kąta linii zęba i beczułkowanie):

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{2 \cdot \frac{F_m}{b}} \geq 1,05 \quad (6.37)$$

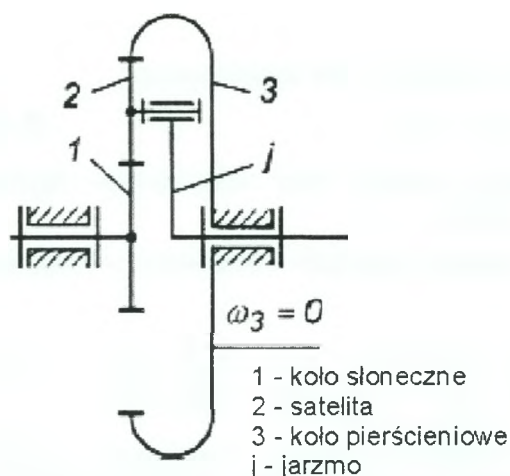
- dla przekładni z kołami o zębach daszkowych z pełną modyfikacją linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{\frac{F_m}{b_B}} \geq 1,05 \quad (6.38)$$

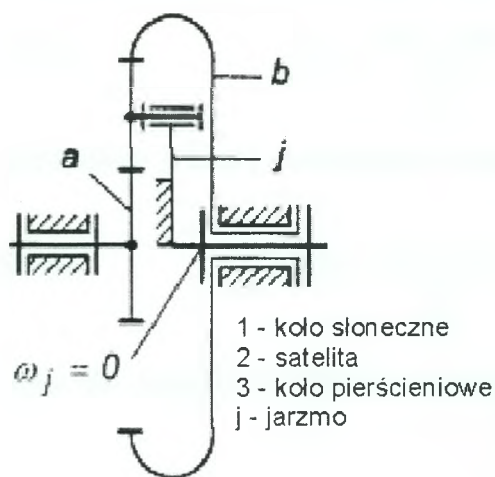
- dla prostych przekładni planetarnych o zębach prostych lub skośnych, (rys. 6.2 do 6.4):



Rys.6.2. Przekładnia wewnętrzna o ruchomym kole pierścieniowym i jarzmie



Rys.6.3 Przekładnia wewnętrzna o ruchomym jarzmie i nieruchomym kole pierścieniowym



Rys.6.4. Przekładnia wewnętrzna z nieruchomym jarzmem i ruchomym kole pierścieniowym

- para: koło słoneczne (1) – satelita (2), ułożyskowany na ustalonej osi:
 - bez modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + 5,12 \cdot \frac{4000}{3\pi} \cdot n_{pla} \cdot \chi_{\beta} \cdot \frac{c_{\gamma}}{E} \cdot \left(\frac{b}{d_z} \right)^2 + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{2F_m / b} \quad (6.39)$$

gdzie: n_{pla} – liczba satelitów,

- z modyfikowaną linią zęba: $K_{H\beta}$ według (wzoru 6.37),
- para: koło słoneczne (1) – satelita (2), z osią ułożyskowaną w jarzmie:
 - bez modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{4000}{3\pi} \cdot \chi_{\beta} \cdot \frac{c_{\gamma}}{E} \cdot \left[5,12 \cdot n_{pla} \cdot \left(\frac{b}{d_z} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{b}{d_p} \right)^4 \cdot \left(\frac{l_p}{b} - \frac{7}{12} \right) \right] + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{2F_m / b} \quad (6.40)$$

- z modyfikowaną linią zęba: $K_{H\beta}$ według (wzoru 6.37),
- para: koło pierścieniowe (3) – satelita (2) z osią ułożyskowaną w jarzmie:
 - bez modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{8000}{3\pi} \cdot \chi_{\beta} \cdot \frac{c_{\gamma}}{E} \cdot \left(\frac{b}{d_p} \right)^4 \cdot \left(\frac{l_p}{b} - \frac{7}{12} \right) + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{2F_m / b} \quad (6.41)$$

- z pełną modyfikacją linii zęba: $K_{H\beta}$ według (wzoru 6.37),
- para: koło pierścieniowe (3) – satelita (2) ułożyskowany na sztywno zamocowanej osi – bez modyfikacji i z modyfikacją linii zęba: $K_{H\beta}$ według (wzoru 6.37).
- $K_{H\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca (linii styku) według metody C2 może być stosowany dla przekładni jednostopniowych i dwustopniowych, w których wał zębniaka jest pełny lub drażony o stosunku średnicy wewnętrznej do zewnętrznej $\frac{d_{sh1}}{d_{sh}} < 0,5$, oblicza się według wzoru :

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{F_{\beta y} \cdot c_{\gamma}}{2 \cdot F_m \cdot b} \quad (6.42)$$

gdzie:

$F_{\beta y}$ [μm] – czynna odchyłka linii styku:

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_{\beta} = \chi_{\beta} \cdot F_{\beta x} \quad (6.43)$$

y_{β} [μm] – wielkość dotarcia, o którą zmniejszy się odchyłka linii styku wskutek samoistnego docierania się kół w początkowym okresie eksploatacji dla stali utwardzonych powierzchniowo:

gdy: $F_{\beta x} \leq F_{\beta x \max} = 40 \mu\text{m}$:

$$y_{\beta} = 0,15 \cdot F_{\beta x} \quad (6.44)$$

gdy: $F_{\beta x} > F_{\beta x \max} = 40 \mu\text{m}$:

$$y_{\beta} = y_{\beta \max} = 6 \mu\text{m} \quad (6.45)$$

$F_{\beta x}$ [μm] – wypadkowa odchyłka linii zęba dla par kół zębatych nie wykazujących korzystnego co do wielkości i położenia stykowego śladu współpracy:

$$F_{\beta x} = 1,33 \cdot f_{sh1} + f_{ma} \geq F_{\beta x \min} \quad (6.46)$$

f_{sh1} [μm] - odchyłka składowa linii styku spowodowana odkształceniami sprężystymi wału i korpusu zębika, w płaszczyźnie przyporu, w przekroju czołowym:

$$f_{sh1} = \frac{F_m}{b} \cdot A \cdot \left[\left| 1 + K' \cdot \frac{I_s}{d_1^2} \cdot \left(\frac{d_1}{d_{sh1}} \right)^4 - 0,3 \right| + 0,3 \right] \cdot \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \quad (6.47)$$

- dla kół bez beczułkowania i modyfikacji końców zęba:

$$A = 0,023 \frac{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}{N}$$

- dla kół beczułkowatych: $A = 0,012 \frac{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}{N}$

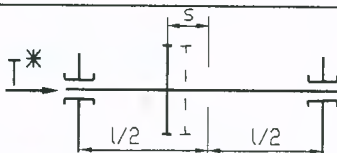
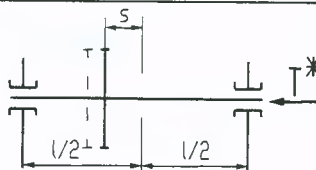
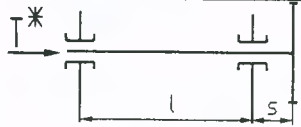
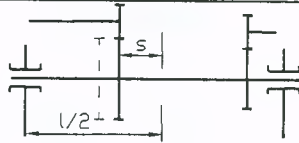
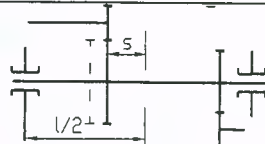
- dla kół z modyfikacją końców zęba $A = 0,016 \frac{\text{mm} \cdot \mu\text{m}}{N}$

d_{sh1} [mm] – średnica równoważnego wału o stałej średnicy o tym samym ugięciu.

K' – stała według (tabeli 6.3):

Tabela 6.3

Stała K' [7, 8, 30]

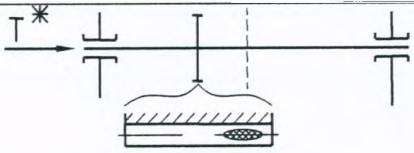
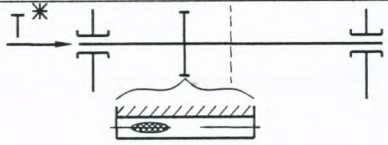
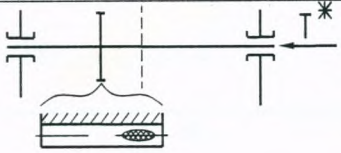
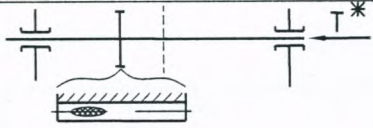
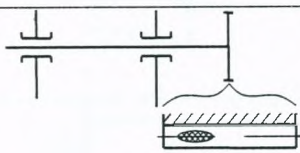
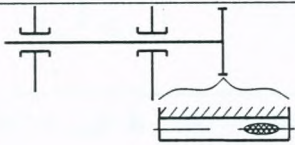
Współczynnik K'		Położenie koła/kół
Przy działaniu wspierającym	bez działania wspierającego	
0,48	0,8	
Dla $s/l < 0,3$		
-0,48	-0,8	
Dla $s/l < 0,3$		
1,33	1,33	
Dla $s/l < 0,5$		
-0,36	-0,6	
Dla $s/l < 0,3$		
-0,6	-1,0	
Dla $s/l < 0,3$		

Uwagi: 1) działanie usztywniające – gdy $d_1/d_{sh1} \geq 1,15$, brak działania usztywniającego – gdy $d_1/d_{sh1} < 1,15$, także gdy zębnik osadzony jest na wale skurczowo lub za pomocą wpustu, 2) linią kreskową przedstawiono mniej obciążoną połowę koła daszkowego, 3) T^* - kierunek doprowadzenia momentu obrotowego (niezależny od kierunku obrotów).

$F_{\beta x}$ – dla par kół zębatych wykazujących korzystny co do wielkości i położenia stykowego ślad współpracy (tabela 6.4):

Tabela 6.4

Początkowa wypadkowa odchyłka przylegania $F_{\beta x}$ [8]

Rysunek	Położenie śladu przylegania	$F_{\beta x}$
a)		$F_{\beta x}$ oblicza się jak dla przypadku z działaniem kompensującym
b)		$F_{\beta x}$ oblicza się jak dla przypadku z działaniem wzmacniającym
c)		jak w (b), gdy $L \leq B^*$ jak w (a), gdy $L > B^*$
d)		jak w (b), gdy $L \geq B^* - 0,3$, jak w (a), gdy $L < B^* - 0,3$,
e)		jak w (b)
f)		jak w (a)

Uwagi: 1) T^* kierunek doprowadzenia momentu obrotowego (niezależny od kierunku obrotów), 2) na rysunkach przedstawiono tylko połowę koła daszkowego bardziej obciążoną, 3) $L = |K'| \cdot l \cdot \left(s/d_1^2 \right) \cdot \left(d_1/d_{sh1} \right)^4$.

$$F_{\beta x} = \left| 1,33 \cdot f_{sh1} + f_{H\beta 5} \right| \geq F_{\beta x \min}$$

(6.48)

gdzie:

$f_{H\beta 5}$ – dopuszczalna odchyłka położenia linii zęba ustalona dla 5 klasy dokładności według DIN równa dopuszczalnej odchyłce kąta linii zęba F_{β} dla 4 klasy dokładności wykonania według PN-79/M-88522-1 [34], (tabela 6.2).

$F_{\beta x}$ [μm] – dla par kół zębatych wykazujących optymalny roboczy ślad współpracy (tabela 6.4):

$$F_{\beta x} = F_{\beta x \min} \quad (6.49)$$

gdzie:

$F_{\beta x \min}$ [μm] – jest mniejszą wartością z:

$$(0,005 \text{ mm} \cdot \mu\text{m} / N) \cdot F_m / b \quad (6.50)$$

lub
$$0,5 \cdot f_{H\beta} \quad (6.51)$$

W przypadku, gdy tylko $k\%$ mocy jest przenoszona przez zazębienie, wtedy odchyłkę składową linii styku f_{sh1} oblicza się ze wzoru:

$$f_{sh1} = \frac{F_m}{b} \cdot A \cdot \gamma \quad (6.52)$$

gdzie:

γ – współczynnik proporcji wymiarowej zębnika:

- dla kół walcowych o zębach prostych i skośnych:

$$\gamma = \left[B^* + K' \cdot \frac{I_s}{d_1^2} \cdot \left(\frac{d_1}{d_{sh1}} \right)^4 - 0,3 \right] + 0,3 \cdot \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \quad (6.53)$$

$$B^* = 1 + \frac{2 \cdot (100 - k)}{k} \quad (6.54)$$

- dla kół daszkowych:

$$\gamma = 2 \left[B^* + K' \cdot \frac{I_s}{d_1^2} \cdot \left(\frac{d_1}{d_{sh1}} \right)^4 - 0,3 \right] + 0,3 \cdot \left(\frac{b_B}{d_1} \right)^2 \quad (6.55)$$

- gdy cała moc jest przenoszona przez zazębienie:

$$B^* = 1,5 \quad (6.56)$$

- w przeciwnym przypadku:

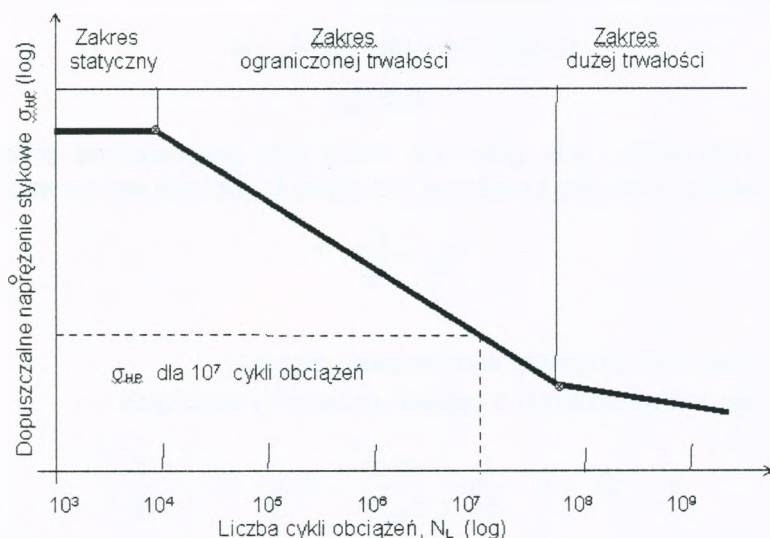
$$B^* = \frac{0,5 + (200 - k)}{k} \quad (6.57)$$

b_B [mm] – szerokość połowy uzębienia koła daszkowego.

- K_{Ha} – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu przy obliczaniu naprężenia stykowego według (tabeli 2.7).
- K_A – współczynnik zastosowania według (tabeli 2.1).

6.2.2. Dopuszczalne naprężenia stykowe

Dopuszczalne naprężenie stykowe σ_{HP} dla danej liczby cykli N_L można odczytać metodą wykreślną z wykresu (rys. 6.5) lub obliczyć według poniższego algorytmu:



Rys.6.5. Wykreślnie wyznaczenie dopuszczalnego naprężenia stykowego σ_{HP}

Dopuszczalne naprężenie stykowe oblicza się uwzględniając wymiary, warunki pracy, stosowane materiały, obróbkę cieplną na podstawie wyników testów nośności standardowych kół wzorcowych.

Tak uzyskane wartości przelicza się, aby dostosować je do rzeczywistych warunków pracy przekładni za pomocą współczynników wytrzymałościowych (wpływu), tj.: współczynnika trwałości Z_{NT} , środka smarnego Z_r , prędkości obwodowej Z_v , chropowatości powierzchni boków Z_R , utwardzenia przez zgniot Z_W oraz wielkości przekładni Z_X (wzór 6.58).

Dopuszczalne naprężenie stykowe dla dużej trwałości (nieograniczonej) $\sigma_{HP1(2)}$ [MPa] wylicza się ze wzoru:

$$\sigma_{HP1(2)} = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X}{S_{Hmin}} \quad (6.58)$$

gdzie:

$\sigma_{H \lim}$ – bazowa, graniczna dopuszczalna wartość naprężenia stykowego, jako największa wartość naprężenia stykowego dla danego materiału, która może być przeniesiona przez co najmniej $2 \cdot 10^6$ do $5 \cdot 10^7$ cykli obciążeń, w przypadku dopuszczalnej pewnej liczby wgłębień 10^9 cykli (tabela 2.4),

$S_{H \min}$ – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting (wgłębienia zmęczeniowe), (tabela 6.6.),

Z_{NT} – współczynnik trwałości, wyznacza się według (tabeli 2.5) oraz [30], określa zwiększenie naprężenia stykowego, łącznie z naprężeniem statycznym, które może być tolerowane dla ograniczonej trwałości (liczby cykli obciążeń) w porównaniu do naprężenia bazowego w punkcie przegięcia krzywej [30], ($Z_{NT} = 1,0$),

Z_L, Z_v, Z_R – współczynniki wpływu filmu smarowego.

Film smarowy między bokami zębów wpływa na trwałość powierzchni. Takie czynniki jak:

- lepkość środka smarowego w zazębieniu,
- suma prędkości chwilowych obu powierzchni zębów,
- obciążenie,
- zastępczy promień krzywizny,
- zależności chropowatościami powierzchni na bokach zębów a minimalną grubością filmu smarowego,

mają znaczny wpływ film smarny.

Grubość filmu smarowego zależy od współczynników: smaru Z_L , prędkości Z_v i chropowatości Z_R , które można wyznaczyć metodami wykreślnymi [30] lub według poniższych zależności.

Jeśli nominalna lepkość środka smarowego została dobrze dobrana w zależności od prędkości liniowej na walcu tocznym, to iloczyn $Z_L \cdot Z_v \cong 1,0$.

- Z_L, Z_v, Z_R dla naprężenia bazowego (wytrzymałość nieograniczona):
 - dla kół zębatych dokładnie wykonanych, przy zastosowaniu np. frezowania obwiedniowego lub strugania:

$$Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R = 0,85 \quad (6.59)$$

- dla kół z zębami łapowanymi, szlifowanymi lub wiórkowanymi, o chropowatości boku $R_{z10} > 4 \mu m$ i par kół, w których jedno koło jest frezowane obwiedniowo lub strugane, a koło współpracujące jest szlifowane lub wiórkowane o chropowatości $R_{z10} \leq 4 \mu m$:

$$Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R = 0,92 \quad (6.60)$$

- dla kół szlifowanych lub wiórkowanych przy $R_{z10} \leq 4 \mu m$:

$$Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R = 1,0 \quad (6.61)$$

gdzie:

R_{z10} [μm] – średnia względna wysokość chropowatości dla pary kół:

$$R_{z10} = R_z \cdot \sqrt{\frac{10}{\rho_{red}}} \quad (6.62)$$

R_z [μm] – średnia wysokość chropowatości dla pary kół:

$$R_z = \frac{R_{z1} + R_{z2}}{2} \quad (6.63)$$

R_{zi} [μm] – promień zastępczej krzywizny ($i = 1, 2$):

$$R_{zi} = 6R_{ai} \quad (6.64)$$

ρ_{red} – biegun zazębienia:

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (6.65)$$

$$\rho_{1,2} = 0,5 \cdot d_{b1,2} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (6.66)$$

- Z_r, Z_v, Z_R dla naprężenia statycznego (wytrzymałość statyczna):

$$Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R = 1,0 \quad (6.67)$$

- Z_r, Z_v, Z_R dla ograniczonej trwałości otrzymuje się za pomocą interpolacji liniowej między wartościami dla naprężenia bazowego i naprężenia statycznego (podobnie jak przy interpolacji dopuszczalnego naprężenia stykowego σ_{HP}).

Z_L – współczynnik smaru dla olejów mineralnych może być wyznaczony w funkcji lepkości nominalnej przy 40°C lub 50°C i granicznej dopuszczalnej wartości naprężenia stykowego σ_{Hlim} wykreślić [30],

Z_v – współczynnik prędkości można wyznaczyć jako funkcję prędkości obwodowej na walcu tocznym i bazowej liczby naprężenia stykowego σ_{Hlim} metodą wykreślną [30],

Z_R – współczynnik chropowatości można wyznaczyć z krzywych [30] jako funkcję średniej względnej chropowatości w odniesieniu do promienia zastępczej krzywizny w biegunie zazębienia $\rho_{red} = 10mm$ (wzór 6.65),

Z_W – współczynnik umocnienia (przez zgniot) materiału, uwzględnia wzrost trwałości powierzchni w wyniku współpracy z kołem stalowym (stal konstrukcyjna, stal ulepszana cieplnie) z hartowanym powierzchnioowo lub znacznie twardszym zębniakiem

o gładkich bokach zębów ($R_z \leq 6\mu m$) [30]; według metody C $Z_W = 1,0$.

Z_x – współczynnik wielkości, uwzględnia statystycznie potwierdzony fakt, że poziomy naprężen, przy których występują uszkodzenia zmęczeniowe, zmniejsza się ze wzrostem elementu. Jest to konsekwencją wpływu podpowierzchniowych uszkodzeń spowodowanych występującymi mniejszymi gradientami naprężeń i wpływu wielkości na jakość materiału. Ważnymi czynnikami wpływającymi na ten współczynnik są: jakość materiału, obróbka cieplna, promień krzywizny boku zęba i moduł. Współczynnik $Z_x = 1,0$ lub według (tabeli 6.5).

Tabela 6.5

Współczynnik wpływu wielkości przedmiotu Z_x [30]

Materiał i sposób utwardzenia powierzchni zęba	Zakres wytrzymałości	Zakres modułów m_n	Współczynnik wielkości Z_x
Stale konstrukcyjne zwykłej jakości ($R_m < 800\text{ MPa}$), stale do ulepszenia cieplnego ($R_m \geq 800\text{ MPa}$), żeliwa szare, sferoidalne i ciągliwe czarne	nieograniczonej	wszystkie moduły	$Z_x = 1$
Stale konstrukcyjne i żeliwo sferoidalne hartowane indukcyjnie lub płomieniowo, stale do nawęglania nawęglone		$m_n \leq 10$ $10 < m_n < 30$ $m_n \geq 30$	$Z_x = 1$ $Z_x = 1,05 - 0,005 \cdot m_n$ $Z_x = 0,9$
Stale do azotowania lub do ulepszenia cieplnego azotowane, stale do ulepszenia cieplnego lub do nawęglania węglazotowane		$m_n \leq 7,5$ $7,5 < m_n < 30$ $m_n \geq 30$	$Z_x = 1$ $Z_x = 1,08 - 0,011 \cdot m_n$ $Z_x = 0,9$
Wszystkie materiały niezależnie od obróbki	statycznej	wszystkie moduły	$Z_x = 1$
Uwaga: jeżeli nie podano sposobu utwardzania – koła nie utwardzone powierzchniowo.			

Dopuszczalne naprężenie stykowe dla trwałości ograniczonej (np. dla kół nawęglanych lub hartowanych powierzchniowo w zakresie trwałości $10^5 < N_L \leq 5 \cdot 10^7$), $\sigma_{HPN1(2)}$ [MPa] wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma_{HPN1(2)} = \sigma_{HPref} \cdot Z_{NT} = \sigma_{HPref} \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^7}{N_L} \right)^{exp}$$

(6.68)

$$\exp = 0,3705 \cdot \log \frac{\sigma_{HP stat}}{\sigma_{HP ref}} \quad (6.69)$$

gdzie:

$\sigma_{HP ref}$ [MPa] – dopuszczalne bazowe naprężenie stykowe, wyznacza się zgodnie ze wzorem (6.58) dla $Z_{NT} = 1,0$, a wielkości współczynników wpływających, zgodnie z metodą B.

$$\sigma_{HP ref} = \frac{\sigma_{H lim} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X}{S_{H min}} \quad (6.70)$$

$\sigma_{HP stat}$ [MPa] – dopuszczalne naprężenie stykowe statyczne wyznacza się zgodnie ze wzorem (6.58) przy zastosowaniu wszystkich wielkości współczynników wpływających zgodnie z metodą B:

$$\sigma_{HP stat} = \frac{\sigma_{H lim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X}{S_{H min}} \quad (6.71)$$

6.2.3. Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na pitting

W metodzie C obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na pitting można wyznaczyć dla: dużej trwałości, dla trwałości ograniczonej oraz dla zakresu statycznego.

– obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa dla zakresu trwałości nieograniczonej $S_{H1(2)}$:

$$S_{H1(2)} = \frac{\sigma_{HG1(2)}}{\sigma_{H1(2)}} = \frac{\sigma_{H lim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X}{\sigma_{H1(2)}} \quad (6.72)$$

gdzie:

$\sigma_{HG1(2)}$ [MPa] – graniczne naprężenie zębika i koła ze względu na pitting.

$$\sigma_{HG1(2)} = \sigma_{HP1(2)} \cdot S_{H min} \quad (6.73)$$

$S_{H min}$ – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting (tabela 6.6).

Tabela 6.6

Minimalna wartość współczynnika bezpieczeństwa $S_{H \min}$ [1]

Wymagania eksploatacyjne	$S_{H \min}$
Maksymalna niezawodność	$> 1,25$
Prawdopodobieństwo zniszczenia $< 1\%$	1,0
Prawdopodobieństwo zniszczenia $< 30\%$	0,8

- obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa dla trwałości ograniczonej (obliczany tylko w przypadku pracy przekładni w tym zakresie) $S_{HN1(2)}$:

$$S_{HN1(2)} = \frac{\sigma_{HGN1(2)}}{\sigma_{H1(2)}} = \frac{\sigma_{HPN1(2)} \cdot S_{H \min}}{\sigma_{H1(2)}} \quad (6.74)$$

- obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa dla zakresu statycznego $S_{H \text{ stat}1(2)}$:

$$S_{H \text{ stat}1(2)} = \frac{\sigma_{HG \text{ stat}}}{\sigma_{H1(2)}} = \frac{\sigma_{HP \text{ stat}} \cdot S_{H \min}}{\sigma_{H1(2)}} \quad (6.75)$$

6.3. Wytrzymałość stopy zęba na złamanie

Na ocenę wytrzymałości zęba na złamanie wpływają maksymalne naprężenia u podstawy zęba, które to nie mogą przekroczyć dopuszczalnego naprężenia dla przyjętego materiału koła.

Uwzględniono tu wszystkie czynniki mające wpływ na naprężenia u podstawy zęba, jeśli te czynniki wynikają z sił międzyzębnych przenoszonych przez zazębienie.

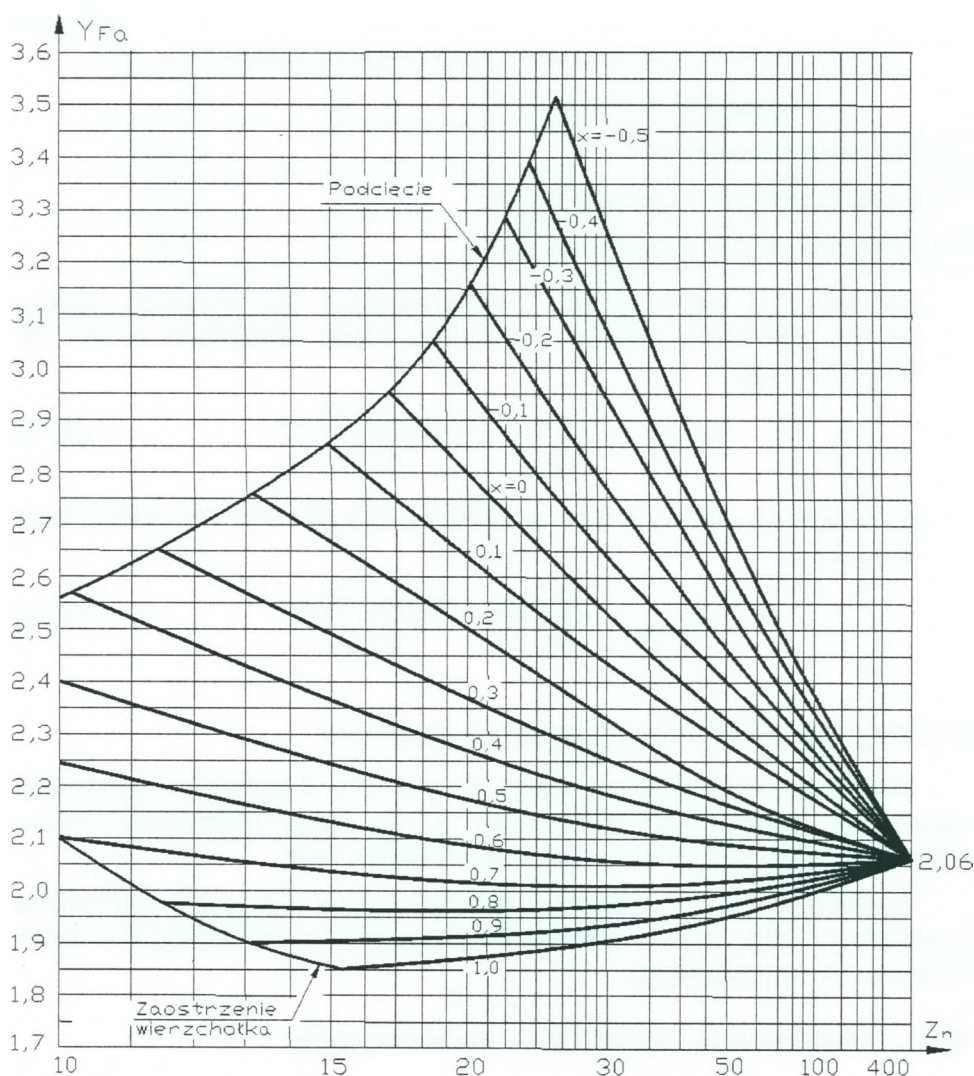
6.3.1. Maksymalne naprężenie u podstawy zęba

$$\sigma_{F1(2)} = \frac{F_{tF \text{ eq}1(2)}}{b_{1(2)} \cdot m_n} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot K_v \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \leq \sigma_{FP1(2)} \quad (6.76)$$

gdzie:

$F_{tF \text{ eq}1(2)}$ [N] – równoważna siła obwodowa przypadająca na jedną parę zębów, odniesiona do naprężeń zginających, którą oblicza się w przekroju czołowym, na walcu podziałowym, na podstawie równoważnego momentu obrotowego:

$$F_{tF \text{ eq}1(2)} = \frac{2000 \cdot T_{F \text{ eq}1(2)}}{d_{1(2)}} = \frac{2000 \cdot K_A \cdot T_{1(2)}}{d_{1(2)}} \quad (6.77)$$



Rys.6.6. Wartości (orientacyjne) współczynnika Y_{Fa} dla kół o zarysie odniesienia: $h_{aP}/m_n = 1,0$, $h_{fP}/m_n = 1,25$, $\rho_{fP}/m_n = 0,375$

$T_{Feg1(2)}$ [Nm] – równoważny moment obrotowy na zębniku lub kole odniesiony do naprężeń zginających, (rozdział 2):

$$T_{Feq1} = \frac{T_{Feg2}}{u} \quad (6.78)$$

gdzie:

- $b_{1(2)}$ [mm] – szerokość uzębienia (wieńca),
- m_n [mm] – moduł normalny,
- $d_{1(2)}$ [mm] – średnice podziałowe,

$\sigma_{FP1(2)}$ [MPa] – dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba zębника (koła).

Sposób wyznaczania współczynników Y_{Fa} , Y_{Sa} , Y_ε , Y_β , K_{Fa} , $K_{F\beta}$ oraz maksymalnych naprężeń u podstawy zęba zębника i koła $\sigma_{F1(2)}$ jest przedstawiony poniżej. Natomiast współczynnik dynamiczny K_v obliczony jest według (wzoru 6.22).

$Y_{Fa1(2)}$ – współczynnik kształtu zęba zębника (koła), uwzględnia wpływ kształtu zęba na nominalne naprężenie gnące przy przyłożeniu siły u wierzchołka zęba (tylko dla $\varepsilon_{\alpha n} < 2$). Współczynniki $Y_{Fa1(2)}$ można odczytać z wykresu, (rys. 6.6), dla szeregu zwykłych zarysów odniesienia zależnie od zastępczej liczby zębów z_n i współczynnika przesunięcia zarysu zęba $x_{1(2)}$ lub obliczyć według (wzoru 6.79):

$$Y_{Fa1(2)} = \frac{6 \cdot (h_{Fa1(2)} / m_n) \cdot \cos \alpha_{Fan1(2)}}{(S_{Fn1(2)} / m_n)^2 \cdot \cos \alpha_n} \quad (6.79)$$

gdzie:

$h_{Fa1(2)}$ [mm] – ramię momentu gnącego przy przyłożeniu obciążenia na wierzchołku zęba, określone przez punkt styczności prostej nachylonej pod kątem 30° do osi zęba,

$S_{Fn1(2)}$ [mm] – cięciwa normalnej grubości podstawy zęba w przekroju obliczeniowym,

$\alpha_{Fan1(2)}$ [°] – kąt przyłożenia obciążenia na wierzchołku.

Wielkości potrzebne do wyznaczenia współczynnika kształtu zęba dla zębника i koła, tj.: $h_{Fa1(2)}$, $S_{Fn1(2)}$, $\alpha_{Fan1(2)}$ można wyznaczyć dokładnie tylko za pomocą metody iteracyjnej, i tak:

– dla kół uzębionych zewnętrznie:

- cięciwa normalnej grubości podstawy zęba w przekroju obliczeniowym [mm] $S_{Fn1(2)}$:

$$\frac{S_{Fn1(2)}}{m_n} = z_{n1(2)} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \vartheta_{1(2)}\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G_{1(2)}}{\cos \vartheta_{1(2)}} - \frac{\rho_{fP}}{m_n}\right) \quad (6.80)$$

$$G_{1(2)} = \frac{\rho_{fP}}{m_n} - \frac{h_{fP1(2)}}{m_n} + x_{1(2)} \quad (6.81)$$

$$h_{fP1(2)} = \frac{d_{n1(2)} + 2 \cdot m_n \cdot x_{1(2)} - d_{fn1(2)}}{2} \quad (6.82)$$

$$\rho_{fP} = \frac{C_P}{1 - \sin \alpha_n} \quad (6.83)$$

gdzie:

$\rho_{F1(2)}$ [mm] – promień krzywej przejściowej:

$$\frac{\rho_{F1(2)}}{m_n} = \frac{\rho_{fP}}{m_n} + \frac{2G_{1(2)}^2}{\cos \vartheta_{1(2)} \cdot (z_{n1(2)} \cdot \cos^2 \vartheta_{1(2)} - 2 \cdot G_{1(2)})} \quad (6.84)$$

$$E_{1(2)} = \frac{\pi}{4} m_n - h_{fP1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n + \frac{s_{pr}}{\cos \alpha_n} - (1 - \sin \alpha_n) \cdot \frac{\rho_{fP}}{\cos \alpha} \quad (6.85)$$

$\vartheta_{1(2)}$ [rad] – kąt (wartość początkowa):

$$\vartheta_{1(2)} = \frac{\pi}{6} \quad (6.86)$$

$$\vartheta_{1(2)} = \frac{2 \cdot G_{1(2)}}{z_{n1(2)}} \cdot \operatorname{tg} \vartheta_{1(2)} - H_{1(2)} \quad (6.87)$$

$$s_{pr} = pr - q \quad (6.88)$$

dla zarysu bez celowego podcięcia stopy zęba $s_{pr} = 0$,

gdzie:

pr [mm] – wielkość protuberancji zarysu narzędzia,

q [mm] – naddatek na obróbkę wykańczającą.

$$H_{1(2)} = \frac{2}{z_{n1(2)}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_n} \right) - \frac{\pi}{3} \quad (6.89)$$

- ramię momentu gnącego, przy przyłożeniu obciążenia na wierzchołku zęba $h_{Fa1(2)}$ [mm]:

$$\begin{aligned} \frac{h_{Fa1(2)}}{m_n} = \frac{1}{2} \cdot \left[(\cos \gamma_{a1(2)} - \sin \gamma_{a1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{Fan1(2)}) \cdot \frac{d_{an1(2)}}{m_n} - \right. \\ \left. - z_{n1(2)} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta_{1(2)} \right) - \frac{G_{1(2)}}{\cos \vartheta_{1(2)}} + \frac{\rho_{fP}}{m_n} \right] \quad (6.90) \end{aligned}$$

lub

$$\frac{h_{Fa1(2)}}{m_n} = \frac{1}{2} z_{n1(2)} \cdot \left[\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{Fan1(2)}} - \cos \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta_{1(2)} \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\rho_{fP}}{m_n} - \frac{G_{1(2)}}{\cos \vartheta_{1(2)}} \right)$$

- kąt przyłożenia obciążenia na wierzchołku $\alpha_{Fan1(2)}$ [°]:

$$\alpha_{an1(2)} = \arccos \left(\frac{d_{bn1(2)}}{d_{an1(2)}} \right) \quad (6.91)$$

$$\gamma_{a1(2)} = \left[\frac{1}{z_{n1(2)}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2x_{1(2)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) + \operatorname{inv} \alpha_n - \operatorname{inv} \alpha_{an1(2)} \right] \quad (6.92)$$

$$\alpha_{Fan1(2)} = \alpha_{an1(2)} - \gamma_{a1(2)} \quad (6.93)$$

– dla kół uzębionych wewnątrznie:

- cięciwa normalnej grubości podstawy zęba w przekroju obliczeniowym [mm] s_{Fn2} :

$$\frac{s_{Fn2}}{m_n} = 2 \cdot \left[\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha_n \cdot \frac{h_{fP} - \rho_{fP2}}{m_n} + \frac{\rho_{fP2} - s_{pr}}{m_n \cdot \cos \alpha_n} - \frac{\rho_{fP2}}{m_n} \cdot \cos \frac{\pi}{6} \right] \quad (6.94)$$

- ramię momentu gnącego przy przyłożeniu obciążenia na wierzchołku zęba $h_{Fa1(2)}$ [mm]:

$$\begin{aligned} \frac{h_{Fa2}}{m_n} = \frac{d_{an2} - d_{fn2}}{2m_n} - \left[\frac{\pi}{4} + \left(\frac{h_{fP}}{m_n} - \frac{d_{an2} - d_{fn2}}{2m_n} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha_n - \\ - \frac{\rho_{fP2}}{m_n} \cdot \left(1 - \sin \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned} \quad (6.95)$$

gdzie: ρ_{F2} [mm] – promień krzywej przejściowej:

$$\rho_{F2} = \frac{\rho_{FP2}}{2} \quad (6.96)$$

- w przypadku pełnego zaokrąglenia stopy zęba:

$$\rho_{F2} = \rho_{FP2} \quad (6.97)$$

- kąt przyłożenia obciążenia na wierzchołku α_{Fan2} [°]:

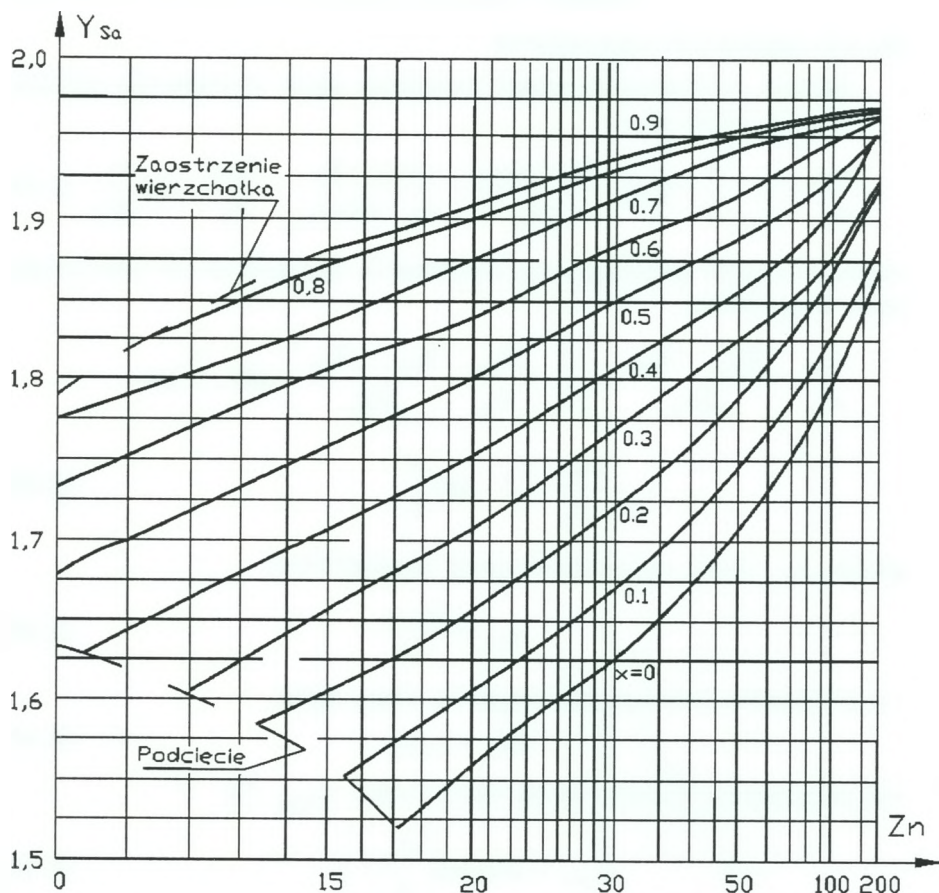
$$\alpha_{an2} = \arccos \left(\frac{d_{bn2}}{d_{an2}} \right) \quad (6.98)$$

$$\gamma_{a2} = \left[\frac{1}{z_{n2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) + \operatorname{inv} \alpha_n - \operatorname{inv} \alpha_{an2} \right] \quad (6.99)$$

$$\alpha_{Fan2} = \alpha_{an2} - \gamma_{a2} \quad (6.100)$$

- $Y_{Sa1(2)}$ – współczynnik korekcji naprężeń dla rzeczywistego zębika i koła. Współczynnik ten uwzględnia wpływ działania karbu oraz fakt, że w krytycznym przekroju podstawy zęba występuje złożony stan naprężeń.

Współczynniki $Y_{Sa1(2)}$, podobnie jak $Y_{Fa1(2)}$, można odczytać z wykresu (rys. 6.7), dla szeregu zwykłych zarysów odniesienia zależnie od zastępczej liczby zębów z_n i współczynnika przesunięcia zarysu $x_{1(2)}$ lub obliczyć według poniższych wzorów:



Rys.6.7. Wartości (orientacyjne) współczynnika Y_{Sa} dla kół o zarysie odniesienia: $h_{aP}/m_n = 1,0$, $h_{fP}/m_n = 1,25$, $\rho_{fP}/m_n = 0,375$

$$Y_{Sa1(2)} = \left(1,2 + 0,13 \cdot L_{a1(2)}\right) \cdot q_{S1(2)}^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_{a1(2)}}}\right]} \quad (6.101)$$

gdzie:

$$L_{a1(2)} = \frac{S_{Fn1(2)}}{h_{Fa1(2)}} \quad (6.102)$$

$$q_{S1(2)} = \frac{S_{Fn1(2)}}{2 \cdot \rho_{F1(2)}} \quad (6.103)$$

- Y_ε – współczynnik przyporu (przelicza naprężenie u podstawy zęba przy przyłożeniu siły u wierzchołka zęba na naprężenie u podstawy zęba ale przy przyłożeniu siły w zewnętrznym punkcie jednoparowego przyporu).

Współczynniki Y_ε można odczytać z wykresu [31] w zależności od czołowego wskaźnika zazębienia ε_α i kąta pochylenia linii zęba β lub obliczyć według poniższego wzoru:

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{\alpha n}} \quad (6.104)$$

gdzie: $\varepsilon_{\alpha n}$ - wskaźnik zazębienia czołowy przekładni zastępczej

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\varepsilon_\alpha}{\cos^2 \beta_b} \quad (6.105)$$

- Y_β – współczynnik kąta pochylenia linii zęba, uwzględnia różnicę w naprężeniu u podstawy zęba w kołach zastępczych (kołach walcowych o zębach prostych w przekroju normalnym) oraz w kołach walcowych o zębach skośnych.

Naprężenia u podstawy zęba rzeczywistego koła walcowego o zębach prostych (przyjmowane jako wartość wstępna) są przekształcane za pomocą współczynnika Y_β na naprężenia odpowiadającego koła walcowego o zębach skośnych. Uwzględnia się przez to wpływ linii styku, biegnących skośnie na boku zęba, dzięki temu występują mniejsze naprężenia u podstawy zęba. Współczynniki Y_β można odczytać z wykresu [31] w zależności od poskokowego wskaźnika zazębienia ε_β i kąta pochylenia linii zęba β na walcu podziałowym lub obliczyć według wzoru:

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120} \quad (6.106)$$

gdzie:

- β [°] – kąt pochylenia linii zęba na walcu podziałowym mierzony w stopniach (jeśli $\beta > 30^\circ$ to przyjmuje się $\beta = 30^\circ$),
- ε_β – poskokowy wskaźnik zazębienia (jeśli $\varepsilon_\beta > 1$ to przyjmuje się $\varepsilon_\beta = 1$).
- $K_{F\alpha}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu (współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia na pary zębów) obliczany jest według wzorów z (tabeli 2.9).
- $K_{F\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca (współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku).

Współczynnik rozkładu obciążenia $K_{F\beta}$ uwzględnia wpływ nierównomiernego rozkładu obciążenia na szerokości wieńca, na naprężenia u podstawy zęba. Wartość współczynnika zależy od miarodajnych czynników wpływających, które są określone dla współczynnika $K_{H\beta}$ przy pitingu i również od stosunku szerokości wieńca do wysokości zęba b/h .

$$K_{F\beta} = K_{H\beta}^{N_F} \quad (6.107)$$

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} \quad (6.108)$$

$$b/h = \min(b_1/h_1, b_2/h_2) \quad (6.109)$$

Dla $b/h \geq 12$ przyjmuje się:

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} \quad (6.110)$$

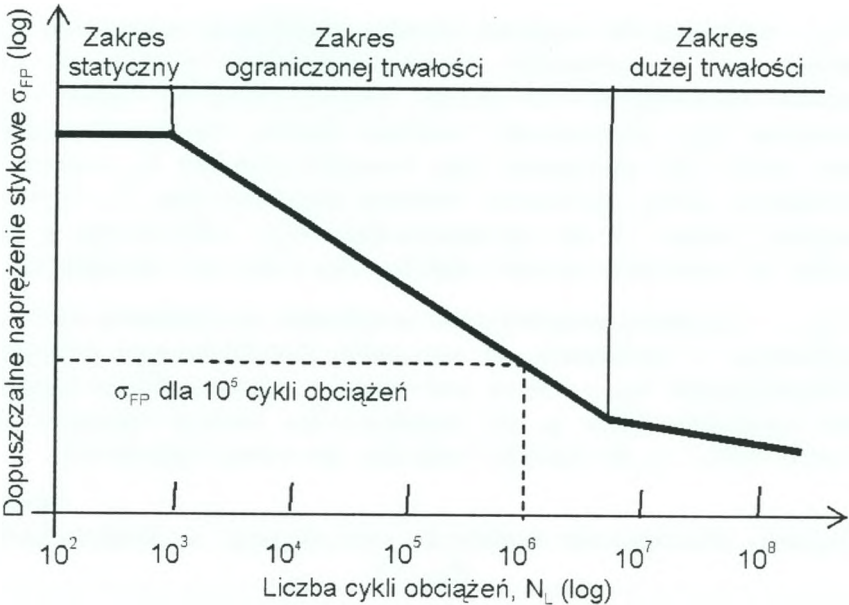
6.3.2. Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba

Dopuszczalne (graniczne) naprężenia u podstawy zęba są wyznaczone na podstawie badań materiałowych przy zastosowaniu rzeczywistych kół, jako próbek badań. W ten sposób uwzględnia się w wynikach tych badań geometrię próbki, np. wpływ krzywizny u podstawy zęba. Stosuje się różne metody wyznaczania dopuszczalnego naprężenia u podstawy zęba σ_{FP} . W opracowaniu wykorzystano metodę C wywodzącą się z metody B, która to na podstawie badań ruchowych wzorcowych próbek, różnych materiałów poddanych obróbce cieplnej z różnymi krzywymi uszkodzeń charakteryzuje bazową odporność na zmęczenie przy złożonym stanie naprężeń koła próbki. Metoda C różni się od B tym, że współczynniki wpływające $Y_{\delta rel T}$, $Y_{R rel T}$ i Y_X wyznacza się uproszczonymi procedurami.

Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba σ_{FP} wyznacza się analityczne oraz wykreślić dla zakresu dużej trwałości (nieograniczonej), ograniczonej trwałości i zakresu statycznego (rys. 6.8).

W przypadku, gdy nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa podstawy zęba $\sigma_{F lim}$, została wyznaczona dla kół-próbek na stanowisku mocy zamkniętej (najczęściej stosowana), wtedy dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba zębniaka i koła $\sigma_{FP1(2)}$ [MPa] w zakresie nieograniczonej trwałości, dla zakresu trwałości powyżej $3 \cdot 10^6$ cykli obciążeń, oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_{FP1(2)} = \frac{\sigma_{F lim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F min}} \cdot Y_{\delta rel T} \cdot Y_{R rel T} \cdot Y_X \quad (6.111)$$



Rys.6.8. Zasada wyznaczania wykreślnego dopuszczalnego naprężenia u podstawy zęba σ_{FP}

gdzie:

$\sigma_{F\ lim}$, $\sigma_{F\ lim1\%}$ [MPa] – graniczna dopuszczalna liczba naprężenia gnącego, jako nieograniczona wytrzymałość podstawy zęba na złamanie zmęczeniowe. Jest to wartość naprężenia, jaką może przenieść ząb zębniaka czy koła (bez złamania zmęczeniowego przy podstawie), przez co najmniej $3 \cdot 10^6$ cykli obciążenia, dla prawdopodobieństwa uszkodzenia 1% (tabela 2.4),

S_{Fmin} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba (zmęczeniowe), zalecany $S_{Fmin} = 1,25$ lub według (tabeli 6.7).

Tabela 6.7

Minimalna wartość współczynnika bezpieczeństwa S_{Fmin} [1]

Wymagania eksploatacyjne	S_{Fmin}
Maksymalna niezawodność	1,5÷3,0
Prawdopodobieństwo zniszczenia < 1%	1,0÷1,25
Prawdopodobieństwo zniszczenia < 30%	0,7÷0,8

Sposób wyznaczania współczynników Y_{ST} , Y_{NT} , $Y_{\delta relt}$, Y_{Relt} , Y_X występujących we wzorze (6.111) jest przedstawiony poniżej:

– Y_{ST} – współczynnik korekcji naprężeń w odniesieniu do wymiarów koła-próbki, wyznaczany jest z zależności:

$$Y_{ST} = 2 \text{ lub } Y_{ST} \approx Y_{Sa} \tag{6.112}$$

- Y_{NT} – współczynnik trwałości (określa zwiększenie naprężenia u podstawy zęba w porównaniu do dopuszczalnego naprężenia). Czynniki wpływającymi na wartość współczynnika są między innymi: materiał, jego plastyczność i obróbka cieplna, naprężenia szczałkowe, liczba cykli obciążenia, tzw. trwałość użytkowa N_L , kryteria uszkodzenia, jakość wykonania. Wartość współczynnika Y_{NT} można odczytać z tabeli 2.8 dla naprężenia bazowego i statycznego w zależności od materiału i obróbki cieplnej oraz liczby cykli obciążenia.
- $Y_{\delta rel T}$ – względny współczynnik wrażliwości na działanie karbu koła zębatego w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki. Współczynnik $Y_{\delta rel T}$ można wyznaczyć z wykresu [31] w zależności od parametru karbu q_s lub współczynnika korekcji naprężeń parametru karbu Y_{Sa} dla danego materiału lub dobrać (tabela 6.8).

Tabela 6.8

Względny współczynnik wrażliwości koła zębatego na działanie karbu
 $Y_{\delta rel T}$ [7]

Zakres trwałości zmęczeniowej	Względny współczynnik wrażliwości koła zębatego na działanie karbu w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki - $Y_{\delta rel T}$	
Nieograniczony	$Y_{\delta rel T} = 1$ dla zazębień, dla których $q_s \geq 1,5$ $Y_{\delta rel T} = 0,95$ dla zazębień, dla których $q_s < 1,5$	
Ograniczony	$Y_{\delta rel T} = 1$	
Statyczny	Materiał wraz obróbką cieplną lub cieplno-chemiczną:	$Y_{\delta rel T}$
	stale konstrukcyjne zwykłej jakości ($R_m < 800$ MPa), żeliwa sferoidalne (perlityczne i bainityczne), stale do ulepszania cieplnego, stale do nawęglania, stale konstrukcyjne i żeliwa sferoidalne hartowane płomieniowo lub indukcyjnie	$Y_{\delta rel T} = 0,52 \cdot Y_{Sa} + 0,20$
	stale do ulepszania cieplnego i do azotowania, azotowane; stale do ulepszania cieplnego i do nawęglania, węgielazotowane	$Y_{\delta rel T} = 0,26 \cdot Y_{Sa} + 0,60$
	staliwa:	$Y_{\delta rel T} = 0,09 \cdot Y_{Sa} + 0,86$
	żeliwa szare i sferoidalne	$Y_{\delta rel T} = 1,0$

- Y_{RelT} – względny współczynnik stanu powierzchni koła zębatego w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki dla zakresu nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Współczynnik stanu powierzchni Y_R uwzględnia zależność wytrzymałości podstawy zęba do jakości powierzchni dna wrębu, a głównie od materiału i chropowatości powierzchni przejściowej. Jest różny dla naprężeń statycznych i dynamicznych. Natomiast względny współczynnik stanu powierzchni koła zębatego Y_{RelT} odnosi się do warunków standardowego, wzorcowego koła-próbki. Współczynnik Y_{RelT} można wyznaczyć z wykresu [31] w zależności od materiału i średniej wysokości chropowatości R_z lub dobrać (tabela 6.9).

Tabela 6.9

Względny współczynnik stanu powierzchni koła zębatego w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki [7]

Zakres trwałości zmęczeniowej	Względny współczynnik stanu powierzchni koła zębatego w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki Y_{RelT}		
Nieograniczony	$Y_{RelT} = 1$	dla	$R_z \leq 16 \mu m$
	$Y_{RelT} = 0,9$	dla	$R_z > 16 \mu m$
Ograniczony	$Y_{RelT} = 1$	dla	$R_z \leq 16 \mu m$
	$Y_{RelT} = 0,9$	dla	$R_z > 16 \mu m$
Statyczny	$Y_{RelT} = 1$		

- Y_x – współczynnik wielkości dla zakresu nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Uwzględnia statystyczny wpływ wielkości na: prawdopodobny rozkład słabych punktów w strukturze materiału, gradienty naprężeń, które zgodnie z teorią wytrzymałości materiału zmniejszają się ze wzrostem wymiarów, jakość materiału określoną przez efektywność przekucia czy obecność uszkodzeń. Współczynnik Y_x można wyznaczyć z wykresu [31] w zależności od modułu normalnego, materiału i obróbki cieplnej lub dobrać (tabela 6.10)

Tabela 6.10

Współczynnik wielkości Y_x dla zakresu trwałości nieograniczonej [31]

Materiał i sposób utwardzenia powierzchni	Zakres modułów	Y_x
Stale konstrukcyjne zwykłej jakości ($R_m < 800 \text{ MPa}$), stale do ulepszania cieplnego ($R_m \geq 800 \text{ MPa}$), zeliwa sferoidalne (perlityczne i bainityczne), zeliwa ciągliwe czarne (perlityczne)	$m_n \leq 5$	$Y_x = 1$
	$5 < m_n < 30$	$Y_x = 1,03 - 0,006 m_n$
	$30 \leq m_n$	$Y_x = 0,85$

Stale do nawęglania nawęglone, stale konstrukcyjne hartowane indukcyjnie lub płomieniowo, stale do nawęglania, stale do ulepszania cieplnego (węglo-azotowane), stale do azotowania, stale do ulepszania cieplnego (azotowane)	$m_n \leq 5$ $5 < m_n < 25$ $25 \leq m_n$	$Y_x = 1$ $Y_x = 1,05 - 0,01 m_n$ $Y_x = 0,8$
Żeliwa szare, żeliwa sferoidalne (ferrytyczne)	$m_n \leq 5$ $5 < m_n < 25$ $25 \leq m_n$	$Y_x = 1$ $Y_x = 1,075 - 0,015 m_n$ $Y_x = 0,7$

Dopuszczalne naprężenia gnące dla trwałości ograniczonej σ_{FPN} [MPa], w zależności od materiału i obróbki cieplnej lub cieplno-chemicznej kół w zakresie trwałości $10^4 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$ lub $10^3 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$, oblicza się według wzoru:

$$\sigma_{FPN1(2)} = \sigma_{FPref1(2)} \cdot Y_{NT} = \sigma_{FPref1(2)} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{exp} \tag{6.113}$$

$$exp = 1/m_F \tag{6.114}$$

gdzie: m_F – współczynnik kierunkowy pochylonej części krzywej Wöhlera we współrzędnych logarytmicznych (tabela 6.11).

Tabela 6.11

Zależności do obliczania wykładnika exp [2, 7]

Rodzaj materiału i obróbki cieplnej	exp
Stale konstrukcyjne zwykłej jakości, stale do ulepszania cieplnego, żeliwa sferoidalne (perlityczne i bainityczne), żeliwa ciągliwe perlityczne; dla zakresu ograniczonej wytrzymałości na zmęczenie $10^4 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$	$exp = 0,4037 \cdot \lg \frac{\sigma_{FP stat}}{\sigma_{FP ref}}$
Stale nawęglane lub hartowane powierzchniowo, stale do ulepszania cieplnego lub azotowania, azotowane gazowo, stale do ulepszania cieplnego lub nawęglania, węgloazotowane, żeliwa sferoidalne (ferrytyczne), żeliwa szare; dla zakresu ograniczonej wytrzymałości na zmęczenie $10^3 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$	$exp = 0,2876 \cdot \lg \frac{\sigma_{FP stat}}{\sigma_{F Pref}}$

$\sigma_{F\text{ Pref}1(2)}$ [MPa] – dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba:

$$\sigma_{F\text{ Pref}1(2)} = \frac{\sigma_{F\text{ lim}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F\text{ min}}} \cdot Y_{drelT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_x \quad (6.115)$$

$$\sigma_{FE} = \sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \quad (6.116)$$

$$\sigma_{F\text{ Pref}1(2)} = \frac{\sigma_{FE}}{S_{F\text{ min}}} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{drelT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_x \quad (6.117)$$

gdzie:

$\sigma_{F\text{ lim}}$ - (tabela 2.4),

Y_{NT} - (tabela 2.8),

Y_{drelT} - (tabela 6.8),

Y_{RrelT} - (tabela 6.9),

Y_x - (tabela 6.10),

$S_{F\text{ min}}$ - (tabela 6.7).

$$Y_{ST} = 2,0 \quad (6.118)$$

$\sigma_{FPstat1(2)}$ [MPa] – dopuszczalne statyczne naprężenie przy podstawie zęba, odpowiednio zębnika i koła

$$\sigma_{FPstat1(2)} = \frac{\sigma_{F\text{ lim}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F\text{ min}}} \cdot Y_{drelT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_x \quad (6.119)$$

$$\sigma_{FPstat1(2)} = \frac{\sigma_{FE1(2)} \cdot Y_{NT}}{S_{F\text{ min}}} \cdot Y_{drelT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_x \quad (6.120)$$

gdzie:

$\sigma_{F\text{ lim}}$ - (tabela 2.4),

Y_{NT} - (tabela 2.8),

Y_{drelT} - (tabela 6.8),

Y_{RrelT} - (tabela 6.9),

Y_x - (tabela 6.10),

$S_{F\text{ min}}$ - (tabela 6.7).

$$Y_{ST} = 2,0 \quad (6.121)$$

6.3.3. Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba

W metodzie C sprawdzania wytrzymałości podstawy zęba na złamanie, można wyznaczyć współczynniki bezpieczeństwa dla nieograni-

czoney i ograniczonej trwałości zmęczeniowej oraz dla zakresu statycznego.

- obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba dla zakresu trwałości nieograniczonej $S_{F1(2)}$:

$$S_{F1(2)} = \frac{\sigma_{FG1(2)}}{\sigma_{F1(2)}} \geq S_{Fmin} \quad (6.122)$$

$$\sigma_{FG1(2)} = \sigma_{FP1(2)} \cdot S_{Fmin} \quad (6.123)$$

gdzie:

- $\sigma_{F1(2)}$ [MPa] – maksymalne naprężenie u podstawy zęba zębnika i koła, (wzór 6.76),
- $\sigma_{FG1(2)}$ [MPa] – graniczna wytrzymałość podstawy zęba na złamanie, zwana również dopuszczalnym naprężeniem u podstawy zęba,
- S_{Fmin} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie (tabela 6.7)
- obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa dla zakresu trwałości ograniczonej (obliczany tylko w przypadku pracy kół w tym zakresie) $S_{FN1(2)}$:

$$S_{FN1(2)} = \frac{\sigma_{FGN1(2)}}{\sigma_{F1(2)}} = \frac{\sigma_{FPN1(2)} \cdot S_{Fmin}}{\sigma_{F1(2)}} \quad (6.124)$$

$$\sigma_{FGN1(2)} = \sigma_{FPN1(2)} \cdot S_{Fmin} \quad (6.125)$$

- obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa dla zakresu statycznego dla zębnika i koła $S_{Fstat1(2)}$:

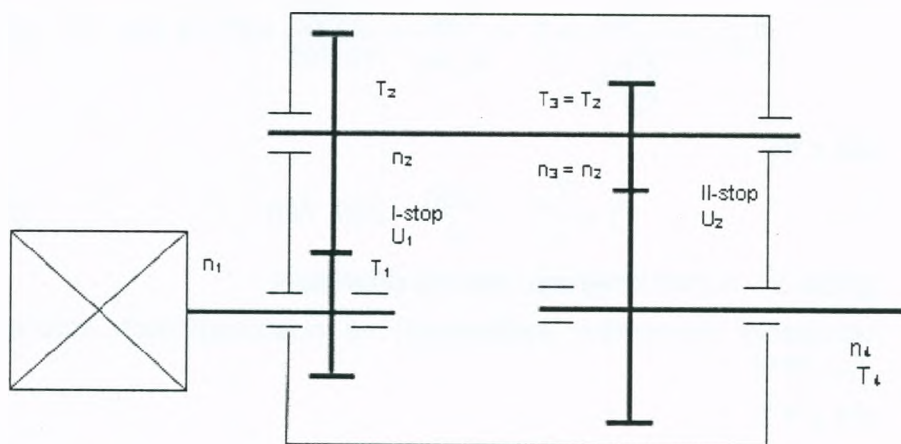
$$S_{Fstat1(2)} = \frac{\sigma_{FGstat1(2)}}{\sigma_{F1(2)}} \quad (6.126)$$

7. Przykładowe obliczenia elementów zębatych

7.1. Dane do obliczeń cech geometrycznych przekładni zewnętrznych

Konstruktor rozpoczynając projektowanie elementów zębatych przekładni walcowej dysponuje najczęściej ograniczoną liczbą danych, np.: nominalnym momentem na wyjściu przekładni $T_{wyj} = 1200 \text{ Nm}$, prędkością obrotową wałka wejściowego (obroty silnika) $n_{wej} = 1400 \text{ obr/min}$ oraz wałka wyjściowego $n_{wyj} = 90 \text{ obr/min}$, współczynnikiem zastosowania $K_A = 1,25$ (tabela 2.1), kierunkiem osi wału wejściowego i wyjściowego (równoległy – przekładnie walcowe) oraz wymaganiami gabarytowymi.

Projektowanie, a tym samym dobór parametrów (cech) geometrycznych kół zębatych walcowych na poszczególnych stopniach przekładni, rozpoczyna się od ustalenia struktury przekładni, poprzez (rys. 7.1):



Rys.7.1. Schemat ideowy przekładni walcowo-walcowej

- wyznaczenie przełożenia całkowitego przekładni u_c :

Mając nominalną prędkość obrotową dobranego $n_{sil} = n_1$ silnika oraz prędkość obrotową na wałku wyjściowym $n_{wyj} = n_4$ można wyznaczyć wartość bezwzględną całkowitego przełożenia kinematycznego $|i|$ równą wartości całkowitego przełożenia geometrycznego u_c :

$$|i| = u_c = \frac{n_{sil}}{n_{wyj}} = \frac{1400}{90} = 15,556 \quad (7.1)$$

Jak widać do redukcji tych obrotów nie wystarczy przekładnia zębata jednostopniowa, gdyż przełożenie całkowite $u_c > 6$, należy w tym przykładzie zastosować przekładnię wielostopniową.

- określenie ilości stopni przekładni n :

$$n \geq \frac{\lg u_c}{\lg 4,5} = \frac{\lg 15,556}{\lg 4,5} = 1,825 \approx 2 \quad (7.2)$$

- kojarzenie przełożeń na poszczególnych stopniach u_k :

W przypadku $u_c > 6$ należy dokonać podziału przełożenia całkowitego na przełożenia składowe. Liczba stopni przekładni zależy bowiem od wartości przełożenia całkowitego (tabela 2.3). Również wartości przełożeń składowych można dobierać z (tabeli 2.2).

I tak dla $u_c = 15,556$ dobrano przełożenia:

$$u_c = u_1 \cdot u_2 \cdots u_n = 3,889 \cdot 4,0 = 15,556 \quad (7.3)$$

- obliczenie momentów wejściowych na poszczególnych stopniach $T_{(2x-1)}$ [Nm]:

dla $x = 1$:

$$T_{(2x-1)} = \frac{T_{wyj}}{\prod_{k=x}^n u_k} = T_1 = \frac{T_{wyj}}{u_1 \cdot u_2} = \frac{1200}{15,556} = 77,14 \text{ Nm} \quad (7.4)$$

dla $x = 2$:

$$T_3 = \frac{T_{wyj}}{u_2} = \frac{1200}{4} = 300 \text{ Nm} \quad (7.5)$$

gdzie: x – numer kolejnego stopnia przekładni.

- obliczenie momentów wyjściowych na poszczególnych stopniach $T_{(2x)}$ [Nm]:

dla $x = 1$:

$$T_{(2x)} = T_{(2x-1)} \cdot u_x = T_2 = T_1 \cdot u_1 \quad (7.6)$$

$$T_2 = 77,14 \cdot 3,889 = 300 \text{ Nm}$$

dla $x = 2$:

$$T_2 = T_3 \cdot u_2 = 300 \cdot 4 = 1200 \text{ Nm} \quad (7.7)$$

- obliczenie liczby obrotów wejściowych na poszczególnych stopniach: $n_{(2x-1)}$:

dla $x = 1$:

$$n_{(2x-1)} = \frac{n_{sil}}{\prod_{k=1}^{x-1} u_k} = n_1 = \frac{1400}{1} = 1400 \frac{\text{obr}}{\text{min}} \quad (7.8)$$

gdzie: $n_1 = n_{sil} = 1400 \text{ obr/min}$

dla $x = 2$:

$$n_3 = \frac{n_{sil}}{u_1} = \frac{1400}{3,889} = 360 \frac{\text{obr}}{\text{min}} \quad (7.9)$$

- obliczenie obrotów wyjściowych na poszczególnych stopniach $n_{(2x)}$:
dla $x = 1$:

$$n_{(2x)} = \frac{n_{(2x-1)}}{u_x} = n_2 = \frac{n_1}{u_1} = \frac{1400}{3,889} = 360 \frac{\text{obr}}{\text{min}} \quad (7.10)$$

dla $x = 2$:

$$n_4 = \frac{n_3}{u_2} = \frac{360}{4,0} = 90 \frac{\text{obr}}{\text{min}} \quad (7.11)$$

- przeprowadzenie obliczeń parametrów (cech) geometrycznych oraz sprawdzających elementów zębatych na poszczególnych stopniach przekładni, jako przykład przeliczono pierwszy stopień:

Dane do obliczeń dla pierwszego stopnia walcowego:

- obrotowy moment wyjściowy – $T_{wyj[1]} = T_2 = 300 \text{ Nm}$,
- charakterystyka pracy maszyny napędzanej – umiarkowane uderzenia, charakterystyka pracy maszyny napędzającej (silnika elektrycznego) – równomierna, współczynnik zastosowania $K_A = 1,25$ (tabela 2.1),
- prędkość obrotowa wejściowa – $n_{wej[1]} = n_1 = 1400 \text{ obr/min}$,
- prędkość obrotowa wyjściowa – $n_{wyj[1]} = n_2 = 360 \text{ obr/min}$,
- płaszczyzny osi wałów (wejściowego i wyjściowego) – pozioma, pionowa,
- trwałość przekładni (do pierwszego remontu kapitalnego $L_{hwyj} = 15000 \text{ h}$).

7.2. Wstępne obliczenia projektujące

Projektant mając do dyspozycji dane wejściowe do obliczeń na etapie projektowania wstępnego, dla poszczególnych par elementów zębatych wymienionych w poprzednim podrozdziale, dokonuje:

- wyznaczenia wyjściowego momentu obliczeniowego $T_{wyjobl} [\text{Nm}]$:

$$T_{oblwyj} = K_A \cdot T_{wyj[1]} = 1,25 \cdot 300 = 375 \text{ Nm} \quad (7.12)$$

- doboru silnika elektrycznego:

Wartość przełożenia całkowitego, a tym samym liczba stopni przekładni zależy od prędkości obrotowej wałka wejściowego, czyli naj-

częściej nominalnej prędkości obrotowej silnika n_{sil} , wtedy $n_{sil} = n_1$. Najpierw należy dobrać silnik o mocy P_{sil} [kW] z zależności:

$$P = \frac{T_{oblwyj} \cdot n_{wyj} [l]}{9550 \cdot \eta} \leq P_{sil} \quad (7.13)$$

gdzie: η – sprawność przewidywana projektowanej przekładni (w obliczeniach wstępnych przekładni walcowych można przyjąć w zależności od liczby stopni $\eta \cong 0,99 \div 1$):

$$P = \frac{375 \cdot 360}{9550 \cdot 0,99} = 14,28 \text{ kW} \quad (7.14)$$

Z katalogu firm oferujących silniki elektryczne np. INDUKTY dobrano silnik elektryczny SUDq 160L-4 o mocy znamionowej $P_s = 14,5 \text{ kW}$ oraz prędkości znamionowej $n_s = n_1$, $n_s = 1400 \text{ obr/min}$.

- wyznaczenia maksymalnego T_{1max} [Nm] i nominalnego T_1 [Nm] (po dobranym silniku) momentu obrotowego na zębniku:

$$T_{1max} = 9550 \cdot \frac{P_{sil}}{n_{sil}} = 9550 \cdot \frac{14,5}{1400} \cong 99 \text{ Nm} \quad (7.15)$$

$$T_1 = \frac{T_{1max}}{K_A} = \frac{99}{1,25} = 79,2 \text{ Nm} \quad (7.16)$$

- obliczenia średnicy podziałowej d_{obl} [mm], wyznaczonej z warunku powierzchniowej wytrzymałości zmęczeniowej boku zęba zębника, (wzór 6.1) jako wartość wstępną:

$$d_{obl} \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot T_{1max} \cdot (u_1 + 1) \cdot (Z_E \cdot Z_H \cdot Z_B \cdot Z_\epsilon \cdot Z_\beta)^2 \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}{\psi_b \cdot u_1 \cdot \sigma_{HP}^2}} \quad (7.17)$$

gdzie poniżej, w nawiasach, podano zalecane wartości współczynników dla kół zębatych wykonywanych w 6 klasie dokładności według PN-79/M-88522.01 (zastąpionej przez ISO 1328-1:2000) [34,26] oraz:

σ_{HP} [MPa] – dopuszczalne naprężenie stykowe:

$$\sigma_{HP} \cong \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT}}{S_{Hmin}} \quad (7.18)$$

σ_{Hlim} [MPa] – nieograniczona wytrzymałość boku zęba na zmęczenie stykowe dla prawdopodobieństwa uszkodzenia tylko 1%, $\sigma_{Hlim} = 1300 \text{ MPa}$ według (tabeli 2.4), dla stali do nawęglania 18HGT,

S_{Hmin} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na wgłębienia zmęczeniowe (naciski powierzchniowe) (tabela 6.6):

$$S_{Hmin} = 1,1 \quad (7.19)$$

Z_{NT} – współczynnik trwałości, dla liczby cykli obciążenia $N_L = 5 \cdot 10^7$, według (tabela 2.5):

$$Z_{NT} = 1 \quad (7.20)$$

Z_E – współczynnik sprężystości (tabela 2.6), na przykład: $Z_E = 189,8 \sqrt{MPa}$ dla pary kół stalowych oraz $Z_E = 173,9 \sqrt{MPa}$ dla pary kół z żeliwa sferoidalnego,

Z_H – współczynnik strefy nacisku ($Z_H \approx 2,4$),

Z_ε – współczynnik wskaźnika (przyporu) zazębienia ($Z_\varepsilon \approx 0,85$),

Z_B – współczynnik jednoparowego przyporu ($Z_B = 1$),

Z_β – współczynnik kąta pochylenia linii zęba, przyjęto kąt pochylenia linii zęba $\beta = 14^\circ$, a dokładniej $\beta_1 = +14^\circ$ oraz $\beta_2 = -14^\circ$:

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 14^\circ} = 0,985 \quad (7.21)$$

K_v – współczynnik obciążenia dynamicznego w zazębieniu ($K_v \approx 1,1$),

$K_{H\alpha}$ – współczynnik rozkładu obciążenia zębów wzdłuż odcinka przyporu ($K_{H\alpha} = 1,1$ ewentualnie według tabeli 2.7),

$K_{H\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia zębów wzdłuż szerokości wieńca ($K_{H\beta} \approx 1,35$),

ψ_b – współczynnik szerokości zębownika ($\psi_b = 0,8 \div 1,2$):

$$\psi_b = b_1/d_1 \quad (7.22)$$

- dla $\psi_b = 1$ szerokość zębownika $b_1 \approx d_1$, obliczeniowa szerokość zębownika b_{1obl} [mm]:

$$b_{1obl} = d_{1obl} \cdot \psi_b = 34,851 \cdot 1 = 34,851 \text{ mm} \quad (7.23)$$

$$d_{1obl} \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 99 \cdot (3,89 + 1) \cdot (189,8 \cdot 2,4 \cdot 0,85 \cdot 1 \cdot 0,985)^2 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,35}{1 \cdot 3,89 \cdot 1182^2}}$$

$$d_{1obl} \geq 34,851 \text{ mm} \quad (7.24)$$

gdzie:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT}}{S_{Hmin}} = \frac{1300 \cdot 1}{1,1} = 1182 \text{ MPa} \quad (7.25)$$

$$N_{Lrzecz} = 60 \cdot L_{hwym} \cdot n_1 = 60 \cdot 15000 \cdot 1400 =$$

$$126 \cdot 10^7 \text{ cykli} > N_L \quad (7.26)$$

u_1 – przełożenie rozpatrywanego stopnia przekładni:

$$u_1 = 3,89 \quad (7.27)$$

- obliczenia modułu normalnego m_{nobl} [mm] z warunku wytrzymałości zmęczeniowej podstawy zęba na złamanie, wzór 6.76:

$$m_{nobl} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot T_{1max} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot \cos^2 \beta}{z_1^2 \cdot \Psi_b \cdot \sigma_{FP}}} \quad (7.28)$$

gdzie, w nawiasach poniżej, podano zalecane wartości współczynników, dla kół zębatych wykonywanych w 6 klasie dokładności, według PN-79/M-88522.01, (zastąpionej przez ISO 13281:2000) [34,26] oraz:

σ_{FP} [MPa] – dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba:

$$\sigma_{FP} \cong \sigma_{Flim} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{ST} / S_{Fmin} = \frac{370 \cdot 1 \cdot 2}{1,25} = 592 \text{ MPa} \quad (7.29)$$

$\sigma_{Flim} = \sigma_{Flim1\%}$ – nieograniczona wytrzymałość podstawy zęba na złamanie zmęczeniowe dla prawdopodobieństwa uszkodzenia tylko 1%, dla stali 18HGT według (tabeli 2.4):

$$\sigma_{Flim} = 370 \text{ MPa} \quad (7.30)$$

Y_{NT} – współczynnik trwałości (tabela 2.8), przykładowo dla liczby cykli obciążenia $N_L > 3 \cdot 10^6$:

$$Y_{NT} = 1 \quad (7.31)$$

Y_{ST} – współczynnik korekcji naprężeń dla wymiarów standardowych kół-próbek ($Y_{ST} = 2$),

S_{Fmin} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zmęczeniowe ($S_{Fmin} = 1,25$), (tabela 6.7),

$K_{F\alpha}$ – współczynnik rozkładu obciążenia zębów wzdłuż odcinka przyporu, wstępnie ($K_{F\alpha} = 1,1$) ewentualnie według (tabeli 2.9),

$K_{F\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia zębów wzdłuż szerokości wieńca ($K_{F\beta} = 1,35$),

$Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} = Y_{FS}$ – współczynnik głowy zęba (wstępnie $Y_{FS} \cong 4,4$),

Y_{ε} – współczynnik przyporu uwzględniający wskaźnik zazębienia ($Y_{\varepsilon} \cong 0,7$),

Y_{β} – współczynnik kąta linii zęba uwzględniający pochylenie linii zęba ($Y_{\beta} \cong 0,9$),

z_1 – ilość zębów zębnika (tabela 2.10), ($z_1 = 21$).

$$m_{nobl} \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 99 \cdot 4,4 \cdot 0,7 \cdot 0,9 \cdot 1,1 \cdot 1,35 \cdot 1,1}{23^2 \cdot 1 \cdot 592} \cos^2 14^\circ} = 1,392 \quad (7.32)$$

Obliczoną wartość modułu normalnego m_{nobl} [mm] zaokrągla się do wartości znormalizowanej m_n (według tabeli 2.11):

$$m_n = 1,5 \geq m_{nobl} \text{ mm} \quad (7.33)$$

– sprawdzenie warunku na średnicę podziałową:

$$d_{1obl} \leq \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} \quad (7.34)$$

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{1,5 \cdot 21}{\cos 14^\circ} = 32,464 < d_{1obl} = 34,851 \text{ mm} \quad (7.35)$$

Ponieważ $d_{1obl} > \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta}$, więc należy zwiększyć ilość zębów zębniaka

z_1 lub wartość modułu normalnego m_n .

Dla $z_1 = 23$ średnica podziałowa zębniaka d_1 wynosi:

$$d_1 = \frac{1,5 \cdot 23}{\cos 14^\circ} = 35,556 \text{ mm} > d_{1obl} \quad (7.36)$$

czyli warunek średnicy minimalnej zębniaka został spełniony.

– dobór ilości zębów koła z_2 :

$$z_2 = u \cdot z_1 = 3,89 \cdot 23 = 89,47 \quad (7.37)$$

Przyjęto ilość zębów $z_2 = 90$, dla której odchyłka wartości względnego przełożenia wynosi:

$$\delta_{eu} = \left| u - \frac{z_2}{z_1} \right| \cdot 100\% = \left| 3,89 - \frac{90}{23} \right| \cdot 100\% = 2,3\% < 2,5\% \quad (7.38)$$

czyli jest to dopuszczalna zmiana przełożenia.

Obowiązująca wartość przełożenia wynosi:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{90}{23} = 3,913 \quad (7.39)$$

7.3. Obliczenia cech geometrycznych uzębienia i zazębienia zewnętrznego

7.3.1. Dane do obliczeń wymiarów nominalnych elementów zębatych

- moduł normalny $m_n = 1,5$ mm, (tabela 2.11),
- liczba zębów zębniaka $z_1 = 23$ i koła $z_2 = 90$,

- kąt pochylenia linii zęba na walcu podziałowym $\beta = 14^\circ$ ($\beta_1 = +14^\circ$, $\beta_2 = -14^\circ$),
- szerokości wieńców kół $b_1 \cong d_1$, przyjęto $b_1 = 42 \text{ mm}$, $b_2 = 40 \text{ mm}$,
- narzędzie do nacinania uzębienia: frez modułowo-ślimakowy,
- zarys odniesienia według PN-78/M-88503 [23]: kąt zarysu zęba na walcu podziałowym w przekroju normalnym $\alpha_n = 20^\circ$, współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia w przekroju normalnym $h_{ap} = 1$, współczynnik luzu wierzchołkowego zarysu odniesienia w przekroju normalnym $c_p^* = 25$, $\rho_{aPO_{max}} = 0,38 m_n$ - maksymalny promień zaokrąglenia krawędzi wierzchołka zęba zarysu odniesienia narzędzia,
- 6 klasa dokładności wykonania według ISO 1328:1:2000 [26] zastąpionej PN-79/M-88522.01, [34], (7 klasa według DIN 3961 do 3963/78, 10 klasa według AGMA 390.03/71).

7.3.2. Cechy geometryczne zębnika i koła

- średnice podziałowe kół d_1, d_2 [mm]:

$$d_1 = z_1 \cdot m_t = \frac{z_1 \cdot m_n}{\cos \beta} = \frac{23 \cdot 1,5}{\cos 14^\circ} = 35,556 \text{ mm} \quad (7.40)$$

$$d_2 = z_2 \cdot m_t = \frac{z_2 \cdot m_n}{\cos \beta} = \frac{90 \cdot 1,5}{\cos 14^\circ} = 139,133 \text{ mm} \quad (7.41)$$

- kąt zarysu w przekroju czołowym na walcu podziałowym α_t [°]:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_p}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 14^\circ} = 0,37511 \quad (7.42)$$

$$\alpha_t = 20,5617^\circ$$

gdzie: α_p [°] – kąt zarysu odniesienia koła walcowego.

- średnice zasadnicze d_{b1}, d_{b2} [mm]:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha_t = 35,556 \cdot \cos 20,5617^\circ = 33,291 \text{ mm} \quad (7.43)$$

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha_t = 139,133 \cdot \cos 20,5617^\circ = 130,269 \text{ mm} \quad (7.44)$$

- przełożenie kinematyczne i :

$$i = -\frac{n_a}{n_b} = -\frac{z_b}{z_a} = -\frac{90}{23} = -3,913 \quad (7.45)$$

gdzie:

n_a, n_b – prędkość obrotowa koła czynnego, biernego,

z_a, z_b – liczba zębów koła czynnego, biernego.

- przełożenie geometryczne u :

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{90}{23} = 3,913 \quad (7.46)$$

- zerowa odległość osi a_d :

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_n \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta} = \frac{1,5 \cdot (23 + 90)}{2 \cdot \cos(14^\circ)} = 87,345 \text{ mm} \quad (7.47)$$

- odległość osi a [mm]:

$$\text{przyjęto:} \quad a = 88 \text{ mm} > a_d \quad (7.48)$$

Dla przesunięcia P + zaleca się:

$$a_d < a < a_d + m_n \quad (7.49)$$

- toczny kąt przyporu α_{wt} [°]:

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a_d}{a} \cdot \cos \alpha_t = \frac{87,3445}{88} \cdot \cos 20,5617^\circ = 0,92932$$

$$\alpha_{wt} = 21,6709^\circ \quad (7.50)$$

- suma nominalnych współczynników przesunięcia zarysu zęba w przekroju normalnym - $\sum x$:

$$\sum x = x_1 + x_2 = \frac{\text{inv } \alpha_{wt} - \text{inv } \alpha_t}{2 \cdot \text{tg } \alpha_n} \cdot (z_1 + z_2) \quad (7.51)$$

$$\sum x = \frac{0,01913157 - 0,01624321}{2 \cdot \text{tg } 20^\circ} \cdot (23 + 90) = 0,448 \quad (7.52)$$

gdzie:

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \text{tg } \alpha_{wt} - \hat{\alpha}_{wt} = \text{tg } 21,6709^\circ - 21,6709^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,01913157 \quad (7.53)$$

$$\text{inv } \alpha_t = \text{tg } \alpha_t - \hat{\alpha}_t = \text{tg } 20,5617^\circ - 20,5617^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,01624321 \quad (7.54)$$

- nominalne współczynniki przesunięcia zarysu zęba w przekroju normalnym - x_1, x_2 :

$$x_1 = z_2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} = 90 \cdot \frac{0,448}{23 + 90} = 0,357 \quad (7.55)$$

$$x_2 = \sum x - x_1 = 0,448 - 0,357 = 0,091 \quad (7.56)$$

Przy czym dla kół obrabianych narzędziem typu zębatkowego powinien być spełniony warunek:

$$x_1 \geq x_{1\min} = h_{aP0}^* - \frac{z_1 \cdot \sin^2 \alpha_t}{2 \cos \beta} = 1,25 - \frac{23 \cdot \sin^2 20,5617^\circ}{2 \cdot \cos 14^\circ} = -0,212 \quad (7.57)$$

gdzie: $h_{aP0}^* = h_{aP}^* + c_P^*$ - współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia narzędzia ($h_{aP0}^* = 1,25$).

- rozkład sumy współczynników korekcji [Σx] według MAG - USA

$$x_1 = 0,5 \cdot \Sigma x + \frac{(0,5 - 0,5 \cdot \Sigma x) \cdot \lg(u)}{\lg\left(\frac{z_{n1} \cdot z_{n2}}{100}\right)}$$

$$x_1 = 0,5 \cdot 0,448 + \frac{(0,5 - 0,5 \cdot 0,448) \cdot \lg(3,913)}{\frac{25,192 \cdot 98,576}{100}} = 0,342 \quad (7.58)$$

$$z_{n1(2)} = \frac{z_{1(2)}}{\cos^3(\beta)} \quad (7.59)$$

$$x_2 = \Sigma x - x_1 = 0,448 - 0,342 = 0,106 \quad (7.60)$$

- przesunięcie odległości osi $y \cdot m_n$ [mm]:

$$y \cdot m_n = a - a_d = 88 - 87,3445 = 0,6555 \text{ mm} \quad (7.61)$$

- współczynnik przesunięcia odległości osi y :

$$y = \frac{a - a_d}{m_n} = \frac{0,6555}{1,5} = 0,437 \quad (7.62)$$

- wymagane przesunięcie wyrównawcze k [mm]:

$$k = k^* \cdot m_n = m_n \cdot y - m_n \cdot \Sigma x = 1,5 \cdot 0,437 - 1,5 \cdot 0,448 = -0,0165 \text{ mm} \quad (7.63)$$

- współczynnik przesunięcia wyrównawczego k^* :

$$k^* = \frac{k}{m_n} = y - \Sigma x = 0,437 - 0,448 = -0,011 \quad (7.64)$$

- nominalna teoretyczna średnica podstaw zębniaka d_{f1} [mm]:

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = d_1 - 2 \cdot m_n \cdot (h_{aP}^* + c_P^* - x_1) = 35,556 - 2 \cdot 1,5 \cdot (1 + 0,25 - 0,357)$$

$$d_{f1} = 32,877 \text{ mm} \quad (7.65)$$

gdzie: h_{f1} [mm] – wysokość nominalna stopy zęba zębniaka:

$$h_{f1} = \frac{d_1 - d_{f1}}{2} = m_n \cdot (h_{aP}^* + c_P^* - x_1) = 1,5 \cdot (1 + 0,25 - 0,357) = 1,340 \text{ mm} \quad (7.66)$$

– nominalna teoretyczna średnica podstaw koła d_{f2} [mm]:

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} = d_2 - 2 \cdot m_n \cdot (h_{aP}^* + c_P^* - x_2) = 139,133 - 2 \cdot 1,5 \cdot (1 + 0,25 - 0,091)$$

$$d_{f2} = 135,656 \text{ mm} \quad (7.67)$$

gdzie: h_{f2} – wysokość nominalna stopy zęba koła [mm]:

$$h_{f2} = \frac{d_2 - d_{f2}}{2} = m_n \cdot (h_{aP}^* + c_P^* - x_2) = 1,5 \cdot (1 + 0,25 - 0,091) = 1,739 \text{ mm} \quad (7.68)$$

– nominalna teoretyczna średnica wierzchołków zębniaka d_{a1} [mm]:

$$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c_P = 2a - d_{f2} - 2c_P^* \cdot m_n = 2 \cdot 88 - 135,656 - 2 \cdot 0,25 \cdot 1,5$$

$$d_{a1} = 39,594 \text{ mm} \quad (7.69)$$

lub (sprawdzenie):

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a = d_1 + 2 \cdot m_n \cdot (h_{aP}^* + x_1 + k^*) = 35,556 + 2 \cdot 1,5 \cdot (1 + 0,357 - 0,011)$$

$$d_{a1} = 39,594 \text{ mm} \quad (7.70)$$

gdzie: h_{a1} [mm] – wysokość nominalna głowy zęba zębniaka:

$$h_{a1} = \frac{d_{a1} - d_1}{2} = m_n \cdot (h_{aP}^* + x_1 + k^*) = 1,5 \cdot (1 + 0,357 - 0,011) = 2,019 \text{ mm} \quad (7.71)$$

– nominalna teoretyczna średnica wierzchołków koła d_{a2} [mm]:

$$d_{a2} = 2a - d_{f1} - 2c_P = 2a - d_{f1} - 2c_P^* \cdot m_n = 2 \cdot 88 - 32,877 - 2 \cdot 0,25 \cdot 1,5$$

$$d_{a2} = 142,373 \text{ mm} \quad (7.72)$$

lub (sprawdzenie):

$$d_{a2} = d_2 + 2h_a = d_2 + 2m_n (h_{aP}^* + x_2 + k^*) = 139,133 + 2 \cdot 1,5 \cdot (1 + 0,091 - 0,011)$$

$$d_{a2} = 142,373 \text{ mm} \quad (7.73)$$

gdzie: h_{a2} – wysokość nominalna głowy zęba koła [mm]:

$$h_{a2} = \frac{d_{a2} - d_2}{2} = m_n \cdot (h_{aP}^* + x_2 + k^*) = 1,5 \cdot (1 + 0,091 - 0,011) = 1,620 \quad (7.74)$$

– sprawdzenie warunku dla zębniaka i koła, uzębionych zewnątrz:

$$d_{a1,2} \geq d_{b1,2} + 2 \cdot m_n \quad (7.75)$$

$$d_{b1} + 2 \cdot m_n = 33,291 + 2 \cdot 1,5 = 36,291 < d_{a1,2} \text{ (spełniony)} \quad (7.76)$$

$$d_{b2} + 2 \cdot m_n = 130,269 + 2 \cdot 1,5 = 133,269 < d_{a2} \text{ (spełniony)} \quad (7.77)$$

- wysokość nominalna zęba zębника i koła h [mm]:

$$h = h_1 = h_2 = h^* \cdot m_n = \frac{d_{a1} - d_{f1}}{2} = m_n \cdot (2h_{aP}^* + c_P^* + k^*) \quad (7.78)$$

$$h = 1,5 \cdot (2 \cdot 1 + 0,25 - 0,011) = 3,359 \text{ mm} \quad (7.79)$$

gdzie: h^* - współczynnik wysokości zęba zębника i koła:

$$h^* = 2h_{aP}^* + c_P^* + k^* = \frac{h}{m_n} = \frac{3,359}{1,5} = 2,239 \quad (7.80)$$

- współczynnik wysokości głowy zęba zębника h_{a1}^* :

$$h_{a1}^* = h_{aP}^* + x_1 + k^* = \frac{h_{a1}}{m_n} = \frac{2,019}{1,5} = 1,346 \quad (7.81)$$

- współczynnik wysokości głowy zęba koła h_{a2}^* :

$$h_{a2}^* = h_{aP}^* + x_2 + k^* = \frac{h_{a2}}{m_n} = \frac{1,620}{1,5} = 1,08 \quad (7.82)$$

- współczynnik wysokości stopy zęba zębника h_{f1}^* :

$$h_{f1}^* = h_{aP}^* + c_P^* - x_1 = \frac{h_{f1}}{m_n} = \frac{1,340}{1,5} = 0,893 \quad (7.83)$$

- współczynnik wysokości stopy zęba koła h_{f2}^* :

$$h_{f2}^* = h_{aP}^* + c_P^* - x_2 = \frac{h_{f2}}{m_n} = \frac{1,739}{1,5} = 1,159 \quad (7.84)$$

- średnice okręgów toczenia d_{w1} , d_{w2} [mm]:

$$d_{w1} = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} \cdot a = \frac{2a}{u + 1} = \frac{2 \cdot 88}{\frac{90}{23} + 1} = 35,823 \text{ mm} \quad (7.85)$$

$$d_{w2} = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} \cdot a = \frac{2a \cdot u}{u + 1} = \frac{2 \cdot 88 \cdot \frac{90}{23}}{\frac{90}{23} + 1} = 140,177 \text{ mm} \quad (7.86)$$

- podziałki na walcu podziałowym:

- podziałka czołowa p_t [mm]:

$$p_t = \frac{\pi \cdot d}{z} = \pi \cdot m_t = \frac{\pi \cdot m_n}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot 1,5}{\cos 14^\circ} = 4,857 \text{ mm} \quad (7.87)$$

- podziałka normalna p_n [mm]:

$$p_n = p_t \cdot \cos \beta = \pi \cdot m_n = \pi \cdot 1,5 = 4,712 \text{ mm} \quad (7.88)$$

- podziałki na walcu zasadniczym:

- podziałka zasadnicza czołowa p_{bt} [mm]:

$$p_{bt} = \frac{\pi \cdot d_b}{z} = \frac{d_b}{d} \cdot p_t = p_t \cdot \cos \alpha_t = 4,857 \cdot \cos 20,5617^\circ = 4,548 \text{ mm} \quad (7.89)$$

- podziałka zasadnicza normalna p_{bn} [mm]:

$$p_{bn} = p_{bt} \cdot \cos \beta = \pi \cdot m_n = p_n = 4,712 \text{ mm} \quad (7.90)$$

- podziałka przyporu czołowa p_{et} [mm]:

$$p_{et} = p_t \cdot \cos \alpha_t = p_{bt} = 4,548 \text{ mm} \quad (7.91)$$

- podziałka przyporu normalna p_{en} [mm]:

$$p_{en} = p_n \cdot \cos \alpha_n = p_{bn} = 4,712 \text{ mm} \quad (7.92)$$

- grubość zęba zębnika na walcu podziałowym w przekroju czołowym s_{t1} [mm]:

$$s_{t1} = \frac{p_t}{2} + 2x_1 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\pi + 4x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} = \frac{1,5}{\cos 14^\circ} \cdot \frac{\pi + 4 \cdot 0,357 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{2}$$

$$s_{t1} = 2,830 \text{ mm} \quad (7.93)$$

- grubość zęba koła na walcu podziałowym w przekroju czołowym s_{t2} [mm]:

$$s_{t2} = \frac{p_t}{2} + 2x_2 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\pi + 4x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} = \frac{1,5}{\cos 14^\circ} \cdot \frac{\pi + 4 \cdot 0,091 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{2}$$

$$s_{t2} = 2,531 \text{ mm} \quad (7.94)$$

- szerokość wrębu zębnika na walcu podziałowym w przekroju czołowym e_{t1} [mm]:

$$e_{t1} = \frac{p_t}{2} - 2x_1 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\pi - 4x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} = \frac{1,5}{\cos 14^\circ} \cdot \frac{\pi - 4 \cdot 0,357 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{2}$$

$$e_{t1} = 2,027 \text{ mm} \quad (7.95)$$

- szerokość wrębu koła na walcu podziałowym w przekroju czołowym e_{t2} [mm]:

$$e_{t2} = \frac{p_t}{2} - 2x_2 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\pi - 4x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2} = \frac{1,5}{\cos 14^\circ} \cdot \frac{\pi - 4 \cdot 0,091 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{2}$$

$$e_{t2} = 2,326 \text{ mm} \quad (7.96)$$

- grubość zęba zębnika na walcu podziałowym w przekroju normalnym s_{n1} [mm]:

$$s_{n1} \cong s_{t1} \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} + 2x_1 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right)$$

$$s_{n1} \cong 2,830 \cdot \cos 14^\circ = 2,746 \text{ mm} \quad (7.97)$$

- grubość zęba koła na walcu podziałowym w przekroju normalnym s_{n2} [mm]:

$$s_{n2} \cong s_{t2} \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} + 2x_2 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right)$$

$$s_{n2} \cong 2,531 \cdot \cos 14^\circ = 2,456 \text{ mm} \quad (7.98)$$

- szerokość wrębu zębnika na walcu podziałowym w przekroju normalnym e_{n1} [mm]:

$$e_{n1} \cong e_{t1} \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} - 2x_1 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right)$$

$$e_{n1} \cong 2,027 \cdot \cos 14^\circ = 1,967 \text{ mm} \quad (7.99)$$

- szerokość wrębu koła na walcu podziałowym w przekroju normalnym e_{n2} [mm]:

$$e_{n2} \cong e_{t2} \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} - 2x_2 \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n = m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right)$$

$$e_{n2} \cong 2,326 \cdot \cos 14^\circ = 2,257 \text{ mm} \quad (7.100)$$

- grubość zęba zębnika na walcu wierzchołków w przekroju czołowym s_{at1} [mm]:

$$s_{at1} = d_{at1} \cdot \left(\frac{s_{t1}}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{at1} \right) \quad (7.101)$$

$$s_{at1} = 39,594 \cdot \left(\frac{2,830}{35,556} + 0,01624321 - 0,07179975 \right) = 0,952 \text{ mm}$$

gdzie: α_{at1} [°] – kąt zarysu w przekroju czołowym na walcu wierzchołków:

$$\cos \alpha_{at1} = \frac{d_{b1}}{d_{at1}} = \frac{33,291}{39,594} = 0,8408 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{at1} = 32,774^\circ \quad (7.102)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{at1} = \operatorname{tg} \alpha_{at1} - \hat{\alpha}_{at1} = \operatorname{tg} 32,774^\circ - 32,774^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,07179975 \quad (7.103)$$

- grubość zęba koła na walcu wierzchołków w przekroju czołowym s_{at2} [mm]:

$$s_{at2} = d_{a2} \cdot \left(\frac{s_{t2}}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{at2} \right) \quad (7.104)$$

$$s_{at2} = 142,373 \cdot \left(\frac{2,531}{139,133} + 0,01624321 - 0,02565061 \right) = 1,251 \text{ mm}$$

gdzie: α_{at2} [°] – kąt zarysu w przekroju czołowym na walcu wierzchołków:

$$\cos \alpha_{at2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{130,269}{142,373} = 0,9150 \Rightarrow \alpha_{at2} = 23,796^\circ \quad (7.105)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{at2} = \operatorname{tg} \alpha_{at2} - \hat{\alpha}_{at2} = \operatorname{tg} 23,796^\circ - 23,796^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,02565061 \quad (7.106)$$

- szerokość wrębu zębnika na walcu wierzchołków w przekroju czołowym e_{at1} [mm]:

$$e_{at1} = d_{a1} \cdot \left(\frac{e_{t1}}{d_1} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{at1} \right) \quad (7.107)$$

$$e_{at1} = 39,594 \cdot \left(\frac{2,027}{35,556} - 0,01624321 + 0,07179975 \right) = 4,457 \text{ mm}$$

- szerokość wrębu koła na walcu wierzchołków w przekroju czołowym e_{at2} [mm]:

$$e_{at2} = d_{a2} \cdot \left(\frac{e_{t2}}{d_2} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{at2} \right) \quad (7.108)$$

$$e_{at2} = 142,373 \cdot \left(\frac{2,326}{139,133} - 0,01624321 + 0,02565061 \right) = 3,720 \text{ mm}$$

- grubość zęba zębnika na walcu wierzchołków w przekroju normalnym s_{an1} [mm]:

$$s_{an1} \cong s_{at1} \cdot \cos \beta_{a1} = 0,952 \cdot \cos 15,52^\circ = 0,917 \text{ mm} \quad (7.109)$$

gdzie: β_{a1} [°] – kąt pochylenia linii zęba zębnika na walcu wierzchołków:

$$\operatorname{tg} \beta_{a1} = \frac{d_{a1}}{d_1} \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{39,594}{35,556} \cdot \operatorname{tg} 14^\circ = 0,2776 \Rightarrow \beta_{a1} = 15,52^\circ \quad (7.110)$$

- grubość zęba koła na walcu wierzchołków w przekroju normalnym s_{an2} [mm]:

$$s_{an2} \cong s_{at2} \cdot \cos \beta_{a2} = 1,251 \cdot \cos 14,31^\circ = 1,212 \text{ mm} \quad (7.111)$$

gdzie: β_{a2} [°] – kąt pochylenia linii zęba koła na walcu wierzchołków:

$$\operatorname{tg} \beta_{a2} = \frac{d_{a2}}{d_2} \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{142,373}{139,133} \cdot \operatorname{tg} 14^\circ = 0,2551 \quad \beta_{a2} = 14,31^\circ \quad (7.112)$$

- grubość wrębu zębnika na walcu wierzchołków w przekroju normalnym e_{an1} [mm]:

$$e_{an1} = e_{at1} \cdot \cos \beta_{a1} = 4,456 \cdot \cos 15,52^\circ = 4,294 \text{ mm} \quad (7.113)$$

- grubość wrębu koła na walcu wierzchołków w przekroju normalnym e_{an2} [mm]:

$$e_{an2} = e_{at2} \cdot \cos \beta_{a2} = 3,719 \cdot \cos 14,31^\circ = 3,604 \text{ mm} \quad (7.114)$$

- nominalny czółowy wskaźnik zazębienia $\varepsilon_{\alpha nom}$:

$$\varepsilon_{\alpha nom} = \frac{1}{2\pi} \left[z_1 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{d_{b1}} \right)^2 - 1} - \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) + z_2 \cdot \left(\frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{d_{b2}} \right)^2 - 1} - \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \right]$$

$$\varepsilon_{\alpha nom} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[23 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{39,594}{33,291} \right)^2 - 1} - \operatorname{tg} 21,6709^\circ \right) + \right.$$

$$\left. + 90 \cdot \left(\frac{90}{|90|} \cdot \sqrt{\left(\frac{142,373}{130,269} \right)^2 - 1} - \operatorname{tg} 21,6709^\circ \right) \right] = 1,527 \quad (7.115)$$

- długość odcinka przyporu g_α [mm]:

$$g_\alpha = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} + \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} - 2a \cdot \sin \alpha_{wt} \right]$$

$$g_\alpha = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{39,094^2 - 33,291^2} + \sqrt{141,873^2 - 130,269^2} - 2 \cdot 88 \cdot \sin 21,6709^\circ \right]$$

$$g_\alpha = 5,849 \text{ mm} \quad (7.116)$$

- długość wżębiania g_f i wyżębiania g_a [mm]:

$$g_f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} - d_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \quad (7.117)$$

$$g_f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{90}{|90|} \cdot \sqrt{141,873^2 - 130,269^2} - 130,269 \cdot \operatorname{tg} 21,6709^\circ \right) = 2,216 \text{ mm}$$

$$g_a = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} - d_{b1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) \quad (7.118)$$

$$g_a = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{39,094^2 - 33,291^2} - 33,291 \cdot \operatorname{tg} 21,6709^\circ \right) = 3,633 \text{ mm}$$

– czołowy wskaźnik zazębienia ε_α :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_{et}} = \frac{g_a + g_f}{p_{et}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0,799 + 0,487 = 1,286 \quad (7.119)$$

gdzie: ε_1 – wskaźnik głowy zęba zębnika „1”:

$$\varepsilon_1 = \frac{g_a}{p_{et}} = \frac{1}{2\pi} \cdot z_1 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{d_{Na1}}{d_{b1}} \right)^2} - 1 - \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) = \frac{3,633}{4,548} = 0,799 \quad (7.120)$$

ε_2 – wskaźnik głowy zęba koła „2”:

$$\varepsilon_2 = \frac{g_f}{p_{et}} = \frac{1}{2\pi} \cdot z_2 \cdot \left(\frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_{Na2}}{d_{b2}} \right)^2} - 1 - \operatorname{tg} \alpha_{wt} \right) = \frac{2,216}{4,548} = 0,487 \quad (7.121)$$

– poskokowy wskaźnik zazębienia ε_β :

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_w \cdot \operatorname{tg} |\beta_b|}{p_{et}} = \frac{b_w \cdot \sin |\beta_b|}{p_{en}} = \frac{b_w \cdot \operatorname{tg} |\beta|}{p_t} = \frac{b_w \cdot \sin |\beta|}{p_n} = \frac{b_w \cdot \sin |\beta|}{\pi \cdot m_n}$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{40 \cdot \sin 14^\circ}{\pi \cdot 1,5} = 2,053 \quad (7.122)$$

gdzie: b [mm] – szerokość zazębienia:

(najczęściej $b = \min(b_1, b_2) = \min(42, 40)$, czyli $b = 40$ mm).

– wskaźnik zazębienia całkowity ε_γ :

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = 1,286 + 2,053 = 3,339 \quad (7.123)$$

7.3.3. Wartości graniczne długości pomiarowej przez k zębów

Dla zębnika „1”:

– długość pomiarowa $W_1^{(k)}$ [mm] zębnika ($z_1 = 23$):

- wielkość pomiarowa przez k_1 zębów:

$$W_1^{(k)} = m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot \left[\left(k_1 - \frac{z_1}{2|z_1|} \right) \cdot \pi + z_1 \cdot \operatorname{inv} \alpha_t \right] + 2 \cdot x_1 \cdot m_n \cdot \sin \alpha_n$$

$$W_1^{(4)} = 1,5 \cdot \cos 20^\circ \cdot \left[\left(4 - \frac{1}{2} \right) \cdot \pi + 23 \cdot 0,01624321 \right] + 2 \cdot 0,357 \cdot 1,5 \cdot \sin 20^\circ$$

$$W_1^{(4)} = 16,392 \text{ mm} \quad (7.124)$$

gdzie:

k_1 - pomiarowa liczba zębów (wrębów):

$$k_1 = \frac{z_1}{|z_1|} \cdot \operatorname{int eger} \left[\frac{z_1}{\pi} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{vt1}}{\cos^2 \beta_b} - 2 \cdot \frac{x_1}{z_1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_n - \operatorname{inv} \alpha_t \right) \cdot \frac{z_1}{|z_1|} + 1 \right] \quad (7.125)$$

$$k_1 = \operatorname{int eger} \left[\frac{23}{\pi} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} 24,644^\circ}{\cos^2 13,140^\circ} - \frac{2 \cdot 0,357 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{23} - 0,01624321 \right) + 1 \right] = 4$$

$\alpha_{vt1} [^\circ]$ – kąt zarysu na walcu odniesienia (V) o średnicy d_{v1} [mm]:

$$\cos \alpha_{vt1} = \frac{\cos \alpha_t}{1 + 2 \cdot \frac{x_1}{z_1} \cos \beta} = \frac{\cos 20,5617^\circ}{1 + 2 \cdot \frac{0,357}{23} \cdot \cos 14^\circ} = 0,9089$$

$$\cos \alpha_{vt1} = 24,644^\circ \quad (7.126)$$

$\beta_b [^\circ]$ – kąt pochylenia linii zęba na walcu zasadniczym o średnicy d_{b1} [mm]:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha_t = \operatorname{tg} 14^\circ \cdot \cos 20,5617^\circ = 0,23344 \Rightarrow$$

$$\beta_b = 13,140^\circ \quad (7.127)$$

Uwaga: minimalna szerokość zębniaka o zębach skośnych, przy której pomiar jest pewny:

- dla ostrych krawędzi czołowych zęba:

$$b_1 \geq W_1^{(k)} \cdot \sin |\beta_b| + (1,2 + 0,018 \cdot W_1^{(k)}) \cdot \cos \beta_b \quad (7.128)$$

$$b_1 \geq 16,392 \cdot \sin 13,140^\circ + (1,2 + 0,018 \cdot 16,392) \cdot \cos 13,140^\circ = 5,182 \text{ mm}$$

- dla sfazowanych krawędzi czołowych zęba:

$$b_1 \geq W_1^{(k)} \cdot \sin |\beta_b| + (2,0 + 0,03 \cdot W_1^{(k)}) \cdot \cos \beta_b \quad (7.129)$$

$$b_1 \geq 16,392 \cdot \sin 13,140^\circ + (2 + 0,03 \cdot 16,392) \cdot \cos 13,140^\circ = 6,153 \text{ mm}$$

Wartości graniczne długości pomiarowej zębniaka dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatych – C (w tym rodzaju tolerancji T_{jn} luzu bocznego – c) oraz 6 klasy dokładności według wymagań dotyczących płynności pracy (według PN-79/M-88522.01) [34].

- z (tabeli 7.1), dobiera się najmniejszą odchyłkę długości pomiarowej dla przyjętych rodzajów pasowania współpracujących kół zębatych i klasy dokładności według wymagań dotyczących płynności pracy oraz obliczonej wartości średnicy podziałowej $d_f = 35,556 \leq 80$:

$$E_{ws} = -0,050 \quad (-50 \mu m) \quad (7.130)$$

Tabela 7.1

Najmniejsze odchyłki długości pomiarowej E_{wmsl} oraz E_{ws} dla kół z uzębieniem zewnętrznym (według PN-79/M-88522.01) [34]

Rodzaj pasowania	Klasa dokładności	Średnica podziałowa d w mm				
		do 80	do 125	do 180	do 250	do 315
		μm				
D	3 do 6	-30	-35	-40	-50	-55
	7	-35	-40	-50	-55	-60
C	3 do 6	-50	-60	-70	-80	-90
	7	-55	-70	-70	-80	-100

E_{wmsl} – najmniejsza odchyłka średniej długości pomiarowej (I składnik)
 E_{ws} – najmniejsza odchyłka długości pomiarowej

- z tabeli 7.2 dobiera się tolerancję długości pomiarowej dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatych oraz dopuszczalnego bicia promieniowego uzębienia $F_r = 0,025$ (dobranego z tabeli 7.3) dla 6 klasy dokładności, modułu $m_n = 1,5$ mm oraz średnicy podziałowej $d_f = 35,556 \leq 125$ mm :

$$T_w = 0,055 \quad (55 \mu m) \quad (7.131)$$

Tabela 7.2

Tolerancja długości pomiarowej T_w według PN-79/M-88522.01 [34]

Rodzaj pasowania	Dopuszczalne bicie promieniowe F_r w μm						
	(12+16)	Do 20	do 25	do 32	do 40	do 50	Do 60
	μm						
D	30	35	40	50	55	60	70
C	40	50	55	60	70	80	100

Tabela 7.3

Dopuszczalne bicie promieniowe uzębienia F_r według PN-79/M-88522.01 [34]

Klasa dokładności	Moduł m_n	Średnica podziałowa d w mm	
		do 125	do 400
		μm	
5	od 1 do 3,5 do 6,3	16	22
		18	25
6	od 1 do 3,5 do 6,3	25	36
		28	40
7	od 1 do 3,5 do 6,3	36	50
		40	56

- dolna odchyłka graniczna długości pomiarowej zębownika:

$$E_{Wi} = E_{Ws} - T_W = -0,050 - 0,055 = -0,105 \text{ mm} \quad (7.132)$$

- tolerowana wartość długości pomiarowej zębownika:

$$W_1^{(4)} \begin{matrix} E_{Ws} \\ E_{Wi} \end{matrix} = 16,392 \begin{matrix} -0,050 \\ -0,105 \end{matrix} = 16 \begin{matrix} +0,342 \\ +0,287 \end{matrix} \quad (7.133)$$

Dla koła „2”:

- długość pomiarowa $W_2^{(k)}$ [mm] koła ($z_2 = 90$)

- wielkość pomiarowa przez k_2 zębów:

$$W_2^{(k)} = m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot \left[\left(k_2 - \frac{z_2}{2|z_2|} \right) \cdot \pi + z_2 \cdot \text{inv } \alpha_t \right] + 2 \cdot x_2 \cdot m_n \cdot \sin \alpha_n$$

$$W_2^{12} = 1,5 \cdot \cos 20^\circ \cdot \left[\left(12 - \frac{1}{2} \right) \cdot \pi + 90 \cdot 0,0162 \right] + 2 \cdot 0,091 \cdot 1,5 \cdot \sin 20^\circ$$

$$W_2^{12} = 53,078 \text{ mm} \quad (7.134)$$

gdzie:

 k_2 – pomiarowa liczba zębów (wrębów):

$$k_2 = \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \text{integer} \left[\frac{z_2}{\pi} \cdot \left(\frac{\text{tg } \alpha_{vt2}}{\cos^2 \beta_b} - 2 \cdot \frac{x_2}{z_2} \cdot \text{tg } \alpha_n - \text{inv } \alpha_t \right) \cdot \frac{z_2}{|z_2|} + 1 \right] \quad (7.135)$$

$$k_2 = \text{integer} \left[\frac{90}{\pi} \cdot \left(\frac{\text{tg } 20,859^\circ}{\cos^2 13,140^\circ} - \frac{2 \cdot 0,091 \cdot \text{tg } 20^\circ}{90} - 0,01624321 \right) + 1 \right] = 12$$

 α_{vt2} [°] – kąt zarysu na walcu odniesienia (V) o średnicy d_{v2} [mm]:

$$\cos \alpha_{vt2} = \frac{\cos \alpha_t}{1 + 2 \cdot \frac{x_2}{z_2} \cdot \cos \beta} = \frac{\cos 20,5617^\circ}{1 + 2 \cdot \frac{0,091}{90} \cdot \cos 14^\circ} = 0,93446$$

$$\cos \alpha_{vt2} = 20,859^\circ \quad (7.136)$$

Uwaga: minimalna szerokość koła o zębach skośnych, przy której pomiar jest pewny:

- dla ostrych krawędzi czołowych zęba:

$$b_2 \geq W_2^{(k)} \cdot \sin |\beta_b| + (1,2 + 0,018 \cdot W_2^{(k)}) \cdot \cos \beta_b \quad (7.137)$$

$$b_2 \geq 53,078 \cdot \sin 13,140^\circ + (1,2 + 0,018 \cdot 53,078) \cdot \cos 13,140^\circ = 14,165 \text{ mm}$$

- dla sfazowanych krawędzi czołowych zęba:

$$b_2 \geq W_2^{(k)} \cdot \sin |\beta_b| + (2,0 + 0,03 \cdot W_2^{(k)}) \cdot \cos \beta_b \quad (7.138)$$

$$b_2 \geq 53,078 \cdot \sin 13,140^\circ + (2 + 0,03 \cdot 53,078) \cdot \cos 13,140^\circ = 15,565 \text{ mm}$$

- wartości graniczne długości pomiarowej koła dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatach – C (w tym rodzaju tolerancji T_{jn} luzu bocznego – c) oraz 6 klasy dokładności według wymagań dotyczących płynności pracy (według PN-79/M-88522.01) [34].

- z tabeli 7.1 dobiera się najmniejszą odchyłkę długości pomiarowej dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatach i klasy dokładności według wymagań dotyczących płynności pracy oraz obliczonej wartości średnicy podziałowej $d_2 = 139,133 \leq 180$:

$$E_{Ws} = -0,070 \quad (-70 \mu\text{m}) \quad (7.139)$$

- z tabeli 7.2 dobiera się tolerancję długości pomiarowej dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatach oraz dopuszczalnego bicia promieniowego uzębienia $F_r = 0,036$, dobranego z tabeli 7.3 dla 6 klasy dokładności, modułu $m_n = 1,5 \text{ mm}$ oraz średnicy podziałowej $d_f = 139,133 \leq 400 \text{ mm}$:

$$T_W = 0,070 \quad (70 \mu\text{m}) \quad (7.140)$$

- dolna odchyłka graniczna długości pomiarowej koła:

$$E_{Wi} = E_{Ws} - T_W = -0,070 - 0,070 = -0,140 \text{ mm} \quad (7.141)$$

- tolerowana wartość długości pomiarowej koła:

$$W_{2 \frac{E_{Ws}}{E_{Wi}}}^{12E_{Ws}} = 53,078_{-0,140}^{-0,070} = 53_{-0,062}^{+0,008} \quad (7.142)$$

7.3.4. Wartości graniczne wymiaru średnicowego przez dwa wałeczki

Dla zębnika „1”

- wymiar średnicowy zębnika M_{dk1} [mm], (z nieparzystą liczbą zębów $z_1 = 23$):

$$M_{dk1} = d_{K1} + D_{M1} = 37,779 + 2,75 = 40,529 \text{ mm} \quad (7.143)$$

- średnica kulki D_{M1} [mm]:

$$D_{M1} \cong z_{nM1} \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{KnM1} - \operatorname{tg} \alpha_{vnM1}) \quad (7.144)$$

$$D_{M1} \cong 25,406 \cdot 1,5 \cdot \cos 20^\circ \cdot (\operatorname{tg} 27,5364^\circ - \operatorname{tg} 23,936^\circ) = 2,77 \text{ mm}$$

gdzie: z_{nM1} – zastępcza liczba zębów przy pomiarze przez kulki lub wałeczki:

$$z_{nM1} = \frac{z_1}{\cos^{3,3} \beta} = \frac{23}{\cos^{3,3} 14^\circ} = 25,406 \quad (7.145)$$

$$\cos \alpha_{vnM1} = \frac{z_{nM1} \cdot \cos \alpha_n}{z_{nM1} + 2x_1} = \frac{25,406 \cdot \cos 20^\circ}{25,406 + 2 \cdot 0,357} = 0,9140 \Rightarrow \alpha_{vnM1} = 23,936^\circ$$

$$\alpha_{KnM1} = \operatorname{tg} \alpha_{vnM1} - \operatorname{inv} \alpha_n + \frac{\pi - 4 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2 \cdot z_{nM1}} \quad (7.146)$$

$$\alpha_{KnM1} = \operatorname{tg} 23,936^\circ - 0,01490438 + \frac{\pi - 4 \cdot 0,357 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{2 \cdot 25,406} = 0,4806 \text{ rad}$$

$$\alpha_{KnM1} = 0,4806 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 27,5364^\circ$$

$$\operatorname{inv} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_n - \hat{\alpha}_n = \operatorname{tg} 20^\circ - 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,01490438 \quad (7.147)$$

Znormalizowana średnica nominalna kulki pomiarowej $D_{M1} = 2,75 \text{ mm}$, dobrana z tabeli 3.4:

- średnica okręgu na którym leżą środki kulek d_k [mm]:

$$d_{K1} = d_1 \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{Kt1}} = 35,556 \cdot \frac{\cos 20,5617^\circ}{\cos 28,213^\circ} = 37,779 \text{ mm} \quad (7.148)$$

gdzie:

$$\operatorname{inv} \alpha_{Kt1} = \frac{D_{M1}}{z_1 \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n} - \eta_1 + \operatorname{inv} \alpha_t \quad (7.149)$$

$$\text{inv } \alpha_{Kt1} = \frac{2,75}{23 \cdot 1,5 \cdot \cos 20^\circ} - 0,05699659 + 0,01624321 = 0,04407238$$

$$\alpha_{Kt1} = 28,213^\circ$$

$$\eta_1 = \frac{\pi - 4 \cdot x_1 \cdot \text{tg } \alpha_n}{2 \cdot z_1} = \frac{\pi - 4 \cdot 0,357 \cdot \text{tg } 20^\circ}{2 \cdot 23} = 0,05699659 \quad (7.150)$$

- graniczne wymiary średnicowe zębika dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatych – C (w tym rodzaju tolerancji T_{jn} luzu bocznego – c) oraz 6 klasy dokładności według wymagań dotyczących płynności pracy (według PN-79/M-88522.01) [34]:
 - najmniejsza odchyłka wymiaru średnicowego E_{Ms} [mm], (górna odchyłka graniczna zapewniająca gwarantowany luz boczny) dla kół uzębionych zewnętrznie:

$$E_{Ms} \cong \frac{E_{Wms}}{\sin \alpha_{Kt1} \cdot \cos \beta_b} = \frac{-0,055}{\sin 28,213^\circ \cdot \cos 13,140^\circ} = -0,119 \text{ mm} \quad (7.151)$$

gdzie:

$$E_{Wms} = E_{WmsI} + E_{WmsII} = -0,050 - 0,005 = -0,055 \quad (-55 \mu\text{m}) \quad (7.152)$$

gdyż:

- I. składnik $E_{WmsI} = -0,50$ dla przyjętego rodzaju pasowania oraz danej średnicy podziałowej $d_1 = 35,556 \leq 80$ - według (tabeli 7.1),
- II. składnik $E_{WmsII} = -0,005$ - według (tabeli 7.4) dla dopuszczalnego bicia promieniowego uzębienia $F_r = 0,025$, dobrego z (tabeli 7.1) dla 6 klasy dokładności, modułu $m_n = 1,5 \text{ mm}$ oraz średnicy podziałowej $d_1 = 35,556 \leq 125 \text{ mm}$):

Tabela 7.4

Najmniejsze odchyłki średniej długości pomiarowej E_{WmsII} (II składnik) dla kół z uzębieniem zewnętrznym według PN-79/M-88522.01 [34]

Dopuszczalne bicie promieniowe F_r w μm						
od 12 do 16	do 20	do 25	do 32	do 40	do 50	do 60
μm						
-30	-35	-40	-50	-55	-60	-70
-40	-50	-55	-60	-70	-80	-100

- tolerancja wymiaru średnicowego T_M [mm]:

$$T_M \cong \frac{T_{Wm}}{\sin \alpha_{Kt1} \cdot \cos \beta_b} = \frac{0,045}{\sin 28,213^\circ \cdot \cos 13,140^\circ} = 0,098 \text{ mm} \quad (7.153)$$

gdzie: $T_{Wm} = 0,045$ dla przyjętego rodzaju pasowania i $F_r = 0,025 \mu\text{m}$ - według (tabeli 7.5)

Tabela 7.5

Tolerancja średniej długości pomiarowej T_{wm} według PN-79/M-88522.01 [34]

Rodzaj pasowania	Dopuszczalne bicie promieniowe F_r w μm							
	do 12	do 16	do 20	do 25	do 32	do 40	do 50	do 60
	μm							
D	25	25	28	30	35	40	40	40
C	30	35	40	45	45	50	60	70

- dolna odchyłka graniczna E_{Mi} [mm]:

$$E_{Mi} = E_{Ms} - T_M = -0,119 - 0,098 = -0,217 \text{ mm} \quad (7.154)$$

- tolerowany wymiar średnicowy:

$$M_{dK1} \begin{smallmatrix} E_{ms} \\ E_{mi} \end{smallmatrix} = 40,529 \begin{smallmatrix} -0,119 \\ -0,217 \end{smallmatrix} = 40 \begin{smallmatrix} +0,410 \\ +0,312 \end{smallmatrix} \quad (7.155)$$

Dla koła „2”:

- wymiar średnicowy koła M_{dK2} [mm], (z parzystą liczbą zębów $z_2 = 90$):

$$M_{dK2} = d_{K2} + D_{M2} = 139,308 + 2,5 = 141,808 \text{ mm} \quad (7.156)$$

- średnica kulki D_{M2} [mm]:

$$D_{M2} \cong z_{nM2} \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{KnM2} - \operatorname{tg} \alpha_{vnM2}) \quad (7.157)$$

$$D_{M2} \cong 99,417 \cdot 1,5 \cdot \cos 20^\circ \cdot (\operatorname{tg} 21,2190^\circ - \operatorname{tg} 20,2850^\circ) = 2,612 \text{ mm}$$

gdzie: z_{nM2} – zastępcza liczba zębów przy pomiarze przez kulki lub wałeczki:

$$z_{nM2} = \frac{z_2}{\cos^{3,3} \beta} = \frac{90}{\cos^{3,3} 14^\circ} = 99,417 \quad (7.158)$$

$$\cos \alpha_{vnM2} = \frac{z_{nM2} \cdot \cos \alpha_n}{z_{nM2} + 2x_2} = \frac{99,417 \cdot \cos 20^\circ}{99,417 + 2 \cdot 0,091} = 0,93798 \Rightarrow \alpha_{vnM2} = 20,2850^\circ$$

$$\alpha_{KnM2} = \operatorname{tg} \alpha_{vnM2} - \operatorname{inv} \alpha_n + \frac{\pi - 4 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n}{2 \cdot z_{nM2}} \quad (7.159)$$

$$\alpha_{KnM1} = \operatorname{tg} 23,936^\circ - 0,01490438 + \frac{\pi - 4 \cdot 0,357 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{2 \cdot 25,406} = 0,4806 \text{ rad} \quad (7.160)$$

$$\alpha_{KnM2} = 0,37034 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 21,2190^\circ \quad (7.161)$$

Znormalizowana średnica nominalna kulki pomiarowej $D_{M2} = 2,5 \text{ mm}$, dobrana z tabeli 3.4.

- średnica okręgu na którym leżą środki kulek d_{K2} [mm]:

$$d_{K2} = d_2 \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{Kt2}} = 139,133 \cdot \frac{\cos 20,5617^\circ}{\cos 20,7530^\circ} = 139,308 \text{ mm} \quad (7.162)$$

gdzie:

$$\text{inv } \alpha_{Kt2} = \frac{D_{M2}}{z_2 \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n} - \eta_2 + \text{inv } \alpha_t \quad (7.163)$$

$$\text{inv } \alpha_{Kt2} = \frac{2,5}{90 \cdot 1,5 \cdot \cos 20^\circ} - 0,01671726 + 0,01624321 = 0,01923294$$

$$\alpha_{Kt2} = 20,7530^\circ$$

$$\eta_2 = \frac{\pi - 4 \cdot x_2 \cdot \text{tg } \alpha_n}{2 \cdot z_2} = \frac{\pi - 4 \cdot 0,091 \cdot \text{tg } 20^\circ}{2 \cdot 90} = 0,01671726 \quad (7.164)$$

- graniczne wymiary średnicowe koła dla przyjętego rodzaju pasowania współpracujących kół zębatych – C (w tym rodzaju tolerancji T_{jn} luzu bocznego – c) oraz 6 klasy dokładności według wymagań dotyczących płynności pracy (według PN-79/M-88522.01) [34]:

- najmniejsza odchyłka wymiaru średnicowego E_{Ms} (górna odchyłka graniczna zapewniająca gwarantowany luz boczny) dla kół uzębionych zewnętrznie:

$$E_{Ms} \cong \frac{E_{Wms}}{\sin \alpha_{Kt2} \cdot \cos \beta_b} = \frac{-0,079}{\sin 20,753^\circ \cdot \cos 13,140^\circ} = -0,229 \quad (7.165)$$

gdzie:

$$E_{Wms} = E_{Wmsl} + E_{Wmsll} = -0,070 - 0,009 = -0,079 \quad (-79 \mu\text{m}) \quad (7.166)$$

gdź :

- I. składnik $E_{Wmsl} = 0,070 \text{ mm}$ dla przyjętego rodzaju pasowania oraz danej średnicy podziałowej $d_2 = 139,133 \leq 180 \text{ mm}$ - według tabeli 7.1,
- II. składnik $E_{Wmsll} = -0,009 \text{ mm}$ - według tabeli 7.4 dla dopuszczalnego bicia promieniowego uzębienia $F_r = 0,036$ dobrego z tabeli 7.3 dla 6 klasy dokładności, modułu $m_n = 1,5 \text{ mm}$ oraz średnicy podziałowej $d_2 = 139,133 \leq 400 \text{ mm}$
- tolerancja wymiaru średnicowego T_M [mm]:

$$T_M \cong \frac{T_{Wm}}{\sin \alpha_{Kt2} \cdot \cos \beta_b} = \frac{0,050}{\sin 20,753^\circ \cdot \cos 13,140^\circ} = 0,145 \text{ mm} \quad (7.167)$$

gdzie: $T_{Wm} = 0,050$ dla przyjętego rodzaju pasowania i $F_r = 0,036$ - według (tabeli 7.5)

- dolna odchyłka graniczna E_{Mi} [mm]:

$$E_{Mi} = E_{Ms} - T_M = -0,229 - 0,145 = -0,374 \text{ mm} \quad (7.168)$$

- tolerowany wymiar średnicowy

$$M_{dK2} \frac{E_{ms}}{E_{mi}} = 141,808 \frac{-0,229}{-0,374} = 141 \frac{+0,579}{+0,434} \quad (7.169)$$

7.3.5. Wymiary i parametry kół zastępczych

- zastępcza liczba zębów z_{n1}, z_{n2} :

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos^2 \beta_b \cdot \cos \beta} \approx \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{23}{\cos^2 13,140^\circ \cdot \cos 14^\circ} = 24,996 \quad (7.170)$$

$$z_{n2} = \frac{z_2}{\cos^2 \beta_b \cdot \cos \beta} = \frac{90}{\cos^2 13,140^\circ \cdot \cos 14^\circ} = 97,810 \quad (7.171)$$

- równoważna (idealna) liczba zębów z_{nW1}, z_{nW2} :

$$z_{nW1} = z_1 \cdot \frac{\text{inv } \alpha_t}{\text{inv } \alpha_n} = 23 \cdot \frac{0,01624321}{0,01490438} = 25,066 \quad (7.172)$$

$$z_{nW2} = z_2 \cdot \frac{\text{inv } \alpha_t}{\text{inv } \alpha_n} = 90 \cdot \frac{0,01624321}{0,01490438} = 98,085 \quad (7.173)$$

- średnice walców podziałowych zębniaka i koła zastępczego d_{n1}, d_{n2} [mm]:

$$d_{n1} = z_{n1} \cdot m_n = \frac{d_1}{\cos^2 \beta_b} = \frac{35,556}{\cos^2 13,140^\circ} = 37,494 \text{ mm} \quad (7.174)$$

$$d_{n2} = z_{n2} \cdot m_n = \frac{d_2}{\cos^2 \beta_b} = \frac{139,133}{\cos^2 13,140^\circ} = 146,715 \text{ mm} \quad (7.175)$$

- średnice walców zasadniczych zębniaka i koła zastępczego d_{bn1}, d_{bn2} [mm]:

$$d_{bn1} = \frac{d_{b1}}{\cos^2 \beta_b} = \frac{33,291}{\cos^2 13,140^\circ} = 35,105 \text{ mm} \quad (7.176)$$

$$d_{bn2} = \frac{d_{b2}}{\cos^2 \beta_b} = \frac{130,269}{\cos^2 13,140^\circ} = 137,368 \text{ mm} \quad (7.177)$$

- średnice walców wierzchołków zębniaka i koła zastępczego d_{an1}, d_{an2} [mm]:

$$d_{an1} = d_{n1} + (d_{a1} - d_1) = 37,494 - (39,594 - 35,556) = 41,532 \text{ mm} \quad (7.178)$$

$$d_{an2} = d_{n2} + (d_{a2} - d_2) = 146,715 + (142,373 - 139,133) = 149,955 \text{ mm} \quad (7.179)$$

- średnice walców podstaw zębnika i koła zastępczego d_{fn1} , d_{fn2} [mm]:

$$d_{fn1} = d_{n1} - (d_1 - d_{f1}) = 37,494 - (35,556 - 32,877) = 34,815 \text{ mm} \quad (7.180)$$

$$d_{fn2} = d_{n2} - (d_2 - d_{f2}) = 146,715 - (139,133 - 135,656) = 143,238 \text{ mm} \quad (7.181)$$

- zastępczy wskaźnik zazębienia (wskaźnik zazębienia czołowy zastępczej przekładni):

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{\cos^2 \beta_b} = \frac{1,286}{\cos^2 13,140^\circ} = 1,356 \quad (7.182)$$

7.3.6. Warunki prawidłowej współpracy zazębienia

- sprawdzenie warunku minimalnej grubości wierzchołka zębnika (braku zaostrenia wierzchołków zębów zębnika):

$$s_{an1} \geq 0,2 \cdot m_n \quad (7.183)$$

$$0,2 \cdot m_n = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3 \text{ mm} < s_{an1} = 0,917 \text{ mm} \text{ (spełniony).}$$

- sprawdzenie warunku minimalnej grubości wierzchołka koła (braku zaostrenia wierzchołków zębów koła):

$$s_{an2} \geq 0,2 \cdot m_n \quad (7.184)$$

$$0,2 \cdot m_n = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3 \text{ mm} < s_{an2} = 1,212 \text{ mm} \text{ (spełniony).}$$

Warunki prawidłowej współpracy wewnątrz strefy przyporu:

- warunek prawidłowej współpracy podstawy zęba zębnika z wierzchołkiem zęba koła (braku zakłócenia przyporu dla zębnika):

$$c_{N1} = 0,5 \cdot (d_{Nf1(2)} - d_{Ff1}) \geq 0,5 \cdot F_{r1} \quad (7.185)$$

$$C_{N1} = 0,5 \cdot (34,434 - 34,357) = 0,0385 \text{ mm} > 0,008 \text{ mm} \quad (7.186)$$

gdzie:

F_{r1} [mm] – odchyłka bicia promieniowego uzębienia zębnika według tabeli 4.1,

$d_{Nf1(2)}$ [mm] – średnica walca czynnego podstaw zębów zębnika „1” przy współpracy z kołem „2”:

$$d_{Nf1(2)} = \sqrt{\left(2a \cdot \sin \alpha_{wt} - \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2}\right)^2 + d_{b1}^2}$$

$$d_{Nf1(2)} = \sqrt{\left(2 \cdot 88 \cdot \sin 21,6709^\circ - \frac{90}{90} \cdot \sqrt{141,873^2 - 130,269^2}\right)^2 + 33,291^2}$$

$$d_{Nf1(2)} = 34,434 \text{ mm} \quad (7.187)$$

gdzie:

d_{Na2} [mm] – średnica walca czynnego wierzchołków zębów koła ($d_{Na2} = d_{Fa2} = d_{a2}$ – przy ostrym punktowym narożu):

$$d_{Na2} = d_{Fa2} = 141,873 \text{ mm} \quad (7.188)$$

gdyż nie przewiduje się u podstawy współpracującego koła celowego lub niezamierzonego podcięcia zęba.

d_{Fa2} [mm] – średnica walca użytecznego wierzchołków zębów koła:

$$d_{Fa2} = d_{a2} - 2 \cdot h_k = 142,373 - 2 \cdot 0,25 = 141,873 \text{ mm} \quad (7.189)$$

dla przyjętej wysokości załamania krawędzi wierzchołków $h_k = 0,25 \text{ mm}$.

d_{Ff1} [mm] – średnica walca użytecznego podstaw zębów zębownika (przy obróbce zębatką, frezem ślimakowym):

$$d_{Ff1} = \sqrt{\left[d_1 - 2m_n \cdot (h_{FaP0}^* - x_{E1})\right]^2 + 4m_n^2 \cdot (h_{FaP0}^* - x_{E1})^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha_{t0}}$$

$$d_{Ff1} = \sqrt{\left[35,556 - 2 \cdot 1,5 \cdot (1,25 - x_{E1})\right]^2 + 4 \cdot 1,5^2 \cdot (1,25 - x_{E1})^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 20^\circ}$$

$$d_{Ff1} = 34,357 \text{ mm} \quad (7.190)$$

h_{FaP0}^* - współczynnik wysokości użytecznej głowy zęba zarysu odniesienia narzędzia (h_{FaP0} [mm] - wysokość użyteczna głowy zęba zarysu odniesienia narzędzia):

$$h_{FaP0}^* = \frac{h_{FaP0}}{m_n} = \frac{h_{aP0} - \rho_{aP0} \cdot (1 - \sin \alpha_{P0})}{m_n} = h_{aP0}^* - \rho_{aP0}^* \cdot (1 - \sin \alpha_{P0}) \quad (7.191)$$

$$h_{FaP0}^* = 1,25 - 0,38 \cdot (1 - \sin 20^\circ) = 1$$

$$(\text{dla } \rho_{aP0}^* = \rho_{aP0 \max}^* = 0,38)$$

$\alpha_{P0} = \alpha_n = 20^\circ$ – kąt zarysu zęba zębówki odniesienia narzędzia (zwykle równy kątowi zarysu odniesienia koła obrabianego $\alpha_{P0} = \alpha_P$),

α_{t0} – czołowy kąt zarysu (przyporu) zęba narzędzia na walcu podziałowym (zwykle równy czołowemu kątowi zarysu (przyporu) zęba koła na walcu podziałowym $\alpha_{t0} = \alpha_t$),

X_{E1} – współczynnik obróbczego przesunięcia zarysu zębika:

$$x_{E1} = x_1 + \frac{q_1}{m_n \cdot \sin \alpha_n} + \frac{E_{s1}}{2m_n \cdot \tan \alpha_n} \quad (7.192)$$

$$\text{lub} \quad x_{E1} = x_1 + \frac{\Delta W_1 + E_W}{2m_n \cdot \sin \alpha_n} \quad (7.193)$$

$$X_{E1} = 0,357 + \frac{0,12}{1,5 \cdot \sin 20^\circ} - \frac{0,065}{2 \cdot 1,5 \cdot \tan 20^\circ} = 0,531$$

q_1 [mm] – naddatek na obróbkę wykańczającą w przekroju normalnym [34], (tabela 4.2),

E_{s1} [mm] – odchyłka grubości zęba [34], (tabela 4.3),

ΔW_1 [mm] – naddatek na obróbkę wykańczającą odniesiony do długości pomiarowej $W^{(k)}$, przy czym $\Delta W_1 = 2q_1$ [34],

E_W [mm] – odchyłki nominalnej długości pomiarowej [34].

Natomiast średnica użyteczna podstaw zębika d_{Ff1} [mm], równa średnicy czynnej podstaw zębika przy współpracy (obróbczej) z dółtukiem Fellowsa $d_{Nf1(0)}$ [mm] wynosi:

$$d_{Ff1} = d_{Nf1(0)} = \sqrt{\left[2 \cdot a_{01} \cdot \sin \alpha_{wt0} - \sqrt{d_{Fa0}^2 - d_{b0}^2}\right]^2 + d_{b1}^2} = 34,357 \text{ mm} \quad (7.194)$$

gdzie:

d_{b0} [mm] – średnica zasadnicza dółtaka, (wzór 3.74),

a_{01} [mm] – odległość osi przekładni obróbczej dółtak – zębik:

$$a_{01} = \frac{z_0 + z_1}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt0}} \quad (7.195)$$

$d_{Fa0} = d_{a0} - 2 \cdot h_K$ [mm] – użyteczna średnica wierzchołków dółtaka z załamanymi krawędziami wierzchołków.

– warunek prawidłowej współpracy podstawy zęba koła z wierzchołkiem zęba zębika (braku zakłócenia przyporu dla koła):

$$c_{N2} = 0,5 \cdot (d_{Nf2(1)} - d_{Ff2}) \geq 0,5 \cdot F_{r2} \quad (7.196)$$

$$C_{N2} = 0,5 \cdot (137,659 - 137,356) = 0,152 > 0,014 \quad (7.197)$$

gdzie:

F_{r2} [mm] – odchyłka bicia promieniowego uzębienia koła (tabela 4.1),

$d_{Nf2(1)}$ [mm] – średnica walca czynnego podstaw koła „2” przy współpracy z zębikiem „1”:

$$d_{Nf2(1)} = \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{\left(2a \cdot \sin \alpha_{wt} - \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2}\right)^2 + d_{b2}^2}$$

$$d_{Nf2(1)} = \frac{90}{|90|} \cdot \sqrt{\left(2 \cdot 88 \cdot \sin 21,6709 - \sqrt{39,094^2 - 33,291^2}\right)^2 + 130,269^2}$$

$$d_{Nf2(1)} = 137,659 \text{ mm} \quad (7.198)$$

d_{Na1} [mm] – średnica walca czynnego wierzchołków zębów zębniaka
($d_{Na1} = d_{Fa1} = d_{a1}$ - przy ostrym punktowym narożu):

$$d_{Na1} = d_{Fa1} = 39,094 \text{ mm} \quad (7.199)$$

gdyż nie przewiduje się u podstawy współpracującego koła celowego lub niezamierzonego podcięcia zęba.

d_{Fa1} [mm] – średnica walca użytecznego wierzchołków zębów zębniaka:

$$d_{Fa1} = d_{a1} - 2 \cdot h_k = 39,594 - 2 \cdot 0,25 = 39,094 \text{ mm} \quad (7.200)$$

dla przyjętej wysokości załamania krawędzi wierzchołków $h_k = 0,25 \text{ mm}$

d_{Ff2} [mm] – średnica użyteczna podstawy zębów koła:

$$d_{Ff2} = \sqrt{\left[d_2 - 2m_n \cdot (h_{FaP0}^* - x_{E2})\right]^2 + 4m_n^2 \cdot (h_{FaP0}^* - x_{E2})^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha_{t0}}$$

$$d_{Ff2} = \sqrt{(139,133 - 2 \cdot 1,5 \cdot (1,0 - 0,375))^2 + 4 \cdot 0,1,5^2 \cdot (1,0 - 0,375)^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 20^\circ} \\ = 137,356 \text{ mm} \quad (7.201)$$

x_{E2} – współczynnik obróbczego przesunięcia zarysu zębniaka:

$$x_{E2} = x_2 + \frac{q_2}{m_n \cdot \sin \alpha_n} + \frac{E_{s2}}{2m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n} \quad (7.202)$$

$$\text{lub} \quad x_{E2} = x_2 + \frac{\Delta W_2 + E_W}{2m_n \cdot \sin \alpha_n} \quad (7.203)$$

$$x_{E2} = 0,091 + \frac{0,2}{1,5 \cdot \sin 20^\circ} - \frac{0,115}{2 \cdot 1,5 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ} = 0,375 \quad (7.204)$$

- warunek prawidłowej współpracy między wierzchołkiem zęba narzędzia a podstawą zęba obrabianego zębniaka i koła o uzębieniu zewnętrznym (bez podcinania obrabianych zębów zębniaka):

$$d_{Ff1} \geq d_{b1} \quad \text{ i } \quad d_{Ff2} \geq d_{b2} \quad (7.205)$$

$$34,357 > 33,291 \quad \text{ i } \quad 137,356 > 130,269 \quad (7.206)$$

- warunek braku wystąpienia interferencji dla zębnika i koła:

$$d_{Ff1} < d_{Nf1(2)} \quad \text{ i } \quad d_{Ff2} < d_{Nf2(1)} \quad (7.207)$$

$$34,357 < 34,434 \quad \text{ i } \quad 137,356 < 137,659 \quad (7.208)$$

- warunek niewystąpienia podcięcia zęba zębnika nacinanego narzędziem typu zębatkowego:

$$x_{E1} \geq x_{Emin1} = h_{FaP0}^* - \frac{z_1 \cdot \sin^2 \alpha_t}{2 \cos \beta} \quad (7.209)$$

$$x_{Emin1} = 1,0 - \frac{23 \cdot \sin^2 20,562^\circ}{2 \cdot \cos 14^\circ} = -0,462 \quad (7.210)$$

$$x_{E1} = 0,531 > x_{Emin1} = -0,462 \quad (7.211)$$

- warunek minimalnej liczby zębów zębnika:

$$z_1 \geq z_{min1} = \frac{2 \cdot (h_{FaP0}^* - x_{E1}) \cdot \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} \quad (7.212)$$

$$z_{min1} = \frac{2 \cdot (1,0 - 0,531) \cdot \cos 14^\circ}{\sin^2 20,562^\circ} = 7,378 \quad (7.213)$$

$$z_1 = 23 > z_{min1} = 7,378 \quad (7.214)$$

7.4. Obliczenia trwałości powierzchni boku zęba kół zewnętrznych

7.4.1. Dane do obliczeń wytrzymałościowych

- szerokość wieńców zębnika i koła $b_1 = 42 \text{ mm}$, $b_2 = 40 \text{ mm}$,
- szerokość zazębienia: $b_w = b = \min(b_1, b_2) = \min(42, 40) = 40 \text{ mm}$,
- czołowy wskaźnik zazębienia $\varepsilon_\alpha = 1,286$,
- poskokowy wskaźnik zazębienia $\varepsilon_\beta = 2,053$,
- moment obrotowy zębnika (wejściowy) $T_1 = 79,2 \text{ Nm}$,
- współczynnik zastosowania $K_A = 1,25$,
- prędkość obrotowa zębnika $n_1 = 1400 \text{ obr/min}$,
- materiał kół zębatych 17HMN (nawęglany i hartowany),
- koła wykonane bez modyfikacji,
- zarys kół wykonany bez protuberancji (czyli bez celowego podcięcia stóp zębów – $s_{pr} = 0$),

- maksymalny promień zaokrąglenia krawędzi wierzchołka zęba zarysu odniesienia narzędzia $\rho_{aP0max} = 0,38 m_n$,
- dokładność wykonania kół według PN-ISO 1328-1-2 [26-28] oraz PN-79/M-88522.01 [34] – klasa 6, czyli 7 klasa według DIN 3961,
- wskaźnik zazębienia czołowy zastępczej przekładni $\varepsilon_{an} = 1,356$.

7.4.2. Maksymalne naprężenia stykowe

Dla zębika „1”:

$$\sigma_{H1} = Z_B \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP1} \quad (7.215)$$

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$\sigma_{H1} = 1 \cdot 2,365 \cdot 0,882 \cdot 189,8 \cdot 0,985 \cdot \sqrt{\frac{4455 \cdot (3,913 + 1)}{40 \cdot 35,556 \cdot 3,913}} \cdot 1,25 \cdot 1,063 \cdot 1,294 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{H1} = 1063,6 \text{ MPa} \quad (7.216)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$\sigma_{H1} = 1 \cdot 2,365 \cdot 0,882 \cdot 189,8 \cdot 0,985 \cdot \sqrt{\frac{4455 \cdot (3,913 + 1)}{40 \cdot 35,556 \cdot 3,913}} \cdot 1,25 \cdot 1,063 \cdot 1,05 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{H1} = 958,1 \text{ MPa} \quad (7.217)$$

Dla koła „2”:

$$\sigma_{H2} = Z_D \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP2} \quad (7.218)$$

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$\sigma_{H2} = 1 \cdot 2,365 \cdot 0,882 \cdot 189,8 \cdot 0,985 \cdot \sqrt{\frac{4455 \cdot (3,913 + 1)}{40 \cdot 35,556 \cdot 3,913}} \cdot 1,25 \cdot 1,063 \cdot 1,294 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{H2} = 1063,6 \text{ MPa} \quad (7.219)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$\sigma_{H2} = 1 \cdot 2,365 \cdot 0,882 \cdot 189,8 \cdot 0,985 \cdot \sqrt{\frac{4455 \cdot (3,913 + 1)}{40 \cdot 35,556 \cdot 3,913}} \cdot 1,25 \cdot 1,063 \cdot 1,05 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{H2} = 958,1 \text{ MPa} \quad (7.220)$$

- nominalna (równoważna) siła obwodowa przypadająca na jedną parę zębów, którą oblicza się w przekroju czołowym walca podziałowego dla danego nominalnego momentu obrotowego F_t [N]:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 79,2 \cdot 10^3}{35,556} \cong 4455 N \quad (7.221)$$

- współczynniki jednoparowego przyporu dla zębów zębnika i koła Z_R , Z_D :
 - dla kół walcowych zazębienia zewnętrznego o zębach skośnych i $\varepsilon_\beta \geq 1$:

$$Z_B = Z_D = 1,0 \quad (7.222)$$

- współczynnik strefy nacisku, przelicza siłę obwodową na walcu podziałowym na siłę nominalną do powierzchni zęba z uwzględnieniem wpływu krzywizny boków zęba w biegunie zazębienia Z_H :

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b \cdot \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \cdot \sin \alpha_{wt}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos 13,140^\circ \cdot \cos 21,6709^\circ}{\cos^2 20,5617^\circ \cdot \sin 21,6709^\circ}} = 2,365 \quad (7.223)$$

- współczynnik przyporu Z_ε :
 - dla kół walcowych o zębach skośnych, przy $\varepsilon_\beta \geq 1$ ($\varepsilon_\beta = 2,053$):

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,286}} = 0,882 \quad (7.224)$$

- współczynnik sprężystości $Z_E [\sqrt{MPa}]$:
 - dla współpracujących kół stalowych (tabela 2.6):

$$Z_E = 189,8 \sqrt{MPa} \quad (7.225)$$

- współczynnik kąta pochylenia linii zęba Z_β :

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 14^\circ} = 0,985 \quad (7.226)$$

- współczynnik dynamiczny dla kół walcowych o zębach prostych i skośnych o poskokowym wskaźniku zazębienia $\varepsilon_\beta \geq 1$ (praktycznie $\varepsilon_\beta > 0,9$) - K_v :

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot (F_t/b)} + K_2 \right) \cdot \frac{z_1 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1 + u^2}} \quad (7.227)$$

$$K_v = 1 + \left(\frac{13,3}{132,6} + 0,0087 \right) \cdot \frac{23 \cdot 2,606}{100} \cdot \sqrt{\frac{3,913^2}{1 + 3,913^2}} = 1,063$$

gdzie:

$K_1 = 13,3$ (dla 6 klasy dokładności według ISO i PN) i $K_2 = 0,0087$ - według tabeli 6.1,

v [m/s] – prędkość obwodowa zębnika:

$$v = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{2 \cdot 30} = \frac{\pi \cdot 35,556 \cdot 1400}{2 \cdot 30 \cdot 1000} = 2,606 \frac{m}{s} \quad (7.228)$$

$K_A \cdot (F_t/b)$ [N/mm] – obwodowe obciążenie jednostkowe:

$$K_A \cdot (F_t/b) = 1,25 \cdot 4455/40 = 139,2 \text{ N/mm} \quad (7.229)$$

– współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu według metody C1 (uwaga: dla zębniaka ułożyskowanego symetrycznie, czyli tylko dla przekładni jednostopniowych) - $K_{H\beta}$: 1 sposób:

- dla przekładni o zębach prostych i skośnych bez modyfikacji linii zęba:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{4000}{3\pi} \cdot \chi_\beta \cdot \frac{c_\gamma}{E} \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)^2 \left[5,12 + \left(\frac{b}{d_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{b} - \frac{7}{12}\right) \right] + \frac{\chi_\beta \cdot c_\gamma \cdot f_{ma}}{2F_m / b}$$

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{4000}{3\pi} \cdot 0,85 \cdot \frac{18,7}{206000} \cdot \left(\frac{40}{35,556}\right)^2 \left[5,12 + \left(\frac{40}{35,556}\right)^2 \cdot \left(\frac{85}{40} - \frac{7}{12}\right) \right] + \frac{0,85 \cdot 18,7 \cdot 0,012}{2 \cdot (5919,6/40)} = 1,294 \quad (7.230)$$

gdzie:

F_m [N] – miarodajna średnia siła obwodowa:

$$F_m = K_A \cdot K_v \cdot F_t = K_v \cdot F_t = 1,25 \cdot 1,063 \cdot 4455 = 5919,6 \text{ N} \quad (7.231)$$

f_{ma} [μm] – odchyłka linii styku wynikająca z błędów wykonania, w przybliżeniu:

$$f_{ma} = \max(F_{\beta 1}, F_{\beta 2}) \quad (7.232)$$

$$f_{ma} = \max(F_{\beta 1}, F_{\beta 2}) = \max(0,012; 0,002) = 0,012 \quad (7.233)$$

gdyż: odchyłki kierunku linii zęba $F_{\beta 1} = 0,012 \text{ mm}$ oraz $F_{\beta 2} = 0,009 \text{ mm}$, według tabeli 6.2, odpowiednio dla $b_1 = 42 \text{ mm}$ oraz $b_2 = 40 \text{ mm}$

E [MPa] – moduł sprężystości materiału wieńca zębatego (tabela 2.6):

$$E = 206 \cdot 10^3 \text{ MPa} \quad (7.234)$$

b, d_1, l [mm] – odpowiednio szerokość i średnica podziałowa zębniaka oraz rozstaw łożysk:

$$l = 85 \text{ mm} \quad (7.235)$$

χ_β - współczynnik dotarcia dla stali utwardzonych powierzchniowo oraz zeliwa sferoidalnego hartowanego powierzchniowo:

$$\chi_{\beta} = 0,85 \quad (7.236)$$

c_{γ} – średnia sztywność zazębienia ($c_{\gamma} \cong 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$ - dla kół o zębach prostych, $c_{\gamma} \cong 18,7 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$ - dla kół o zębach skośnych).

- dla przekładni o zębach prostych i skośnych o zazębieniu z pełną modyfikacją linii zęba (modyfikacja kąta linii zęba i beczułkowanie na szerokości wieńca):

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{\chi_{\beta} \cdot c_{\gamma} \cdot f_{ma}}{2F_m / b} \geq 1,05 \quad (7.237)$$

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{0,85 \cdot 18,7 \cdot 0,012}{2 \cdot (5919,6 / 40)} = 1,001 \quad (7.238)$$

Ponieważ wartość $K_{H\beta}$ dla kół z pełną modyfikacją jest mniejsza od wartości granicznej 1,05, tak więc $K_{H\beta} = 1,05$ (oczywiście gdyby koła zostały poddane pełnej modyfikacji).

- współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu przy obliczaniu naprężenia stykowego $K_{H\alpha}$:

$$K_{H\alpha} = 1,1 \quad (7.239)$$

- dla kół o zębach skośnych wykonanych w 6 klasie dokładności według [34] obciążonych siłą jednostkową $K_A (F_t/b) > 100 \text{ N/mm}$ zgodnie z tabelą 2.7.

7.4.3 Dopuszczalne naprężenia stykowe

- dopuszczalne naprężenie stykowe w zakresie nieograniczonej trwałości – σ_{HP} [MPa]:

$$\sigma_{HP} = \sigma_{HP \lim} = \frac{\sigma_{H \lim 1} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X}{S_{H \min}} = \quad (7.240)$$

$$\sigma_{HP1(2)} = \frac{\sigma_{HG1}}{S_{H \min}} = \frac{1300}{1,1} = 1181,8 \text{ MPa} \quad (7.241)$$

gdzie:

$\sigma_{HP \lim}$ [MPa] – dopuszczalne bazowe naprężenie stykowe,

$\sigma_{H \lim 1(2)}$ [MPa] – bazowe naprężenie stykowe jako największa wartość naprężenia stykowego dla danego materiału, która może być przeniesiona przez co najmniej $2 \cdot 10^6$ do $5 \cdot 10^7$ cykli obciążeń, w przypadku dopuszczalnej pewnej liczby wgłębień 10^9 cykli, (tabela 2.4):

$$\sigma_{H\lim 1(1\%)} = \sigma_{H\lim 2(1\%)} = 1300 \text{ MPa} \quad (7.242)$$

$\sigma_{HG1(2)}$ [MPa] – graniczna wytrzymałość boku zęba (zębnika lub koła) na zmęczenie stykowe równa dopuszczalnemu naprężeniu stykowemu σ_{HP} przy $S_{Hmin} = 1$ (w zakresie nieograniczonej trwałości zmęczeniowej),

$$\sigma_{HG1(2)} = \sigma_{HP1(2)} \cdot S_{Hmin} \quad (7.243)$$

$$\sigma_{HG1(2)} = \sigma_{H\lim 1(2)} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X \quad (7.244)$$

$$\sigma_{HG1(2)} = 1300 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1300 \text{ MPa} \quad (7.245)$$

S_{Hmin} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na wgłębienia zmęczeniowe, zalecana wartość $S_{Hmin} = 1,1$ (tabela 6.5),

Z_{NT} – współczynnik trwałości, dla zakresu trwałości nieograniczonej według tabeli 2.5 współczynnik $Z_{NT} = 1$ dla stali nawęglanych oraz $N_L = 5 \cdot 10^7$,

Z_W – współczynnik kojarzenia (umocnienia) materiału dla zakresu trwałości nieograniczonej, według metody C współczynnik $Z_W = 1,0$,

Z_L, Z_V, Z_R – współczynniki wpływu filmu smarowego dla kół szlifowanych przy $R_{z10} \leq 4 \mu\text{m}$, $Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R = 1,0$,

Z_X – współczynnik wielkości dla zakresu trwałości nieograniczonej, według (tabeli 6.4), współczynnik $Z_X = 1,0$.

– statyczne dopuszczalne naprężenie stykowe dla zębnika i koła $\sigma_{HPsta1(2)}$ [MPa]:

W przypadku, gdy nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa ze względu na pitting $\sigma_{H\lim 1(1\%)}, \sigma_{H\lim 2(1\%)}$, została wyznaczona dla kół-próbek na stanowisku mocy zamkniętej (najczęściej stosowana), wtedy:

$$\sigma_{HPstat1,2} = \frac{\sigma_{H\lim 1,2} \cdot Z_{NT}}{S_{Hmin}} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_{R1,2} \cdot Z_{W1,2} \cdot Z_{X1,2} \quad (7.246)$$

gdzie:

$\sigma_{HPstat1} = \sigma_{HPstat1(1\%)}$, $\sigma_{HPstat2} = \sigma_{HPstat2(1\%)}$ jest statycznym dopuszczalnym naprężeniem stykowym odpowiednio powierzchni zęba zębnika i koła dla prawdopodobieństwa uszkodzenia równego 1%;

$\sigma_{HGstat1} = \sigma_{HGstat1(1\%)}$, $\sigma_{HGstat2} = \sigma_{HGstat2(1\%)}$ jest graniczną statyczną wytrzymałością stykową odpowiednio zęba zębnika i koła,

zwaną również dopuszczalnym statycznym naprężeniem stykowym σ_{HP} przy współczynniku bezpieczeństwa $S_{H\min} = 1$,

$$\sigma_{HG\text{stat}1,2} = \sigma_{H\text{lim}1,2} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_v \cdot Z_{R1,2} \cdot Z_{W1,2} \cdot Z_{X1,2} \quad (7.247)$$

$$\sigma_{HG\text{stat}1} = 1300 \cdot 1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2080 \text{ MPa} \quad (7.248)$$

$$\sigma_{HG\text{stat}2} = 1300 \cdot 1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2080 \text{ MPa} \quad (7.249)$$

Z_{NT} – współczynnik trwałości dla zakresu statycznego według tabeli 2.5, dla stali nawęglanych oraz $N_L = 10^5$:

$$Z_{NT} = 1,6 \quad (7.250)$$

Z_W – współczynnik kojarzenia materiału, według metody C współczynnik:

$$Z_W = 1,0 \quad (7.251)$$

Z_L, Z_v, Z_R – współczynnik wpływu filmu smarowego (odpowiednio smar, prędkości i chropowatości) dla zakresu wytrzymałości statycznej:

$$Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R = 1,0 \quad (7.252)$$

Z_X – współczynnik wielkości dla zakresu wytrzymałości statycznej, według tabeli 6.4:

$$Z_X = 1,0 \quad (7.253)$$

7.4.4. Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na naprężenia stykowe

- obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na naprężenia stykowe dla zakresu nieograniczonej trwałości zmęczeniowej, obliczany oddzielnie dla zębniaka i koła, $S_{H1(2)}$:

$$S_{H1(2)} = \frac{\sigma_{HG1(2)}}{\sigma_{H1(2)}} = \frac{\sigma_{H\text{lim}1(2)} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X}{\sigma_{H1(2)}} \quad (7.254)$$

dla zębniaka „1”:

- bez modyfikacji linii zęba:

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{HG1}}{\sigma_{H1}} = \frac{1300}{1063,6} = 1,22 > S_{H\min} = 1,1 \quad (7.255)$$

- z pełną modyfikacją linii zęba:

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{HG1}}{\sigma_{H1}} = \frac{1300}{958,1} = 1,36 > S_{H\min} = 1,1 \quad (7.256)$$

dla koła „2”:

- bez modyfikacji linii zęba:

$$S_{H2} = \frac{\sigma_{HG2}}{\sigma_{H2}} = \frac{1300}{1063,6} = 1,22 > S_{Hmin} \quad (7.257)$$

- z pełną modyfikacją linii zęba:

$$S_{H2} = \frac{\sigma_{HG2}}{\sigma_{H2}} = \frac{1300}{958,1} = 1,36 > S_{Hmin} \quad (7.258)$$

- obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na naprężenia stykowe dla zakresu statycznej wytrzymałości boku zęba:

$$S_{Hstat1(2)} = \frac{\sigma_{HGstat1(2)}}{\sigma_{H1(2)}} = \frac{\sigma_{HPstat1(2)} \cdot S_{Hmin1(2)}}{\sigma_{H1(2)}} \quad (7.259)$$

dla zębika „1”:

$$S_{Hstat1} = \frac{\sigma_{HGstat1}}{\sigma_{H1}} \quad (7.260)$$

- bez modyfikacji linii zęba:

$$S_{Hstat1} = \frac{\sigma_{HGstat1}}{\sigma_{H1}} = \frac{2080}{1063,6} = 1,96 > S_{Hmin} \quad (7.261)$$

- z pełną modyfikacją linii zęba:

$$S_{Hstat1} = \frac{\sigma_{HGstat1}}{\sigma_{H1}} = \frac{2080}{958,1} = 2,17 > S_{Hmin} \quad (7.262)$$

dla koła „2”:

$$S_{Hstat2} = \frac{\sigma_{HGstat2}}{\sigma_{H2}} \quad (7.263)$$

- bez modyfikacji linii zęba:

$$S_{Hstat2} = \frac{\sigma_{HGstat2}}{\sigma_{H2}} = \frac{2080}{1063,6} = 1,96 > S_{Hmin} \quad (7.264)$$

- z pełną modyfikacją linii zęba:

$$S_{Hstat2} = \frac{\sigma_{HGstat2}}{\sigma_{H2}} = \frac{2080}{958,1} = 2,17 > S_{Hmin} \quad (7.265)$$

7.5. Obliczenia wytrzymałości zęba na zginanie

7.5.1. Maksymalne naprężenie u podstawy zęba

$$\sigma_{F1(2)} = \frac{F_t}{b_{1(2)} \cdot m_n} \cdot Y_{Fa1(2)} \cdot Y_{Sa1(2)} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \leq \sigma_{FP1(2)} \quad (7.266)$$

Dla zębnika „1”:

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$\sigma_{F1} = \frac{4455}{40 \cdot 1,5} \cdot 2,3 \cdot 1,751 \cdot 0,803 \cdot 0,883 \cdot 1,25 \cdot 1,06 \cdot 1,27 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{F1} = 392,5 \text{ MPa} \quad (7.267)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$\sigma_{F1} = \frac{4455}{40 \cdot 1,5} \cdot 2,3 \cdot 1,751 \cdot 0,803 \cdot 0,883 \cdot 1,25 \cdot 1,06 \cdot 1,05 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{F1} = 324,5 \text{ MPa} \quad (7.268)$$

Dla koła „2”

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$\sigma_{F2} = \frac{4455}{40 \cdot 1,5} \cdot 2,274 \cdot 1,797 \cdot 0,803 \cdot 0,883 \cdot 1,25 \cdot 1,06 \cdot 1,27 \cdot 1,1 = 398,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{F2} = 398,2 \text{ MPa} \quad (7.269)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$\sigma_{F2} = \frac{4455}{40 \cdot 1,5} \cdot 2,274 \cdot 1,797 \cdot 0,803 \cdot 0,883 \cdot 1,25 \cdot 1,06 \cdot 1,05 \cdot 1,1 = 329,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{F2} = 329,2 \text{ MPa} \quad (7.270)$$

gdzie:

F_t [N] – nominalna (równoważna) siła obwodowa przypadająca na jedną parę zębów, którą oblicza się w przekroju czołowym walca podziałowego dla danego nominalnego momentu obrotowego, (wzór 7.221),

$b_{1(2)}$ [mm] – szerokość uzębienia (wieńca),

m_n [mm] – moduł normalny,

$\sigma_{FP1(2)}$ [MPa] – dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba zębnika (koła).

$Y_{Fa1(2)}$ – współczynnik kształtu zęba zębnika (koła):

$$Y_{Fa1(2)} = \frac{6 \cdot \frac{h_{Fa1(2)}}{m_n} \cdot \cos \alpha_{Fan1(2)}}{\left(\frac{S_{Fn1(2)}}{m_n} \right)^2 \cdot \cos \alpha_n} \quad (7.271)$$

Wielkości potrzebne do wyznaczenia współczynnika kształtu zęba dla zębniaka Y_{Fa1} , tj. h_{Fa1} , S_{Fn1} i α_{Fan1} można wyznaczyć dokładnie tylko za pomocą metody iteracyjnej.

$$Y_{Fa1} = \frac{6 \cdot 2,001 \cdot \cos 31,17^\circ}{2,180^2 \cdot \cos 20^\circ} = 2,30 \quad (7.272)$$

- cięciwa grubości podstawy zęba S_{Fn1} :

$$\frac{S_{Fn1}}{m_n} = z_{n1} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta_1 \right) + \sqrt{3} \left(\frac{G_1}{\cos \vartheta_1} - \frac{\rho_{fP1}}{m_n} \right) \quad (7.273)$$

$$\frac{S_{Fn1}}{m_n} = 24,996 \cdot \sin (60^\circ - 50,25^\circ) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{-0,518}{\cos 50,25^\circ} - \frac{0,375 \cdot 1,5}{1,5} \right) = 2,180$$

$$G_1 = \frac{\rho_{fP1}}{m_n} - \frac{h_{fP1}}{m_n} + x_1 \quad (7.274)$$

$$G_1 = \frac{\rho_{fP1}}{m_n} - \frac{h_{fP}}{m_n} + x_1 = \frac{0,375 \cdot 1,5}{1,5} - \frac{1,25 \cdot 1,5}{1,5} + 0,357 = -0,518$$

$$h_{fP} = h_{fP1(2)} = h_{fP}^* \cdot m_n = (h_{aP}^* + c_P^*) \cdot m_n \quad (7.275)$$

$$h_{fP} = h_{fP1(2)} = (1,0 + 0,25) \cdot 1,5 = 1,875$$

przyjęto:

$$\rho_{fP} = \rho_{fP1} = \rho_{fP2} = 0,375 \cdot m_n = 0,375 \cdot 1,5 = 0,5625 \text{ mm}$$

ρ_{F1} [mm] – promień krzywej przejściowej w przekroju obliczeniowym (niebezpiecznym):

$$\frac{\rho_{F1}}{m_n} = \frac{\rho_{fP}}{m_n} + \frac{2G_1^2}{\cos \vartheta_1 \cdot (z_{n1} \cdot \cos^2 \vartheta_1 - 2G_1)} \quad (7.276)$$

$$\frac{\rho_{F1}}{m_n} = \frac{0,5625}{1,5} + \frac{2 \cdot (-0,518)^2}{\cos 50,25^\circ \cdot (24,996 \cdot \cos^2 50,25^\circ - 2 \cdot (-0,518))} = 0,450$$

Promień krzywej przejściowej zarysu odniesienia ρ_{fP} dla $c_P^* = 0,25$ oraz $\alpha_P = 20^\circ$ nie może przekroczyć wartości:

$$\rho_{fP} \leq \frac{c_P^* \cdot m_n}{1 - \sin \alpha_P} = \frac{0,25 \cdot m_n}{1 - \sin 20^\circ} = 0,38 \cdot m_n \quad (7.277)$$

i dlatego w PN-ISO 6336-3:2001 [32] współczynniki $Y_{Fa1(2)}$ i $Y_{Sa1(2)}$ wyznaczyć można z wykresów dla trzech wartości (dla $c_P^* = 0,25$ oraz $\alpha_P = 20^\circ$):

$$\rho_{fP} = 0,375 \cdot m_n, \quad \rho_{fP} = 0,3 \cdot m_n \quad \text{oraz} \quad \rho_{fP} = 0,25 \cdot m_n \quad (7.278)$$

E – stała (wspólna dla zębniaka i koła):

$$E = \frac{\pi}{4} \cdot m_n - h_{fP} \cdot \tan \alpha_n + \frac{s_{pr}}{\cos \alpha_n} - (1 - \sin \alpha_n) \cdot \frac{\rho_{fP}}{\cos \alpha_n} \quad (7.279)$$

$$E = E_1 = E_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 1,5 - 1,875 \cdot \tan 20^\circ + \frac{0}{\cos 20^\circ} - (1 - \sin 20^\circ) \cdot \frac{0,5625}{\cos 20^\circ}$$

$$E = E_1 = E_2 = 0,1018 \quad (7.280)$$

dla przyjętego wymiaru protuberancji $s_{pr} = 0$ (dla zarysu bez protuberancji, czyli bez celowego podcięcia stopy zęba).

Dla zarysu z protuberancją, wielkość celowego podcięcia krzywej przejściowej:

$$s_{pr} = pr - q \text{ mm} \quad (7.281)$$

gdzie:

pr [mm] – jest wymiarem protuberancji przed obróbką wykańczającą,

q [mm] – nadadkiem na obróbkę wykańczającą (tabela 4.2),

kąt ϑ_1 [°]:

$$\vartheta_1 = \frac{2G_1}{z_{n1}} \cdot \tan \vartheta_1 - H_1 \quad (7.282)$$

- 1) pierwsze przybliżenie (przyjmując w pierwszej iteracji początkową wartość kąta $\vartheta_{01} = \pi/3 \text{ rad}$, powyższe równanie powinno być zbieżne już po dwóch lub najwyżej trzech iteracjach):

lewa strona:

$$L_{01} = \vartheta_{01} = \pi/6 = 0,5236 \text{ rad} = 30^\circ \quad (7.283)$$

prawa strona:

$$P_{01} = \frac{2 \cdot (-0,518)}{24,996} \cdot \tan \left(\frac{\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \right) - (-0,9269) = 0,9030 \text{ rad} = 51,738^\circ$$

$$P_{01} = 51,738^\circ \quad \Rightarrow \quad L_{01} \neq P_{01} \quad (7.284)$$

2) drugie przybliżenie:

lewa strona:

$$L_{02} = g_{02} = 0,9030 \text{ rad} = 51,738^\circ \quad (7.285)$$

prawa strona:

$$P_{02} = \frac{2 \cdot (-0,518)}{24,996} \cdot \operatorname{tg} 51,738^\circ + 0,9269 = 0,8743 \text{ rad} = 50,094^\circ$$

$$P_{02} = 50,094^\circ \Rightarrow L_{02} \neq P_{02} \quad (7.286)$$

3) trzecie przybliżenie:

lewa strona:

$$L_{03} = g_{03} = 0,8743 \text{ rad} = 50,094^\circ \quad (7.287)$$

prawa strona:

$$P_{03} = \frac{2 \cdot (-0,518)}{24,996} \cdot \operatorname{tg} 50,094^\circ + 0,9269 = 0,8773 \text{ rad} = 50,266^\circ$$

$$P_{03} = 50,266^\circ \quad (7.288)$$

$$\Rightarrow L_{03} \cong P_{03}, \quad \text{czyli} \quad 50,094^\circ < g_1 < 50,266^\circ \quad (7.289)$$

Można sprawdzić, że:

$$g_1 = 50,250^\circ = 0,8770 \text{ rad} \quad (7.290)$$

$$\frac{2 \cdot (-0,518)}{24,996} \cdot \operatorname{tg} 50,250^\circ - (-0,9269) = 0,8771 \text{ rad} \cong 50,25^\circ \quad (7.291)$$

czyli ostatecznie: $g_1 = 50,25^\circ$.

$$H_1 = \frac{2}{z_{n1}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_n} \right) - \frac{\pi}{3} \quad (7.292)$$

$$H_1 = \frac{2}{z_{n1}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_n} \right) - \frac{\pi}{3} = \frac{2}{24,996} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{0,1018}{1,5} \right) - \frac{\pi}{3} = -0,9269$$

- ramię momentu gnącego h_{Fa1} [mm]:

$$\frac{h_{Fa1}}{m_n} = \frac{1}{2} \left[\left(\cos \gamma_{a1} - \sin \gamma_{a1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{Fan1} \right) \cdot \frac{d_{an1}}{m_n} - z_{n1} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3} - g_1 \right) - \frac{G_1}{\cos g_1} + \frac{\rho_{FP1}}{m_n} \right] \quad (7.293)$$

lub

$$\frac{h_{Fa1}}{m_n} = \frac{1}{2} \cdot z_{n1} \cdot \left[\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{Fa1}} - \cos \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta_1 \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\rho_{fP1}}{m_n} - \frac{G_1}{\cos \vartheta_1} \right) \quad (7.294)$$

$$\frac{h_{Fa1}}{m_n} = \frac{1}{2} \cdot 24,996 \cdot \left[\frac{\cos 20^\circ}{\cos 31,17^\circ} - \cos 9,75^\circ \right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,5625}{1,5} - \frac{(-0,518)}{\cos 50,25^\circ} \right)$$

$$\frac{h_{Fa1}}{m_n} = 2,001 \quad (7.295)$$

gdzie:

$$\alpha_{a1} = \arccos \left(\frac{d_{bn1}}{d_{a1}} \right) = \arccos \left(\frac{35,105}{41,532} \right) = 32,30^\circ \quad (7.296)$$

$$\gamma_{a1} = \left[\frac{1}{z_{n1}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) + \operatorname{inv} \alpha_n - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right] = \quad (7.297)$$

$$= \left[\frac{1}{24,996} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,357 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) + 0,01490438 - 0,06843241 \right] = 0,01971$$

$$\gamma_{a1} = 0,01971 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 1,13^\circ \quad (7.298)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a1} = \operatorname{tg} \alpha_{a1} - \hat{\alpha}_{a1} = \operatorname{tg} 32,30^\circ - 32,30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,0684324$$

- kąt przyłożenia obciążenia na wierzchołku α_{Fa1} [°]:

$$\alpha_{Fa1} = \alpha_{a1} - \gamma_{a1} = 32,30^\circ - 1,13^\circ = 31,17^\circ \quad (7.299)$$

Według wykresu (rys. 6.6) [29] dla $z_{n1} \approx 25$, $\alpha_n = 20^\circ$, $h_{aP}/m_n = 1,0$, $h_{fP}/m_n = 1,25$ oraz $x_1 = 0,357$ współczynnika kształtu dla zębika $Y_{Fa1} = 2,26$.

Wielkości potrzebne do wyznaczenia współczynnika kształtu dla koła – Y_{Fa2} , tj. h_{Fa2} , s_{Fn2} i α_{Fa2} można wyznaczyć dokładnie tylko za pomocą metody iteracyjnej

$$Y_{Fa2} = \frac{6 \cdot 1,975 \cdot \cos 22,93^\circ}{2,260^2 \cdot \cos 20^\circ} = 2,274 \quad (7.300)$$

- cięciwa grubości podstawy zęba s_{Fn2} [mm]:

$$\frac{s_{Fn2}}{m_n} = z_{n2} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta_2 \right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G_2}{\cos \vartheta_2} - \frac{\rho_{fP2}}{m_n} \right) \quad (7.301)$$

$$\frac{s_{Fn2}}{m_n} = 97,810 \cdot \sin(60^\circ - 56,84^\circ) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{-0,784}{\cos 56,84^\circ} - \frac{0,375 \cdot 1,5}{1,5} \right) = 2,260$$

$$G_2 = \frac{\rho_{fP2}}{m_n} - \frac{h_{fP2}}{m_n} + x_2 \quad (7.302)$$

$$G_2 = \frac{\rho_{fP2}}{m_n} - \frac{h_{fP2}}{m_n} + x_2 = \frac{0,375 \cdot 1,5}{1,5} - \frac{1,25 \cdot 1,5}{1,5} + 0,091 = -0,784$$

gdzie przyjęto:

$$\rho_{fP} = \rho_{fP1} = \rho_{fP2} = \rho_{fP \max} = 0,375 \cdot m_n = 0,5625 \text{ mm} \quad (7.303)$$

- ρ_{F2} [mm] – promień krzywej przejściowej w przekroju obliczeniowym:

$$\frac{\rho_{F2}}{m_n} = \frac{\rho_{fP}}{m_n} + \frac{2G_2^2}{\cos \vartheta_2 \cdot (z_{n2} \cdot \cos^2 \vartheta_2 - 2G_2)} \quad (7.304)$$

$$\frac{\rho_{F2}}{m_n} = \frac{0,5625}{1,5} + \frac{2 \cdot (-0,784)^2}{\cos 56,84^\circ \cdot (97,810 \cdot \cos^2 56,84^\circ - 2 \cdot (-0,784))} = 0,448$$

kąt ϑ_2 [°]:

$$\vartheta_2 = \frac{2G_2}{z_{n2}} \cdot \operatorname{tg} \vartheta_2 - H_2 \quad (7.305)$$

- 1) pierwsze przybliżenie (przyjmując w pierwszej iteracji początkową wartość kąta $\vartheta_{01} = \pi/3 \text{ rad}$, powyższe równanie powinno być zbieżne już po dwóch lub najwyżej trzech iteracjach):

lewa strona:

$$L_{01} = \vartheta_{01} = \pi/6 = 0,5236 \text{ rad} = 30^\circ \quad (7.306)$$

prawa strona:

$$P_{01} = \frac{2 \cdot (-0,784)}{97,810} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \right) - (-1,0165) = 1,0072 \text{ rad} = 57,708^\circ$$

$$P_{01} = 57,70^\circ \quad \Rightarrow \quad L_{01} \neq P_{01} \quad (7.307)$$

- 2) drugie przybliżenie:

lewa strona:

$$L_{02} = \vartheta_{02} = 1,0072 \text{ rad} = 57,708^\circ \quad (7.308)$$

prawa strona:

$$P_{02} = \frac{2 \cdot (-0,784)}{97,810} \cdot \operatorname{tg} 57,708^\circ + 1,0165 = 0,9911 \operatorname{rad} = 56,786^\circ$$

$$P_{02} = 56,786^\circ \quad \Rightarrow \quad L_{02} \neq P_{02} \quad (7.309)$$

3) trzecie przybliżenie:

lewa strona:

$$L_{03} = g_{03} = 0,9911 \operatorname{rad} = 56,786^\circ \quad (7.310)$$

prawa strona:

$$P_{03} = \frac{2 \cdot (-0,784)}{97,810} \cdot \operatorname{tg} 56,786^\circ + 1,0165 = 0,9920 \operatorname{rad} \quad (7.311)$$

$$P_{03} = 56,837^\circ \quad (7.312)$$

$$\Rightarrow L_{03} \cong P_{03} \quad (7.313)$$

$$\text{czyli:} \quad 56,786^\circ < g_2 < 56,837^\circ \quad (7.314)$$

Można sprawdzić, że:

$$g_2 = 56,835^\circ = 0,99196 \operatorname{rad} \quad (7.315)$$

$$\frac{2 \cdot (-0,784)}{97,810} \cdot \operatorname{tg} 56,835^\circ - (-1,0165) = 0,99197 \operatorname{rad} = 56,835^\circ \quad (7.316)$$

$$\text{czyli ostatecznie:} \quad g_2 = 56,84^\circ \quad (7.317)$$

$$H_2 = \frac{2}{z_{n2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_n} \right) - \frac{\pi}{3} \quad (7.318)$$

$$H_2 = \frac{2}{z_{n2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_n} \right) - \frac{\pi}{3} = \frac{2}{97,810} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{0,1018}{1,5} \right) - \frac{\pi}{3} = -1,0165$$

- ramię momentu gnącego h_{Fa2} [mm]:

$$\frac{h_{Fa2}}{m_n} = \frac{1}{2} \left[\left(\cos \gamma_{a2} - \sin \gamma_{a2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{Fan2} \right) \cdot \frac{d_{an2}}{m_n} - z_{n2} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3} - g_2 \right) - \frac{G_2}{\cos g_2} + \frac{\rho_{fP2}}{m_n} \right] \quad (7.319)$$

lub

$$\frac{h_{Fa2}}{m_n} = \frac{1}{2} \cdot z_{n2} \cdot \left[\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{Fan2}} - \cos \left(\frac{\pi}{3} - g_2 \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\rho_{fP2}}{m_n} - \frac{G_2}{\cos g_2} \right) \quad (7.320)$$

$$\frac{h_{Fa2}}{m_n} = \frac{1}{2} \cdot 97,810 \cdot \left[\frac{\cos 20^\circ}{\cos 22,93^\circ} - \cos 3,16^\circ \right] + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,5625}{1,5} - \frac{(-0,784)}{\cos 56,84^\circ} \right)$$

$$\frac{h_{Fa2}}{m_n} = 1,975 \quad (7.321)$$

gdzie:

$$\alpha_{an2} = \arccos \left(\frac{d_{bn2}}{d_{an2}} \right) = \arccos \left(\frac{137,368}{149,955} \right) = 23,64^\circ \quad (7.322)$$

$$\gamma_{a2} = \left[\frac{1}{z_{n2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) + \operatorname{inv} \alpha_n - \operatorname{inv} \alpha_{an2} \right] = \quad (7.323)$$

$$= \left[\frac{1}{97,810} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,091 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) + 0,01490438 - 0,025125 \right] = 0,00652$$

$$\gamma_{a2} = 0,00652 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,37^\circ \quad (7.324)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{an2} = \operatorname{tg} \alpha_{an2} - \hat{\alpha}_{an2} = \operatorname{tg} 23,64^\circ - 23,64^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0,025125$$

- kąt przyłożenia obciążenia na wierzchołku α_{Fan2} [°]:

$$\alpha_{Fan2} = \alpha_{an2} - \gamma_{a2} = 23,30^\circ - 0,37^\circ = 22,93^\circ \quad (7.325)$$

Według wykresu (rys. 6.6), [29] dla $z_{n2} \cong 100$, $\alpha_n = 20^\circ$ $h_{ap}/m_n = 1,0$, $h_{fp}/m_n = 1,25$ oraz $x_2 = 0,091$ współczynnik kształtu dla koła $Y_{Fa2} = 2,19$.

$Y_{Sa1(2)}$ – współczynnik korekcji naprężeń dla rzeczywistego zębika i koła:

$$Y_{Sa1(2)} = \left(1,2 + 0,13 \cdot L_{a1(2)} \right) \cdot q_{s1(2)}^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_{a1(2)}}} \right]} \quad (7.326)$$

$$Y_{Sa1} = \left(1,2 + 0,13 \cdot 1,089 \right) \cdot 2,422^{\left[\frac{1}{1,21 + 2,3/1,089} \right]} = 1,751 \quad (7.327)$$

$$L_{a1} = \frac{s_{Fn1}}{h_{Fa1}} = \frac{(s_{Fn1}/m_n) \cdot m_n}{(h_{Fa1}/m_n) \cdot m_n} = \frac{2,180}{2,001} = 1,089 \quad (7.328)$$

$$q_{s1} = \frac{s_{Fn1}}{2 \cdot \rho_{F1}} = \frac{(s_{Fn1}/m_n) \cdot m_n}{2 \cdot (\rho_{F1}/m_n) \cdot m_n} = \frac{2,180}{2 \cdot 0,450} = 2,422 \quad (7.329)$$

Według wykresu (rys. 6.7), [29] dla $z_{n1} \approx 25$, $h_{aP}/m_n = 1,0$, $h_{fP}/m_n = 1,25$ oraz $x_2 = 0,357$ współczynnik korekcji naprężeń dla rzeczywistego zębika $Y_{Sa1} = 1,76$.

$$Y_{Sa2} = (1,2 + 0,13 \cdot 1,144) \cdot 2,522^{\left[\frac{1}{1,21+2,3/1,144}\right]} = 1,797 \quad (7.330)$$

$$L_{a2} = \frac{s_{Fn2}}{h_{Fa2}} = \frac{(s_{Fn2}/m_n) \cdot m_n}{(h_{Fa2}/m_n) \cdot m_n} = \frac{2,260}{1,975} = 1,144 \quad (7.331)$$

$$q_{s2} = \frac{s_{Fn2}}{2 \cdot \rho_{F2}} = \frac{(s_{Fn2}/m_n) \cdot m_n}{2 \cdot (\rho_{F2}/m_n) \cdot m_n} = \frac{2,260}{2 \cdot 0,448} = 2,522 \quad (7.332)$$

Według wykresu (rys. 6.7), [29] dla $z_{n2} \approx 100$, $h_{aP}/m_n = 1,0$, $h_{fP}/m_n = 1,25$ oraz $x_2 = 0,091$ współczynnik korekcji naprężeń dla rzeczywistego koła $Y_{Sa2} = 1,82$.

Y_ε – współczynnik przyporu:

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\alpha_{an}} \quad (7.333)$$

gdzie:

α_{an} – zastępczy wskaźnik zazębienia, obliczony według wzoru (7.182).

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{an}} = 0,25 + \frac{0,75}{1,356} = 0,803 \quad (7.334)$$

Y_β – współczynnik kąta pochylenia linii zęba:

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \cdot \frac{\beta^\circ}{120^\circ} = 1 - 1 \cdot \frac{14^\circ}{120^\circ} = 0,883 \quad (7.335)$$

gdzie: $\beta = 14^\circ$ (jeśli $\beta > 30^\circ$ to przyjmuje się $\beta = 30^\circ$), $\varepsilon_\beta = 2,053$ (jeśli $\varepsilon_\beta > 1$ to przyjmuje się $\varepsilon_\beta = 1$).

$K_{F\beta}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca (współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku):

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} = 1,294^{0,917} = 1,27 \quad (7.336)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} = 1,05^{0,917} \approx 1,05 \quad (7.337)$$

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} = \frac{(40/3,359)^2}{1 + 40/3,359 + (40/3,359)^2} = 0,917 \quad (7.338)$$

$$b/h = \min(b_1/h_1, b_2/h_2) = \min(42/3,359, 40/3,359) = 40/3,359 = 11,908$$

$$\frac{b}{h} = \frac{40}{3,359} = 11,908 \quad (7.339)$$

Dla $b/h \geq 12$ przyjmuje się $K_{F\beta} = K_{H\beta}$.

$K_{F\alpha}$ – współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu, obliczany jest według wzorów z tabeli 2.9.

Dla przykładowych danych, tj. kół o zębach skośnych wykonanych w 6 klasie dokładności przy obciążeniu jednostkowym $K_A(F/b) > 100 \text{ N/mm}$ (według tabeli 2.8) współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu $K_{F\alpha}$ wynosi:

$$K_{F\alpha} = 1,1 \quad (7.340)$$

7.5.2. Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba

- dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba w zakresie nieograniczonej trwałości, dla zakresu trwałości powyżej $3 \cdot 10^6$ cykli obciążeń - σ_{FP} [MPa]:

$$\sigma_{FP1(2)} = \frac{\sigma_{F\lim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F\min}} \cdot Y_{\delta\text{relt}} \cdot Y_{R\text{relt}} \cdot Y_X \quad (7.341)$$

$$\sigma_{FP1(2)} = \frac{350 \cdot 2 \cdot 1}{1,25} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 592,0 \text{ MPa} \quad (7.342)$$

gdzie:

$\sigma_{F\lim} = \sigma_{F\lim 1\%}$ [MPa] – graniczna dopuszczalna liczba naprężenia gnącego jako nieograniczona wytrzymałość podstawy zęba na złamanie zmęczeniowe. Jest to wartość naprężenia, jaką może przenieść ząb zębniaka czy koła (bez złamania zmęczeniowego przy podstawie) przez co najmniej $3 \cdot 10^6$ cykli obciążenia dla prawdopodobieństwa uszkodzenia 1%, (tabela 2.4),

$S_{F\min}$ – minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba (zmęczeniowe), zalecany $S_{F\min} = 1,25$ (tabela 6.7),

Y_{ST} – współczynnik korekcji naprężeń w odniesieniu do wymiarów koła-próbki, wyznaczany z zależności:

$$Y_{ST} = 2 \text{ lub } Y_{ST} \approx Y_{Sa} \quad (7.343)$$

Y_{NT} – współczynnik trwałości dla stali do nawęglania, materiału przyjętego w przykładowym obliczeniu według (tabeli 2.8):

$$Y_{NT} = 1 \quad (7.344)$$

$Y_{\delta rel T}$ – względny współczynnik wrażliwości na działanie karbu koła zębatego w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki. Dla zakresu nieograniczonej trwałości zmęczeniowej współczynnik ten można wyznaczyć z (tabeli 6.8):

$$Y_{\delta rel T1} = Y_{\delta rel T2} = 1 \quad (7.345)$$

$$\text{bo } q_{s1} = 2,422 > 1 \text{ oraz } q_{s2} = 2,522 > 1 \quad (7.346)$$

$Y_{Rel T}$ – względny współczynnik stanu powierzchni koła zębatego w odniesieniu do warunków standardowego koła-próbki dla zakresu nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. W obliczanym przykładzie według (tabeli 6.9) dla $R_{a max} = 1,6 \mu m$ na powierzchni przejściowej zęba (przy podstawie $R_z \cong 9,6 \mu m$):

$$Y_{Rel T1} = Y_{Rel T2} = 1 \quad (7.347)$$

Y_X – współczynnik wielkości dla zakresu nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Dla badanego przykładu (tabela 6.10):

$$Y_X = 1 \quad (7.348)$$

– dopuszczalne statyczne naprężenie przy podstawie zęba dla zębniaka i koła $\sigma_{FPstat1(2)}$ [MPa]:

$$\sigma_{FPstat1} = \frac{\sigma_{F lim1} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F min}} \cdot Y_{\delta rel T1} \cdot Y_{Rel T1} \cdot Y_{X1} \quad (7.349)$$

$$\sigma_{FPstat2} = \frac{\sigma_{F lim2} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F min}} \cdot Y_{\delta rel T2} \cdot Y_{Rel T2} \cdot Y_{X2} \quad (7.350)$$

Dopuszczalne statyczne naprężenie przy podstawie zęba odpowiednio zębniaka i koła $\sigma_{FPstat1(2)}$ dla współczynnika bezpieczeństwa $S_{F min} = 1,25$, (tabela 6.7) oraz wcześniej obliczonych wielkości wynosi:

$$\sigma_{FPstat1} = \frac{370}{1,25} \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot 1,111 \cdot 1 \cdot 1 = 1644,24 \text{ MPa} \quad (7.351)$$

$$\sigma_{FPstat2} = \frac{370}{1,25} \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot 1,134 \cdot 1 \cdot 1 = 1678,32 \text{ MPa} \quad (7.352)$$

– dopuszczalne statyczne naprężenie przy podstawie zęba odpowiednio zębniaka i koła dla współczynnika bezpieczeństwa $S_{F min} = 1$ oraz wcześniej obliczonych wielkości $\sigma_{FGstat1(2)}$ [MPa] wynosi:

$$\sigma_{FGstat1} = 370 \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot 1,111 \cdot 1 \cdot 1 = 2055,3 \text{ MPa} \quad (7.353)$$

$$\sigma_{FGstat2} = 370 \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot 1,134 \cdot 1 \cdot 1 = 2097,9 \text{ MPa} \quad (7.354)$$

gdzie:

Y_{NT} – współczynnik trwałości dla zakresu statycznego (wg tabeli 2.8):

$$Y_{NT1} = Y_{NT2} = Y_{NT} = 2,5 \quad (7.355)$$

$Y_{\delta relT}$ – względny współczynnik wrażliwości koła zębatego na działanie karbu dla zakresu statycznego, dla stali do nawęglania wg (tabeli 6.8):

$$Y_{\delta relT1} = 0,52 \cdot Y_{Sa1} + 0,20 = 0,52 \cdot 1,751 + 0,20 = 1,111 \quad (7.356)$$

$$Y_{\delta relT2} = 0,52 \cdot Y_{Sa2} + 0,20 = 0,52 \cdot 1,797 + 0,20 = 1,134 \quad (7.357)$$

Y_{RelT} – względny współczynnik stanu powierzchni koła zębatego dla zakresu statycznego (dla wszystkich materiałów niezależnie od wysokości chropowatości powierzchni przejściowej), (tabela 6.9):

$$Y_{RelT} = 1,0 \quad (7.358)$$

Y_X – współczynnik wielkości dla zakresu statycznego (niezależny od rodzaju materiału i jego obróbki cieplnej lub cieplno-chemicznej oraz od wartości modułu) (tabela 6.10):

$$Y_X = 1,0 \quad (7.359)$$

7.5.3. Obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba

- obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa dla zakresu trwałości nieograniczonej dla zębniaka S_{F1} i koła S_{F2} :

dla zębniaka „1”:

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FG1}}{\sigma_{F1}} = \frac{740}{392,5} = 1,89 > S_{Fmin} \quad (7.360)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FG1}}{\sigma_{F1}} = \frac{740}{324,5} = 2,28 \quad (7.361)$$

dla koła „2”:

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FG2}}{\sigma_{F2}} = \frac{740}{398,2} = 1,86 > S_{Fmin} \quad (7.362)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FG2}}{\sigma_{F2}} = \frac{740}{329,2} = 2,25 \quad (7.363)$$

gdzie:

$\sigma_{FG1(2)}$ [MPa] – graniczna wytrzymałość podstawy zęba na złamanie:

$$\sigma_{FG1(2)} = \sigma_{FP1(2)} \cdot S_{Fmin} \quad (7.364)$$

$$\sigma_{FG1(2)} = \sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta relt} \cdot Y_{Rrelt} \cdot Y_X \quad (7.365)$$

dla $S_{Fmin} = 1$:

$$\sigma_{FG1} = \sigma_{FG2} = \sigma_{FG} = 370 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 740 \text{ MPa} \quad (7.366)$$

– obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa dla zakresu statycznego dla zębnika i koła $S_{Fstat1(2)}$:

$$S_{Fstat1(2)} = \frac{\sigma_{FGstat1(2)}}{\sigma_{F1(2)}} \quad (7.367)$$

dla zębnika „1”:

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$S_{Fstat1} = \frac{2055,3}{392,5} = 5,24 \quad (7.368)$$

- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$S_{Fstat1} = \frac{2055,3}{324,5} = 6,33 \quad (7.369)$$

dla koła „2”:

- dla zazębienia bez modyfikacji:

$$S_{Fstat2} = \frac{2097,9}{398,2} = 5,27 \quad (7.370)$$

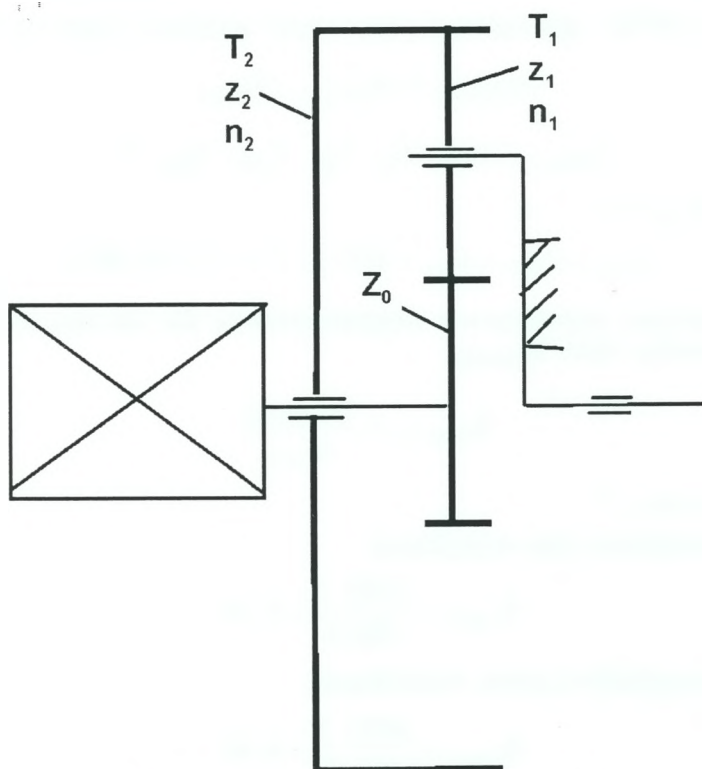
- dla zazębienia z pełną modyfikacją:

$$S_{Fstat2} = \frac{2097,9}{329,2} = 6,37 \quad (7.371)$$

7.6. Obliczenia elementów zębatych przekładni wewnętrznych

7.6.1. Dane wejściowe i obliczenia wstępne

Przykładowe obliczenia cech geometrycznych uzębienia i zazębienia oraz sprawdzenia trwałości powierzchni, jak i wytrzymałości zębów u ich podstawy, dla elementów zębatych wewnętrznych, dokonano na przekładni walcowej wewnętrznej (rys. 7.2). Przekładnia ta składa się z pary kół o zazębieniu zewnętrznym (z_0 i z_1) przyjmującego moment z silnika o przełożeniu 1,0 oraz obliczanej pary zębatej o zazębieniu wewnętrznym (z_1 i z_2).



Rys.7.2. Przekładnia zębata wewnętrzna

Podobnie jak w przypadku obliczeń dla przekładni zewnętrznych (podrozdziały 7.1–7.5) konstruktor rozpoczynając projektowanie elementów przekładni zębatej walcowej wewnętrznej, dysponuje ograniczoną liczbą danych, np.:

- nominalnym momentem obrotowym zębownika – $T_1 = 77,922 \text{ Nm}$,
- nominalnym momentem obrotowym koła – $T_2 = 300,00 \text{ Nm}$,
- prędkością obrotową zębownika – $n_1 = 1400,00 \text{ obr/min}$,

- prędkością obrotową koła – $n_2 = 360,00 \text{ obr/min}$,
- kątem pochylenia linii zęba – $\beta = 14^\circ$,
- liczbą zębów zębnika (tabela 2.10) – $z_1 = 23$,
- liczbą zębów koła – $z_2 = -90$,
- współczynnikiem szerokości zębnika – $\psi_b = (b_1/d_1) = 1,0$,
- trwałością godzinową przekładni – $L_h = 15000 \text{ h}$,
- przewidywaną sprawnością projektowanej przekładni – $\eta = 0,99$,
- graniczną dopuszczalną liczbą naprężenia stykowego (tabela 2.4) – $\sigma_{H \text{ lim}} = 1300,00 \text{ MPa}$,
- graniczną dopuszczalną liczbą naprężenia gnącego (tabela 2.4) – $\sigma_{F \text{ lim}} = 370,00 \text{ MPa}$,
- minimalnym współczynnikiem bezpieczeństwa ze względu na pitting (tabela 6.6) – $S_{H \text{ min}} = 1,1$,
- minimalnym współczynnikiem bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba (tabela 6.7) – $S_{F \text{ min}} = 1,25$,
- współczynnikiem zastosowania $K_A = 1,25$ (tabela 2.1),
- oraz pozostałymi współczynnikami wpływu równoważnymi przy pierwszej iteracji, przyjętymi dla przekładni zewnętrznej (podrozdział 7.2).

Dla takich danych, jak w przypadku przekładni zewnętrznych, dokonuje się wstępnych obliczeń projektujących według algorytmu przedstawionego w drugim rozdziale. Wynikiem tych obliczeń są wartości:

- średnicy podziałowej zębnika – $d_{1obl} = 34,974 \text{ mm}$,
- modułu normalnego – $m_{nobl} = 1,387 \text{ mm}$,
- szerokości wieńca zębnika – $b_{1obl} = 31,476 \text{ mm}$,
- odległości osi kół – $a_{dobl} = -47,883 \text{ mm}$,
- wymaganej liczby cykli zmian naprężenia – $N_L = 1,26 \cdot 10^9$,
- mocy przenoszonej przez przekładnię – $P = 14,423 \text{ kW}$,
- odchyłki względnej przełożenia – $\delta_{eu} = 0,024$.

7.6.2. Obliczenia cech geometrycznych uzębienia i zazębienia

Cechy geometryczne elementów zębatych przekładni walcowej o uzębieniu wewnętrznym oblicza się według takiego samego algorytmu jak dla przekładni zewnętrznych (rozdział 3), w przypadku wykonania koła dłutakiem Fellowsa. Natomiast zębnik może być wykonany zębatką lub dłutakiem Fellowsa.

W przykładowym obliczeniu założono, że zębnik jest wykonany zębatką, a sposób jego łożyskowania, na stałej osi.

Wprowadzając dane wejściowe do obliczeń cech geometrycznych elementów zębatych o uzębieniu wewnętrznym, musimy zmienić na ujemne znaki następujące parametry: ilości zębów koła z_2 oraz rozstawu osi a , pozostałe dane wprowadza się analogicznie jak dla elementów o uzębieniu zewnętrznym, np.:

- liczba zębów zębniaka $z_1 = 23$ i koła $z_2 = -90$,
- moduł normalny $m_n = 1,5 \text{ mm}$,
- odległość osi $a = -52 \text{ mm}$,
- szerokości wieńców kół $b_1 \cong d_1$, przyjęto $b_{1(2)} = 40 \text{ mm}$,
- zarysu zęba na walcu podziałowym w przekroju normalnym $\alpha_n = 20^\circ$,
- współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia w przekroju normalnym $h_{aP}^* = 1$,
- współczynnik luzu wierzchołkowego zarysu odniesienia w przekroju normalnym $c_P^* = 0,25$,
- $\rho_{aPOmax} = 0,38 m_n = 0,570$ – maksymalny promień zaokrąglenia krawędzi wierzchołka zęba zarysu odniesienia narzędzia,
- 6 klasa dokładności wykonania według ISO 1328:1,2:2000 [26-28] oraz PN-79/M-88522.01 [34], (7 klasa według DIN 3961 do 3963/78, 10 klasa według AGMA 390.03/71),
- odchyłka bicia promieniowego (tabela 4.1), dla zębniaka – $F_{r1} = 16 \mu\text{m}$, dla koła – $F_{r2} = 28 \mu\text{m}$,
- naddatek na obróbkę wykańczającą (tabela 4.2), dla zębniaka – $q_1 = 0,12 \text{ mm}$, dla koła – $q_2 = 0,20 \text{ mm}$,
- odchyłka grubości zęba (tabela 4.3), dla zębniaka – $E_{s1} = -65 \mu\text{m}$, dla koła – $E_{s2} = -115 \mu\text{m}$,
- narzędzie do nacinania uzębienia: zębniak – frez modułowo-ślimakowy, koło – dłutak Fellowsa,
- liczba zębów dłutaka (tabela 3.3) – $z_0 = 18$,
- średnica wierzchołków dłutaka (tabela 3.3) – $d_{a0} = 31,060 \text{ mm}$,
- współczynnik przesunięcia zarysu dłutaka (tabela 3.3) – $x_0 = 0,103$.

Dla powyższych danych uzyskano wyniki cech geometrycznych elementów zębatych o zazębieniu wewnętrznym (tabela 7.1) oraz kół zastępczych w przekroju czołowym (tabela 7.2).

Tabela 7.1

Wyniki z obliczeń cech geometrycznych elementów zębatych o zazębieniu wewnętrznym

Nazwa parametru	Oznaczenie	Jednostka	Zębnik	Koło
Liczba zębów	z_1, z_2		23	-90
Współczynniki przesunięcia zarysu zęba	x_1, x_2		0,357	-0,500
Suma współczynników przesunięcia zarysu zęba	Σx		-0,143	
Moduł normalny	m_n	mm	1,500	
Moduł czołowy	m_t	mm	1,546	
Zerowa odległość osi	a_d	mm	-51,788	
Odległość osi	a	mm	-52,000	
Normalny kąt zarysu	α_n	[°]	20	
Kąt pochylenia linii zęba	β	[°]	14	
Przełożenie geometryczne	u		-3,913	
Przełożenie kinematyczne	i		3,913	
Odchyłka względna przełożenia	$\delta_{\varepsilon u}$		0,024	
Klasa dokładności wykonania	$wg PN$		6	
Średnica wierzchołków	d_{a1}, d_{a2}	mm	39,633	-137,627
Średnica podziałowa	d_1, d_2	mm	35,556	-139,133
Średnica podstaw	d_{f1}, d_{f2}	mm	32,877	-143,517
Średnica zasadnicza	d_{b1}, d_{b2}	mm	33,291	-130,269
Szerokość uzębienia	b_1, b_2	mm	40,000	40,000
Liczba zębów na długości pomiarowej	k_1, k_2		4	12
Wielkość pomiaru przez k zębów	W_{k1}, W_{k2}	mm	16,392	52,779
Średnice toczne	d_{w1}, d_{w2}	mm	35,701	-139,701
Wysokość nominalna głowy zęba	h_{a1}, h_{a2}	mm	2,039	1,153
Wysokość nominalna stopy zęba	h_{f1}, h_{f2}	mm	1,340	1,792
Grubość zęba na okręgu podziałowym w przekroju czołowym	s_{t1}, s_{t2}	mm	2,830	1,866
Grubość zęba w przekroju normalnym	s_{n1}, s_{n2}	mm	2,746	1,810
Grubość zęba na walcu wierzchołków w przekroju czołowym	s_{at1}, s_{at2}	mm	0,927	1,309
Grubość zęba na walcu wierzchołków w przekroju normalnym	s_{an1}, s_{an2}	mm	0,893	1,271
Szerokość wrębu na okręgu podziałowym w przekroju czołowym	e_{t1}, e_{t2}	mm	2,027	2,991
Szerokość wrębu w przekroju normalnym	e_{n1}, e_{n2}	mm	1,966	2,902

Szerokość wrębu na walcu wierzchołków w przekroju czołowym	e_{at1}, e_{at2}	mm	4,486	3,495
Szerokość wrębu na walcu wierzchołków w przekroju normalnym	e_{an1}, e_{an2}	mm	4,322	3,393
Wskaźnik głowy zęba	$\varepsilon_1, \varepsilon_2$		0,844	0,498
Wysokość nominalna zęba	h_1, h_2	mm	3,378	2,945
Wskaźnik zazębienia czołowy	ε_α		1,342	
Wskaźnik zazębienia poskokowy	ε_β		2,053	
Wskaźnik zazębienia całkowity	ε_γ		3,396	
Kąt zarysu na walcu podziałowym w przekroju czołowym	α_t	[°]	20,562	
Kąt toczenia przyporu w przekroju czołowym	α_{wt}	[°]	21,173	
Kąt linii zęba na wale zasadniczym	β_b	[°]	13,140	
Współczynnik przesunięcia odległości osi	y		-0,141	
Wymagane przesunięcie wyrównawcze	k	mm	0,003	
Podziałka czołowa (obwodowa)	p_t	mm	4,857	
Podziałka normalna	p_n	mm	4,712	
Podziałka zasadnicza czołowa	p_{bt}	mm	4,547	
Podziałka zasadnicza normalna	p_{bn}	mm	4,712	
Podziałka przyporu czołowa	p_{et}	mm	4,547	
Podziałka przyporu normalna	p_{en}	mm	4,712	
Długość odcinka przyporu	g_a	mm	6,104	
Długość wżębenia	g_f	mm	2,266	
Długość wyżębenia	g_a	mm	3,838	

Tabela 7.2

Wyniki z obliczeń cech geometrycznych kół zastępczych

Parametry kół zastępczych	Oznaczenie	Jednostka	Zębnik	Koło
Liczba zębów	z_{n1}, z_{n2}		24,996	-97,810
Równoważna liczba zębów	z_{nw1}, z_{nw2}		25,066	-98,085
Średnica walca wierzchołków	d_{an1}, d_{an2}	mm	41,571	-145,209
Średnica walca podziałowego	d_{n1}, d_{n2}	mm	37,494	-146,715
Średnica zasadnicza	d_{bn1}, d_{bn2}	mm	35,105	-137,369
Średnica walca podstaw	d_{fn1}, d_{fn2}	mm	34,815	-151,100
Zastępczy wskaźnik zazębienia	ε_{an}		1,415	

Końcowym etapem doboru cech geometrycznych jest sprawdzenie warunków prawidłowej współpracy obliczonego zazębienia. Dla zazębie-

nia wewnętrznego warunki te są obliczane zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale czwartym. Obliczenia zostały dokładnie przedstawione, dla zazębienia zewnętrznego w punkcie 7.3.8. Natomiast dla zazębienia wewnętrznego, uzupełnione o wymogi dotyczące pracy kół wewnętrznych, wyniki dla wyżej obliczonych cech geometrycznych zebrano w tabeli 7.3.

Tabela 7.3

Warunki prawidłowej współpracy kół zębatych o użębieniu wewnętrznym

Treść warunków	Warunek	L str	P str	Y/N
Brak zakłócenia przyporu dla zębownika	$C_{N1} \geq 0,5 \cdot F_{r1}$	0,552	0,008	Y
Brak zakłócenia przyporu dla koła	$C_{N2} \geq 0,5 \cdot F_{r2}$	0,021	0,014	Y
Brak podcinania zębów zębownika	$X_{E1} \geq X_{Emin1}$	0,531	-0,462	Y
Minimalne liczby zębów zębownika	$Z_1 \geq Z_{min1}$	23	7,772	Y
Brak zaostrenia wierzchołków zębów zębownika	$s_{an1} \geq 0,2 \cdot m_n$	0,893	0,300	Y
Brak zaostrenia wierzchołków zębów koła	$s_{an2} \geq 0,2 \cdot m_n$	1,271	0,300	Y
Bark zakłócenia między podstawą dółtaka a wierzchołkiem zębownika	$d_{Ffo} \leq d_{Nf0,1}$	26,139	26,391	Y
Bark zakłócenia między podstawą dółtaka a wierzchołkiem koła	$d_{Ffo} \leq d_{Nf0,2}$	26,139	26,142	Y
Brak zakłócenia na zewnątrz strefy przyporu	$K > 1$	1,061	1,0	Y
Prawidłowa zabudowa promieniowa	$\xi_2 > f(\xi_1)$	0,146	0,138	Y
Prawidłowy posuw promieniowy	$\xi_{20} > f(\xi_0)$	0,145	0,136	Y

7.6.3. Obliczenia sprawdzające

Wcześniej obliczone, a następnie dobrane, cechy geometryczne elementów zębatych o zazębieniu wewnętrznym, przed zatwierdzeniem do procesu konstruowania, należy poddać sprawdzeniu na trwałość powierzchni (pitting) oraz na wytrzymałość zęba na zginanie, zgodnie z normą PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31]. W analizowanym przykładzie sprawdzenia takiego dokonano, po uzupełnieniu danych wejściowych, według algorytmu przedstawionego w rozdziale szóstym.

Dane uzupełniające do obliczeń wytrzymałościowych:

- materiał kół zębatych 17HMN (nawęglany i hartowany),
- koła wykonane bez modyfikacji,
- zarys kół wykonany bez protuberancji (czyli bez celowego podcięcia stóp zębów – $s_{pr} = 0$),

- moduł sprężystości materiału, Younga (tabela 2.6) – $E = 206 \cdot 10^3 \text{ MPa}$,
- liczba Poissona, (tabela 2.6) – $\nu = 0,300$,
- maksymalna odchyłka kierunku linii zęba (tabela 6.2) – $F_\beta = 7,00 \mu\text{m}$,
- wartości współczynników dla zależności dynamicznych (tabela 6.1) – $K_1 = 13,300$, $K_2 = 0,019$.

Wyniki sprawdzających obliczeń wytrzymałościowych przeprowadzonych zgodnie z algorytmem przedstawionym w rozdziale szóstym, zgromadzono w tabelach (7.4 i 7.5).

Tabela 7.4

Wyniki z obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting)

Nazwa parametru	Ozna- czenie	Jed- nostka	Zębnik	Koło
Maksymalne naprężenie stykowe	$\sigma_{H1(2)}$	MPa	943,745	943,745
Dopuszczalne naprężenie stykowe	$\sigma_{HP1(2)}$	MPa	1181,818	1181,818
Obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting	$S_{H1(2)}$		1,377	1,377
Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting	S_{Hmin}		1,100	
Warunek bezpieczeństwa $S_H \geq S_{Hmin}$				
Nazwa parametru	Ozna- czenie		Zębnik	Koło
Współczynnik jednoparowego przyporu	Z_B, Z_D		1,000	1,000
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu	K_{Ha}		1,100	1,100
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca	$K_{H\beta}$		1,050	1,050
Współczynnik sprężystości	Z_E		189,800	189,800
Współczynnik strefy nacisku	Z_H		2,395	2,395
Współczynnik dynamiczny	K_V		1,067	1,067
Współczynnik przyporu	Z_ϵ		0,863	0,863
Współczynnik kąta linii zęba	Z_β		0,985	0,985
Współczynnik trwałości	Z_{NT}		1,000	1,000
Współczynnik wpływu filmu smarownego	Z_L		1,000	1,000
Współczynnik wpływu filmu smarownego	Z_R		1,000	1,000
Współczynnik wpływu filmu smarownego	Z_V		1,000	1,000
Współczynnik umocnienia materiału	Z_W		1,000	1,000
Współczynnik wielkości	Z_x		1,000	1,000

Tabela 7.5

Wyniki z obliczeń wytrzymałości zęba na zginanie

Nazwa parametru	Ozna- czenie	Jed- nostka	Zębnik	Koło
Maksymalne naprężenie u podstawy zęba	$\sigma_{F1(2)}$	MPa	367,798	361,137
Dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba	$\sigma_{FP1(2)}$	MPa	658,665	684,114
Obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba	$S_{F1(2)}$		2,390	2,368
Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba	S_{Fmin}		1,250	
Warunek bezpieczeństwa $S_F \geq S_{Fmin}$				
Nazwa parametru	Ozna- czenie		Zębnik	Koło
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu	K_{Fa}		1,100	1,100
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca	$K_{F\beta}$		1,046	1,046
Współczynnik kształtu zęba	Y_{Fa}		2,261	2,120
Współczynnik korekcji naprężeń	Y_{Sa}		1,755	2,838
Współczynnik kąta linii zęba	Y_{β}		0,883	0,883
Względny współczynnik stanu powierzchni	Y_{Rrelt}		1,000	1,000
Współczynnik trwałości	Y_{NT}		1,000	1,000
Współczynnik korekcji naprężenia w odniesieniu do wymiarów koła próbki	Y_{ST}		2,000	2,000
Współczynnik wielkości	Y_X		1,000	1,000
Względny współczynnik wrażliwości na działanie karbu	$Y_{\delta relt}$		1,113	1,156
Współczynnik przyporu	Y_{ε}		0,780	0,780

Podsumowując wyniki przykładowych obliczeń można stwierdzić, że dobrane cechy geometryczne i zastosowany materiał, analizowanej pary kół zębatych o zazębieniu wewnętrznym, spełniają zarówno kryteria prawidłowej współpracy (tabela 7.3), jak i warunki wytrzymałościowe, dotyczące obliczeniowych współczynników bezpieczeństwa oraz maksymalnych naprężeń stykowych i u podstawy zęba (tabele 7.4 i 7.5).

8. Komputerowo wspomagane projektowanie elementów zębatych

8.1. Algorytm programu

Przedstawiony w rozdziale siódmym tok postępowania, podczas przykładowych obliczeń elementów zębatych przekładni o zazębieniu zewnętrznym oraz wewnętrznym, udokumentował jego pracochłonność. Obliczenia te wymagają od konstruktora poświęcenia sporo wysiłku oraz czasu. Aby temu zapobiec, a tym samym zracjonalizować proces konstruowania, opracowano pakiety programów inżynierskich wspomagające dobór oraz sprawdzenie, zgodnie z wymaganiami PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31], elementów zębatych o zazębieniu zewnętrznym oraz wewnętrznym na etapie projektowania.

Algorytm pakietów komputerowo wspomaganego projektowania par elementów zębatych przekładni walcowych zewnętrznych czy wewnętrznych składa się z trzech etapów (programów) (rys. 8.1), tj.:

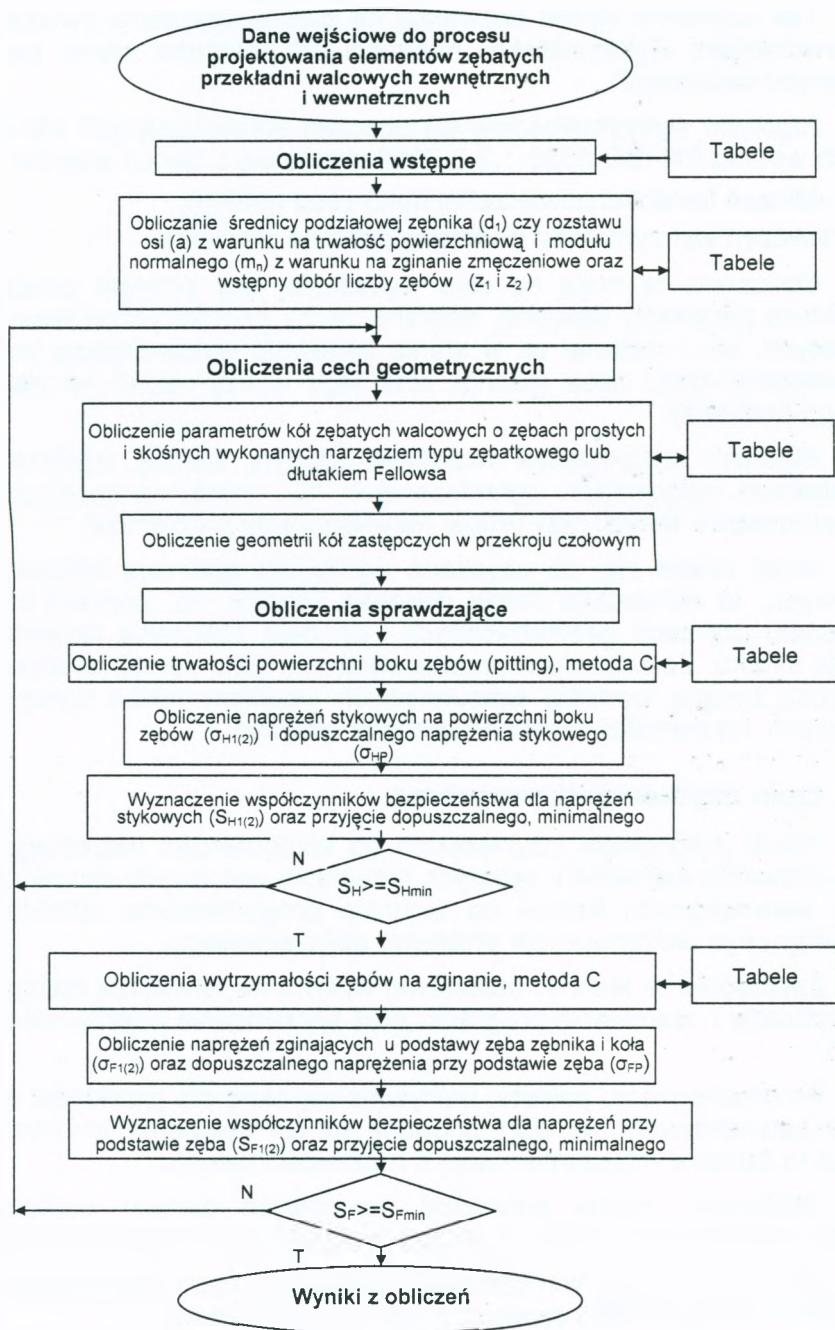
- obliczeń wstępnych,
- obliczeń cech geometrycznych,
- obliczeń sprawdzających.

Konstruktor rozpoczynając projektowanie przekładni walcowej zewnętrznej czy wewnętrznej, co już zostało wcześniej wspomniane, dysponuje najczęściej ograniczoną liczbą danych, tj. nominalnym momentem obrotowym i prędkością obrotową na wałku wejściowym oraz wyjściowym, współczynnikiem zastosowania oraz wymaganiami gabarytowymi.

Dla takich danych może przeprowadzić wstępne obliczenia pozwalające ustalić średnicę podziałową zębniaka d_1 , czy odległość osi a z warunku na trwałość powierzchniową i moduł normalny m_n , z warunku na zginanie zmęczeniowe oraz wstępny dobór liczby zębów $z_{1(2)}$, na podstawie szacunkowych współczynników wytrzymałościowych (wpływu), które charakteryzują stan obciążenia, wytrzymałość materiałów przewidzianych na koła zębate, błędy wykonania i montażu oraz warunki eksploatacji.

Dalszy etap projektowania, stanowiący drugi program pakietów, to obliczanie cech geometrycznych uzębienia i zazębienia.

Algorytm ten wykorzystuje, poprzez funkcję importu, obliczenia wstępne z poprzedniego programu oraz wymaga uzupełnienia danych związanych z dokładnością wykonania kół zębatych, naddatkami na obróbkę, luzami wierzchołkowymi, wysokością głowy zęba, zastosowanymi narzędziami do obróbki wraz z ich parametrami, itp.



Rys.8.1. Algorytm komputerowo wspomaganego projektowania elementów zębatych o zazębieniu zewnętrznym i wewnętrznym

Tak uzyskane wyniki pozwalają na dalsze obliczenia związane ze sprawdzeniem wytrzymałości, nośności lub trwałości danej pary kół zębatych walcowych.

Algorytm wytrzymałościowych obliczeń sprawdzających kół walcowych według PN-ISO 6336-1,2-3:2000 składa się z dwóch etapów:

- obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting),
- obliczeń wytrzymałości podstawy zęba na złamanie.

Obliczenia te mają na celu wykazanie, czy przyjęte przez konstruktora parametry wstępne, dobrane cechy geometryczne elementów zębatych, jak i materiał są w stanie zapewnić wystarczającą trwałość powierzchni boku zęba (pitting) oraz jego wytrzymałość na złamanie u jego podstawy.

Algorytm wykorzystuje wcześniej zdobytą wiedzę, zgromadzoną w tabelach, zaleceniach, ograniczeniach, itp., umożliwia konstruktorowi podejmowanie decyzji przy próbie rozwiązywania problemów.

Jeżeli okaże się, że uzyskane wyniki nie spełniają założeń wejściowych, to konstruktor może dokonać korekty, np. poprzez zmianę materiału czy cech geometrycznych i ponowić obliczenia projektujące, aż do skutku. Zalecane jest przeprowadzenie kilku iteracji obliczeń, np. poprzez zmianę wartości szacunkowych współczynników wytrzymałościowych, na wartości uzyskane podczas obliczeń.

8.2. Opis użytkowania programu

Pakiet programów inżynierskich do komputerowo wspomaganego projektowania elementów zębatych przekładni walcowych zewnętrznych oraz wewnętrznych bazuje na technice programowania obiektowego ułatwiającego dekompozycje problemu obliczeniowego.

Zastosowanie techniki obiektowej wpływa na łatwiejszą rozbudowę, modyfikację i testowanie programu oraz sprawdzanie poprawności obliczeń.

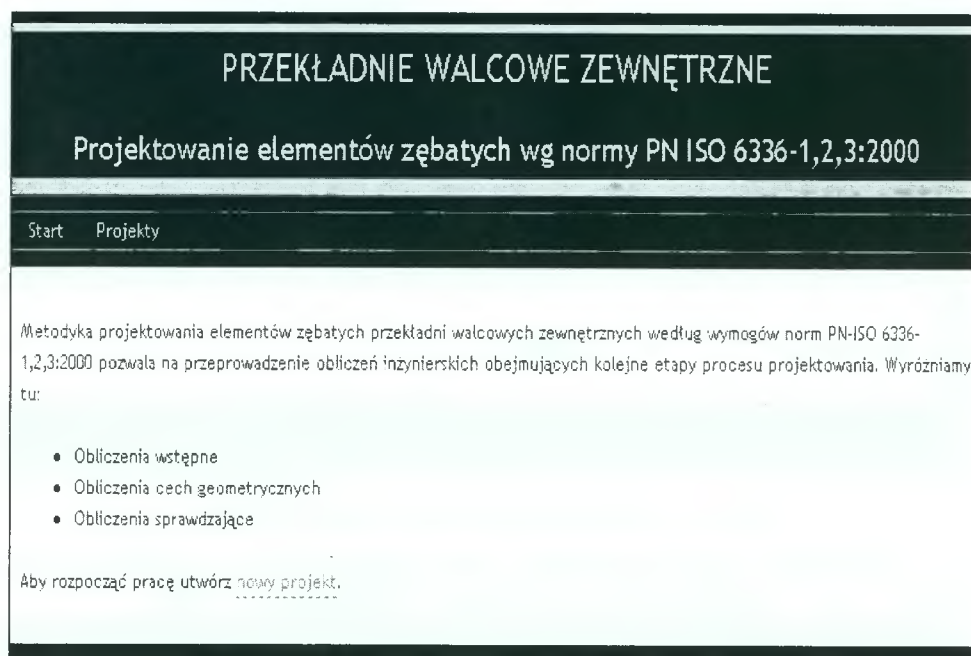
Po uruchomieniu pakietu, uaktywnia się okno dla przekładni walcowych zewnętrznych (rys. 8.2), podobne jak dla wewnętrznych (rys. 8.3). Okno to zawiera krótką informację o możliwości pakietu.

Obliczenia można prowadzić na nowych danych wejściowych (**Nowy projekt**) lub modyfikować obliczenia już wykonane (**Projekt**).

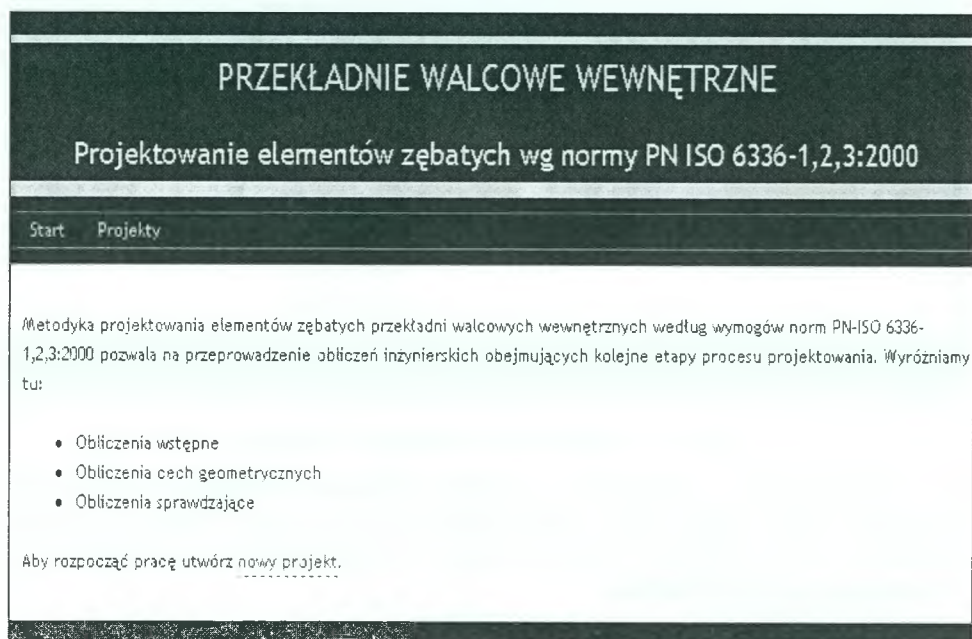
Aby dokonać nowych obliczeń należy utworzyć projekt, uaktywniając pole w dolnej części ekranu o nazwie (nowy projekt).

Naciskając skrót (**Start**) powraca się do początku programu, jak przedstawiono na (rys. 8.2 i 8.3).

Po uaktywnieniu funkcji (**Nowy projekt**) nastąpi wyświetlenie następnego okna (rys. 8.4), wprowadzającego nazwę nowych obliczeń.



Rys.8.2. Okno główne pakietu programów do projektowania przekładni zewnętrznych



Rys.8.3. Okno główne pakietu programów do projektowania przekładni wewnętrznych

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekty

nowy projekt

Nazwa projektu: Dodaj

CMG KOMAG, 2007

Rys.8.4. Wprowadzanie nazwy nowego projektu

Konstruktor może rozpocząć nowe obliczenia (nowy projekt) jak na (rys. 8.4) lub modyfikować już istniejące (**Projekty**), (rys. 8.5).

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekty

nowy projekt

Lista projektów

Lp.	Nazwa	Data utworzenia	Akcja
1.	G46-59,13-G46-59-14ab	2008-12-16 14:19	Usuń
2.	G46-59,11a,12a	2008-12-16 08:22	Usuń
3.	sdfghj	2008-05-02 18:07	Usuń

CMG KOMAG, 2007

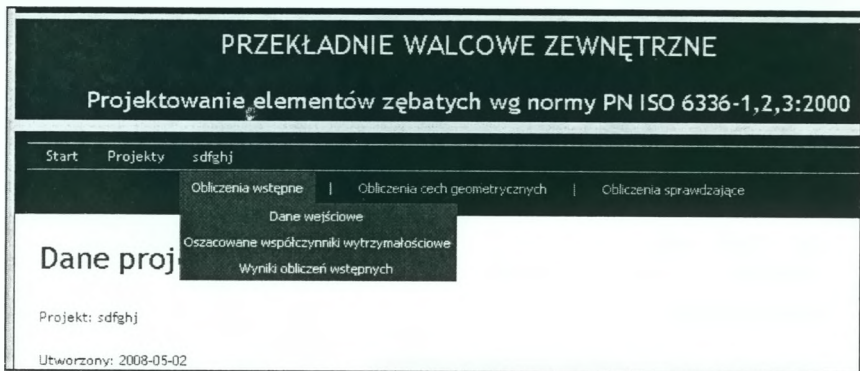
Rys.8.5. Modyfikacja istniejących projektów

W pierwszym przypadku, w okienku (**Nazwa projektu**), użytkownik wpisuje nową nazwę oraz wprowadza ją do bazy danych poprzez dodanie. Gdy użytkownik chce pracować na istniejących już projektach, to wybiera opcję (**Projekty**).

Pierwsze obliczenia dla danej pary elementów zębatych muszą być przeprowadzone w całym cyklu, tj.: jako obliczenia wstępne, obliczenia cech geometrycznych oraz obliczenia sprawdzające, ponieważ część danych, będących wynikami z etapów poprzednich jest przekazywana

między blokami obliczeniowymi funkcjami eksportu i importu. Podczas dalszych obliczeń modyfikujących, dane wejściowe mogą być wprowadzane dla danego bloku, przy czym musi być również obliczony następny blok.

Aby rozpocząć nowy cykl obliczeń należy uruchomić (**Obliczenia wstępne**) w menu głównym programu (rys. 8.6). Okno to zawiera zakładki (**Dane wejściowe**, **Oszacowane współczynniki wytrzymałościowe** oraz **Wyniki obliczeń wstępnych**).



Rys.8.6. Okno obliczeń wstępnych

Parametr	Wartość
T_2 [Nm]	Nominalny moment obrotowy koła
n_1 [obr/min]	Prędkość obrotowa zębika
n_2 [obr/min]	Prędkość obrotowa koła
β [°]	Kąt pochylenia linii zęba
z_1	Liczba zębów zębika (tabela)
y_{Fa}	Współczynnik szerokości zębika (b_1/d_1)-(0,8-1,2)
L_h [h]	Trwałość godzinowa przekładni
η	Przewidywana sprawność projektowanej przekładni
$\sigma_{H\lim}$ [MPa]	Graniczna dopuszczalna liczba naprężenia stykowego (tabela)
$\sigma_{F\lim}$ [MPa]	Graniczna dopuszczalna liczba naprężenia gnącego (tabela)
S_H min	Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting (1,1)
S_F min	Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba (1,25)

Zapisz

KOMAG 2009

Rys.8.7. Dane wejściowe do obliczeń wstępnych

Po wybraniu zakładki (**Dane wejściowe**) zostaje wyświetlone następne okno (rys. 8.7) gdzie zdefiniowane są wstępne dane wejściowe przekładni walcowej.

Przy podawaniu niektórych danych konstruktor może skorzystać z informacji zawartych w tabelach, naciskając przycisk [...] po prawej stronie okna z danymi. Dane wejściowe należy uzupełnić poprzez wprowadzenie szacunkowych współczynników wytrzymałościowych (rys. 8.8), których wartości, przy pierwszych obliczeniach, wynikają z własnych doświadczeń oraz zaleceń normy PN-ISO 6336-1,2,3:2000 [29-31].

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekty sdfghj

Obliczenia wstępne Obliczenia cech geometrycznych Obliczenia sprawozdające

współczynniki wytrzymałościowe

W tym projekcie zostały już wprowadzone dane. Możesz je zmodyfikować

K_A	Współczynnik zastosowania (tabela)	1,250	...
Z_{HT}	Współczynnik trwałości przy obliczaniu naprężenia stykowego-(1), (tabela)	1,000	...
Y_{NT}	Współczynnik trwałości przy obliczaniu naprężenia u podstawy zęba-(1), (tab.)	1,000	...
Z_E [MPa]	Współczynnik sprężystości (tabela)	189,800	...
K_V	Współczynnik dynamiczny -(1,15)	1,100	...
$K_{H\beta}$	Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wienca -(1,4)	1,350	...
$K_{H\alpha}$	Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu -(1,1)	1,100	...
Z_H	Współczynnik sfery nacisku -(2,4)	2,400	...
Z_c	Współczynnik przyporu (pitting) -(0,85)	0,850	...
Z_B	Współczynnik jednoparowego przyporu zębów dla zębniaka -(1)	1,000	...
K_{Fa}	Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu -(1,1)	1,100	...
$K_{F\beta}$	Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wienca -(1,35)	1,350	...
Y_{ST}	Współczynnik korekcji naprężenia w odniesieniu do wymiarów koła próbki -(2)	2,000	...
Y_{FS}	Współczynnik głowy zęba (4,4)	4,400	...
Y_e	Współczynnik przyporu (wytrzymałość podstawy zęba) -(1)	0,700	...
Y_β	Współczynnik kąta linii zęba (wytrzymałość podstawy zęba) -(0,9)	0,900	...
Y_x	Współczynnik wielkości (wytrzymałość podstawy zęba) -(1), (tabela)	1,000	...

Przelicz

KOMAG 2009

Rys.8.8. Szacunkowe wartości współczynników wytrzymałościowych

Po uaktywnieniu przycisku (**Przelicz**) zostają wykonane obliczenia etapu wstępnego. Obliczenia te mają na celu wstępne wyznaczenie, jako propozycję, podstawowych parametrów par kół zębatych walcowych tworzących przekładnię zębatą, tj. moduł normalny z warunku na zginanie zmęczeniowe u podstawy zęba, średnicę podziałową zębnika z warunku na naciski boczne zęba oraz pozostałych, przedstawionych w wynikach obliczeń (rys. 8.9).

Wyniki ze wstępnych obliczeń projektujących			
Nazwa parametru	Oznaczenie	Jedn.	Wartość
Moment obrotowy zębnika	T_1	Nm	77.922
Moment obrotowy koła	T_2	Nm	300.000
Liczba zębów zębnika	z_1		23.000
Liczba zębów koła	z_2		90.000
Średnica podziałowa zębnika	d_{1obl}	mm	34.974
Moduł normalny	m_n	mm	1.387
Zerowa odległość osi	a_{dobl}	mm	85.914
Szerokość wieńca zębnika	b_{1obl}	mm	34.974
Wymagana liczba cykli zmian naprężeń	N_L		1260000000.000
Moc przenoszona przez przekładnię	P	kW	14.279
Odchyłka względna przełożenia	δ_{m1}		0.024

Rys.8.9. Wyniki obliczeń wstępnych

Wyniki te są eksportowane do następnego bloku obliczającego cechy geometryczne uzębienia i zazębienia. Są to między innymi: średnica podziałowa zębnika d_{1obl} , moduł normalny m_n , liczba zębów zębnika z_1 oraz liczba zębów koła z_2 , szerokość wieńca zębnika b_{1obl} , zerowa odległość osi a_{dobl} , moment obrotowy zębnika T_1 , moc przenoszona P , czy wymagana liczba cykli zmian naprężeń N_L .

Następnie po wybraniu zakładki (**Obliczenia cech geometrycznych**), (rys. 8.6) zostaje uruchomiony drugi etap obliczeń umożliwiający wprowadzanie danych wejściowych, podglądu wyników cech geometrycznych, warunków prawidłowej pracy kół zębatych oraz obliczeń kół zastępczych.

W oknie programu (**Dane wejściowe**), (rys. 8.10) należy zdefiniować dane wejściowe pozwalające obliczyć cechy geometryczne uzębienia i zazębienia oraz kół zastępczych projektowanej pary kół zębatych.

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekt sdfghj

Obliczenia wstępne

Obliczenia cech geometrycznych

Obliczenia sprawdzające

dane wejściowe do obliczania cech geometrycznych

W tym projekcie zostały już wprowadzone dane. Możesz je zmodyfikować

zeby	Rodzaj uzębienia	Skośne
rozkx12	Sposób obliczania współczynników przesunięcia zarysu zęba zębniaka i koła	Znane x1
z1	Liczba zębów zębniaka	23,000
z2	Liczba zębów koła	90,000
m _n [mm]	Moduł normalny (tabela)	1,500
a [mm]	Odległość osi kół (tabela)	88,000
b ₁ [mm]	Szerokość wienca zębniaka	42,000
b ₂ [mm]	Szerokość wienca koła	40,000
α _n [°]	Kąt przyproru zęba na walcu podziałowym w przekroju normalnym (20 st.)	20,000
F _{r1} [μm]	Odchyłka bicia promieniowego uzębienia zębniaka (tabela)	16,000
F _{r2} [μm]	Odchyłka bicia promieniowego uzębienia koła (tabela)	28,000
q ₁ [mm]	Nadatek na obróbkę wykańczającą zębniaka, (tabela)	0,120
q ₂ [mm]	Nadatek na obróbkę wykańczającą koła, (tabela)	0,200
E _{s1} [μm]	Odchyłka grubości zęba zębniaka (tabela)	65,000
E _{s2} [μm]	Odchyłka grubości zęba koła (tabela)	115,000
x ₁	Współczynnik przesunięcia zarysu zęba zębniaka	0,357
x ₂	Współczynnik przesunięcia zarysu zęba koła	0,000
h* _{aP1}	Współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia w przekroju normalnym zębniaka (0,8-1)	1,000
h* _{aP2}	Współczynnik wysokości głowy zęba zarysu odniesienia w przekroju normalnym koła (0,8-1)	1,000
c* _p	Współczynnik luzu wierzchołkowego zarysu odniesienia narzędzia (0,25)	0,250
ρ _{aP0} [mm]	Promień zaokrąglenia krawędzi wierzchołka zęba zarysu odniesienia narzędzia	0,570
klwyk	Klasa dokładności wykonania kół zębatych wg PN-79/M-88522/01 lub PN-ISO 1328	6,000

Przelicz

KOMAG 2009

Rys.8.10. Dane wejściowe do obliczania cech geometrycznych

Uaktywniając przycisk (**Przelicz**) zostają dokonane obliczenia tego etapu oraz wygenerowane wyniki cech geometrycznych uzębienia i za-
 zębienia oraz geometrii kół zastępczych w przekroju czołowym (rys.
 8.11, 8.12, 8.13).

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start

Projekty

sdfghj

Obliczenia wstępne

Obliczenia cech geometrycznych

Obliczenia sprawdzające

obliczenia cech geometrycznych - wyniki obliczeń uzębienia i zazębienia

Wyniki z obliczeń cech geometrycznych elementów zębatych

Drukuj

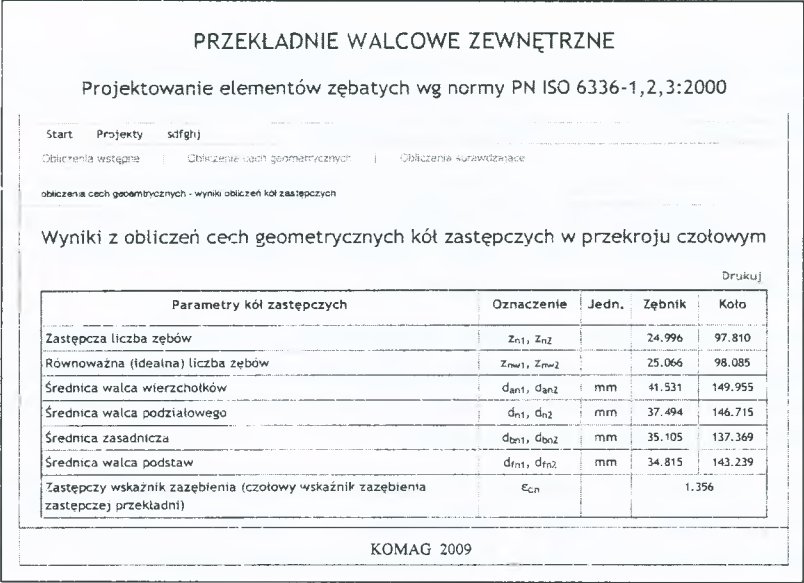
Nazwa parametru	Oznaczenie	Jedn.	Zębnik	Koło
Liczba zębów	Z_1, Z_2		23	90
Współczynnik przesunięcia zarysu zęba	x_1, x_2		0.357	0.091
Suma współczynników przesunięcia zarysu zęba	Σx			0.448
Moduł normalny	m_n	mm		1.500
Moduł czotowy	m_t	mm		1.546
Zerowa odległość osi kół	a_d	mm		87.345
Odległość osi kół	a	mm		88.000
Normalny kąt przyporu (zarysu) zęba	α_n	[°]		20.000
Kąt pochylenia linii zęba na walcu podziałowym	β	[°]		14.000
Przełożenie geometryczne	u			3.913
Przełożenie kinematyczne	$-i$			3.913
Odcchyłka względna przełożenia	δ_{Eu}			0.024
Klasa dokładności wykonania	wg PN			6.000
Średnica wierzchołków	d_{a1}, d_{a2}	mm	39.593	142.373
Średnica podziałowa	d_1, d_2	mm	35.556	139.133
Średnica podstaw	d_{f1}, d_{f2}	mm	32.877	135.657
Średnica zasadnicza	d_{b1}, d_{b2}	mm	33.291	130.269
Szerokość uzębienia (wieńca)	b_1, b_2	mm	42.000	40.000
Pomiarowa liczba zębów (wrębów)	k_1, k_2		4.000	12.000
Wielkość pomiarowa przez k zębów	W_{k1}, W_{k2}	mm	16.392	53.079
Średnica toczna	d_{w1}, d_{w2}	mm	35.823	140.177
Wysokość nominalna głowy zęba	h_{a1}, h_{a2}	mm	2.018	1.620
Wysokość nominalna stopy zęba	h_{f1}, h_{f2}	mm	1.340	1.738
Grubość zęba na okręgu podziałowym w przekroju czotowym	s_{t1}, s_{t2}	mm	2.830	2.531
Grubość zęba w przekroju normalnym	s_{n1}, s_{n2}	mm	2.746	2.456
Grubość zęba na walcu wierzchołków w przekroju czotowym	s_{at1}, s_{at2}	mm	0.952	1.251
Grubość zęba na walcu wierzchołków w przekroju normalnym	s_{an1}, s_{an2}	mm	0.918	1.212

Rys.8.11. Wyniki obliczeń cech geometrycznych elementów zębatych

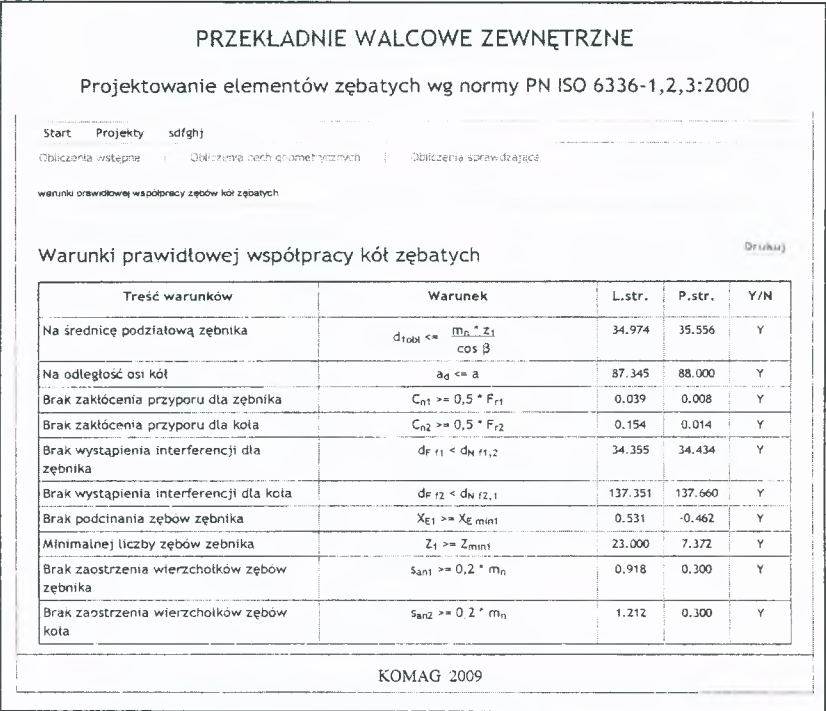
Szerokość wrębu na okręgu podziałowym w przekroju czołowym	a_{d1}, a_{d2}	mm	2.027	2.326
Szerokość wrębu w przekroju normalnym	a_{n1}, a_{n2}	mm	1.966	2.256
Szerokość wrębu na walcu wierzchołków w przekroju czołowym	e_{d1}, e_{d2}	mm	4.456	3.719
Szerokość wrębu na walcu wierzchołków w przekroju normalnym	e_{n1}, e_{n2}	mm	4.293	3.604
Wskaźnik głowy zęba (zazębienia)	σ_1, σ_2		0.799	0.487
Wysokość nominalna zęba	h_1, h_2	mm	3.358	3.358
Wskaźnik zazębienia czołowy	σ_a			1.286
Wskaźnik zazębienia poskokowy	σ_p			2.053
Wskaźnik zazębienia całkowity	σ_v			3.339
Kąt zarysu na walcu podziałowym w przekroju czołowym	α_e	[°]		20.562
Kąt przyporu toczny w przekroju czołowym	α_{wt}	[°]		21.671
Kąt pochylenia linii zęba na walcu zasadniczym	β_b	[°]		13.140
Współczynnik przesunięcia odległości osi	y			0.437
Wymagane przesunięcie wyrównawcze	k	mm		-0.017
Podziałka czołowa (obwodowa)	p_t	mm		4.857
Podziałka normalna	p_n	mm		4.712
Podziałka zasadnicza czołowa	p_{bt}	mm		4.547
Podziałka zasadnicza normalna	p_{bn}	mm		4.712
Podziałka przyporu czołowa	p_{et}	mm		4.547
Podziałka przyporu normalna	p_{en}	mm		4.712
Długość odcinka przyporu	g_a	mm		5.848
Długość wżębenia	g_r	mm		2.215
Długość wyżębenia	g_a	mm		3.632

Rys.8.12. Cechy geometryczne elementów zębatych cd.

Na tym etapie obliczeń występuje także sprawdzenie warunków prawidłowej współpracy kół zębatych (rys. 8.14). Warunki te dotyczą: średnicy podziałowej, odległość osi, zakłócenia przyporu, wystąpienia interferencji, zaostrenia wierzchołków zębniaka i koła, podcinania zębów i minimalnej liczby zębów zębniaka, a w przypadku kół wewnętrznych, dodatkowo: braku zakłóceń na zewnątrz strefy przyporu, prawidłowej zabudowy promieniowej i prawidłowego posuwu promieniowego.



Rys.8.13. Wyniki obliczeń kół zastępczych



Rys.8.14. Warunki prawidłowej współpracy kół zębatych

Tak dobrane cechy geometryczne (parametry) pozwalają na dalsze obliczenia związane ze sprawdzeniem wytrzymałości, nośności lub trwałości danej pary kół zębatych walcowych.

Po wybraniu zakładki (**Obliczenia sprawdzające**) zostaje umożliwione wprowadzanie danych wejściowych, podglądu wyników obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting) i wyników obliczeń wytrzymałości zęba na zginanie metodami C.

W oknie programu (**Dane wejściowe**), (rys. 8.15) należy zdefiniować jaki zostanie wykorzystany do konstrukcji materiał, wraz z jego właściwościami, rodzaj obróbki, wartości protuberancji czy wartości współczynników zależności dynamicznych.

Przy podawaniu niektórych danych, podobnie jak w poprzednich etapach obliczeń, można skorzystać z tabeli z podpowiedziami, naciskając przycisk [...] po prawej stronie okna z danymi.

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekty sdfghj

Obliczenia wstępne Obliczenia cech geometrycznych Obliczenia sprawdzające

dane wejściowe do obliczeń sprawdzających

W tym projekcie zostały już wprowadzone dane. Możesz je zmodyfikować

materiał	Materiał na elementy zębate	Stal hartowana powierzchniowo lub azotowana
modyfikacja	Modyfikacja zębów	Bez modyfikacji
p_{r1} [mm]	Wartość protuberancji zębnika	0,000
p_{r2} [mm]	Wartość protuberancji koła	0,000
E [MPa]	Moduł sprężystości materiału wienca zębatego (moduł Younga) (tabela)	205000,000
ν	Liczby Poissona (tabela)	0,300
F_{β} [μm]	Maksymalna odchyłka kierunku linii zęba (tabela)	9,000
l [mm]	Rozstaw łożysk	85,000
K_1	Wartość liczbową współczynnika K_1 dla zależności dynamicznych K_v - (tabela)	13,300
K_2	Wartość liczbową współczynnika K_2 dla zależności dynamicznych K_v - (tabela)	0,009

Przełicz

KOMAG 2009

Rys.8.15. Dane wejściowe do obliczeń sprawdzających

Program wylicza maksymalne (faktyczne) naprężenia stykowe $\sigma_{H1(2)}$, dopuszczalne naprężenia stykowe $\sigma_{HP1(2)}$, obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na pitting $S_{H1(2)}$ i szereg współ-

czynników wytrzymałościowych (wpływu) według metody C, oddzielnie dla zębika i dla koła. Ilustruje to poniższy ekran (rys. 8.16).

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekty sdfghj

Obliczenia wstępne
Obliczenia rech. geometrycznych
Obliczenia sprawdzające

obliczenia sprawdzające - wyniki obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting) - metoda C

Wyniki obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting) - metoda C
Drukuj

Nazwa parametru	Oznaczenie	Jedn.	Wartość
Maksymalne naprężenia stykowe dla zębika	σ_{H1}	MPa	1042.553
Dopuszczalne naprężenia stykowe dla zębika	σ_{HP1}	MPa	1181.818
Obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting dla zębika	S_{H1}		1.247
Maksymalne naprężenia stykowe dla koła	σ_{H2}	MPa	1042.553
Dopuszczalne naprężenia stykowe dla koła	σ_{HP2}	MPa	1181.818
Obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting dla koła	S_{H2}		1.247
Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na pitting	S_{Hmin}		1.100

Warunek bezpieczeństwa $S_{H2} \geq S_{Hmin}$

Nazwa parametru	Oznaczenie	Zębik	Koło
Współczynnik jednoparowego przyporu	Z_B, Z_D	1.000	1.000
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu	$K_{H\beta}$	1.100	1.100
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca	$K_{H\beta}$	1.326	1.326
Współczynnik sprężystości	Z_E	189.800	189.800
Współczynnik strefy nacisku	Z_H	2.365	2.365
Współczynnik dynamiczny	K_V	1.064	1.064
Współczynnik przyporu	Z_E	0.882	0.882
Współczynnik kąta linii zęba	Z_β	0.985	0.985
Współczynnik trwałości przy obliczaniu naprężenia stykowego	Z_{NT}	1.000	1.000
Współczynnik smar	Z_L	1.000	1.000
Współczynnik chropowatości	Z_R	1.000	1.000
Współczynnik prędkości	Z_V	1.000	1.000
Współczynnik umocnienia (przez zgniot) materiału	Z_W	1.000	1.000
Współczynnik wielkości	Z_X	1.000	1.000

KOMAG 2009

Rys.8.16. Wyniki obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting)

Metoda C podaje formuły, według których oblicza się wytrzymałościowe współczynniki wpływu na podstawie wymiarów geometrycznych uzyskanych podczas obliczeń cech geometrycznych uzębienia i zazębienia. Współczynniki te charakteryzują stan obciążenia, wytrzymałość materiałów użytych do konstrukcji, błędy wykonania i montażu, warunki eksploatacji. Są obliczane zgodnie z normą PN-ISO 6336-1,2,3:2000 (rys. 8.16).

Porównując faktyczne (maksymalne) oraz dopuszczalne naprężenia stykowe można ocenić czy założone współczynniki były oszacowane prawidłowo. W przypadku, gdy maksymalne naprężenia stykowe są większe od dopuszczalnych należy powrócić do obliczeń projektujących oraz powtórzyć obliczenia.

Ostatecznie wyniki obliczeń trwałości powierzchni boku zęba (pitting) powinny wykazać, że otrzymane (obliczeniowe) współczynniki bezpieczeństwa $S_{H1(2)}$ są większe od przyjętego nominalnego współczynnika bezpieczeństwa S_{Hmin} (rys. 8.16).

Ostatnim etapem trzeciego bloku obliczeń jest sprawdzenie wytrzymałości podstawy zęba na złamanie.

Danymi wejściowymi są, podobnie jak poprzednio, cechy geometryczne uzyskane podczas obliczeń. Program wylicza maksymalne (faktyczne) naprężenia u podstawy zęba $\sigma_{F1(2)}$, dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba $\sigma_{FP1(2)}$, obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa ze względu na złamanie $S_{F1(2)}$ i szereg współczynników wytrzymałościowych (wpływu) według metody C, oddzielnie dla zębika i dla koła. Ilustruje to poniższy ekran (rys. 8.17).

W przypadku, gdy maksymalne naprężenia u podstawy zęba są większe od dopuszczalnych, należy powrócić do obliczeń projektujących i powtórzyć obliczenia.

Obliczenia wytrzymałościowe podstawy zębów na złamanie, podobnie jak na pitting, powinny wykazać, że obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa dla naprężeń przy podstawie zęba $S_{F1(2)}$ są większe od przyjętego nominalnego współczynnika bezpieczeństwa S_{Fmin} (rys. 8.17).

Porównanie tych dwóch wartości naprężeń u podstawy zęba, tj. wyliczonych i dopuszczalnych, mówi, czy założone współczynniki bezpieczeństwa były oszacowane prawidłowo.

W przypadku, gdy naprężenia wyliczone są większe od dopuszczalnych oraz współczynniki bezpieczeństwa mniejsze od założonych, należy powrócić do obliczeń projektujących i dokonać korekty danych, w wyniku, której otrzymamy wyniki zadowalające.

PRZEKŁADNIE WALCOWE ZEWNĘTRZNE

Projektowanie elementów zębatych wg normy PN ISO 6336-1,2,3:2000

Start Projekt sdfghj

Obliczenia wstępne Obliczenia cech geometrycznych Obliczenia sprawdzające

obliczenia sprawdzające - wyniki obliczeń wytrzymałości zęba na zginanie (metoda c)

(Drukuj)

Wyniki obliczeń wytrzymałości zęba na zginanie - metoda C

Nazwa parametru	Oznaczenie	Jedn.	Wartość
Maksymalne naprężenia u podstawy zęba zębnika	σ_{F1}	MPa	445.108
Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba zębnika	σ_{FP1}	MPa	592.000
Obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba zębnika	S_{F1}		1.663
Maksymalne naprężenia u podstawy zęba koła	σ_{F2}	MPa	459.954
Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba koła	σ_{FP2}	MPa	592.000
Obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba koła	S_{F2}		1.609
Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na złamanie zęba	S_{Fmin}		1.250

Warunek bezpieczeństwa $S_F \geq S_{Fmin}$

Nazwa parametru	Oznaczenie	Zębnik	Koło
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu	K_{Fa}	1.100	1.100
Współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wienca	$K_{F\beta}$	1.295	1.295
Współczynnik dynamiczny	K_v	1.064	1.064
Współczynnik kształtu zęba	Y_{Fa}	2.258	2.189
Współczynnik korekcji naprężenia	Y_{Sa}	1.756	1.812
Współczynnik kąta linii zęba	Y_{β}	0.883	0.883
Względny współczynnik stanu powierzchni	Y_{Srelt}	1.000	1.000
Współczynnik trwałości przy obliczaniu naprężenia u podstawy zęba	Y_{NT}	1.000	1.000
Współczynnik korekcji naprężenia w odniesieniu do wymiarów koła próbki	Y_{ST}	2.000	2.000
Współczynnik wielkości	Y_X	1.000	1.000
Względny współczynnik wrażliwości na działanie karbu	Y_{arek1}	1.000	1.000
Współczynnik przyporu	Y_c	0.803	0.803

KOMAG 2009

Rys.8.17. Wyniki obliczeń wytrzymałości zęba na zginanie

Podsumowując ten etap projektowania należy stwierdzić, że wytrzymałościowe obliczenia sprawdzające mają na celu wykazanie, czy przyjęte przez konstruktora cechy (parametry) geometryczne uzębienia i zazębienia pary kół zębatych oraz materiał są w stanie zapewnić wystarczającą trwałość powierzchni boku zęba (pitting) oraz jego wytrzymałość na złamanie u jego podstawy. W przypadku negatywnego stwierdzenia należy ponowić obliczenia, aż do skutku.

9. Zakończenie

Maszyny, w tym również przekładnie zębate o zazębieniu zewnętrznym czy wewnętrznym, powinny odpowiadać standardom międzynarodowym, to jest cechować się bezpieczeństwem, cichobieżnością oraz być energooszczędne, czyli być przyjazne dla środowiska.

Zgodnie z zaleceniami międzynarodowych norm ISO, projektowane maszyny muszą być dostosowane do wymogów unijnych dyrektyw nowego podejścia, zwłaszcza dotyczących bezpieczeństwa. Takimi uregulowaniami są między innymi międzynarodowe normy z zakresu przekładni zębatych, a w tym PN-ISO 6336 -1,2,3:2000 [29-31], dotyczące nośności kół zębatych walcowych zewnętrznych i wewnętrznych.

Na podstawie powyższych uregulowań [29-31] oraz innych norm krajowych czy zagranicznych [18 -28, 32-34], najnowszej literatury [1-16, 35, 36] i dorobku własnego, autorzy monografii opracowali metodykę projektowania elementów zębatych przekładni walcowych zewnętrznych oraz wewnętrznych. Metodyka ta jest dokładnie opisana w rozdziałach od drugiego do szóstego.

W rozdziale siódmym przedstawiono przykładowe zastosowanie opracowanej metodyki, w postaci obliczeń elementów zębatych. Są one zrealizowane dokładnie „krok po kroku” w sposób analityczny dla przekładni zewnętrznej oraz w postaci zestawienia wyników, dla przekładni wewnętrznej. Wyniki obliczeń zostały zweryfikowane za pomocą autorских pakietów programów inżynierskich opisanych w rozdziale ósmym.

Na podstawie stworzonej metodyki autorzy monografii opracowali algorytm oraz pakiet programów inżynierskich wspomagających projektowanie przekładni walcowych o uzębieniu zewnętrznym i wewnętrznym, co zostało dokładniej opisane w rozdziale ósmym.

Algorytm projektowania elementów zębatych przekładni walcowych składa się tu z trzech etapów:

- obliczeń wstępnych,
- obliczeń cech geometrycznych uzębienia i zazębienia,
- obliczeń sprawdzających według PN-ISO 6336-1,2,3:2000.

Konstruktor rozpoczynając projektowanie przekładni, dysponuje najczęściej ograniczoną liczbą danych, tj. nominalnym momentem, prędkością obrotową na wyjściu, współczynnikiem przeciążenia oraz wymaganiami gabarytowymi. Dla takich danych powinien przeprowadzić, w początkowej fazie projektowania, wstępne obliczenia pozwalające ustalić średnicę podziałową zębika czy odległość osi, z warunku na wytry-

małość powierzchniową oraz moduł normalny, z warunku na zginanie zmęczeniowe.

Podstawowe parametry zębniaka, czyli najstabszego węzła w projektowanej przekładni, wyznaczone w projektowaniu wstępnym, są określone bez wnikania w szczegóły konstrukcyjne. Tak dobrane parametry (cechy konstrukcyjne) pozwalają na dalsze obliczenia cech geometrycznych, które są realizowane w drugim etapie projektowania.

Obliczone w drugim etapie projektowania wymiary geometryczne zębów kół, wraz z warunkami ich prawidłowej współpracy, są podstawą do przeprowadzenia wytrzymałościowych obliczeń sprawdzających. Obliczenia sprawdzające, realizowane w trzecim etapie projektowania, mają na celu wykazanie, czy przyjęte przez konstruktora parametry wstępne, cechy geometryczne elementów zębatych wraz z materiałem na koła zębate, są w stanie zapewnić wystarczającą wytrzymałość powierzchni boku zęba (pitting) oraz jego wytrzymałość na złamanie u jego podstawy.

W metodyce wykorzystano wiedzę, uzyskaną z wyników badań oraz doświadczeń, zgromadzoną w tabelach, zaleceniach, ograniczeniach, itp. Wiedza ta ułatwienia konstruktorowi w podejmowaniu decyzji w trakcie przeprowadzania obliczeń projektujących.

Jeżeli okaże się, że zaprojektowana para kół nie spełnia warunków wytrzymałościowych, wtedy konstruktor może powtórzyć proces obliczeń, gdzie wykorzystuje już wcześniej przeprowadzone obliczenia, a zwłaszcza współczynniki wytrzymałościowe (wpływu). Wręcz zalecane jest przeprowadzenie kilku iteracji zanim uzyska się wyniki docelowe.

Możliwość szybkiego dokonania, przedstawioną metodyką i na jej podstawie opracowanymi pakietami programów inżynierskich, skomplikowanych obliczeń współpracujących par kół zębatych, zarówno o zazębieniu zewnętrznym, jak i wewnętrznym, eliminuje żmudne obliczenia metodami tradycyjnymi.

Takie podejście umożliwia szeroki wybór podstawowych parametrów geometrycznych uzębienia, tj.: średnic, modułów, współczynników przesunięcia zarysu, odchyłek, itp. Minimalizuje również potrzebę czasochłonnego przeszukiwania norm czy zaleceń, co często bywa czynnikiem opóźniającym proces projektowania.

Konstruktor mając do dyspozycji taki algorytm, a na jego podstawie opracowany pakiet programów inżynierskich, ma możliwość zrationalizowania sobie pracy, a tym samym wybrania optymalnej pary kół walcowych o zazębieniu zewnętrznym i wewnętrznym ze względu na obciążenia ekstremalne i stosowane materiały.

Dalszy rozwój metodyki oraz pakietów obliczeniowych, to wdrożenie zaleceń norm PN-EN 61703:2005 i PN-EN 60300-1,2,3:2006 dotyczących prawdopodobieństwa niezawodnej pracy.

Literatura

- [1] Banaszek J., Jonak J.: Wprowadzenie do projektowania przekładni zębatych i doboru sprzęgieł mechanicznych. Podstawy Konstrukcji Maszyn, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 2008.
- [2] Czader W., Drewniak J.: Projektowanie typoszeregów walcowych i stożkowo-walcowych przekładni zębatych. Prace Naukowe – MONOGRAFIA Nr 24 CMG KOMAG s.155; Gliwice 2008.
- [3] Czader W., Drewniak J., Pieczora E.: Komputerowo wspomagane projektowanie bezpiecznych napędów mechanicznych stosowanych również w górnictwie. IX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna KOMTECH 2008 - Nowoczesne, niezawodne i bezpieczne systemy mechanizacyjne dla górnictwa; CMG KOMAG; Szczyrk 17-19 listopad 2008.
- [4] Czader W., Drewniak J., Pieczora E.: Projektowanie wstępne oraz sprawdzające przekładni planetarnych zgodnie z wymaganiami norm ISO. Maszyny Górnicze 3/2008; s. 8-13; CMG KOMAG; Gliwice 2008.
- [5] Czader W., Drewniak J., Pieczora E.: Pakiet programów inżynierskich do projektowania typoszeregów przekładni stożkowo-walcowych według ISO oraz AQAP. Mechanik 10/2008; s. 858–864.
- [6] Dietrych M., red.: Podstawy konstrukcji maszyn – t. 3, wyd. 4, WNT, Warszawa 1995, 1999.
- [7] Drewniak J.: Komputerowo wspomagane projektowanie przekładni zębatych. Wydawnictwo ATH Bielsko-Biała, 2001.
- [8] Drewniak J.: Projektowanie kół walcowych, stożkowych i ślimakowych wg norm ISO. Wydawnictwo ATH Bielsko-Biała 2008.
- [9] Dzima A., Michniewicz M., Niedźwiecki A.: Przekładnie zębate. PWN, 1995.
- [10] Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe. WKŁ, Warszawa, 1992.
- [11] Muller L.: Przekładnie obiegowe. WNT Warszawa, 1983.
- [12] Muller L.: Przekładnie zębate projektowanie. WNT Warszawa, 1996.

- [13] Ochęduszek K.: Koła zębate. Konstrukcja, tom 1, WNT Warszawa, 1985.
- [14] Osiński J.: Wspomagane komputerowo projektowanie typowych zespołów i elementów maszyn. PWN, Warszawa 1994.
- [15] Osiński Z., Wróbel J.: Wybrane metody komputerowo wspomagane konstruowania maszyn. PWN, Warszawa 1988.
- [16] Osiński Z., Wróbel J.: Teoria konstrukcji. PWN, Warszawa 1995.
- [17] Osiński Z., red.: Podstawy konstrukcji maszyn. PWN, Warszawa 2003.
- [18] PN-76/M-88513, Reduktory zębate ogólnego przeznaczenia – Przełożenia.
- [19] PN-79/M-88514, Reduktory zębate ogólnego przeznaczenia - Nazwy i określenia.
- [20] PN-78/M-88502, Przekładnie zębate walcowe, Szeregi modułów.
- [21] PN-93/M-88525, Przekładnie i reduktory zębate walcowe ogólnego przeznaczenia, Podstawowe parametry.
- [22] PN-88/M-88526, Reduktory stożkowe i stożkowo-walcowe ogólnego przeznaczenia – Szeregi podstawowych parametrów.
- [23] PN-92/M-88503, Przekładnie zębate walcowe i stożkowe, Zarys odniesienia.
- [24] PN-ISO 53:2001, Przekładnie zębate walcowe ogólnego przeznaczenia oraz dla przemysłu ciężkiego, Zarys odniesienia.
- [25] PN-ISO 54:2001, Przekładnie zębate walcowe ogólnego przeznaczenia oraz dla przemysłu ciężkiego – Moduły.
- [26] PN-ISO 1328-1:2000, Przekładnie zębate walcowe - Dokładność wykonania według ISO, Odchyłki jednoimiennych boków zębów.
- [27] PN-ISO 1328-1:2000/Ap1:2006, Przekładnie zębate walcowe - Dokładność wykonania według ISO, Odchyłki jednoimiennych boków zębów.
- [28] PN-ISO 1328-2:2000, Przekładnie zębate walcowe - Dokładność wykonania według ISO, Odchyłki promieniowe złożone i odchyłki bicia.
- [29] PN-ISO 6336-1:2000, Przekładnie zębate walcowe - Obliczanie nośności kół - Podstawowe zasady i ogólne czynniki wpływające.
- [30] PN-ISO 6336-2:2000, Przekładnie zębate walcowe - Obliczanie nośności kół - Wytrzymałość zęba na zmęczenie stykowe (pitting).

- [31] PN-ISO 6336-3:2001, Przekładnie zębate walcowe - Obliczanie nośności kół - Wytrzymałość zęba na zginanie.
- [32] PN-ISO 701:2001, Międzynarodowe oznaczenia kół zębatych, Symbole parametrów geometrycznych.
- [33] PN-ISO 1122-1:2004, Słownik terminów związanych z kołami zębatymi – Część 1: Definicje związane z geometrią.
- [34] PN-79/M-88522.01, Przekładnie zębate-walcowe – Dokładność wykonania. Nazwy, określenia i wartości odchyłek.
- [35] Pahl G., Beitz W.: Engineering design. A systematic approach, Springer 1996.
- [36] Winkler T.: Komputerowy zapis konstrukcji. Wspomaganie komputerowe CAD CAM. WNT, Warszawa 1997.

Projektowanie elementów zębatych przekładni walcowych zewnętrznych oraz wewnętrznych. Teoria i przykłady zastosowania

Streszczenie

Ważnym działaniem w kierunku racjonalizacji konstrukcji i produkcji napędów są rozwojowe prace projektowo-konstrukcyjne nad elementami zębatymi przekładni zębatych. Do tych prac zaliczyć można także niniejszą monografię poświęconą omówieniu dotychczasowego dorobku w dziedzinie projektowania elementów zębatych przekładni walcowych zewnętrznych i wewnętrznych oraz wskazującą na nowe możliwości w działaniu projektowo-konstrukcyjnym przy wykorzystaniu wspomagania komputerowego.

W rozdziałach od drugiego do szóstego omówiono dokładnie proces obliczeń projektujących par kół zębatych walcowych o uzębieniu i zazębieniu zewnętrznym oraz wewnętrznym. Proces ten został opracowany w oparciu o najnowszą literaturę oraz wymagania międzynarodowych norm. Analizowany proces składa się z trzech etapów, tj. projektowania wstępnego (rozdział drugi), doboru cech geometrycznych (rozdziały: trzeci, czwarty i piąty) i sprawdzenia wytrzymałości uzębienia oraz zazębienia (rozdział szósty). Podstawowe parametry, wyznaczone w projektowaniu wstępnym pozwalają na obliczenie wymiarów geometrycznych (dobór cech geometrycznych) wraz z ustaleniem warunków prawidłowej współpracy i określenie dokładności wykonania projektowanej pary kół. Obliczone w drugim etapie cechy geometryczne kół zębatych dla wstępnie przyjętych wartości parametrów, muszą być zweryfikowane w etapie obliczeń sprawdzających wytrzymałość, nośność oraz trwałość danej pary kół zębatych. O właściwym doborze cech geometrycznych kół zębatych, co jest przedstawione w rozdziale szóstym, świadczą wymagane wartości współczynników bezpieczeństwa na złamanie zmęczeniowe oraz wytrzymałość zmęczeniowa boku zęba.

Wytrzymałość kół walcowych oraz obliczeniowe współczynniki bezpieczeństwa przekładni zewnętrznych, jak i wewnętrznych, sprawdzono według metody C normy PN-ISO 6336-1,2,3:2000. Cały proces obliczeń projektujących, opisany w rozdziałach od drugiego do szóstego, przedstawiono w sposób algorytmiczny, czyli uporządkowany. Dzięki temu uporządkowaniu zamieszczone wzory nadają się do bezpośredniego wykorzystania, tj. do przeprowadzenia przykładowych obliczeń analitycznych (rozdział siódmy) oraz do opracowania pakietu programów inżynierskich wspomagających komputerowe wspomaganie projektowania CAE elementów zębatych (rozdział ósmy).

Design of external and internal cylindrical gears according. Theory and examples of usage

Summary

Development works of gears design are important activity in direction of design and manufacture of rationalization of driving gears. To these works it is possible to include the present monograph, because it is dedicated to discussion on previous output in sphere of gears design and shows new potentiality in gears design aided by computer too.

Process of designing calculation of pairs of gear wheels with external and internal toothing is precisely presented in the second to sixth chapters.

This process remains to be done with support on the latest literature and international requirements.

Analyzed process consists of third stages, i.e. preliminary design (second chapter), selection of geometrical parameters (third, fourth and fifth chapters) and checking of strength of gear teeth (sixth chapter).

Basic parameters obtained in preliminary stage allow to calculation of remaining geometrical parameters with settlement of conditions proper mating and designation of quality class of designed gear pair. Geometrical parameters of gear wheels calculated in the second stage must be verified in the next stage appropriated to checking of load capacity of gears.

Calculated in this stage safety factors testify to proper choice of geometrical parameters (the sixth chapter).

The load capacity and safety factors were checked according to C method of PN-ISO 6336 norm. Process of designing calculation is presented in algorithmic manner, that is well-ordered.

Thanks to this arrangement presented formulas have the necessary capacity for direct utilization, i.e. for effect exemplary analytical calculations (seventh chapters) and for elaborate CAE programs to gear elements design (eighth chapters).

ISBN: 978-83-60708-33-0